Nathanaël FIJALKOW

Correction feuille d'exercices 1

1 Suites logiques (SÉSAME)

1.1 Suites numériques

- **1** 5 8 12 17 23 30
- **2** 6 10 14 18 22 26 30
- **3** 2 5 10 50 500 2500
- **4** 12 132 27 297 14 154
- **5** 15 4 13 8 11 12 9 16 7 20 5
- **6** 6 8 16 18 36 38 76
- **7** 41 54 52 65 63 76 74 87 85
- **8** 5 12 8 21 31 11 7 54 48 12 23 12 25 66 42
- **9** 3 9 27 81 243 729
- **10** 0 0 1 1 4 8 9 27 16 64
- **11** 5 8 16 19 38 41
- **12** 30 32 36 44 60 92 156
- **13** 2 7 22 67 202
- **14** 6 6 5 7 4 8 3 9 2

1.2 Suites de lettres et de nombres et lettres

- **15** A C F J O U
- 16 E N F M G L H K I J
- **17** 4E1 2H6 3J7 9M4
- | 18 | AB(3) EC(8) HD(12) FE(11)
- $\boxed{\mathbf{20}} \quad \text{PU}(4) \qquad \text{EL}(6) \qquad \text{CH}(4) \qquad \text{LN}(1) \qquad \text{DT}(15) \qquad \text{MV}(9)$
- 21 DBAC HFEG LJIK PNMO
- **22** ETUDIER = 3582937 EDITER = 329537
- 23 ONG NGO CDI DIC

24 S P M J G D A

25 D 24 EF 68 GHI 1012 JKLM 1416 NOPQR 1820

26 E H L O S W

2 ÉTUDE DE FONCTIONS (ACCÈS)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

 $\boxed{27}$ On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

- A Faux L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$
- B Vrai La droite D d'équation x = -1 est une asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f quand x tend vers -1.
- C Faux

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

- D Vrai La fonction f est supérieure ou égale à 0 pour tout x appartenant à son ensemble de définition.
- $\boxed{\mathbf{28}}$ On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$$

- A Faux L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $[0, +\infty[$
- B Vrai Pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f on a $f(x) = 2x + \ln(1 e^{-x} + e^{-2x})$
- C Faux La fonction f atteint son maximum pour $x = -\ln 2$
- D **Vrai** La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse nulle a pour équation y=x
- 29 On considère la fonction f définie par

$$f(x) = x^2 + 3x - 7 + \frac{6}{\sqrt{x^2 + 3x}}$$

- A Faux L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble \mathbb{R}
- B Vrai

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

C Faux

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

D Faux Pour x appartenant à l'ensemble de définition de la fonction f:

$$f'(x) = 2x + 3 + 3\left(\frac{2x+3}{(x^2+3x)\sqrt{x^2+3x}}\right)$$

 $\boxed{\bf 30}$ On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \ln\left(\frac{1 + \sqrt{1 + x^2}}{x}\right)$$

A Vrai L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $]0, +\infty[$

B Vrai

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

C Vrai Pour tout x appartenant à son ensemble de définition,

$$f'(x) = \frac{-1}{x\sqrt{1+x^2}}$$

D Faux La fonction f atteint son maximum pour x = 1

31 On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

A Vrai Pour tout x appartenant à \mathbb{R} ,

$$f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

B Faux La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

C Vrai Pour tout x appartenant à \mathbb{R} ,

$$f'(x) = 1 - f(x)^2$$

D Faux

$$\int_{2}^{3} f(x)dx = \ln\left(\frac{e^{3} - e^{-3}}{e^{2} - e^{-2}}\right)$$

32 On considère la fonction f définie sur l'ensemble $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = x^2 \ln(x) - x^2$$

A Faux L'équation f(x) = 0 admet deux solutions dans $]0, +\infty[$

B **Vrai** La fonction f change de sens de variation sur l'ensemble $]0,+\infty[$

C Vrai La fonction f admet son minimum en $x = \sqrt{e}$

D Faux La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 a pour équation y = x

 $\boxed{\bf 33}$ On définit une fonction k sur $\mathbb R$ par

$$x \to \frac{(x-1)(x^2 + mx + 4)}{x^2 + mx + 6}$$

A **Vrai** Pour tout réel m,

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{k(x)}{x} = 1$$

B Vrai Si m < -4 ou m > 4, k admet 3 racines réelles.

C Faux Pour tout réel m, la courbe représentative de k ne possède pas d'asymptote verticale.

D **Vrai** Si m=1 la tangente à la courbe représentatives de k au point d'abscisse x=1 a pour équation $y=\frac{3}{4}(x-1)$.

 $\boxed{\bf 34}$ On définit une fonction f par

$$f(x) = -x\sqrt{1 - 4x^2}$$

A **Faux** l'ensemble de définition de f est $\left[0,\frac{1}{2}\right]$

- B Vrai La courbe représentative de f est symétrique par rapport au point (0,0).
- C Faux f atteint un minimum pour x = 0, 5.
- D Faux

$$\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = -1$$

 $\boxed{\mathbf{35}}$ On définit une fonction f par

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x - 6} - 2x$$

- A Faux L'ensemble de définition de f est [-3, 2]
- B Vrai

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

C Vrai

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

D Faux Pour tout x appartenant au domaine de définition de f,

$$f'(x) = \frac{2x + 1 - \sqrt{x^2 + x - 6}}{\sqrt{x^2 + x - 6}}$$

3 HÉ, PATATE! (COMMUN)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.

(ACCÈS) Une enquête a été réalisée auprès de 1000 foyers sur la possession des appareils suivants : téléviseur, lecteur CD, lecteur DVD. Les résultats obtenus sont les suivants :

- 900 foyers possèdent un téléviseur.
- 500 foyers possèdent un lecteur CD.
- 300 foyers possèdent un lecteur DVD.
- 100 foyers possèdent les trois appareils.
- 150 foyers possèdent un lecteur CD et un lecteur DVD.
- 500 foyers ont un téléviseur et pas de lecteur CD.
- A Vrai 50 foyers ne possèdent qu'un lecteur CD.
- B Vrai 150 ne possèdent que lecteur DVD et téléviseur.
- C Faux 50 ne possèdent qu'un lecteur DVD.
- D Vrai 500 possèdent exactement deux appareils.

37 (ACCÈS) Dans une colonie de vacances comprenant 100 enfants, chacun des enfants doit pratiquer au moins l'un des trois sports suivants : football, volley-ball, basket-ball. 60 enfants pratiquent le football, 50 pratiquent le volley-ball et 40 pratiquent le basket-ball. À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A Vrai Si 50 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors aucun ne pratique les trois sports.
- B Faux Si 60 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors 5 enfants pratiquent les trois sports.
- C Faux Si 70 enfants ne pratiquent que l'un des 3 sports alors 10 enfants pratiquent les trois sports.
- D Faux Le nombre d'enfants pratiquent un seul sport ne peut pas dépasser 70.

(ACCÈS) Une entreprise compte 1200 personnes dont 504 femmes. Il n'y a que 3 catégories de personnel : "ouvriers", "agents de maîtrise" et "cadres". Il y a 408 hommes dans la catégorie "ouvriers" et 144 femmes dans la catégorie "agents de maîtrise". Les "cadres" représentent 20% du personnel et les "ouvriers" (hommes et femmes) représentent la moitié de l'effectif total de l'entreprise. À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A Faux La catégorie "agents de maîtrise" est la moins nombreuse.
- B Vrai Dans la catégorie "cadres", les femmes sont majoritaires.
- C Vrai Il y a plus de 300 "agents de maîtrise".
- D Faux 20% des hommes sont "agents de maîtrise".
- (ACCÈS) Un institut de sondage réalise une enquête sur la pratique des sports suivants : tennis, football et athlétisme. Sur les 1500 personnes interrogées :
- 310 ont répondu pratiquer exclusivement l'athlétisme, 600 pratiquer le football et 200 le tennis.
- Les personnes pratiquant exclusivement le football sont 4 fois plus nombreuses que celles pratiquant exclusivement le tennis.
- Parmi les personnes pratiquant le tennis, 25% pratiquent également le football mais pas l'athlétisme.
- 150 personnes font à la fois du football et de l'athlétisme.
- 40 personnes pratiquant 2 sports, ne font pas de football.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A Vrai 1000 personnes ne pratiquent pas l'athlétisme.
- B Faux 200 personnes ne pratiquent aucun de ces sports.
- C Faux 20 personnes pratiquent les 3 sports proposés.
- D Vrai 100 personnes pratiquent exclusivement le tennis.
- 40 (ACCÈS) Dans une petite ville des Pays-Bas, le recensement fait apparaître 2000 familles de 5495 vélos. On sait, de plus, qu'il y a trois catégories de familles : celles qui possèdent 2 vélos, celles qui en possèdent 3 et celles qui en possèdent 4. Enfin, deux catégories ci-dessus comptent le même nombre de familles .

À partir de ces informations, on peut conclure que :

- A Vrai 330 familles ont 4 vélos.
- B Vrai Le nombre de familles ayant 2 vélos est le même que le nombre de familles ayant 3 vélos.
- C Faux 850 familles ont 3 vélos.
- D Faux 820 familles ont 2 vélos.