



# Brilliant COMPETITION VII



## Soal Babak Penyisihan 1 Matematika

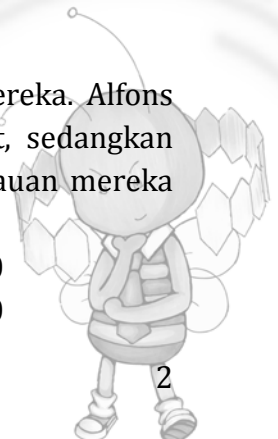
Petunjuk pengerjaan:

1. **Gunakan pulpen hitam/biru** untuk menjawab setiap soal.
2. Tuliskan identitas peserta pada **setiap lembar jawaban** dengan jelas.
3. Satu set soal babak penyisihan 1 terdiri atas 5 halaman.
4. Soal penyisihan terdiri atas 29 butir soal dengan rincian :
  - 15 butir soal pilihan ganda
  - 10 butir soal isian singkat
  - 4 butir soal uraian
5. Penilaian untuk jawaban pilihan ganda :
  - Jawaban benar : +2
  - Jawaban salah / tidak menjawab : 0
6. Penilaian untuk jawaban isian singkat :
  - Jawaban benar : +3
  - Jawaban salah / tidak menjawab : 0
7. Penilaian untuk jawaban uraian :
  - Rentang nilai : 0–10
8. Untuk pilihan ganda :
  - Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat dengan member tanda silang (X) pada kotak yang disediakan.
  - Apabila ingin mengganti jawaban maka **coret dua kali pada tanda silang yang salah** tersebut, lalu silang pada jawaban yang Anda anggap benar.
9. Untuk soal uraian :
  - Setiap soal uraian harap dijawab pada **lembar yang berbeda**.
  - Setiap jawaban harap dituliskan dengan **sistematis, rapi, dan jelas**.
  - **Tidak diperkenankan menggunakan tip-ex**, coretlah dua kali pada jawaban yang dianggap salah, lalu tuliskanlah jawaban yang benar.

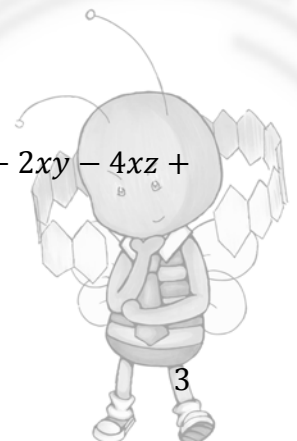


## PILIHAN GANDA

- Diketahui  $ABCD$  adalah segiempat yang memenuhi  $AB \perp AD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 3CD$ . Jika segiempat tersebut diketahui mempunyai luas 4 satuan dan lingkaran yang menyinggung keempat sisi segiempat tersebut. Jika lingkaran tersebut memiliki jari-jari  $R$ , nilai  $R^2$  adalah...  
 a.  $\frac{3}{2}$                       b.  $\frac{3}{4}$                       c.  $\frac{4}{3}$                       d.  $\frac{8}{3}$
- Irene ingin membagi 7 hadiah berbeda kepada 4 anak. Banyaknya cara Irene melakukan pembagian tersebut agar setiap anak mendapatkan setidaknya 1 hadiah adalah...  
 a. 8400                      c. 16384  
 b. 10080                      d. 20160
- Suatu jenis tanaman bertumbuh 2 mm/hari jika diterangi sinar matahari, dan 1 mm/hari jika tidak. Devina mempunyai dua buah tanaman tersebut yang berukuran 5 cm dan 10 cm. Jika dia menerangi tanaman yang kecil dan tidak menerangi tanaman yang besar, kedua tanaman tersebut akan berukuran sama setelah ... hari.  
 a. 25                      b. 40                      c. 50                      d. 100
- Nilai  $x$  yang memenuhi  $2^{2^{3^{2^2}}} = 4^{4^x}$  adalah...  
 a. 6                      b. 40                      c. 80                      d. 81
- Suatu bilangan asli  $k \geq 2$  disebut bebas kuadrat jika tidak ada bilangan asli  $l \geq 2$  yang memenuhi  $l^2 \mid k$ . Banyaknya bilangan bebas kuadrat yang semua faktor primanya kurang dari 100 adalah...  
 a.  $2^{24} - 1$                       c.  $2^{25} - 1$   
 b.  $2^{24}$                       d.  $2^{25}$
- Darwin memilih dua bilangan berbeda secara acak dari  $\{1, 2, 3, \dots, 20\}$ , sedangkan Kevin memilih dua bilangan berbeda secara acak dari  $\{1, 2, 3, \dots, 14\}$ . Peluang mereka memilih setidaknya satu bilangan yang sama adalah...  
 a.  $\frac{25}{190}$                       b.  $\frac{27}{190}$                       c.  $\frac{37}{190}$                       d.  $\frac{39}{190}$
- Alfred dan Alfons bertengkar mengenai pembagian laba usaha mereka. Alfons mau mendapatkan setidaknya 40% dari total laba usaha tersebut, sedangkan Alfred mau mendapatkan setidaknya Rp 27.000.000,00. Agar kemauan mereka terpenuhi, laba usaha mereka harus setidaknya...  
 a. Rp 45.000.000,00                      c. Rp 67.500.000,00  
 b. Rp 54.000.000,00                      d. Rp 81.000.000,00



8. Barisan Fibonacci didefinisikan sebagai berikut:  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$  untuk setiap bilangan asli  $n$ . FPB dari  $F_{20}$  dan  $F_{14}$  adalah...
- a. 5                                      b. 3                                      c. 2                                      d. 1
9.  $ABC$  adalah segitiga siku-siku dengan  $\angle C = 90^\circ$ . Misalkan  $P$  dan  $R$  berturut-turut adalah titik tengah  $AB$  dan  $AC$ . Apabila luas  $APR$  adalah 1 satuan, luas  $ABC$  adalah..
- a.  $\frac{1}{2}$                                       b. 1                                      c. 2                                      d. 4
10. Handy dan Hugo diberi kawat dan ditugaskan untuk membuat bangun ruang dari kawat tersebut. Handy membuat sebuah limas segitiga beraturan dengan panjang rusuk 6 cm, sedangkan Hugo membuat sebuah kubus dengan panjang rusuk 4 cm. Perbandingan volume bangun Handy : volume bangun Hugo adalah...
- a.  $\frac{9}{32}\sqrt{2}$                                       b.  $\frac{16}{9}\sqrt{2}$                                       c.  $\frac{1}{12}\sqrt{2}$                                       d.  $\frac{2}{81}\sqrt{2}$
11. Misalkan  $(M_k)$  adalah barisan bilangan bulat yang memenuhi  $M_1 = 2, M_{k+1} = 2^{M_k}$  untuk setiap bilangan asli  $k$ . Angka terakhir  $M_{2014}$  adalah...
- a. 2                                      b. 4                                      c. 6                                      d. 8
12. Siswa-siswi kelas A mengikuti ujian selama 45 menit. Pada saat ujian dimulai, ada 2 siswa yang mengangkat tangan untuk mengajukan pernyataan. Setelah 2 siswa tersebut mengangkat tangan, sang guru memilih satu siswa secara acak dari semua siswa yang tangannya terangkat dan menjawab pertanyaannya. Peristiwa ini terulang setiap 10 menit sampai ujian berakhir. Peluang ada siswa yang pertanyaannya tidak dijawab dari awal sampai akhir ujian adalah...
- a.  $\frac{64}{315}$                                       b.  $\frac{128}{315}$                                       c.  $\frac{8}{35}$                                       d.  $\frac{16}{35}$
13. Diberikan persegi  $ABCD$  dengan panjang sisi 1. Digambar segilima beraturan  $ACEFG$ , dan segienam beraturan  $AEHJK$ . Panjang  $AI$  adalah...
- a.  $\frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{10})$   
b.  $2\sqrt{2}$   
c.  $1 + \sqrt{5}$   
d.  $\sqrt{2} + \sqrt{10}$
14.  $x, y, z$  adalah bilangan riil yang memenuhi  $6x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2xy - 4xz + 16 = 0$ . Nilai dari  $x + y + z$  adalah...
- a. 10                                      b. 12                                      c. 16                                      d. 24



15. Diketahui ada 4 jenis kartu, yaitu keriting, wajik, sekop, dan hati. Daniel ingin mengambil sejumlah kartu secara acak, tetapi dia ingin memastikan ada 4 kartu sejenis atau 1 kartu dari tiap jenis diantara kartu yang dia ambil. Paling sedikit banyaknya kartu yang dia ambil adalah...
- |       |      |
|-------|------|
| a. 13 | c. 7 |
| b. 10 | d. 5 |

### ISIAN SINGKAT

- Diketahui faktor prima terbesar dari 1.002.004.008.016.032 lebih besar dari 250.000. Faktor prima tersebut adalah...
- Misalkan 0,05 rupiah dibutuhkan untuk mencetak satu huruf  $M$  dan 0,03 rupiah dibutuhkan untuk mencetak satu huruf  $m$ . Biaya yang dibutuhkan untuk mencetak kata  $MmmMMMmmmmMMMMM \dots \underbrace{MM \dots MM}_{2013 \text{ huruf}} \underbrace{mm \dots mm}_{2014 \text{ huruf}}$  adalah...
- Pada suatu hari, 40 pencuri ditangkap karena beberapa dari mereka mencuri emas dari Ali Baba. Saat interogasi, 40 orang tersebut berdiri membentuk suatu lingkaran. Lalu, setiap orang mengatakan bahwa orang sebelah kirinya adalah pembohong dan orang sebelah kanannya ikut mencuri emas. Apabila seseorang dikatakan pembohong jika paling sedikit satu pernyataannya tidak benar, paling sedikit banyaknya pembohong adalah...
- Jumlah semua bilangan asli yang tidak mengandung digit 0 dan hasil penjumlahan digit-digitnya 7 (contoh: 34, 223) adalah...
- Diberikan tiga titik pada bidang koordinat, yaitu  $A(1, 18)$ ,  $B(17, -6)$ , dan  $C(-10, -15)$ . Jika titik tinggi (perpotongan garis tinggi) segitiga  $ABC$  berkoordinat  $(m, n)$ , nilai  $m + n$  adalah...
- Vinny mempunyai sejumlah batang lidi. Setiap kali Vinny menginjak lidi tersebut, paling banyak 15% lidi yang ada patah menjadi 2 lidi yang baru. Setelah Vinny menginjak lidi tersebut beberapa kali, jumlah lidi sekarang menjadi dua kali jumlah lidi mula-mula. Paling sedikit banyaknya penginjakan yang mungkin adalah...
- Dimainkan 5 dadu. Jika muncul angka 6 pada salah satu atau lebih dadu, maka dadu tersebut disimpan dan tidak dimainkan lagi. Dadu yang tersisa terus dimainkan hingga tidak ada dadu yang tersisa. Peluang dadu habis tepat pada permainan ke-5 adalah...



8. Didefinisikan  $f_k = \left\lfloor \frac{2014+2^{k-1}}{2^k} \right\rfloor$  untuk setiap bilangan asli  $k$ .  
Nilai dari  $\sum_{k=1}^{\infty} f_k = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \dots$  adalah...
9. Diketahui segitiga  $ABC$  dengan luas 64 satuan. Misalkan  $E$  titik pada ruas garis  $AC$  sedemikian sehingga  $\frac{AE}{AC} = \frac{17}{32}$ . Dipilih secara acak titik  $D$  pada ruas garis  $AC$ . Misalkan  $F$  dan  $G$  adalah titik pada  $AB$  yang memenuhi  $DF \parallel EG \parallel BC$ . Jika peluang luas  $DEGF$  tidak lebih dari 15 sama dengan  $p$ , nilai  $\frac{1}{p}$  adalah...
10. Diketahui persegi  $ABCD$ . Titik  $R$  dipilih secara acak di dalam persegi tersebut. Peluang sudut  $ARB$  tumpul (dalam  $\pi$ ) adalah...

## URAIAN

1. Diketahui bilangan asli  $n \geq 2$ . Tunjukkan bahwa tidak ada bilangan rasional  $\lambda$  yang memenuhi persamaan  $n^\lambda = n + 1$ .
2. Tentukan semua bilangan bulat  $n \geq 3$  sedemikian sehingga suatu segi- $n$  beraturan dapat dibelah menjadi beberapa segi- $n$  beraturan yang lebih kecil. (Segi- $n$  beraturan adalah segi- $n$  yang panjang sisi dan besar sudutnya sama)
3. Suatu himpunan bilangan bulat positif  $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  dikatakan "harmonik" jika

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n} = 1.$$

Tunjukkan bahwa ada himpunan harmonik dengan  $n$  anggota untuk setiap bilangan bulat  $n \geq 3$ .

4. Elsa dan Fey bermain sebagai berikut : Elsa memilih satu angka  $x$  dari  $\{1, 2, 3, \dots, 2014\}$  dan Fey dapat mengajukan pertanyaan kepada Elsa sebanyak mungkin. Dalam satu pertanyaan, Fey memilih himpunan bagian tak kosong  $H$  dari  $\{1, 2, 3, \dots, 2014\}$ , dan menanyakan apakah  $x$  anggota  $H$ . Elsa menjawab, secara jujur, 'ya' atau 'tidak'. Paling sedikit berapa pertanyaan Fey harus mengajukan kepada Elsa agar dia dapat menentukan secara pasti nilai dari  $x$ ? Jelaskan jawabanmu!

