

**Exercice 1**

On dispose de  $N = 10$  points dans le plan, de coordonnées :

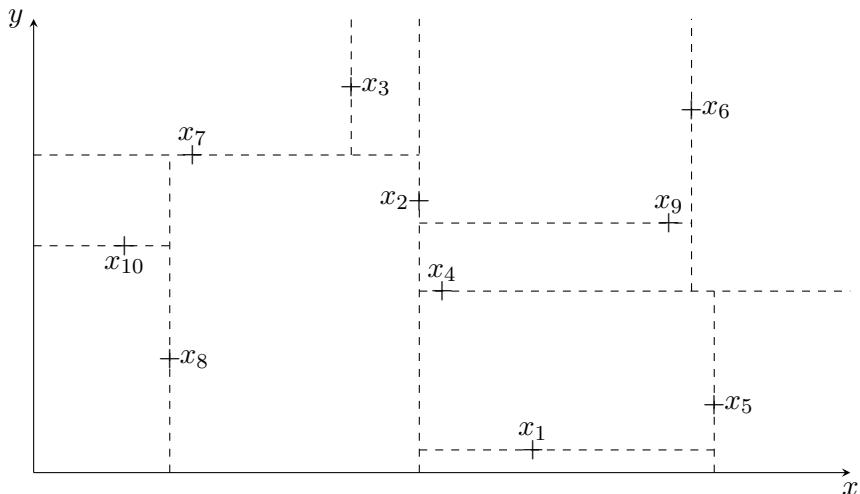
$$x_1(11, 0.5); x_2(8.5, 6); x_3(7, 8.5); x_4(9, 4); x_5(15, 1.5)$$

$$x_6(14.5, 8); x_7(3.5, 7); x_8(3, 2.5); x_9(14, 5.5); x_{10}(2, 5)$$

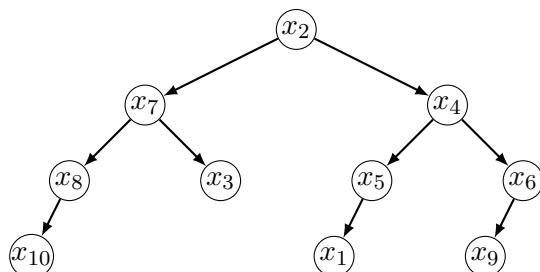
1. Représenter les points dans le plan et faire le découpage de construction de l'arbre 2-dimensionnel correspondant, puis dessiner cet arbre.
2. Détailler la recherche des 2 plus proches voisins de  $x = (4, 5)$  et  $y = (8, 1)$ .

**Corrigé**

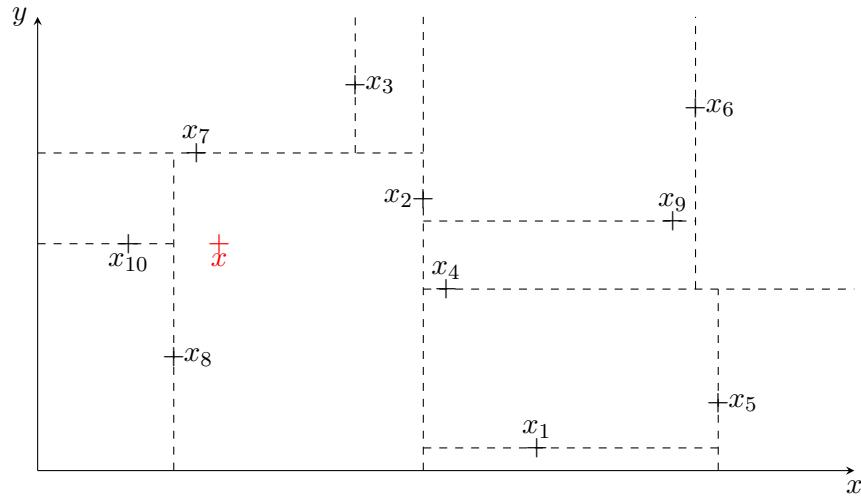
1. On obtient le découpage spatial suivant, en alternant découpage vertical et découpage horizontal :



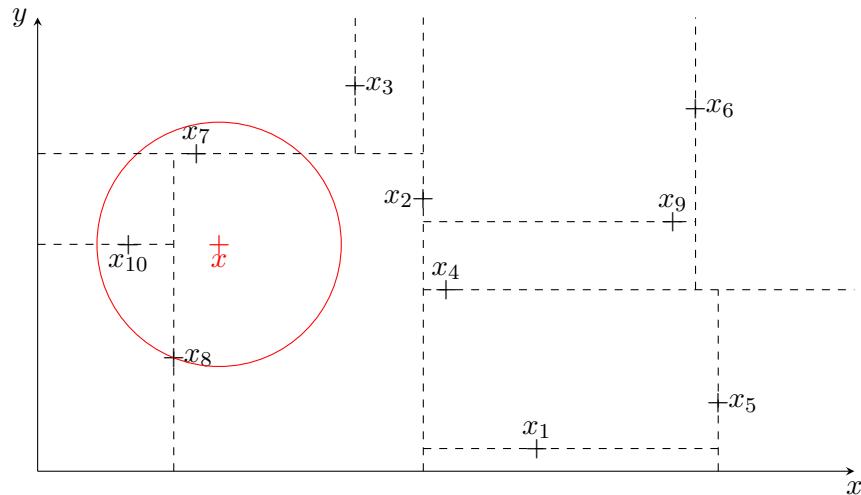
Ce qui donne l'arbre  $d$ -dimensionnel :



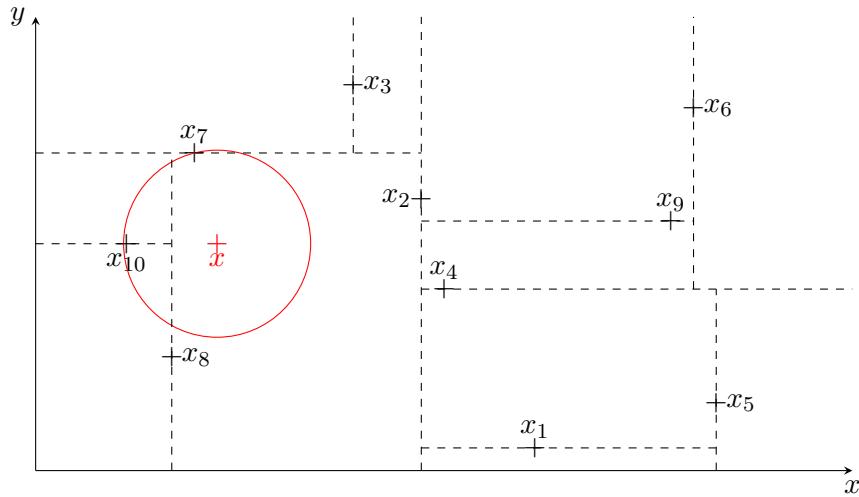
2. Pour  $x = (4, 5)$  :



On commence par choisir  $x_2$ , puis on cherche du côté gauche et on choisit  $x_7$ . Comme l'abscisse de  $x$  est inférieure à celle de  $x_7$ , on cherche du côté gauche de l'arbre, et on remplace  $x_2$  par  $x_8$ . Le nœud  $x_8$  n'ayant pas d'enfant droit, on se pose la question de savoir s'il faut chercher du côté gauche.

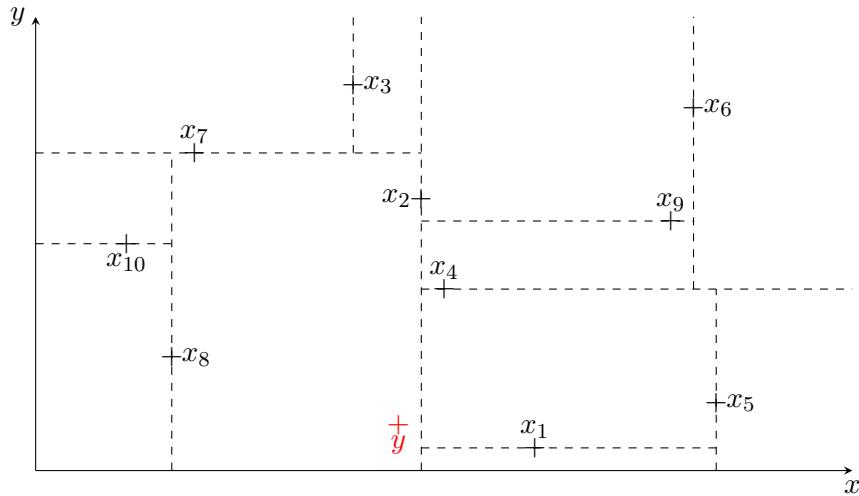


Le cercle intersecte l'axe passant par  $x_8$ , donc on va chercher du côté gauche. On remplace  $x_8$  par  $x_{10}$ . On se pose alors la question si on doit chercher dans l'enfant droit de  $x_7$ .

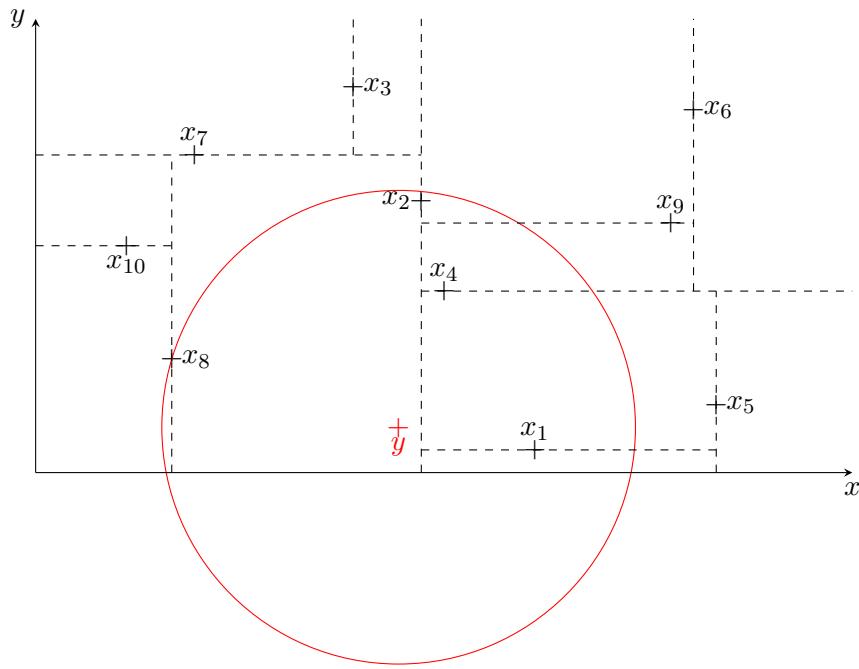


À nouveau, le cercle intersecte (marginalement) l'autre demi-espace, donc on cherche du côté droit. aucun remplacement n'est fait. Dès lors, on ne cherche pas dans l'enfant droit de  $x_2$ , car ce cercle n'intersecte pas l'autre demi-espace. Les deux voisins les plus proches sont donc  $x_7$  et  $x_{10}$ .

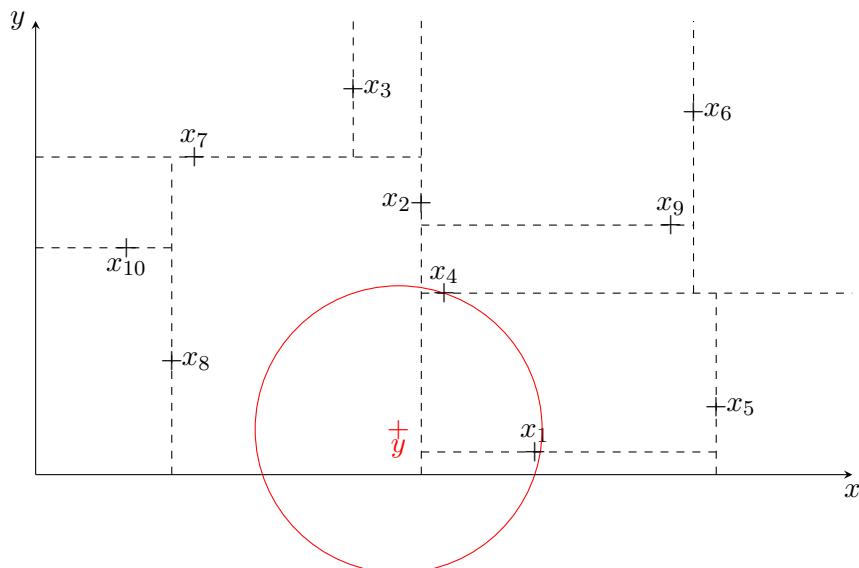
Pour  $y = (8, 1)$  :



On choisit  $x_2$ , puis  $x_7$ . On cherche dans l'enfant gauche, et on remplace  $x_7$  par  $x_8$ .



Le cercle intersecte l'autre demi-espace enfant de  $x_8$ , mais on ne remplace pas par  $x_{10}$ . Ce cercle n'intersecte pas l'autre demi-espace enfant de  $x_7$ , mais celui de  $x_2$ . On remplace  $x_8$  par  $x_4$ , puis on continue sur  $x_5$  (qui ne remplace pas un autre point), puis  $x_1$  (qui remplace  $x_2$ ).



Le cercle intersecte alors le demi-espace au dessus de  $x_4$ , donc on continue l'exploration du côté droit de  $x_4$ , sur  $x_6$ , puis  $x_9$ . On arrête alors l'algorithme, en ayant exploré tous les nœuds sauf  $x_3$ .