

Exercice 1

On dispose de $N = 10$ points dans le plan, de coordonnées :

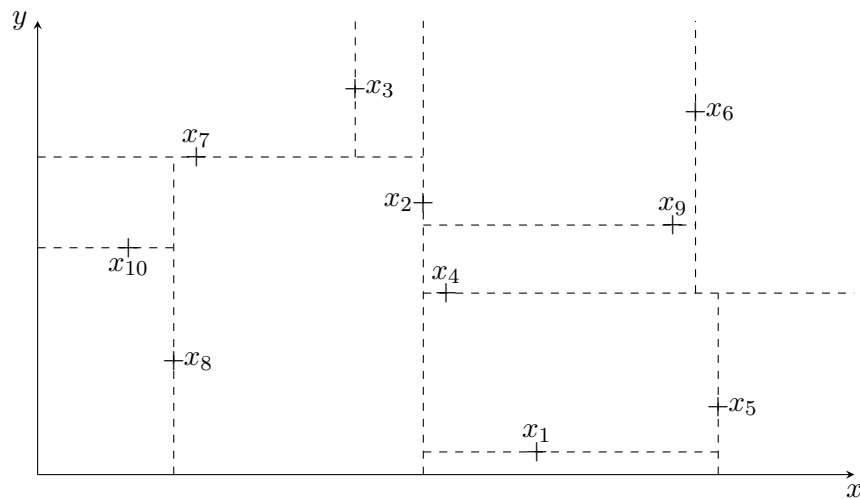
$$x_1(11, 0.5); x_2(8.5, 6); x_3(7, 8.5); x_4(9, 4); x_5(15, 1.5)$$

$$x_6(14.5, 8); x_7(3.5, 7); x_8(3, 2.5); x_9(14, 5.5); x_{10}(2, 5)$$

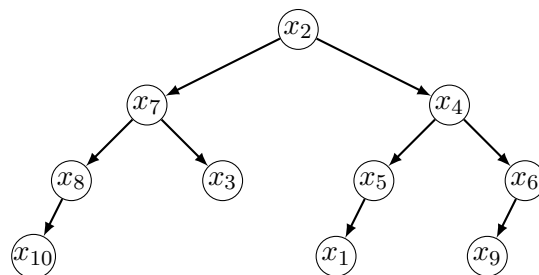
1. Représenter les points dans le plan et faire le découpage de construction de l'arbre 2-dimensionnel correspondant, puis dessiner cet arbre.
2. Détailler la recherche des 2 plus proches voisins de $x = (4, 5)$ et $y = (8, 1)$.

Corrigé

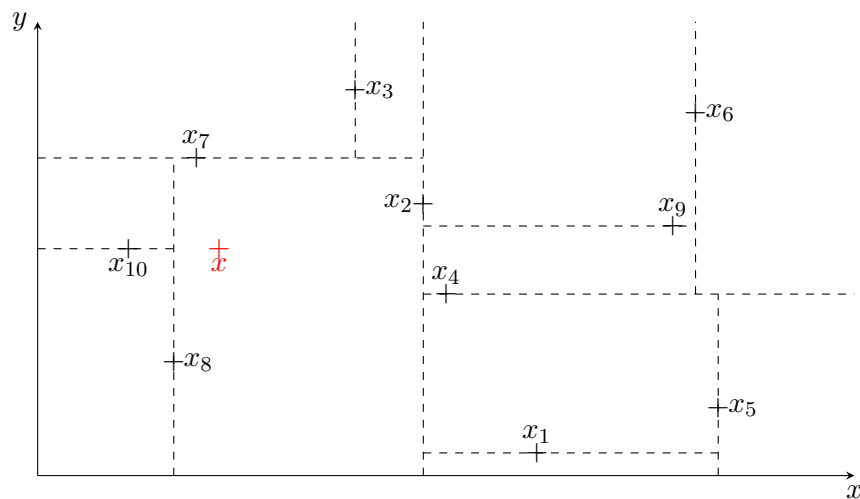
1. On obtient le découpage spatial suivant, en alternant découpage vertical et découpage horizontal :



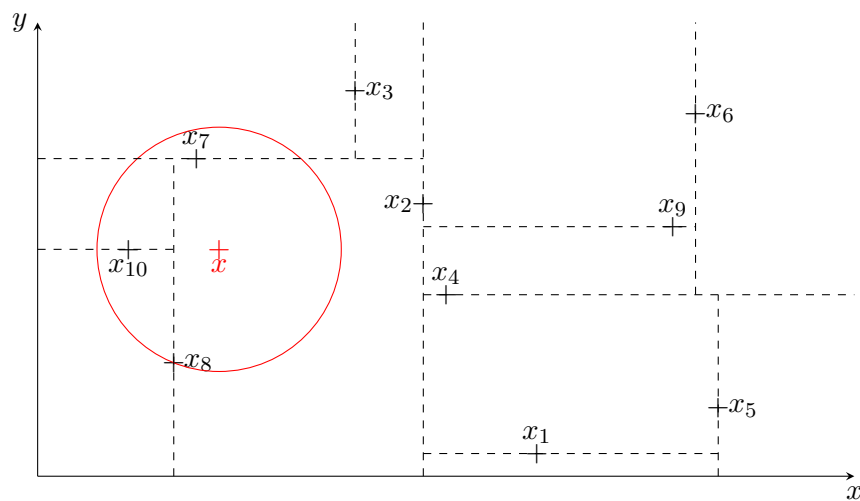
Ce qui donne l'arbre d -dimensionnel :



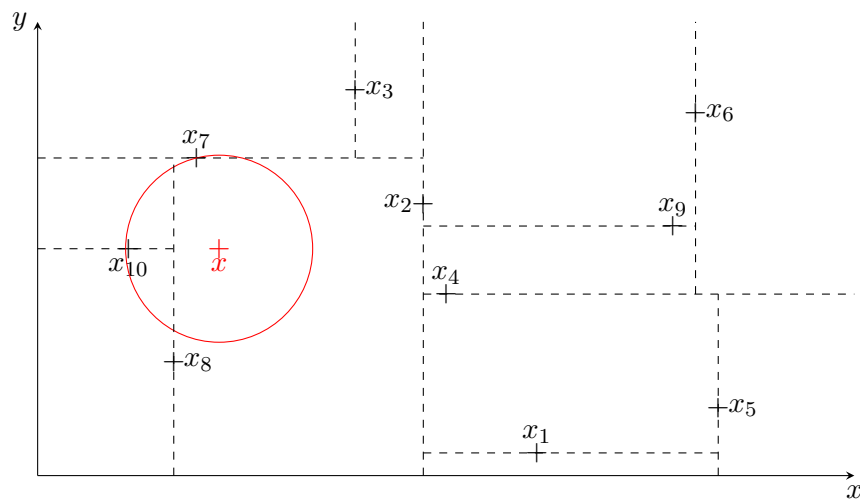
2. Pour $x = (4, 5)$:



On commence par choisir x_2 , puis on cherche du côté gauche et on choisit x_7 . Comme l'abscisse de x est inférieure à celle de x_7 , on cherche du côté gauche de l'arbre, et on remplace x_2 par x_8 . Le nœud x_8 n'ayant pas d'enfant droit, on se pose la question de savoir s'il faut chercher du côté gauche.

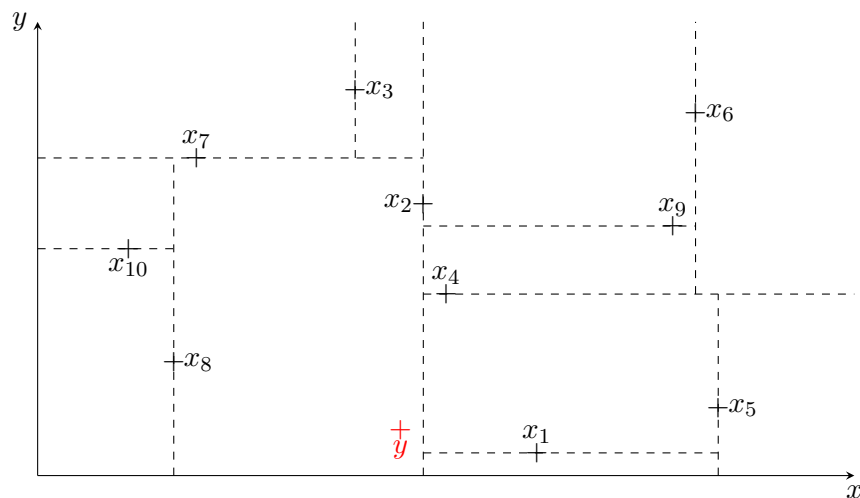


Le cercle intersecte l'axe passant par x_8 , donc on va chercher du côté gauche. On remplace x_8 par x_{10} . On se pose alors la question si on doit chercher dans l'enfant droit de x_7 .

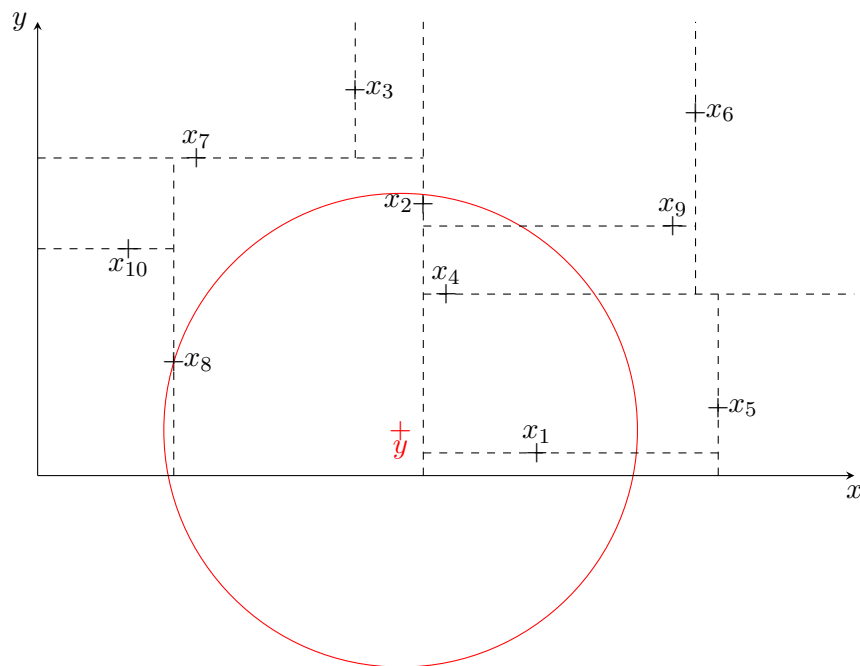


À nouveau, le cercle intersecte (marginale) l'autre demi-espace, donc on cherche du côté droit. aucun remplacement n'est fait. Dès lors, on ne cherche pas dans l'enfant droit de x_2 , car ce cercle n'intersecte pas l'autre demi-espace. Les deux voisins les plus proches sont donc x_7 et x_{10} .

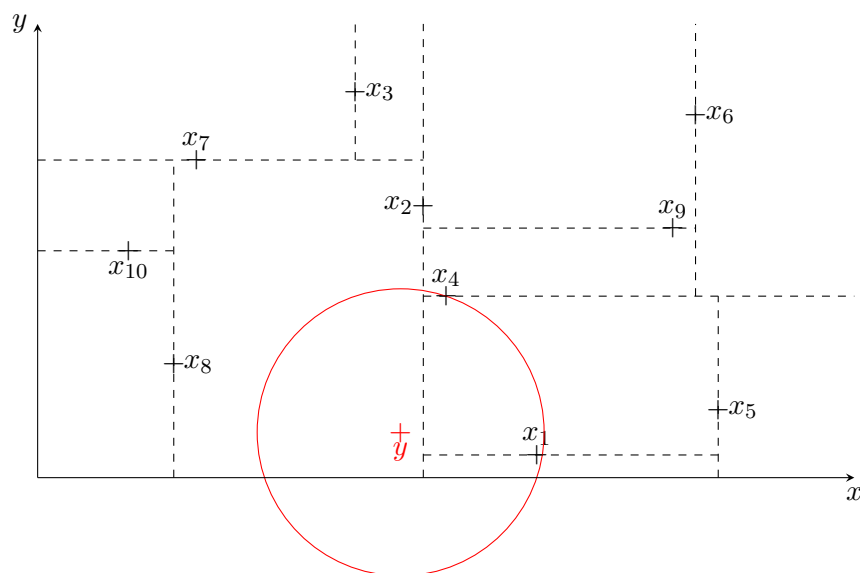
Pour $y = (8, 1)$:



On choisit x_2 , puis x_7 . On cherche dans l'enfant gauche, et on remplace x_7 par x_8 .



Le cercle intersecte l'autre demi-espace enfant de x_8 , mais on ne remplace pas par x_{10} . Ce cercle n'intersecte pas l'autre demi-espace enfant de x_7 , mais celui de x_2 . On remplace x_8 par x_4 , puis on continue sur x_5 (qui ne remplace pas un autre point), puis x_1 (qui remplace x_2).



Le cercle intersecte alors le demi-espace au dessus de x_4 , donc on continue l'exploration du côté droit de x_4 , sur x_6 , puis x_9 . On arrête alors l'algorithme, en ayant exploré tous les nœuds sauf x_3 .