



INTRODUÇÃO AO MÉTODO DE ANÁLISE HIERÁRQUICA

ANÁLISE MULTICRITÉRIO NO AUXÍLIO À DECISÃO



Helder Gomes Costa

INTRODUÇÃO AO MÉTODO DE ANÁLISE HIERÁRQUICA

ANÁLISE MULTICRITÉRIO NO AUXÍLIO À DECISÃO

1^a. edição

Niterói, Maio de 2002.

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Engenharia e Instituto de Computação da UFF

C837 Costa, Helder Gomes.

Introdução ao método de análise hierárquica: análise multicritério no auxílio à decisão. / Helder Gomes Costa. – Niterói, RJ: H. G. Costa, 2002.

iv, 104p. : grafs., tabs., il. : 21 cm.

Referencia bibliográfica: p.81-82.

Bibliografia: p. 83-85.

1. Engenharia de Produção. 2. Administração. 3. Tomada de decisão. I. Título.

CDD 658.403

Este texto foi elaborado no âmbito do Projeto Integrado de Pesquisa “Análise multicritério aplicada à problemas de ordenação, priorização e classificação”, apoiado pelo CNPq.

À minha mãe Maria e ao meu pai Dário (*in memoriam*); ao
meu irmão Celso; e, às minhas irmãs, Celina, Lúcia, Cláudia e
Vera - pelas manifestações e exemplos de amor, afeto,
dignidade e perseverança.

À minha amada Rose e aos meus amados filhos Taís e Léo
pelo amor, carinho, apoio e compreensão. Mesmo quando o
trabalho nos roubava “nossos momentos”, vocês souberam
compreender e apoiar.

Vocês moram no meu coração.

Muito obrigado!

AGRADECIMENTOS

Tive a felicidade e honra de atuar com várias pessoas que foram especiais na minha formação acadêmica e profissional, contribuindo decisivamente para a elaboração deste texto:

- A Profa. Valma Maciel, que me ensinou a enxergar no mundo das letras e dos números;
- O Prof. Maurício Nogueira Frota, que orientou os meus primeiros passos no mundo da pesquisa;
- O Prof. Emygdio Pinto (in memoriam), que orientou a minha iniciação como docente na UFF;
- O Prof. Luís Flávio Autran Monteiro Gomes e a Prof. Aura Conci, que orientaram o meu trabalho de doutorado, apresentando-me o mundo da Análise Multicritério;
- A Sra. Regina Cabral que sempre estimulou as minhas atividades na UFF;
- O Engenheiro e Mestre Augusto Sérgio Mendes Silva, pela amizade, incentivo e pelo dedicado trabalho de revisão deste texto, quando o mesmo ainda se encontrava em sua forma embrionária.

Não poderia deixar de registrar os meus agradecimentos aos meus alunos, que têm me permitido exercitar e aprimorar os conceitos que aqui busco transmitir.

APRESENTAÇÃO

A Decisão é um grande desafio que se apresenta aos executivos e líderes, atuantes no setor público ou no privado. Em especial, este desafio se torna mais complexo quando envolvido por variáveis subjetivas e por julgamentos de valor.

A Análise Multicritério (ou Auxílio Multicritério à Decisão) busca a modelagem e solução de problemas desta natureza, destacando-se - principalmente devido as suas características inovadoras - como um instrumental poderoso e de uso crescente no âmbito da tomada de decisão por organizacional.

Dentre os métodos da Análise Multicritério, destaca-se o Método de Análise Hierárquica (“Analytic Hierarquic Process, AHP”). Este texto apresenta uma introdução ao AHP, proposto como uma ferramenta simples para a solução de problemas complexos e que trata os problemas decisórios de uma forma estruturada,

possibilitando o reconhecimento e tratamento da subjetividade inerente aos problemas de decisão.

Assim, a leitura deste texto é recomendada para profissionais e estudantes envolvidos com a análise e solução de problemas de decisão - especialmente aqueles que contenham variáveis subjetivas.

Espera-se que após a leitura deste texto, o leitor seja capaz de utilizar o AHP na modelagem e melhor resolução de problemas decisórios.

O autor

SUMÁRIO

CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO	1
1.1 Elementos	2
1.2 Situações de decisão	5
1.3 Etapas do processo decisório	8
1.4 Construção de modelos de decisão	10
1.5 Auxílio Multicritério à Decisão (AMD)	11
1.6 Princípios do Método de Análise Hierárquica (AHP)	15
1.7 Etapas do AHP	17

CAPÍTULO II: CONSTRUÇÃO DE HIERARQUIAS	20
2.1 Elementos de uma hierarquia no AHP	21
2.2 Etapas do AHP	22
2.2.1 Definição do foco principal	23
2.2.2 Identificação das alternativas viáveis	24
2.2.3 Identificação do conjunto de critérios	25
2.2.4 Estruturação da hierarquia	26
2.3 Níveis ou camadas de critérios	28
 CAPÍTULO III: JULGAMENTOS DE VALOR	 33
3.1 O que julgar ?	34
3.2 Como julgar?	38
3.2.1 Métodos de aquisição de dados	39
3.3 Quem julga? (Seleção dos avaliadores)	42

CAPÍTULO IV: CÁLCULO DE PRIORIDADES	45
4.1 Etapas da priorização	46
4.2 caracterização do problema exemplo	47
4.3 Julgamentos de valor	48
4.4 Quadros de julgamentos	51
4.5 Quadros normalizados	56
4.6 Prioridades médias locais	58
4.7 Prioridades Médias Globais (PG)	61
 CAPÍTULO V: ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA	 66
5.1 Julgamento consistente	67
5.2 Julgamento inconsistente	68
5.3 Avaliando o grau de inconsistência	70
5.4 Cálculo de λ_{\max}	71

CAPÍTULO VI: CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
VII: FONTES DE REFERÊNCIA E CONSULTA	80
7.1 Referências bibliográficas	81
7.2 Bibliografia	83
7.3 Endereços eletrônicos	85
ANEXO – EXEMPLOS DE HIERARQUIAS	87



CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Chaves deste capítulo

Elementos da decisão.

Situação de decisão.

Etapas do processo decisório.

Construção de modelos.

Auxílio Multicritério à Decisão.

Princípios do Método de Análise hierárquica.

O estado de competição em que nossa sociedade está imersa, exige a utilização de instrumentos cada vez mais eficientes, eficazes e flexíveis para tomada de decisão.

Além destas propriedades, tais instrumentos devem ser hábeis para tratar problemas complexos de uma maneira simples. Ou seja: devem ser acessíveis para os decisores, sem que estes tenham que realizar um alto investimento de tempo e dinheiro para utiliza-los.

1.1 ELEMENTOS

Dentre os elementos da teoria da decisão, destacam-se os seguintes:

Decisor: unidade responsável pela tomada de decisão. Pode ser composta por um indivíduo ou por um grupo de indivíduos.

Alternativa viável: estratégia ou curso de ação que pode ser adotado pelo decisor.

Cenário: "estado da natureza" projetado para o futuro. Por exemplo:

- Estimativa da taxa de câmbio para o próximo ano;
- Estimativa da incidência de chuvas para a próxima safra.
- Demanda estimada para o próximo período.

Em geral, os cenários são classificados em otimista, pessimistas ou moderados; associando-se *probabilidades* de ocorrência aos mesmos.

Critério: Propriedade ou variável à luz da qual a alternativa é avaliada.

Atributo: Valor do desempenho da alternativa à luz do critério.

Tabela de pagamentos: tabela com os valores a serem retornados pelas alternativas.

EXEMPLO 1.1:

Uma empresa possui quatro *alternativas* de investimento no mercado: Alternativas 1, 2, 3 e 4. Diante da instabilidade de mercado, esta empresa estimou os lucros destes quatro investimentos em função de três *cenários*: queda da taxa de juros em 10% (QTJ), manutenção da atual taxa de juros (MTJ); e, o aumento da taxa de juros em 10% (ATJ).

À ocorrência destes cenários foram atribuídas, respectivamente, as seguintes *probabilidades*: 0,3; 0,6 e 0,1. Os valores de retorno esperados para cada um destes investimentos estão ilustrados no Quadro 1.1 (*Tabela de pagamentos*).

QUADRO 1: EXEMPLO DE TABELA DE PAGAMENTOS

Alternativas	Cenários		
	QTJ	MTJ	ATJ
	Pr = 0,3	Pr = 0,6	Pr = 0,1
1	R\$ 25,00	R\$ 14,00	R\$ - 5,00
2	R\$ 21,00	R\$ 15,00	R\$ 2,00
3	R\$ 15,00	R\$ 14,00	R\$ 5,00
4	R\$ 10,00	R\$ 9,00	R\$ 8,00

1.2 SITUAÇÃO DE DECISÃO

Uma situação ou problema de decisão caracteriza-se por uma necessidade de avaliação de um conjunto de alternativas, para que se realize uma escolha ou decisão. Estas situações podem ser classificadas em:

Escolha: Escolher uma alternativa dentre um conjunto de alternativas viáveis.

Classificação: Classificar um conjunto de alternativas em sub-conjuntos. Por exemplo: Os elementos do conjunto *Animais* podem ser classificados como pertencentes à *classe dos mamíferos, dos vertebrados, dos invertebrados,...* .

Ordenação: Dados os elementos de um conjunto de alternativas, ordena-las segundo algum critério. Por exemplo: Ordenar os hotéis de uma cidade, do melhor para o pior.

Classificação ordenada: Classificar um conjunto de alternativas em sub-conjuntos ordenados, ou em classes de referência ordenadas. Por exemplo: Classificar os hotéis de uma cidade em classes de atendimento (Classe A; Classe B; Classe C; Classe D; e, Classe E).

Priorização: Dados os elementos de um conjunto de alternativas, estabelecer uma ordem de prioridades para os elementos do mesmo. Ao longo dos próximos capítulos, concentra-se a discussão na questão da priorização. Basicamente, em situações de priorização o problema central pode ser caracterizado da seguinte

forma: "Dado um conjunto de alternativas $\underline{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, estabelecer a ordem de prioridades destas."

Veja, a seguir, alguns exemplos de situações de decisão.

- Escolha de uma alternativa de investimento;
- Escolha de um imóvel para compra;
- Escolha de um "portfolio" de ações;
- Escolha de uma estratégia militar;
- Escolha de uma localidade para implantação de um pólo industrial;
- Escolha de uma estratégia para captação de recursos;
- Escolha de uma automóvel para aquisição; e,
- Escolha de uma cidade para se passar as férias.

1.3 AS ETAPAS DO PROCESSO DECISÓRIO

A ciência ou arte da decisão é um assunto extremamente desafiador e vem sendo pesquisada com maior profundidade a cada dia. O macrofluxo do processo decisório (ver Figura 1.1) contempla a realização das seguintes etapas:

- A partir dos dados presentes em uma *base de dados*, submete-se a mesma a um *sistema de informações* (no qual realiza-se um ou mais processos de informação), obtendo-se uma *base de informações*;
- Uma vez obtida a base de informações, processa-se as informações contidas na mesma, obtendo-se a decisão. Ou seja: a escolha de uma alternativa ou curso de ação; e,
- Uma vez executada a ação, a mesma age interfere sobre a base dados. Portanto, a base de dados é alimentada pelo resultado das ações.

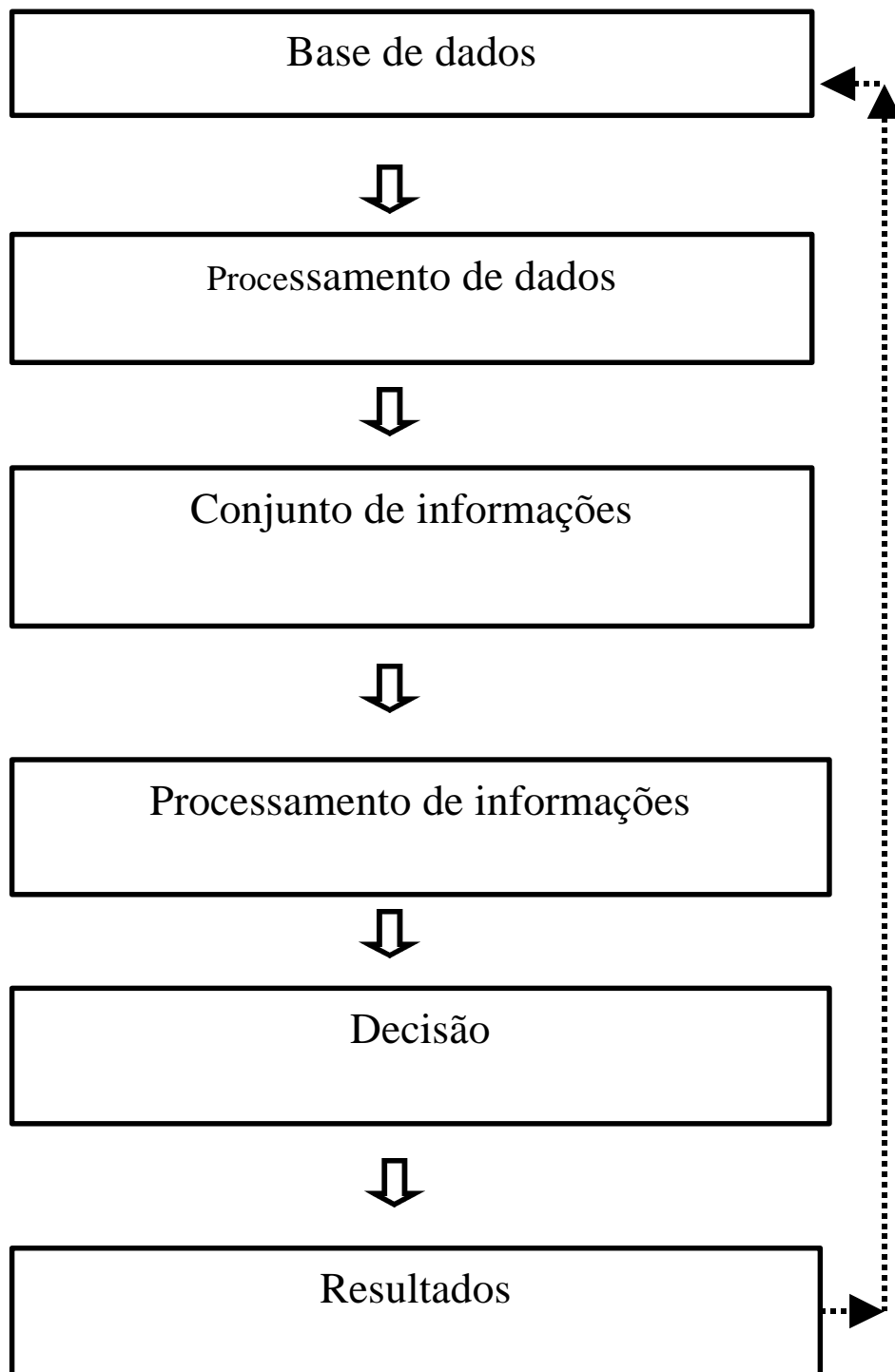


Figura 1.1: Macrofluxo do processo decisório

1.4 CONSTRUÇÃO DE MODELOS DE DECISÃO

Um modelo é uma abstração. A eficácia do modelo depende do quanto ele se aproxima da realidade do problema abordado. Um modelo de decisão, é um processador de informações que leva a uma decisão. Existem vários tipos de modelos de decisão. Nos próximos capítulos apresentam-se alguns destes modelos.

O grau de complexidade com que se aborda o problema é função das conseqüências da decisão tomada. Neste sentido o esforço e o tipo de análise nos processos decisórios são função:

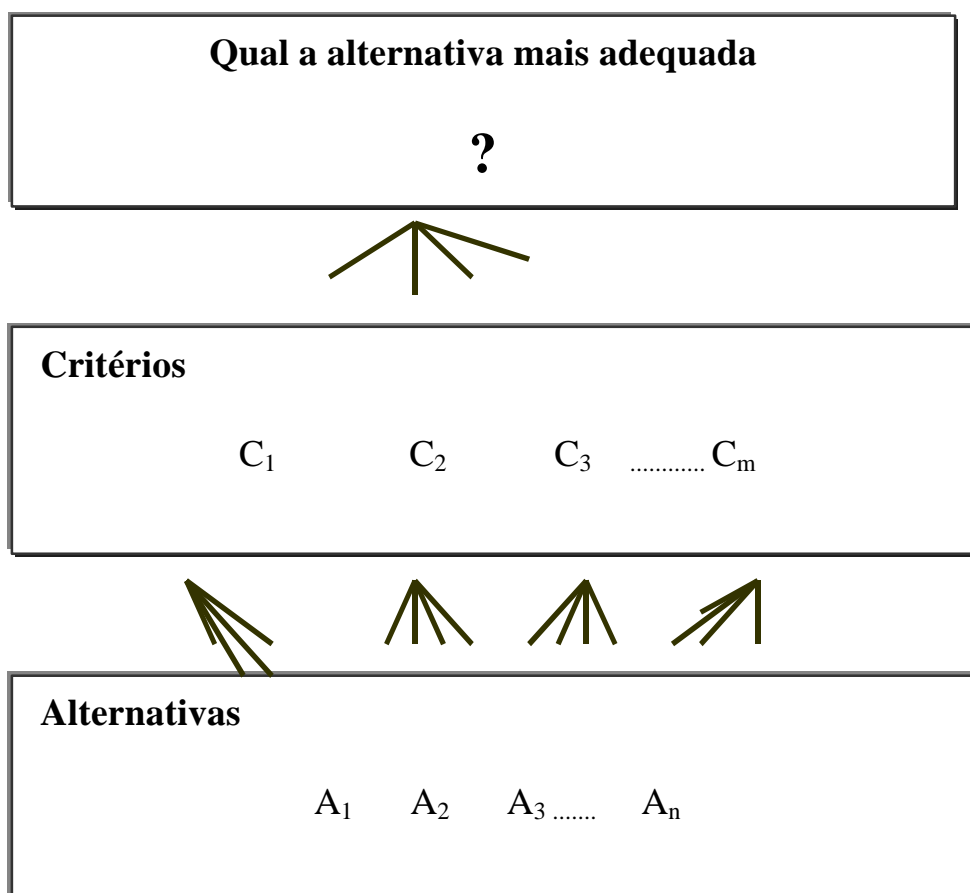
- Da relevância da decisão; e,
- De restrições associadas a tempo, dinheiro, disponibilidade de dados e complexidade do problema.

1.5 AUXÍLIO MULTICRITÉRIO À DECISÃO

Diversas disciplinas e metodologias têm sido desenvolvidas para a construção de modelos de decisão; tais como: árvores de decisão, teoria dos jogos e programação linear.

A mais recente vertente de desenvolvimento metodológico no contexto da tomada de decisão caracteriza-se por abordar a solução de problemas decisórios à luz de vários critérios.

Na literatura tais metodologias têm sido denominadas Auxílio Multicritério à Decisão (AMD), Multicriteria Decision Making (MCDM), Multicriteria Decision Aid (MCDA). A figura 1.2 busca ilustrar a filosofia da abordagem multicritério.



*Fig. 1.2 - Escolha da alternativa mais adequada:
abordagem multicritério.*

EXERCÍCIO: Defina os critérios e elabore uma hierarquia para a escolha de um carro que melhor atenda aos seus anseios.

A análise multicritério passa pelas seguintes etapas:

- Avaliação de desempenho das alternativas à luz dos critérios.
- Avaliação da importância dos critérios à luz do foco principal ou do objetivo geral.

OBSERVAÇÕES:

Uma das principais e das mais atraentes características das metodologias de AMD, é que as mesmas reconhecem a subjetividade como inerente aos problemas de decisão e utilizam julgamento de valor como forma de trata-la cientificamente. Esta propriedade é extremamente útil quando se tem dificuldade na obtenção de informações oriundas de dados probabilísticos.

Metodologias correlatas

Dentre outras teorias e metodologias que têm uma forte integração com o AMD, cita-se aqui:

- Teoria dos Conjuntos Nebulosos (*Fuzzy Sets*);
- Lógica Nebulosa (*Fuzzy Logic*);
- Redes de Neurônios Artificiais (*Neural Network*)
- A teoria dos Conjuntos Aproximativos (*Rough Sets Theory*).

Principais metodologias de análise multicritério

Dentre as mais conhecidas metodologias caracterizadas na literatura como pertencentes a disciplina AMD, citam-se:

- Método de Análise Hierárquica (Analytic Hierarchic Process, AHP);

- Os Métodos da Família ELECTRE (ELimination Et Choice TRadusàint la rEalité);
- O método PROMETHEE; e,
- O Método Macbeth.

O presente texto é dedicado à apresentação e explanação do *AHP*. Sendo assim, a partir deste ponto o leitor será conduzido a um aprofundamento nos conceitos do AHP.

1.6 PRINCÍPIOS DO MÉTODO DE ANÁLISE HIERÁRQUICA

No presente texto, apresentam-se os fundamentos centrais do Método de Análise Hierárquica (*Analytic Hierarchic Process, AHP*), proposto por Saaty no início dos anos 70. O AHP pode ser classificado como um dos mais conhecidos e utilizados métodos de AMD.

O AHP, objetiva a seleção/escolha de alternativas, em um processo que considere diferentes critérios de

avaliação. Este método está baseado em três princípios do pensamento analítico:

Construção de hierarquias: No AHP o problema é estruturado em níveis hierárquicos, como forma de buscar uma melhor compreensão e avaliação do mesmo. A construção de hierarquias é uma etapa fundamental do processo de raciocínio humano. No exercício desta atividade identificam-se os elementos-chave para a tomada de decisão, agrupando-os em conjuntos afins, os quais são alocados em camadas específicas.

Definição de prioridades: O ajuste das prioridades no AHP fundamenta-se na habilidade do ser humano de perceber o relacionamento entre objetos e situações observadas, comparando pares à luz de um determinado foco ou critério (julgamentos paritários).

Consistência lógica: No AHP, é possível avaliar o modelo de priorização construído quanto a sua consistência.

1.7 ETAPAS DO AHP

Na construção e utilização de um modelo de estabelecimento de prioridades fundamentado no uso de AHP, são desenvolvidas as seguintes etapas:

- Construção de hierarquia, identificando: foco principal; critérios; subcritérios (quando houverem); e, alternativas. Estes elementos formam a estrutura da hierarquia;
- Aquisição de dados ou coleta de julgamentos de valor emitidos por especialistas;
- Síntese dos dados obtidos dos julgamentos, calculando-se a prioridade de cada alternativa em relação ao foco principal; e,
- Análise da consistência do julgamento, identificando o quanto o sistema de classificação utilizado é consistente na classificação das alternativas viáveis. Vale registrar que o sistema é composto pela hierarquia, pelos métodos de

aquisição dos julgamentos de valor e pelos avaliadores.

Uma vez que foi introduzida e contextualizada a análise multicritério e informado as etapas principais do AHP, passa-se a descrição das etapas de utilização do mesmo. Sendo assim, no próximo capítulo discute-se a criação de hierarquias.

<i>QUESTÕES PARA REFLEXÃO:</i>

- a) Qual a principal diferença entre os métodos probabilísticos tradicionais e os métodos de AMD.
- b) Em que situações esta diferença pode se transformar em uma vantagem para o AMD.
- c) Imagine que você é um recém graduado em uma Universidade Brasileira. Para esta situação:
 - Identifique as alternativas possíveis para o desempenho de suas atividades.
 - Defina os critérios que você utilizaria, de forma a obter a decisão mais adequada neste contexto.

d) Imagine que você deseja abrir uma conta corrente em uma agência bancária de sua cidade. Para esta situação:

- Identifique as alternativas possíveis que você possui.
- Defina os critérios que você utilizaria, de forma a obter a decisão mais adequada.



CAPÍTULO II

CONSTRUÇÃO DE HIERARQUIAS

Chaves deste capítulo

Elementos de uma hierarquia no AHP

Etapas do AHP

Níveis ou camadas de critérios

Exemplos de Hierarquia

Não existem regras rígidas para a construção de hierarquias. Assim sendo, o espírito central deste capítulo é apresentar algumas diretrizes e exemplos para que o leitor possa construir a sua própria concepção sobre a estruturação e construção de modelos de decisão em hierarquias.

2.1 ELEMENTOS DE UMA HIERARQUIA NO AHP

Os elementos chaves de uma hierarquia para o tratamento de problemas de decisão são os seguintes:

Foco principal: É o objetivo global. Por exemplo: compra de um automóvel, escolha de uma moradia, escolha de um colégio para os filhos, escolha de uma estratégia militar ou escolha de uma alternativa de investimento.

Conjunto de alternativas viáveis: Para se tomar uma decisão é necessário existir a possibilidade de decisão ou de escolha. Ou seja: no AHP, assim como em todas as demais metodologias de tratamento do processo

decisório, é necessário identificar o conjunto de alternativas viáveis para a tomada de decisão.

Conjunto de critérios: É o conjunto de propriedades, atributos, quesitos ou pontos de vista à luz do qual deve-se avaliar o desempenho das alternativas. Conforme reportado em Chankong e Haimes (1983), este conjunto deve ser:

- **Completo:** todas as propriedades relevantes à solução do problema devem estar "cobertas" pelo mesmo;
- **Mínimo:** não devem ocorrer redundâncias (ou "superposições").
- **Operacional:** para que possa ser compreendido e utilizado pelo decisor quanto pelos avaliadores.

2.2 ETAPAS DO AHP

Neste tópico apresentam-se as etapas para a resolução de problemas pelo emprego do AHP.

2.2.1 Definição do foco principal

O ponto de partida da modelagem de um problema decisório é estabelecer qual é o foco principal. Ou seja: definir o objetivo central. Apesar de parecer óbvio, a definição clara deste elemento é de fundamental importância para a obtenção de uma modelagem eficaz e eficiente. Alguns exemplos são apresentados a seguir:

<i>EXEMPLO</i>

- a) Aquisição de um carro popular "zero". *{foco mal definido: pouca clareza}*
- b) Aquisição de um carro popular "zero", que será submetido as seguintes condições:
 - Circular aproximadamente 60 Km/dia no meio urbano, em vias asfaltadas de uma cidade com temperatura média no verão da ordem de 29 ° C e que tem trânsito intenso.
 - Atender, também, ao lazer de uma família (composta por 02 adultos e duas crianças)

- De forma rotineira, a cada 15 dias, este veículo será utilizado para o deslocamento da família até um sítio que fica aproximadamente 100 Km da cidade (sendo 10 km em estrada de "terra batida").
- A cidade fica a 5 Km do mar (portanto há grande influência de corrosão devido à proximidade do mar).
- O comprador dispõe de R\$15.000,00 para adquirir o carro.

2.2.2 Identificação das alternativas viáveis

A segunda etapa é estabelecer o conjunto de alternativas viáveis $\underline{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$. Ou seja: dado um grupo de "condições de contorno" ou quesitos mínimos, estabelecer um grupo de alternativas que satisfaçam a tais condições ou quesitos:

No problema de escolha de um automóvel: Fazem parte de \underline{A} apenas aqueles automóveis que estejam disponíveis no mercado, a um preço acessível ao decisor.

No problema de escolha de um imóvel para aquisição.

Analogamente ao ocorrido no exemplo anterior, fazem parte de A apenas aqueles imóveis que estejam disponíveis no mercado, a um preço acessível ao decisor.

2.2.3 Identificação do conjunto de critérios

Nesta etapa estabelece-se o conjunto de critérios a serem considerados na modelagem do problema, de tal forma que a modelo se aproxime o máximo possível da realidade, com níveis mínimos de abstração. Por exemplo:

No problema de escolha de um automóvel. Conforme descrito no capítulo anterior, um decisor poderia considerar os seguintes critérios na resolução deste problema: custo de aquisição (\$A); custo de manutenção (\$M); conforto (CF) ; Prestígio (PS) e desempenho (DE).

No problema de escolha de uma cidade para implantação de um pólo industrial: Na resolução deste problema poderiam ser utilizados os seguintes critérios: disponibilidade de energia (EN); sistema de transporte (PS); impacto social (IS); impacto econômico (IE), disponibilidade de mão-de-obra (RH) e impacto ambiental (IA).

OBSERVAÇÕES:

Estas duas primeiras etapas são comuns à maioria dos processos de tomada de decisão e independem do método utilizado na solução do mesmo. Isto é: não são exclusivas do AHP.

2.2.4 Estruturação da hierarquia

Nesta etapa elabora-se o desenho da hierarquia, que busca ilustrar como os elementos integrantes da

mesma se relacionam. A seguir apresentam-se dois exemplos de hierarquias:

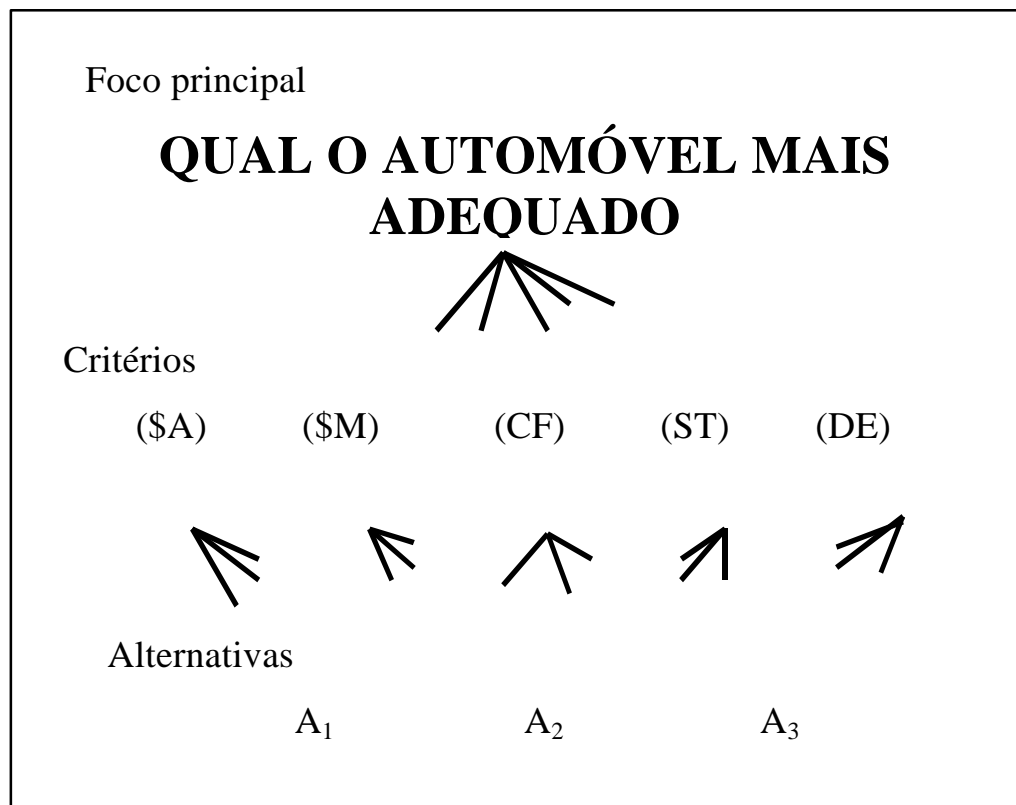


Fig. 2.1 - Hierarquia para escolha de automóvel:
abordagem multicritério.

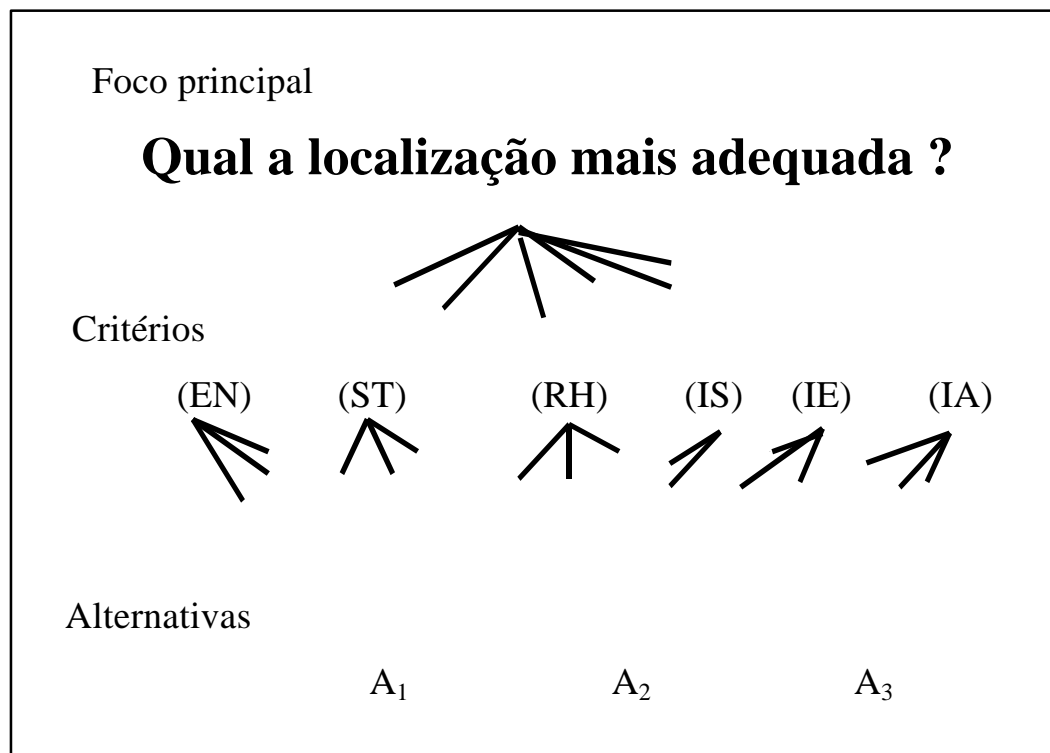


Fig. 2.2 - Hierarquia para escolha de localização:
abordagem multicritério.

2.3 NÍVEIS OU CAMADAS DE CRITÉRIOS

As hierarquias ilustradas nas Figuras 2.1 e 2.2 apresentam apenas uma camada ou nível de critérios. Dependendo do grau de complexidade da situação de decisão, podem ser utilizadas mais do que uma camada de critérios. Estas camadas são geradas a partir da estruturação dos critérios em subcritérios.

O Quadro 2.1 apresenta este tipo de estruturação para o *problema de escolha de um automóvel*.

A introdução de subcritérios na hierarquia é uma das ações recomendadas, quando houver dificuldade do avaliador julgar o desempenho das alternativas à luz de um determinado critério.

A figura 2.3 busca ilustrar a diagramação para a hierarquia oriunda dos dados apresentados no Quadro 2.1. Como pode ser observado, esta hierarquia apresenta critérios e subcritérios.

QUADRO 2.1: ESTRUTURA COM SUBCRITÉRIOS PARA A ESCOLHA DE UM AUTOMÓVEL.

Foco Principal	CrITÉrios	SubcritÉrios	Alter-nativas
Aquisição de um automóvel	Custo de aquisição (\$A)	-Preço (\$P) -Forma de Pagamento (Fp)	A ₁ , A ₂ e A ₃
	Custo de manutenção (\$M)	- Serviços (Sv) - Peças (Pç)	
	Conforto (Cf)	- Dirigibilidade (Dg) - Espaço interno (Ei)	
	PrestÍgio (PS)	-----	
	Desempenho (Ds)	-Torque (Tq) - Potência (Pt) - Velocidade (Ve)	

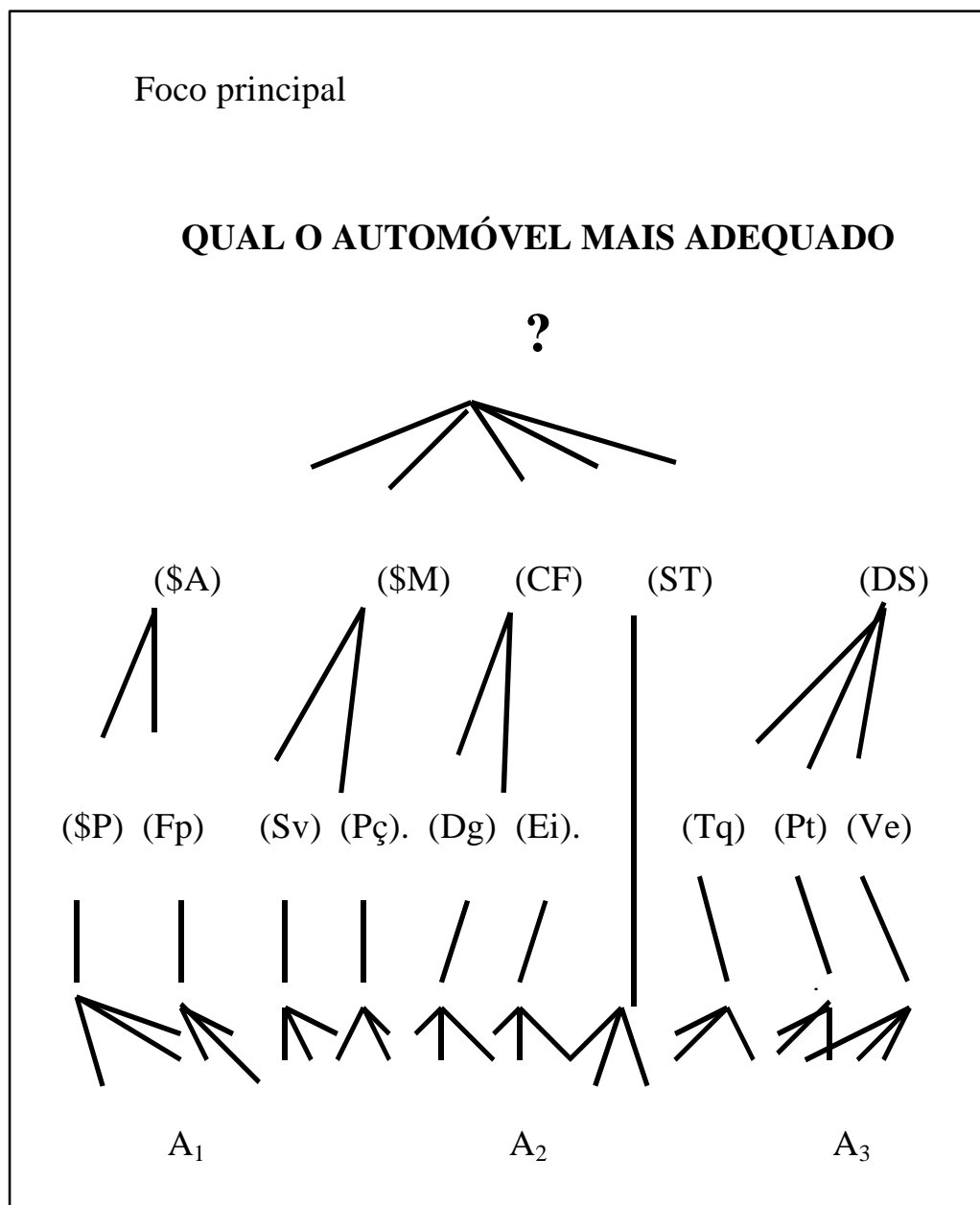


Fig. 2.3 - Escolha de automóvel: hierarquia com duas camadas de critérios.

<i>QUESTÕES PARA REFLEXÃO:</i>

Elabore uma hierarquia para:

- Escolha de uma localidade para se construir uma casa de veraneio.
- Escolha de um sistema computacional pessoal.
- Escolha de um sistema computacional para a sua empresa.
- Escolha de uma portifolio de ações para investimento.
- Definição de uma política de melhoria da satisfação dos seus clientes.



CAPÍTULO III

JULGAMENTOS DE VALOR

Chaves deste capítulo

O que Julgar ?

Como Julgar ?

Quem deve Julgar?

Este capítulo aborda a etapa de julgamentos valor no âmbito do AHP. Este capítulo busca apresentar a

resposta para três perguntas centrais: *O que* julgar?
Como julgar? *Quem* deve julgar.

3.1 O QUE JULGAR ?

No âmbito do AHP, o avaliador compara par a par (ou paritariamente) os elementos de uma camada ou nível da hierarquia à luz de cada um dos elementos em conexão em uma camada superior da hierarquia.

EXEMPLO:

Seja a hierarquia ilustrada na Figura 2.3 do capítulo anterior: "Escolha de automóvel: hierarquia com duas camadas de critérios". Para esta hierarquia, devem ser comparados paritariamente o desempenho de A_1 , A_2 e A_3 à luz de cada um dos elementos de camadas superiores da hierarquia, que estejam diretamente conectados as alternativas. Ou seja; comparam-se:

- O desempenho de A_1 ao desempenho de A_2 , à luz de:

Preço (\$P).	Dirigibilidade	Potência (Pt).
Forma de Pagamento (Dg).		Velocidade
(Fp).	Espaço interno (Ve).	
Serviços (Sv).	(Ei).	Prestígio (PS)
Peças (Pç).	Torque (Tq).	

- O desempenho de A_1 ao desempenho de A_3 , à luz de:

Preço (\$P).	Dirigibilidade	Potência (Pt).
Forma de Pagamento (Dg).		Velocidade
(Fp).	Espaço interno (Ve).	
Serviços (Sv).	(Ei).	Prestígio (PS)
Peças (Pç).	Torque (Tq).	

- O desempenho de A_2 ao desempenho de A_3 , à luz de:

Preço (\$P).	Dirigibilidade	Potência (Pt).
Forma de Pagamento (Dg).		Velocidade
(Fp).	Espaço interno (Ve).	
Serviços (Sv).	(Ei).	Prestígio (PS)
Peças (Pç).	Torque (Tq).	

- A importância dos subcritérios também é comparada à luz de cada um dos critérios ligados aos mesmos. Ou seja; comparam-se as importâncias relativas entre:
 - Preço (\$P) e Forma de Pagamento (Fp) à luz de Custo de Aquisição (\$A).
 - Serviços (Sv) e Peças (Pç) à luz de Custo de Manutenção (\$M).
 - Dirigibilidade (Dg) e Espaço interno (Ei) à luz de Conforto (CF).
 - Torque (Tq) e Potência (Pt) à luz de Desempenho (Ds).

- Torque (T_q) e Velocidade (V_e) à luz de Desempenho (D_s).
- Potência (P_t) e Velocidade (V_e) à luz de Desempenho (D_s).
- Finalmente, compara-se a importância dos critérios à luz do foco principal. Ou seja; comparam-se paritariamente as importâncias relativas entre:
 - Custo de Aquisição ($\$A$) e Custo de Manutenção ($\$M$).
 - Custo de Aquisição ($\$A$) e Conforto (CF).
 - Custo de Aquisição ($\$A$) e Prestígio (PS).
 - Custo de Aquisição ($\$A$) e Desempenho (D_s).
 - Custo de Manutenção ($\$M$) e Conforto (CF).
 - Custo de Manutenção ($\$M$) e Prestígio (PS).
 - Custo de Manutenção ($\$M$) e Desempenho (DS).
 - Conforto (CF) e Prestígio (PS).
 - Conforto (CF) e Desempenho (DE).

- Desempenho (DE) e Prestígio (PS).

3.2 COMO JULGAR? (ESCALA DE JULGAMENTOS)

Uma vez definido *o que julgar*, é necessário estabelecer o processo de julgamento ou *como julgar*. Saaty (2000), apresenta uma escala específica para a “padronização” das emissões de julgamentos de valor pelos avaliadores. Assim, no AHP busca-se captar (**o que é bem diferente de eliminar !!**) a subjetividade inerente a utilização de variáveis qualitativas. O Quadro 3.1 apresentado a seguir ilustra esta escala, que possibilita ao avaliador emitir os seus julgamentos de uma forma bastante simplificada, utilizando uma linguagem natural. Por exemplo: .um avaliador pode julgar que à luz do critério conforto o carro A_1 tem um desempenho tão bom quanto o carro A_2 ; ou ainda, que à luz do foco principal, o critério conforto é moderadamente mais importante do que o critério torque.

QUADRO 3.1: ESCALA PARA JULGAMENTO DE VALORES

Escala Verbal

Igual preferência (importância)

Preferência (importância) moderada

Preferência (importância) forte

Preferência (importância) muito forte

Preferência (importância) extrema

3.2.1 Métodos de aquisição de dados

A coleta dos julgamentos paritários é uma das etapas fundamentais ao uso do AHP. Deve-se buscar desenvolver mecanismos simples e de fácil entendimento para que o avaliador possa se concentrar especificamente na emissão dos julgamentos.

A seguir apresenta-se, a título de sugestão, um exemplo de mecanismo de coleta de julgamentos, para o caso do emprego do AHP no problema da aquisição de um automóvel.

EXEMPLO:

Seja o problema da escolha do carro ilustrado na figura 2.1 do Capítulo 2. Naquele problema, o conjunto de alternativas é expresso por $A = (A_1, A_2, A_3)$. Nesta situação, dentre as etapas de julgamento necessárias, inclui-se a avaliação destas alternativas à luz do critério Prestígio (PS). A Fig. 3.1, apresentada a seguir, busca ilustrar um formulário desenvolvido para este fim.

A interpretação dos julgamentos apresentados neste formulário é descrita a seguir:

- À luz do critério \$A, o carro A_1 é fortemente preferível ao A_2 .
- À luz do critério \$M, o carro A_1 é moderadamente preferível ao A_2 .

Alternativas Critérios	___A₁___	Julgamento	___A₂___
Custo de Aquisição (\$A)	() preferência	() igual () moderada () forte () muito forte () absoluta	() preferência
Custo de Manutenção (\$M)	() preferência	() igual () moderada () forte () muito forte () absoluta	() preferência
Conforto (CF)	() preferência	() igual () moderada () forte () muito forte () absoluta	(X) preferência
Prestígio (PS)	(X) preferência	() igual () moderada (X) forte () muito forte () absoluta	() preferência
Desempenho (DE)	() preferência	(X) igual () moderada () forte () muito forte () absoluta	() preferência

Fig. 3.1 - Exemplo de formulário para julgamento de valor.[Adaptado de Moll(1998) e Moll e Costa (1999)]

- À luz do critério CF, o carro A_2 é moderadamente preferível ao A_1 .
- À luz do critério PS, o carro A_1 é fortemente preferível ao A_2 .
- À luz do critério DE, os carros A_1 e A_2 são igualmente preferíveis.

3.3 QUEM JULGA? (SELEÇÃO DOS AVALIADORES)

Os avaliadores são os indivíduos (ou grupo de indivíduos) responsáveis pela análise de desempenho (ou do grau de importância) dos elementos de uma camada ou nível da hierarquia em relação àqueles, aos quais estão conectados na camada superior da mesma.

Conforme reportado em Azevedo e Costa (2001), dentre outros fatores, a eficácia dos resultados está associada à competência dos avaliadores em emitir os julgamentos de valor. Assim, deve-se utilizar, em cada etapa de julgamento do AHP, avaliadores que tenham um alto conhecimento sobre o tópico em julgamento.

EXEMPLOS:

a) No caso de avaliação do impacto gerado por um determinado empreendimento urbano em uma comunidade, dever-se-ia utilizar julgamentos de economistas, sociólogos, ambientalistas, planejadores urbanos, engenheiros e arquitetos, dentre outros especialistas.

b) No caso de uma hierarquia elaborada para a escolha da variedade de cana-de-açúcar mais adequada para plantio, os avaliadores(es) deve(m) ser especialistas em agronomia, ou indivíduos com um histórico de atuação no contexto do problema (gerentes agrícolas de usinas de açúcar, agricultores, ...).

QUESTÕES PARA REFLEXÃO:

- a) O que são os "avaliadores" no contexto do AHP.
- b) Elabore uma hierarquia para escolha de um sistema computacional para seu uso pessoal. Para esta questão:

Especifique o(s) perfil(is) do(s) avaliador(es) que voce empregaria para a obtenção dos julgamentos.

Elabore formulários para a obtenção destes julgamentos.

c) Idem para os seguintes problemas:

- Escolha de um sistema computacional para a sua empresa.
- Escolha de uma carteira de ações para investimento.
- Priorização de uma política de melhoria de atendimento dos clientes de um banco de investimentos.
- Escolha de uma cidade para se passar as férias de verão.
- Priorização de alternativas para o desenvolvimento do seu município.
- Priorização de uma política para a melhoria de um sistema de ensino.
- Escolha de um equipamento de mecanização agrícola.
- Priorização de alternativas para melhoria da qualidade no atendimento hospitalar.
- Priorização de alternativas para o desenvolvimento científico e tecnológico do Brasil.
- Priorização de alternativas para a formação de profissionais mais qualificados na sua (do leitor) área de atuação.



CAPÍTULO IV

CÁLCULO DAS PRIORIDADES

Chaves deste capítulo

Etapas da priorização

Caracterização do problema exemplo

Julgamentos de valor

Quadros de julgamentos

Quadros normalizados

Prioridades médias locais (PML)

Prioridades Médias Globais (PG)

Exemplos de Hierarquia

Neste capítulo, apresentam-se os procedimentos matemáticos utilizados, no âmbito do AHP, para a associação de prioridade às alternativas.

4.1 ETAPAS DA PRIORIZAÇÃO

No AHP a priorização é feita em quatro etapas:

- Obtenção dos "Quadro de julgamentos";
- Obtenção dos "Quadro de julgamentos normalizados";
- Obtenção de prioridades médias locais; e,
- Obtenção de prioridades médias globais.

Nas próximas seções, estas etapas são descritas com o auxílio de um *problema-exemplo*, que é uma variação do problema "Escolha do automóvel".

4.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA EXEMPLO

Este problema será abordado considerando a hierarquia ilustrada na figura 4.1. Nesta hierarquia consideram-se três alternativas viáveis (A_1 , A_2 e A_3) e os seguintes critérios:

- Conforto (CF).
- Custo de aquisição (\$A)
- Custo de manutenção (\$M).
- Prestígio (PS).
- Preço de revenda (\$RV).

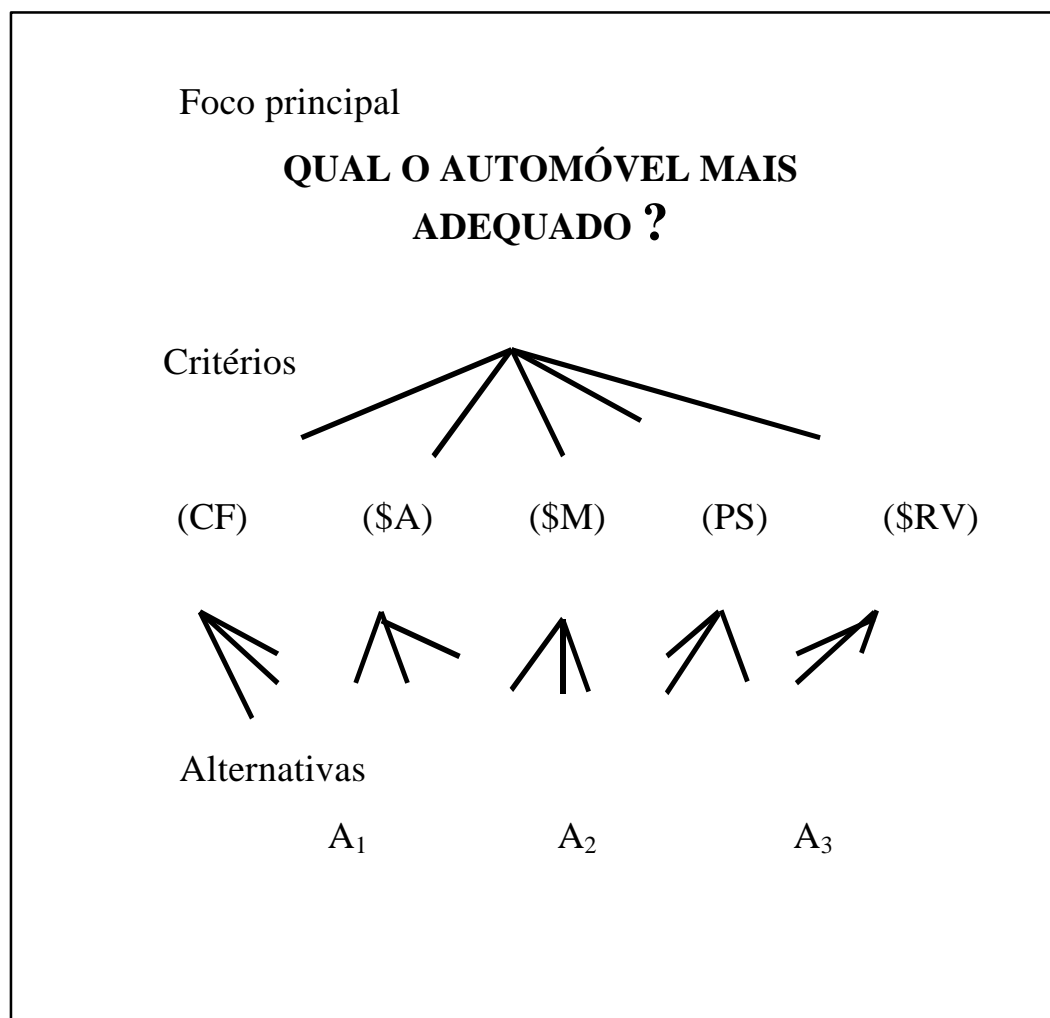


Fig. 4.1 - Escolha de automóvel mais adequado dentre três alternativas.

4.3 JULGAMENTOS DE VALOR

Suponha que os seguintes julgamentos foram emitidos pelos avaliadores:

- À Luz do critério Conforto (CF):
 - A_2 tenha um desempenho moderadamente superior ao da alternativa A_1 .
 - A_3 tenha um desempenho entre fortemente e muito fortemente superior ao da alternativa A_1 .
 - A_3 tenha um desempenho entre equivalente e moderadamente superior ao da alternativa A_2 .

- À Luz do critério Custo de aquisição (\$A):
 - A_2 tenha um desempenho entre indiferente e moderadamente superior ao das alternativas A_1 e A_3 .
 - A_3 tenha um desempenho entre indiferente e moderadamente superior a A_1 .

- À Luz do critério *Prestígio* (PS):
 - A_1 e A_2 tenham desempenhos equivalentes.
 - A_1 tenha um desempenho entre equivalente e moderadamente superior ao da alternativa A_3 .

- A_3 tenha um desempenho equivalente ao de A_2 .

- À Luz do critério *Preço de Revenda (\$RV)*:

- A_1 tenha um desempenho entre equivalente e moderadamente superior ao da alternativa A_2

- A_1 tenha um desempenho entre moderadamente superior ao da alternativa A_3

- A_2 tenha um desempenho entre equivalente e moderadamente superior a A_3 .

- À Luz do critério *Custo de manutenção (\$M)*:

- A_1 tenha um desempenho fortemente superior ao da alternativa A_2 .

- A_1 tenha um desempenho moderadamente superior ao da alternativa A_3

- A_3 tenha um desempenho moderadamente superior ao de A_2 .

- À luz do Foco Principal:
 - O critério CF seja moderadamente mais importante do que o critério PS.
 - O critério \$A seja fortemente mais importante do que os critérios PS e CF.
 - O critério \$A seja moderadamente mais importante do que os critérios \$RV e \$M.
 - O critério \$RV seja moderadamente mais importante do que o critério PS; e, fortemente mais importante do que o critério CF.
 - O critério \$M seja moderadamente mais importante do que os critérios PS e CF.
 - O critério \$M seja tão importante quanto o critério \$RV.

4.4 QUADROS DE JULGAMENTOS

Os julgamentos obtidos, são convertidos para quadros de julgamentos com o auxílio da escala de conversão apresentada no Quadro 4.1.

QUADRO 4.1: ESCALA DE CONVERSÃO. [FONTE: SAATY (2000)]

Escala Verbal	Escala Numérica
Igual preferência (importância)	1
Preferência (importância) moderada	3
Preferência (importância) forte	5
Preferência (importância) muito forte	7
Preferência (importância) absoluta	9

2,4,6 e 8 são associados à julgamentos intermediários.

Em seguida apresenta-se os quadros de julgamentos para o *problema exemplo*. Estes quadros foram obtidos a partir dos julgamentos apresentados na seção anterior. Observa-se que os valores apresentados nestes Quadros se comportam como elementos de matrizes recíprocas. Ou seja: se A_2 é moderadamente preferível (valor igual a 3) a A_1 à luz do critério CF, então A_1 é moderadamente preferida (valor igual a $1/3$) em relação a A_2 à luz de CF. Este tipo de comportamento (reciprocidade) está presente em todos os quadros de julgamento de valor do AHP.

QUADRO 4.2: DESEMPENHO DAS ALTERNATIVAS À LUZ DO CRITÉRIO *CONFORTO* (CF).

Conforto (CF)	A ₁	A ₂	A ₃
A1	1	1/3	1/6
A2	3	1	1/2
A3	6	2	1

QUADRO 4.3: DESEMPENHO DAS ALTERNATIVAS À LUZ DO CRITÉRIO *CUSTO DE AQUISIÇÃO* (\$A).

Custo de Aquisição (\$A)	A ₁	A ₂	A ₃
A1	1	1/2	1/2
A2	2	1	2
A3	2	1/2	1

QUADRO 4.4: DESEMPENHO DAS ALTERNATIVAS À LUZ DO CRITÉRIO PARA CRITÉRIO *PRESTÍGIO* (PS).

Prestígio (PS)	A ₁	A ₂	A ₃
A1	1	1	2
A2	1	1	1
A3	1/2	1	1

QUADRO 4.5: DESEMPENHO DAS ALTERNATIVAS À LUZ DO CRITÉRIO *PREÇO DE REVENDA* (\$RV).

Preço de revenda (\$RV)	A ₁	A ₂	A ₃
A1	1	2	3
A2	1/2	1	2
A3	1/3	1/2	1

QUADRO 4.6: DESEMPENHO DAS ALTERNATIVAS À LUZ DO CRITÉRIO *CUSTO DE MANUTENÇÃO* (\$M).

Custo de manutenção (\$M)	A ₁	A ₂	A ₃
A ₁	1	5	3
A ₂	1/5	1	1/3
A ₃	1/3	3	1

QUADRO 4.7: IMPORTÂNCIA DOS CRITÉRIOS À LUZ *FOCO PRINCIPAL (FP)*.

Foco Principal (FP)	CF	\$A	PS	\$RV	\$M
CF	1	1/5	3	1/5	1/3
\$A	5	1	5	3	3
PS	1/3	1/5	1	1/3	1/3
\$RV	5	1/3	3	1	1
\$M	3	1/3	3	1	1

4.5 QUADROS NORMALIZADOS

Na obtenção dos *quadros normalizados* realizam-se as seguintes etapas, para cada um dos *nós de julgamento* da hierarquia:

(i) Cálculo do somatório dos elementos de cada coluna do quadro de julgamentos. Por exemplo: com a aplicação deste procedimento ao quadro de julgamentos 4.2, obtem-se:

QUADRO 4.8: QUADRO AUXILIAR 1

Conforto	A1	A2	A3
(CF)			
A1	1	1/3	1/6
A2	3	1	1/2
A3	6	2	1
SOMA	1+3+6=10	1/3+1+2=10/3	1/6+1/2+1=10/6

ii) Divisão de todos os elementos de cada coluna do quadro de julgamentos, pelo somatório referente a coluna

(calculado no passo anterior). Por exemplo: com a aplicação deste procedimento ao quadro auxiliar 4.8, obtem-se:

QUADRO 4.9: QUADRO AUXILIAR 2

Conforto (CF)	A1	A2	A3
A1	1/10	$(1/3)/(10/3)$	$(1/6)/(10/6)$
A2	3/10	$(1)/(10/3)$	$(1/2)/(10/6)$
A3	6/10	$(2)/(10/3)$	$(1)/(10/6)$

Assim, para este exemplo em particular, o quadro normalizado é expresso por:

QUADRO 4.9: QUADRO NORMALIZADO PARA O CRITÉRIO CF

Conforto (CF)	A1	A2	A3
A1	0,1	0,1	0,1
A2	0,3	0,3	0,3
A3	0,6	0,6	0,6

OBSERVAÇÕES:

Neste quadro em particular, todas as três colunas são iguais. Isto ocorre devido ao fato dela ser oriunda de julgamentos consistentes. A definição de julgamento consistente será apresentada em uma etapa adiante do presente texto.

4.6 PRIORIDADES MÉDIAS LOCAIS

As prioridades médias locais (PML) são obtidas para cada um dos nós de julgamentos ou quadros normalizados. As PML são as médias das colunas dos quadros normalizados. Por exemplo: a aplicação deste procedimento ao nó de julgamento Conforto (CF), com base no quadro de julgamentos 4.9, obtem-se:

QUADRO 4.15: QUADRO AUXILIAR 3

Conforto (CF)	A1	A2	A3	PML_{CF}
A1	0,1	0,1	0,1	$(0,1 + 0,1 + 0,1)/3 = 0,1$
A2	0,3	0,3	0,3	$(0,3 + 0,3 + 0,3)/3 = 0,3$
A3	0,6	0,6	0,6	$(0,6 + 0,6 + 0,6)/3 = 0,6$

Ou seja:

$\underline{\text{PML}}_{\text{CF}} = (0,1; 0,3; 0,6) \leq$ Prioridade média local para as alternativas à luz do critério Conforto.

Isto significa que, à luz do critério Conforto, a alternativa:

- A_1 tem prioridade igual a 0,1.
- A_2 tem prioridade igual a 0,3.
- A_3 tem prioridade igual a 0,6.

Aplicando procedimento análogo, com os demais quadros de julgamentos normalizados obtém-se as

demais prioridades locais (PML). A seguir apresenta-se as PML's para o *problema exemplo*. O cálculo destas PML's fica como exercício para o leitor.

$\underline{PML}_{\$A} = (0,49; 0,31; 0,20) \leq$ Prioridade média local para as alternativas à luz do critério Custo de Aquisição.

$\underline{PML}_{PS} = (0,41; 0,33; 0,26) \leq$ Prioridade média local para as alternativas à luz do critério Prestígio.

$\underline{PML}_{\$RV} = (0,54; 0,30; 0,16) \leq$ Prioridade média local para as alternativas à luz do critério Preço de Revenda.

$\underline{PML}_{\$M} = (0,64; 0,10; 0,26) \leq$ Prioridade média local para as alternativas à luz do critério Custo de Manutenção.

$\underline{PML}_{FP} = (0,09; 0,45; 0,06; 0,22; 0,18) \leq$ Prioridade média local para a importância dos critérios à luz do Foco Principal.

4.7 PRIORIDADES MÉDIAS GLOBAIS (PG)

A forma de cálculo dos vetores de prioridades locais (PML's) foi apresentada na seção anterior. Estes vetores identificam as prioridades em cada nó de julgamento.

No entanto, o que se deseja é identificar um vetor de prioridades global (PG), que armazene a prioridade associada a cada alternativa em relação ao foco principal ou objetivo global. Para calcular o PG é necessário combinar os PML's, no vetor de prioridades global (PG).

EXEMPLO

Sejam os valores associados aos PML's obtidos da seção anterior para o problema exemplo. A figura 4.2 ilustra a hierarquia do problema exemplo acrescida dos valores associados aos vetores de prioridades.

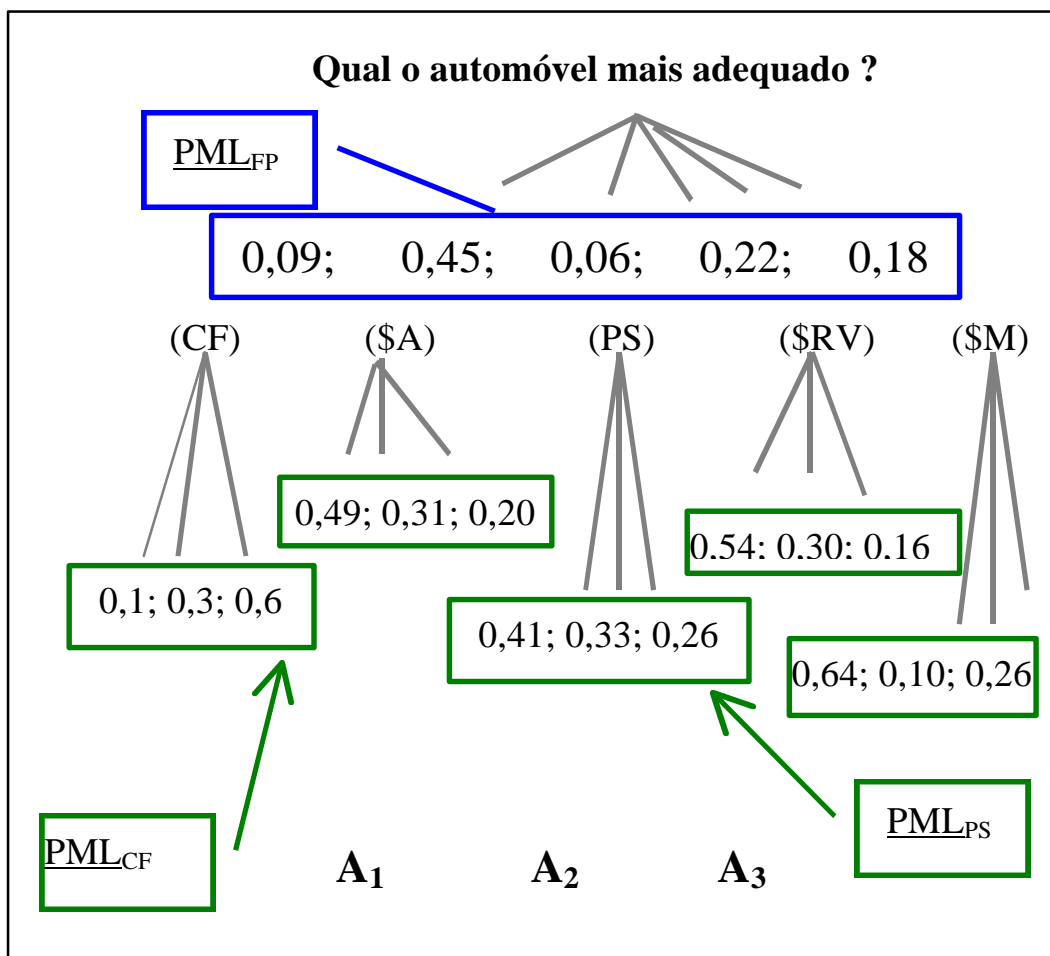
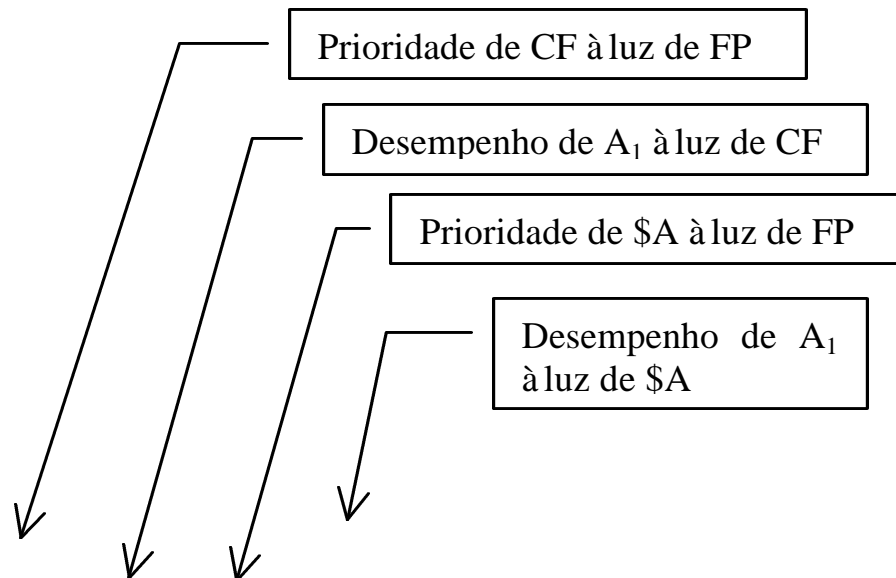


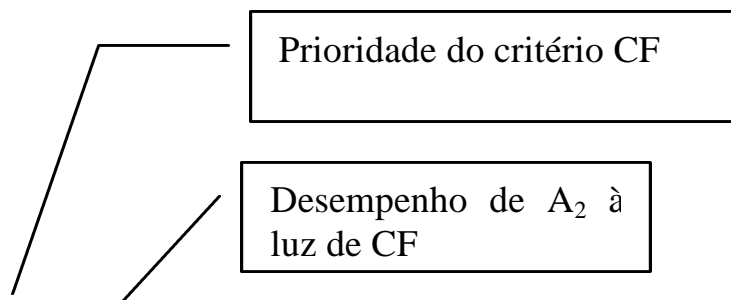
Fig. 4.2 - Prioridades para o problema exemplo.

Para o problema exemplo, os resultados parciais conduzem ao seguinte vetor de prioridades global:

$\underline{PG} = (PG_{A1}; PG_{A1}; PG_{A3})$ onde:



$$PG_{A1} = (0,09 \times 0,10 + 0,45 \times 0,49 + 0,06 \times 0,41 + 0,22 \times 0,54 + 0,18 \times 0,64) = \mathbf{0,46}$$



$$PG_{A2} = (0,09 \times 0,30 + 0,45 \times 0,31 + 0,06 \times 0,33 + 0,22 \times 0,30 + 0,18 \times 0,10) = \mathbf{0,28}$$

$$PG_{A3} = (0,09 \times 0,60 + 0,45 \times 0,20 + 0,06 \times 0,26 + 0,22 \times 0,16 + 0,18 \times 0,26) = \mathbf{0,26}$$

$$\underline{PG} = (0,46; 0,28; 0,26)$$

Os elementos de \underline{PG} armazenam os desempenhos (prioridades) das alternativas à luz do *Foco Principal*. Ou seja:

- 0,46 é a prioridade da alternativa A_1 à luz do *Foco Principal*.
- 0,28 é a prioridade da alternativa A_2 à luz do *Foco Principal*.
- 0,26 é a prioridade da alternativa A_3 à luz do *Foco Principal*.

Assim, observa-se que para o *problema exemplo* : "*Escolha de um automóvel*" , a alternativa atende melhor as necessidades do decisor é a alternativa A_1 . A segunda na preferência do mesmo seria a alternativa A_2 . e a terceira seria a alternativa A_3 .

QUESTÕES PARA REFLEXÃO:

Seja a hierarquia para escolha de um sistema computacional para uso pessoal que vc. construiu no capítulo 3 (seção: questões para reflexão).

a) Calcule os PML's.

b) Calcule o PG.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA

Mesmo quando os julgamentos paritários estão fundamentados na experiência e conhecimento de profissionais, inconsistências podem ocorrer - principalmente quando existir um grande número de julgamentos. Neste tópico apresenta-se uma breve discussão no âmbito deste tema, apresentando uma técnica reportada em Saaty (2000), para a avaliação da consistência no julgamento de valores.

5.1 JULGAMENTO CONSISTENTE

Seja o exemplo de um avaliador que julga três diferentes alternativas A, B e C à luz de um critério genérico D. Suponha que sob a ótica do critério D, este avaliador tenha considerado que:

- A seja moderadamente superior à B. O que gera uma nota 03 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{AB} = 3$).
- B seja moderadamente superior à C. O que gera uma nota 03 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{BC} = 3$).
- A seja absolutamente superior à C. O que gera uma nota 09 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{AC} = 9$). Vale lembrar que este julgamento deve ser realizado sem que o avaliador seja influenciado pelos julgamentos entre A e B ou entre B e C.

Nestes julgamentos, observa-se que $a_{AC} = a_{AB} \cdot a_{BC}$. Esta situação caracteriza julgamentos consistentes. A figura 5.1 ilustra um grafo que foi obtido a partir destes julgamentos.

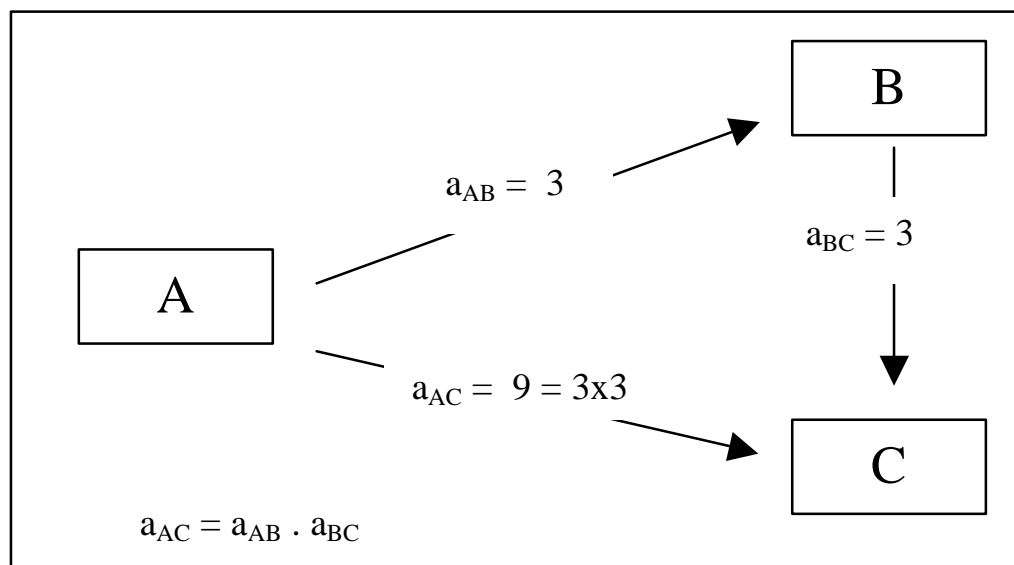


Figura 5.1 - Grafo de julgamentos consistentes.

5.2 JULGAMENTO INCONSISTENTE

Considere um outro exemplo: o de um avaliador que julga três diferentes alternativas A, B e C à luz de um critério genérico D, fornecendo as seguintes avaliações:

- A seja moderadamente superior à B. O que gera uma nota 03 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{AB} = 3$).
- B seja moderadamente superior à C. O que gera uma nota 03 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{BC} = 3$).

- A seja moderadamente superior à C. O que gera uma nota 05 com base na escala de Saaty (ou seja: $a_{AC} = 5$).

Vale lembrar que todos estes julgamentos podem ser realizados sem que o avaliador seja influenciado pelos julgamentos entre A e B ou entre B e C.

Nestes julgamentos, observa-se que $a_{AC} \neq a_{AB} \cdot a_{BC}$, Esta situação caracteriza julgamentos inconsistentes. A figura 5.2 ilustra um grafo foi obtido a partir destes julgamentos.

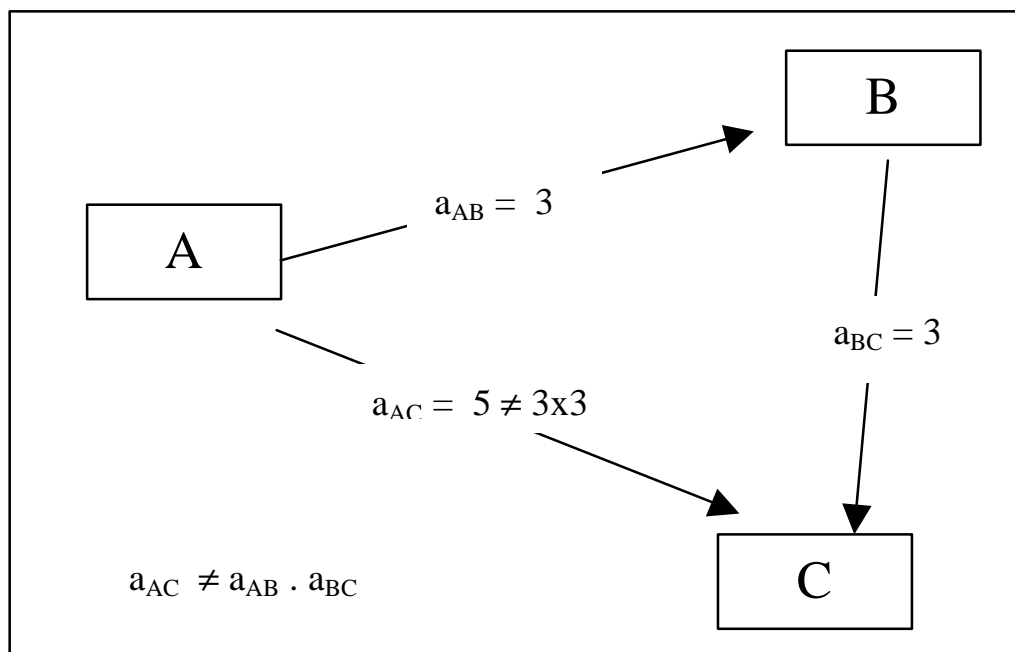


Figura 5.2 - Grafo de julgamentos inconsistentes.

5.3 AVALIANDO O GRAU DE INCONSISTÊNCIA

Conforme reportado em Saaty, uma matriz cujos elementos sejam não negativos e recíprocos e para os quais valha a propriedade da transitividade, apresenta seu maior autovalor com valor igual a ordem da matriz.

A matriz de julgamentos no AHP é, com certeza, uma matriz não negativa e recíproca. No entanto, a presença de inconsistência nos julgamentos paritários introduz intransitividade(s) nesta matriz.

Assim, uma forma de se mensurar a intensidade ou grau da inconsistência em uma matriz de julgamentos paritários é avaliar o quanto o maior auto-valor desta matriz se afasta da ordem da matriz. Saaty propõe a seguinte equação para o cálculo do Índice de Consistência (IC)¹.

$$IC = |(\lambda_{\text{máx}} - N)| / (N - 1) \quad [5.1]$$

Onde: N e λ_{\max} representam, respectivamente, a ordem e o maior autovalor da matriz de julgamentos paritários.

5.4 CÁLCULO DE λ_{\max}

O cálculo de autovalores envolve uma série de procedimentos e operações algébricas com matrizes. No entanto, para o caso particular das matrizes de julgamentos de valores, Saaty (2000) apresenta uma metodologia alternativa que permite o cálculo aproximado de λ_{\max} . A seguir, através de um exemplo, apresenta-se esta metodologia.

EXEMPLO: JULGAMENTO INCONSISTENTE

Sejam os julgamentos realizados no capítulo anterior no problema da escolha do automóvel mais adequado. Mais especificamente considere aqueles julgamentos em que se avaliou as alternativas à luz do

¹ O Índice de Consistência avalia o grau de inconsistência da matriz de julgamentos paritários.

critério Prestígio (PS), e que estão reproduzidos no Quadro 5.1 .

QUADRO 5.1: JULGAMENTOS PARITÁRIOS PARA CRITÉRIO *PRESTÍGIO*.

Prestígio (PS)	A ₁	A ₂	A ₃
A ₁	1	1	2
A ₂	1	1	1
A ₃	1/2	1	1

Conforme visto no Capítulo 4, estes julgamentos levam ao seguinte vetor de prioridades:

$$\underline{\mathbf{P}}_{\text{PS}} = (0,413 \ ; \ 0,327 \ ; \ 0,260)$$

Considere também uma matriz auxiliar $\underline{\mathbf{A}}''$, obtida pela multiplicação da 1^a. coluna do Quadro 5.1 pela prioridade de A₁, a 2^a. coluna de 5.1 pela prioridade de A₂ e a 3^a. pela prioridade A₃ te :

$$\underline{\mathbf{A}}'' = \begin{bmatrix} 1 \times 0,41 & 1 \times 0,327 & 2 \times 0,260 \\ 1 \times 0,41 & 1 \times 0,327 & 1 \times 0,260 \\ 1/2 \times 0,41 & 1 \times 0,327 & 1 \times 0,260 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{0,413} & 0,328 & 0,521 \\ 0,413 & \mathbf{0,328} & 0,261 \\ 0,206 & 0,328 & \mathbf{0,261} \end{bmatrix}$$

Considere também um vetor de prioridades auxiliar $\underline{\mathbf{P}}''$, obtido a partir da soma das linhas de $\underline{\underline{\mathbf{A}}}''$:

$$\underline{\mathbf{P}}''_{\text{PS}} = (1,261; 1,000; 0,795)$$

Dividem-se, então, os elementos deste vetor pelos respectivos elementos do vetor de prioridades. Obtendo-se:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{P}}_{\text{auxiliar}} &= (1,261/\mathbf{0,413}; 1/\mathbf{0,328}; 0,795/\mathbf{0,261}) \\ &= (3,068; 3,054; 3,044) \end{aligned}$$

λ_{max} é igual a soma dos elementos armazenados em $\underline{\mathbf{P}}_{\text{auxiliar}}$ dividida pela ordem da matriz. Para o exemplo teríamos:

$$\lambda_{\text{max}} = (3,068; 3,054; 3,044)/3 = 3,054$$

Assim, utilizando as equações [5.1] e [5.2] obtém-se o Índice de Consistência (IC) que avalia o quanto a matriz de julgamentos é *inconsistente*.

$$IC = |(\lambda_{\max} - N)|/(N-1) = |(3,054 - 3)|/(3-1) = 0,054/2 = 0,027.$$

A gravidade da ocorrência de inconsistência é reduzida com o aumento da ordem da matriz de julgamentos.

Saaty propôs o uso da Razão de Consistência (RC), que permite avaliar a inconsistência em função da ordem da matriz de julgamentos. Caso este valor seja maior do que 0,1, recomenda-se a revisão do modelo e/ou dos julgamentos. A razão de consistência é calculada por:

$$RC = IC / IR \quad [5.2]$$

Onde, *IR* é um índice consistência obtido para uma matriz recíproca, com elementos não-negativos e gerada de forma randômica. O Quadro 5.2 apresentado a

seguir, ilustra os resultados apresentados em Saaty para IR, em função da ordem da matriz randômica utilizada.

QUADRO 5.2 - ÍNDICES DE CONSISTÊNCIA RANDÔMICOS (IR).

Ordem da matriz	Valores de IR
2	0,00
3	0,58
4	0,90
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41
9	1,45

Segundo Saaty, a inconsistência é um fato inerente ao ser humano. Portanto, deve existir uma tolerância para a sua aceitação. Em seu trabalho, Saaty

propõe a aceitação de julgamentos que gerem uma inconsistência com $RC < 0,1$.

Aplicando equação 5.2 ao exemplo em questão , obtemos:

$$RC = IC/IR = 0,027/0,58 = \mathbf{0,046}.$$

Este valor é bem menor do que 0,1 . Ou seja, está dentro dos padrões aceitos em Saaty ($RC \leq 0,1$).

CAPÍTULO VI

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O AHP é uma importante ferramenta de auxílio à decisão que possibilita o reconhecimento e tratamento da subjetividade inerente aos processos decisórios.

Na utilização desta ferramenta o problema de decisão é modelado pela construção de hierarquias, nas quais são considerados múltiplos critérios e subcritérios de decisão.

No AHP os resultados são apresentados sob a forma de prioridades. Isto permite que se possa avaliar o

quanto uma alternativa é superior a outra, de um ponto de vista global.

Também é possível estabelecer uma análise de consistência que permite avaliar o grau de consistência dos julgamentos. Esta é uma característica positiva e de extrema valia no tratamento de problemas de decisão- em especial daqueles que envolvam avaliações subjetivas.

Registra-se que o AHP é uma ferramenta de auxílio À decisão. Portanto, a qualidade dos resultados obtidos depende da qualidade da modelagem e das avaliações envolvidas.

Neste texto apresentou-se uma introdução ao AHP, buscando descrever o seu funcionamento de forma didática. Para uma incursão mais aprofundada aos fundamentos matemáticos deste método, sugere-se a leitura de Saaty (1989).

Finalmente, o autor espera ter atingido o seu objetivo inicial: desenvolver um texto introdutório ao AHP, em uma linguagem acessível ao tomador de decisão que deseja avaliar e resolver os problemas complexos - com os quais lida - de uma forma simples,

que considere a subjetividade e explore o bom senso e a experiência do tomador de decisão.



CAPÍTULO VII

FONTES DE REFERÊNCIA E CONSULTA

Neste capítulo apresentam-se as referências utilizadas durante o texto. Adicionalmente apresenta-se uma bibliografia e uma lista de endereços eletrônicos, associados Análise Multicritério.

7.1 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, M. C.; COSTA, H.G. ELECOMP: Metodologia Multicritério para a Avaliação da Competitividade. In: XXV ENANPAD (Encontro Nacional da Associação Nacional dos Programas de Pós- Graduação em Administração). Anais do .., Campinas, SP, Brasil: Associação Nacional dos Programas de Pós- Graduação em Administração -ANPAD, 2001 (CD- ROM).

CHANKONG, Y.; HAIMES, Y. : *Multiobjective Decision Making*. Amsterdam, Ed. North Holland, 1983.

COSTA, H.G.; MOLL, R.N Emprego do Método de Análise Hierárquica (AHP) na Seleção de Variedades para o plantio de Cana-de-Açúcar, *Gestão e Produção*, São Carlos, SP, Brasil: Ed. UFSCar, v. 6, n. 3, pp. 243-256, 1999.

MOLL, R.N. *Tratamento do processo decisório na seleção de variedades de cana-de-açúcar: uma abordagem multicritério*. Dissertação (Mestrado), Programa de Pós-

Graduação em Ciências de Engenharia (Engenharia de Produção), UENF , Campos dos Goitacazes, 1997.

RIBEIRO, A.C.; COSTA, H.G.; Emprego do Método de Análise Hierárquica (AHP) na distribuição de custos indiretos: uma proposta para a pequena e média empresa. In: XIX ENEGEP (Encontro Nacional de Engenharia de Produção), (V International Congress of Industrial Engineers). Anais do , Rio de Janeiro, RJ, Brasil: Associação Brasileira de Engenharia de Produção - ABEPRO, 1999 (CD-ROM).

SAATY, T.L., *Decision Making for Leaders* , Pittsburg, USA: R WS Publications, 2000.

SCHONER, B.S.; WEDLEY, C. W. Ambiguous Criteria Weights in AHP: Consequences and Solutions, *Decision Sciences*, v. 20, , pp. 462-475, 1989.

7.2 BIBLIOGRAFIA

BELTON, V.; GEAR, A.E. On a Short-coming of Saaty's Method of Analytic Hierarchies ; *Omega*, v. 11, n° 3, pp . 228-320, 1983.

BELTON, V. AND GEAR, A.E. The Legitimacy of Rank Reversal- A Comment ; *Omega*, v. 13, n° 3, pp. 375-388, 1985.

COSTA, H.G. *Seleção de Parâmetros para a Usinagem Mecânica: Uma Abordagem Multicritério*, Tese (Doutorado), Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 1994.

LOOTSMA, F .A. The French and American School in Multi-Criteria Decision Analysis ; *Operations Research*, v. 24, pp. 263-285, 1990.

LOOTSMA, F.A. *A Multiplicative Variant of the Analytic Hierarchy Process -revised version* ; The Netherlands:

Faculty of Technical Mathematicá, Delft University of Technology, Report 90-45, 24p, 1990.

LOOTSMA, F .A. Scale Sensitivity in the multiplicative AHP and SMART ; *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v. 2, pp. 87-110, 1993.

ROY, B. *Multicriteria methodology for decision aid*. Boston,USA: Kluwer Academic Publishers, 1996.

SAATY, T.L., *Método de Análise Hierárquica*, São Paulo SP, Brás; McGraw-Hill-Makron, 1991. (Versão ampliada e revisada por Wainer da Silveira e Silva , do orignial em inglês *The Analytic Hierarquic Process* , Pittsburg, USA: R WS Publications, 1980.)

SAATY, T.L. and Vargas, L.G. The Legitimacy of Rank Reversal, *Omega* v. 12 n° 5, 1984.

SAATY , T .L. Physics as a Decision Theory , *European Journal of Operation Research*, North-Holland, v. 48, pp 98- 104, 1990.

VARGAS, L. G.: An overview of the Analytic Hierarchy Process and its applications, *European Journal of Operations Research*, v.28, pp. 2-8, 1990.

7.3 ENDEREÇOS ELETRÔNICOS

Recomenda-se a página da *Expert Choice Inc.* (<http://www.expertchoice.com/>), que desenvolve e comercializa o programa *Expert Choice* – capaz de executar o AHP. Neste endereço também é possível encontrar informações sobre a literatura associada ao AHP.

Na página da *International Society on Multicriteria Decision Making* (<http://www.terry.uga.edu/mcdm/>) é possível acessar a *Newsletter* desta sociedade – acessando-se informações sobre livros, artigos em periódicos e o calendário internacional de eventos no âmbito do AMD. Ainda neste endereço, é possível acessar o diretório de nomes e endereços de pesquisadores atuantes em AMD.

Outras páginas que disponibilizam material para consulta em análise multicritério são:

- <http://www.dauphine.lamsade.fr>, mantido pelo Laboratório de Sistemas de Apoio à Decisão da Universidade Paris-Dauphine. (*Laboratory for Analyzing and Modeling Decision-Aid Systems*).
- <http://www-idss.cs.put.poznam.pol>, mantido pelo Laboratório de Sistemas de Inteligentes de Suporte à Decisão da Universidade da Polônia (*Laboratory of Intelligent Decison Support Systems*).

ANEXO

EXEMPLOS DE ESTRUTURAS HIERÁRQUICAS

Nesta seção, são apresentados alguns exemplos de aplicação do AHP. Conforme discutido ao longo do presente texto, a decisão depende de percepções individuais e as hierarquias dos exemplos aqui apresentados podem ser diferentes daqueles que seriam atribuídos por diferentes leitores. Assim, estes exemplos têm caráter unicamente didático e justificam-se por facilitar a fixação da metodologia.

EXEMPLO E1: ESCOLHA DE UM SISTEMA PARA COMBATE A INFECÇÃO HOSPITALAR²

De um modo geral, existe um esforço muito grande nas instituições de saúde na busca do Controle de Infecção Hospitalar. Este Controle de Infecção pode ser efetuado de diversas formas, objetivando a redução do Índice de Infecção Hospitalar. A seguir descreve-se uma proposta de estrutura hierárquica, modelada com base no AHP, para auxiliar na tomada de decisão quanto à ação a ser priorizada para se reduzir este Índice de Infecção Hospitalar.

E1.1 Definição do foco principal

Definir quais prioridades que um hospital deve associar às alternativas de ações para controle de infecção hospitalar, na busca da redução do Índice de Infecções

² Este exemplo foi adaptado do trabalho desenvolvido, sob a orientação do autor deste texto, por Marilena Coelho de Azevedo e Luciana Rocha dos Santos então (1999) alunas do Curso de Mestrado em Ciências de Engenharia da Universidade Estadual do Norte Fluminense.

Hospitalar. Este hospital está estabelecido em uma cidade com 500 mil habitantes e pertence a rede privada de saúde, mantendo convênios com os principais planos de saúde do país.

E1.2. Definição das alternativas viáveis

É preciso que as alternativas em questão sejam viáveis, de acordo com as restrições do foco. No caso aqui estudado, as seguintes alternativas foram consideradas viáveis:

- ALTERNATIVA 1 - Controle Estatístico.
- ALTERNATIVA 2 - Treinamento do Corpo Hospitalar.
- ALTERNATIVA 3 - Controle do Uso de Antibióticos

E1.3. Definição do conjunto de critérios

Neste trabalho foram considerados os seguintes os critérios:

- CRITÉRIO 1 - *Custo*
- CRITÉRIO 2 - *Desempenho*
- CRITÉRIO 3 - *Tempo de Resposta*
- CRITÉRIO 4 - *Disponibilidade dos Dados*
- CRITÉRIO 5 - *Disponibilidade de RH*
- CRITÉRIO 6 - *Aceitação*

Alguns destes critérios foram estruturados nos sub-critérios, apresentados abaixo. Os demais critérios não foram estruturados em sub-critérios.

Critério *Custo*

SUB-CRITÉRIO 1 (1A) *Custo de Implantação*

SUB-CRITÉRIO 1 (1B) *Custo de Manutenção*

Critério *Desempenho*

SUB-CRITÉRIO 2 (2A) *Flexibilidade*

SUB-CRITÉRIO 2 (2B) *Eficácia*

Critério *Tempo de Resposta*

SUB-CRITÉRIO 3 (3A) *Prazo Necessário*

SUB-CRITÉRIO 3 (3B) *Consumo de Carga
Horária*

EXEMPLO E2: ESCOLHA DE AGÊNCIA BANCÁRIA PARA ABERTURA DE CONTA CORRENTE

Atualmente, observa-se uma grande competição no Setor de Serviços Bancários pela conquista e manutenção de clientes. Esta disputa por novos clientes leva a busca da compreensão dos desejos do cliente quando da abertura de uma conta corrente. O modelo aqui apresentado³ utiliza-se do AHP para modelar o processo de seleção de uma agência bancária para abertura de conta corrente por um cliente do tipo “pessoa física”.

³ Este modelo foi adaptado dos trabalhos desenvolvidos, sob a orientação do autor deste texto, pelos alunos Selmo Eduardo Pires Ribeiro e André Fernando Uébe Mansur, então (1999) alunos do Curso de Mestrado em Ciências de Engenharia da Universidade Estadual do Norte Fluminense, que buscaram modelar, utilizando o AHP, o processo de seleção de uma agência bancária para abertura de conta corrente por um cliente do tipo “pessoa física”.

E2.1 Definição do foco principal

Escolher uma agência bancária para abertura de conta corrente. O titular da conta é estudante universitário, possui veículo próprio e pode ser considerado de classe média. A agência deve estar localizada em um bairro comercial e central da cidade onde o titular da conta reside.

E2.2. Definição das alternativas viáveis

Devido as condições de contorno do problema, foram identificadas três agências diferentes. Cada uma destas alternativas está vinculada a uma Instituição Financeira com grande rede de agências e atuando há pelo 20 anos no mercado.

- ALTERNATIVA 1 - Banco Du Norte Desenvolvido .
- ALTERNATIVA 2 - Banco Du Sul Desenvolvido.
- ALTERNATIVA 3 - Banco Du Centro Desenvolvido.

E 2.3. Definição do conjunto de critérios

Neste trabalho, foram considerados os seguintes critérios:

- CRITÉRIO 1 - *Tamanho das Filas*
- CRITÉRIO 2 - *Eficácia na Solução de Problemas*
- CRITÉRIO 3 - *Taxas*
- CRITÉRIO 4 - *Acesso Eletrônico.*
- CRITÉRIO 5 - *Conforto da Agência*
- CRITÉRIO 6 - *Confiança na Instituição*

Alguns comentários devem ser feitos com relação a este conjunto de critérios:

- Fatores como estacionamento e segurança da localidade não foram considerados. Este fato ocorreu devido as características específicas do problema, que levaram a alternativas localizadas em uma região com abundância de estacionamento e com baixa incidência de furtos.
- Outro fato que o leitor pode estranhar é a não consideração das *opções de aplicação*. Ora se este não for um fator importante, por que os Bancos investem

tanto em oferta-lo aos seus clientes?. Considerou-se que devido as características do decisor, “cidadão ainda na fase de estudos universitários”, o mesmo não considera as opções de aplicação no seu processo decisórios.

EXEMPLO E3: ESCOLHA DE PRESTADORA DE SERVIÇOS PARA TRANSPORTE DE MATERIAIS PERIGOSOS

Algumas empresas têm optado por terceirizar alguns de seus serviços. O presente modelo de hierarquia aqui reportado foi desenvolvido considerando um problema desta natureza: a terceirização do serviço de transporte de materiais perigosos⁴.

E3.1 Definição do foco principal

Selecionar empresa para prestação de serviço de “transporte de material perigoso” - combustíveis inflamáveis. Esta empresa deverá prestar este serviço na Região Sudeste do Brasil, para uma grande distribuidora de

⁴ Este modelo foi adaptado dos trabalhos desenvolvidos sob a orientação do autor deste texto, por Adriana Costa Soares, Patrícia Fernandes de Oliveira e Julia Bruno Pentagna, então (1999) alunas do Curso de Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense.

combustíveis com atuação em todo o País. Esta empresa, além de distribuir este tipo de material, também desenvolve pesquisas para a obtenção de novos produtos – principalmente lubrificantes.

E3.2. Definição das alternativas viáveis

Foram consideradas 06 empresas transportadoras de materiais perigosos.

- ALTERNATIVA 1 - Empresa XPT_A.
- ALTERNATIVA 2 - Empresa XPT_E.
- ALTERNATIVA 3 - Empresa XPT_I.
- ALTERNATIVA 4 - Empresa XPT_O.
- ALTERNATIVA 5 - Empresa XPT_U.
- ALTERNATIVA 6 - Empresa XPT_X.

E3.3. Definição do conjunto de critérios

Após longo período de discussão e análise, optou-se por considerar os seguintes critérios:

- CRITÉRIO 1 - *Custo.*
- CRITÉRIO 2 - *Segurança.*
- CRITÉRIO 3 - *Prazos de execução do serviço.*
- CRITÉRIO 4 - *Facilidade de negociação de ajustes.*
- CRITÉRIO 5 - *Tradição da Transportadora.*

Vale observar que o CRITÉRIO 4 indica a flexibilidade da prestadora de serviços em negociar e atender a flutuações na demanda do serviço.

EXEMPLO E4: ESCOLHA DE ALTERNATIVA TECNOLÓGICA PARA TRATAMENTO DO LIXO URBANO

Um dos grandes desafios para a sociedade moderna é o destino que deve ser dado ao lixo: residencial, industrial ou hospitalar. Este problema se agrava nas grandes cidades, em função do grande volume de lixo diariamente gerado nas mesmas. O modelo apresentado a seguir, busca construir uma hierarquia para a priorização de tecnologias para tratar o lixo urbano.

E4.1 Definição do foco principal

Priorizar alternativas para redução do problema do lixo orgânico urbano.

E4.2. Definição das alternativas viáveis

Foram consideradas 04 alternativas de sistemas para o tratamento do lixo orgânico urbano.

- ALTERNATIVA 1- Tecnologia baseada no processamento do lixo urbano a altas pressões.
- ALTERNATIVA 2 Tecnologia baseada no processamento físico do lixo.
- ALTERNATIVA 3 – Tecnologia baseada no processamento físico e químico do lixo.
- ALTERNATIVA 4 - Tecnologia baseada no processamento físico e biológico do lixo.

E 4.3. Definição do conjunto de critérios

Após longo período de discussão e análise, optou-se por considerar os seguintes critérios:

- CRITÉRIO 1 - *Custo.*
- CRITÉRIO 2- *Eficácia.*
- CRITÉRIO 3 - *Aproveitamento de resíduos*
- CRITÉRIO 4 - *Adequação o volume de lixo gerado pela comunidade.*
- CRITÉRIO 5 - *Vida útil da instalação*
- CRITÉRIO 6 - *Cronograma de entrada em operação*

EXEMPLO E5: ESCOLHA DE ALTERNATIVA PARA MELHORIA DE UM SISTEMA DE TRANSPORTES

Neste exemplo aborda-se um problema decisório apresentado ao poder público: escolha de uma alternativa de investimentos para a melhoria do sistema de transportes de uma região.

E4.1 Definição do foco principal

Priorizar alternativas para a melhoria do sistema de transportes de uma região. Este sistema deverá conectar esta região a uma metrópole, que dista aproximadamente 2000 Km da região. Através deste sistema deverão circular um grande número de pessoas e cargas. As pessoas ao utilizar este sistema deverão fazê-lo tanto para atividades de lazer quanto de negócios. A unidade de decisão é composta por membros do poder público ocupantes de cargos eletivos por voto direto da população.

E 5.2. Definição das alternativas viáveis

Foram consideradas 03 alternativas de ação para a resolução deste problema:

- ALTERNATIVA 1 - Reforma da malha rodoviária existente.
- ALTERNATIVA 2 – Construção de uma nova rodovia em “pista dupla”, integrada a malha rodoviária já existente, conectando-a ao centro da metrópole.
- ALTERNATIVA 3 – Reforma e reativação da malha ferroviária existente na região, integrando-a a malha rodoviária.

E5.3. Definição do conjunto de critérios

Após longo período de discussão e análise, optou-se por considerar os seguintes critérios:

- CRITÉRIO 1 - *Custo*
- CRITÉRIO 2- *Eficácia*

- CRITÉRIO 3 – *Impactos sobre a região*
- CRITÉRIO 4 – *Resultados políticos em futuras eleições*
- CRITÉRIO 5 – *Prazo de entrada em operação.*

Estes critérios foram estruturados nos seguintes subcritérios:

Critério *Custo*

SUB-CRITÉRIO ↑ *Custo de Implantação*

SUB-CRITÉRIO ↑ *Custo de Manutenção*

Critério *Impacto*

SUB-CRITÉRIO 3 (3A) *Impacto ambiental*

SUB-CRITÉRIO 3 (3B) *Impacto social*

SUB-CRITÉRIO 3 (3C) *Impacto cultural*

SUB-CRITÉRIO 3 (3D) *Impacto econômico*

Critério *Resultados políticos em futuras eleições*

SUB-CRITÉRIO 4 (4A) *Apoios articulados de lideranças políticas*

SUB-CRITÉRIO 4 (4B) *Apoio direto de eleitores*