ESTRUTURAS DE DADOS II

MSC. DANIELE CARVALHO OLIVEIRA

DOUTORANDA EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - USP

MESTRE EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – UFU

BACHAREL EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - UFJF

ÁRVORE GERADORA MÍNIMA

3 PORQUE É UM PROBLEMA INTERESSANTE

- Suponha que queremos construir estradas para interligar n cidades.
  - Cada estrada direta entre as cidades i e j tem um custo associado.
  - Nem todas as cidades precisam ser ligadas diretamente, desde que todas sejam acessíveis.

- Como determinar eficientemente quais estradas devem ser construídas de forma a minimizar o custo total de interligação das cidades?

ÁRVORE GERADORA MÍNIMA

- T é uma árvore, também denominada **árvore geradora**, já que "gera" G.
- Grafo não dirigido acíclico. Dado um G(V,T) deve-se encontrar $T \subseteq E$ e w(u, v) é o custo de uma aresta então:
  - Min(w(T))
- O problema de encontrar min(w(T)) é denominado problema da **árvore geradora mínima**.

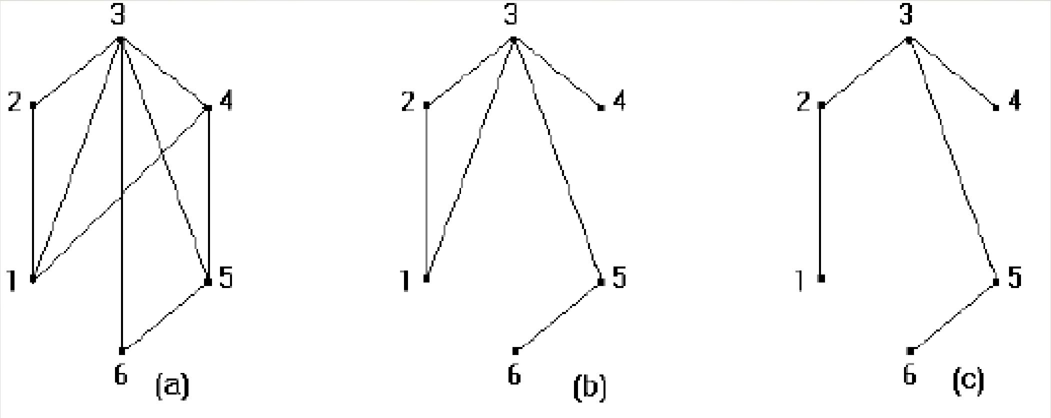
5 ÁRVORE GERADORA MÍNIMA

- Árvore Geradora (Spanning Tree) de um grafo G é um sub-grafo de G que contém todos os seus vértices e ainda é uma árvore

- Árvore Geradora Mínima (Minimum Spanning Tree – MST) é a árvore geradora de um grafo valorado cuja soma dos pesos associados às arestas é mínimo.

6 SUB-GRAFO GERADOR

- Sub-grafo Gerador ou sub-grafo de espalhamento de um grafo G1(V1,E1) é um sub-grafo G2(V2,E2) de G1 tal que V1=V2. Quando o sub-grafo gerador é uma árvore, ele recebe o nome de árvore geradora (ou de espalhamento).



- b e c são sub-grafos geradores de a; c é árvore geradora de a e b

7 ALGORITMOS

- Ambos Gulosos:
- Prim e Kruskal

Algoritmo Genérico

GENERIC-MST(G, w)

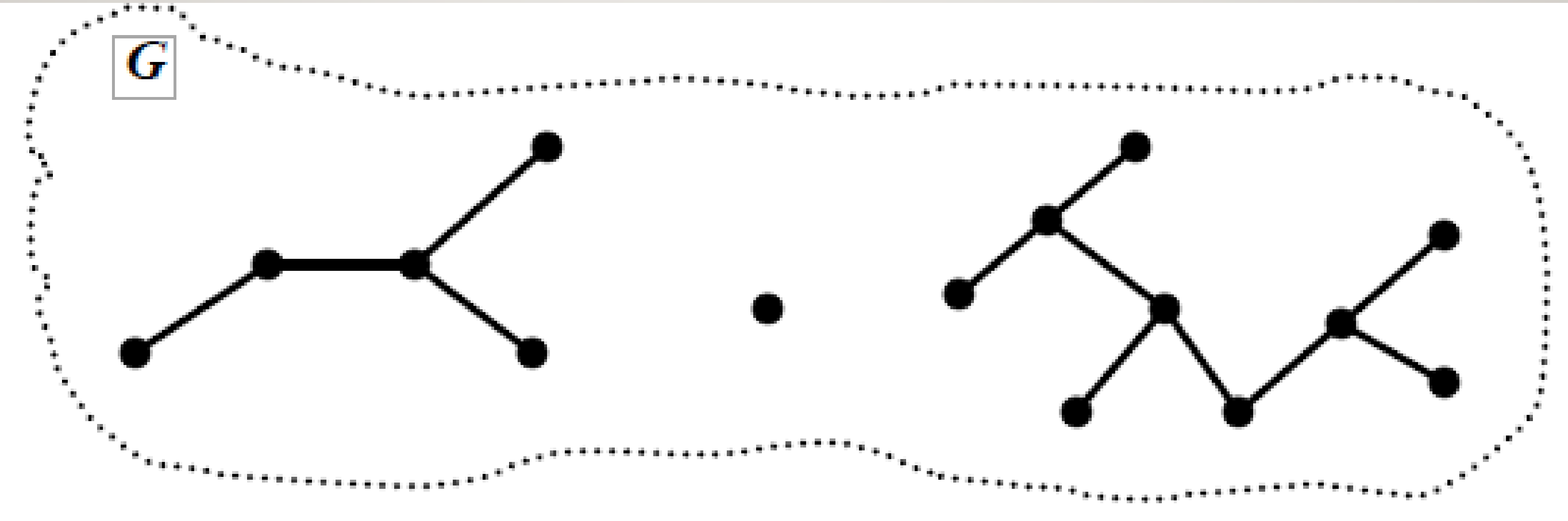
1. A = {};
2. while A não formar uma árvore geradora
3. encontre uma aresta (u, v) que seja segura para A
4. A = A ∪ {(u,v)}
5. return A

Abordagem gulosa

Aresta é "segura" se mantém a condição: antes de cada iteração A é um subconjunto de alguma árvore geradora mínima.

KRUSKAL – FLORESTA

- Uma floresta é um conjunto de árvores



KRUSKAL

- Acha uma aresta segura para adicionar à floresta que está sendo desenvolvida.
- Cada conjunto contém os vértices de uma árvore da floresta atual. FIND-SET(u) retorna um elemento representativo do conjunto que contém u.
- Testa se u e v pertencem à mesma árvore fazendo FIND-SET(u) = FIND-SET(w)

MST-KRUSKAL

1. A = {}
2. Para cada v $\in G(V)$
3. MAKE-SET(v) //cria um conjunto contendo v
4. ordene as arestas de G(E) em ordem crescente de peso w
5. Para cada aresta $(\mathrm{u}, \mathrm{v}) \in G(V)$, tomada em ordem crescente de peso
6. if FIND-SET(u) ≠ FIND-SET(v) //FIND_SET(x) retorna o conjunto(árvore) que x pertence
7. A = $A \cup \{(u, v)\}$
8. UNION(u, v) // une o conjunto de u com o de v
9. return A

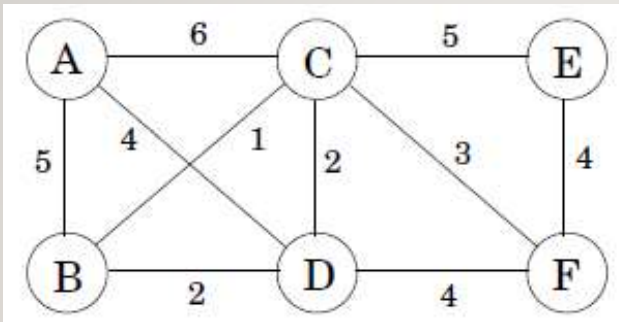
ALGORITMO DE KRUSKAL

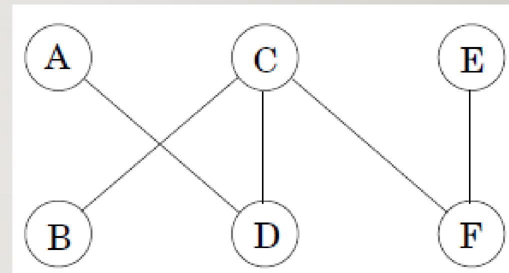
- Usa fila de prioridades para obter arestas em ordem crescente de pesos.

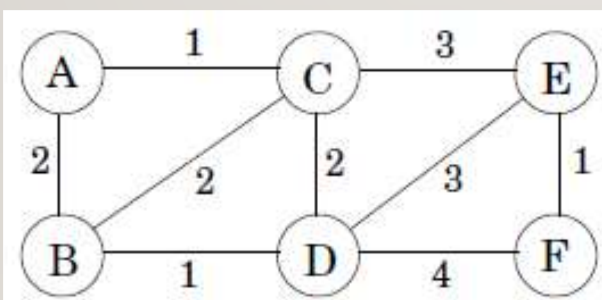
- Testa se uma dada aresta adicionada ao conjunto solução S forma um ciclo

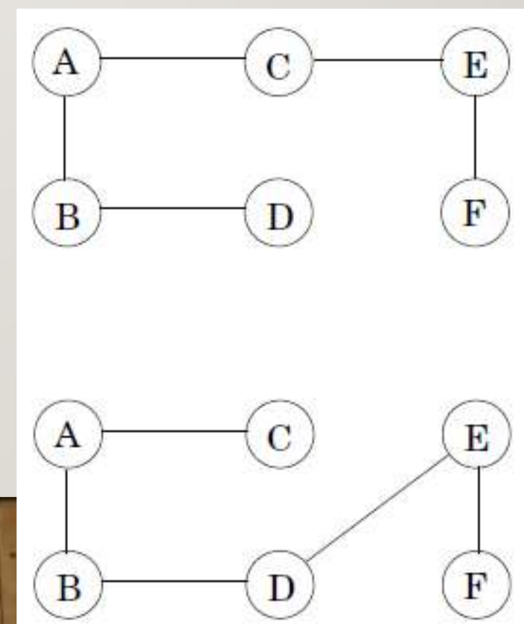
- Tratar conjuntos disjuntos: maneira eficiente de verificar se uma dada aresta forma um ciclo. Utiliza estruturas dinâmicas. Sem unindo árvores disjuntas, árvores são obtidas

12 EXEMPLO



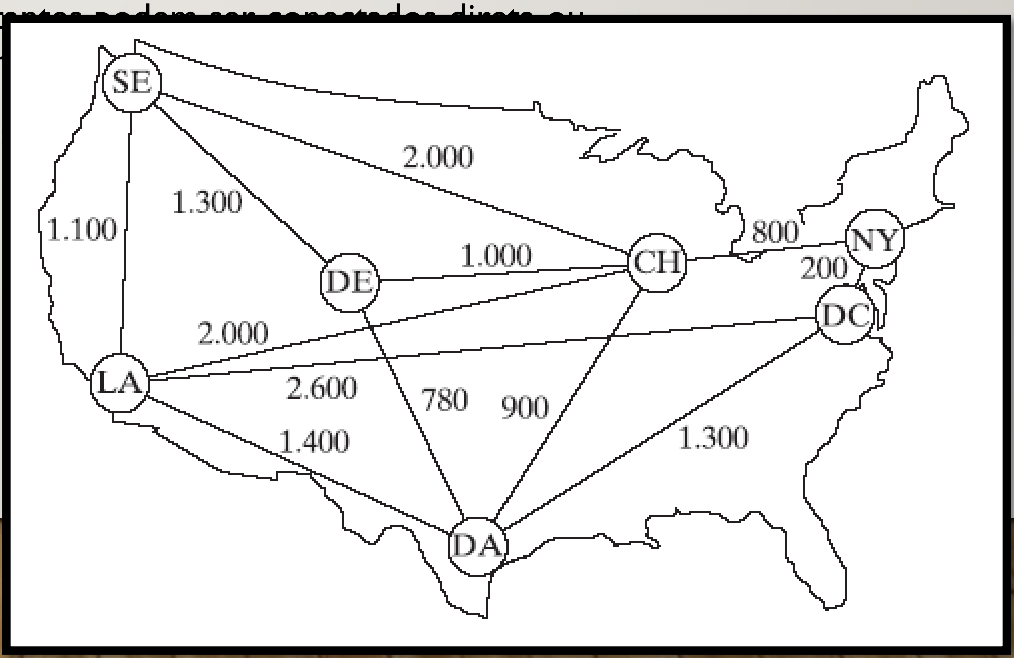






EXERCÍCIO

- Em transporte intermodal, caminhões-reboque carregados são despachados entre terminais ferroviários sobre vagões-plataforma especiais. A Figura abaixo mostra a localização dos principais terminais ferroviários e as ferrovias existentes. O objetivo é decidir quais ferrovias devem ser revitalizadas para enfrentar o tráfego intermodal.
- Em particular, o terminal de Los Angeles (LA) deve ser conectado diretamente com ao de Chicago (CH) para dar conta do tráfego pesado esperado.
- Fora esses, todos os terminais rest indiretamente de modo que o com
- Determine os trechos das ferrovia revitalização



14 EXERCÍCIO

- A Midwest TV Cable Company está em vias de fornecer serviços por cabo a cinco novas áreas onde estão em desenvolvimento projetos residenciais, partindo da área 1.
- Áreas: {1,2,3,4,5,6}
- Possíveis conexões de TV e as extensões em milhas dos cabos:

(1,2) = 1	(2,3) = 6	(3,6) = 10
(1,3) = 5	(2,4) = 4	(4,5) = 8
(1,4) = 7	(2,5) = 3	(4,6) = 3
(1,5) = 9	(3,4) = 5	

Trabalho

- Prim
- Algoritmo de Borůvka
- Algoritmo de Chazelle

Extra

- Beecrowd:
  - 1152; 1764; 1844; 1974; 1552; 1774; 1956

FIM DA AULA 17

Próxima aula:

Algoritmos Gulosos