ESTRUTURAS DE DADOS II

MSC. DANIELE CARVALHO OLIVEIRA

DOUTORANDA EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - USP

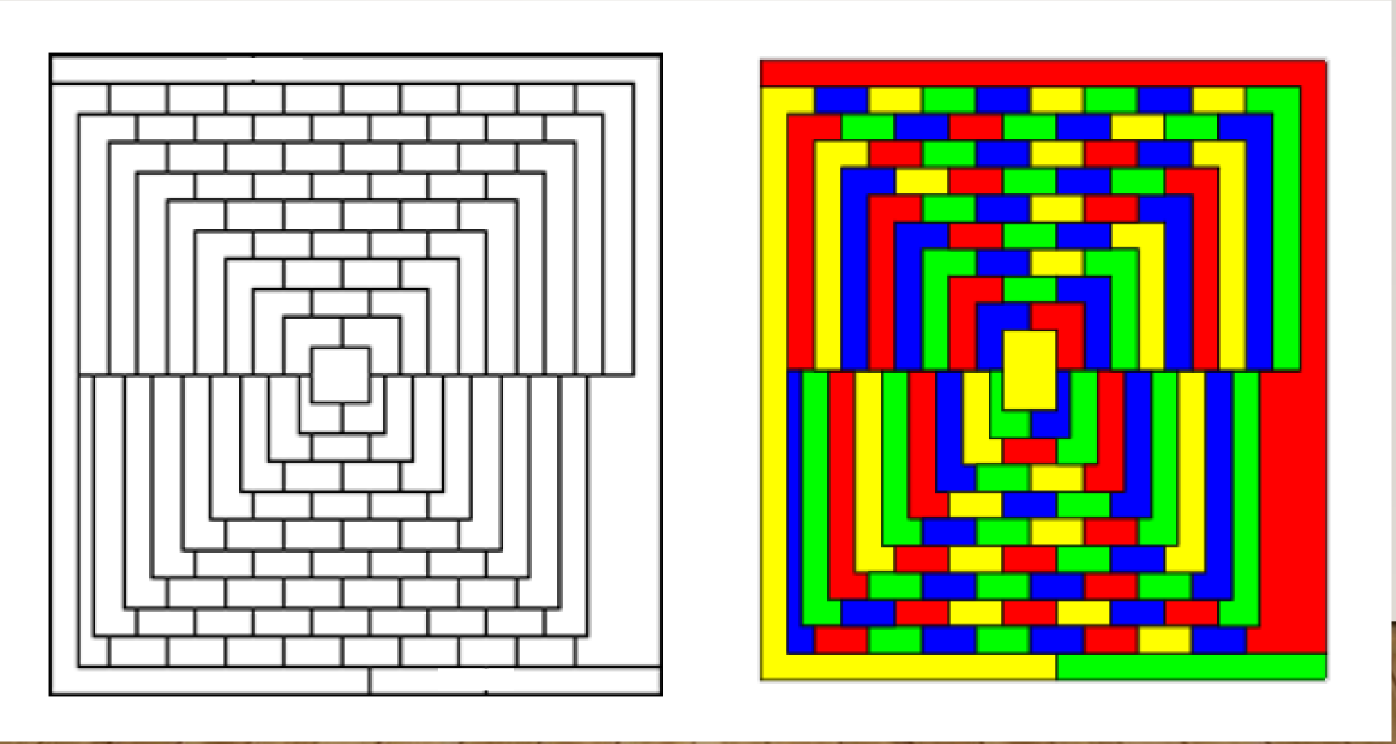
MESTRE EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – UFU

BACHAREL EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO - UFJF

COLORAÇÃO DE VÉRTICES

3 COLORAÇÃO DE GRAFOS

- O Teorema das quatro cores estabelece que dado qualquer plano dividido em regiões disjuntas, essas regiões podem ser coloridas usando, no



4 COLORAÇÃO DE GRAFOS

Escolhemos uma cor para colorir os vértices do grafos de tal maneira que não tenha vértices adjacentes da mesma cor. Se sobrar vértices não coloridos, repetimos com outra cor, e assim por diante até obtenção de um grafo completamente colorido. Eis o algoritmo:

função *Col_ingenuo* (*G*: *grafo*): *Grafo colorido*
    i := 1
    Enquanto *G* contém vértices não coloridos

  Para Cada vértice *v* de G não colorido:

    Se Nenhum vértice adjacente a *v* possui a cor *i*:
      Atribuir cor *i* ao vértice *v*
    i := i + 1
  Retornar G

Trata-se de um algoritmo lento para colorir, e pode não trazer o número cromático exato.

MAS COMO COLORIR GRAFOS?

- Algoritmo de Welch-Powell
  1. Liste todos os vértices por ordem decrescente dos seus graus;
  2. Atribua uma cor C1 ao 1o vértice da lista e, seguindo a ordem da lista, atribua a cor C1 a cada vértice não adjacente aos vértices ao quais foi anteriormente atribuída a cor C1;
  3. Repita o Passo 1 com os vértices ainda não coloridos;
  4. Repita o Passo 2 usando uma segunda cor;
  5. Repita os dois passos anteriores com cores diferentes até colorir todos os vértices.

6 COLORAÇÃO DE GRAFOS

Quanto maior o grau de um vértice, mais difícil será colorir esse vértice. Por ter mais vértices adjacentes que os outros, esse vértice fica mais restringido para seleção de uma cor. Então, tal vértice deveria ser colorido o mais cedo possível. Isso resultara no algoritmo do *Maior primeiro*:

função *Maior_primeiro*(*G*: *grafo*): *Grafo colorido*

Ordenar os vértices de G em ordem decrescente de grau
    i := 1
    Enquanto *G* contém vértices não coloridos
        Para Cada vértice *v* de G não colorido:
            Se Nenhum vértice adjacente a v possui a cor *i*:
            Atribuir cor *i* ao vértice *v*
    i := i + 1
    Retornar G

7 COLORAÇÃO MÍNIMA

- É mínima se o número de cores é o menor possível. O número cromático de um grafo G é o número de cores em uma coloração mínima.
- x(G)
- Se x(G) <= k, diz que G é colorível em k cores ou k-colorível.

8 TEOREMA DAS QUATRO CORES

- Teorema de formulação conceitualmente simples mas de demonstração complexa.

- Dado um mapa plano, dividido em regiões, quatro cores são suficientes para colori-lo de forma que regiões vizinhas não partilhem a mesma cor.

TEOREMA DAS QUATRO CORES

- Até hoje ninguém conseguiu uma demonstração do teorema que não recorra a um computador

UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

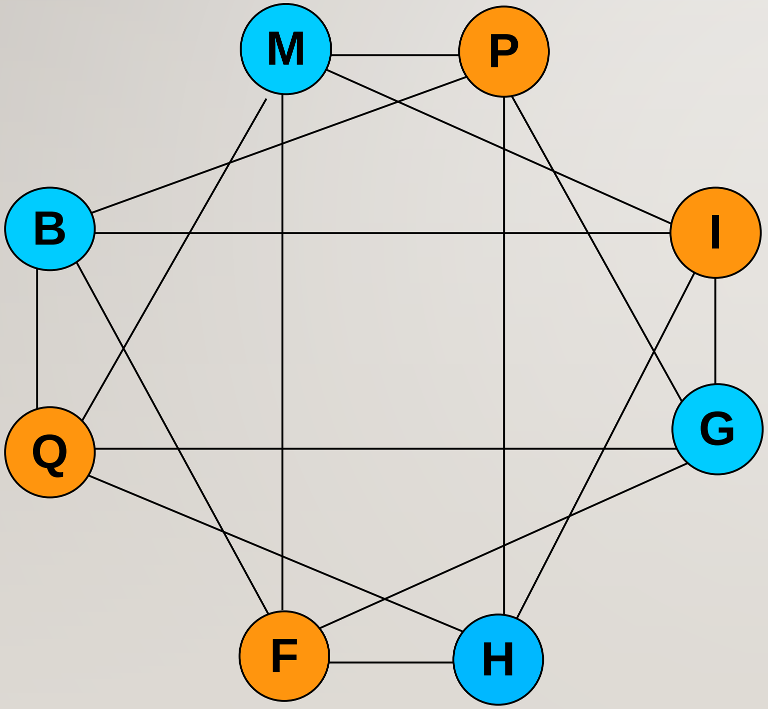
- Problema dos exames: alocação de um grupo de alunos aos exames de recuperação que eles devem prestar em um colégio

❖ Restrição: Duas disciplinas só podem ter exames realizados simultaneamente se não envolverem alunos em comum

UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Alunos / Disciplinas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Mat.	x							x				x			x	
Port.	x			x							x					x
Ingl.						x	x			x					x	
Geog.				x	x		x		x							
Hist.			x							x				x		x
Física			x		x							x	x			
Química		x						x	x					x		
Biologia		x				x					x		x			

12 UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO



- São necessários apenas dois horários para realização dos exames: um para os exames de Matemática, Geografia, Biologia e História e outro, para os exames de Português, Inglês, Física e Química.

EXERCÍCIOS SOBRE COLORAÇÃO

- Emissoras de televisão vão ser instaladas em estações baseadas em nove cidades de nosso estado (cidades A, B, ..., I). As regulamentações do setor de telecomunicações indicam que uma mesma emissora não pode ser instalada em duas cidades com distância inferior a 150Km. Considere a tabela abaixo que indica as distâncias entre as cidades. Qual o menor número de emissoras para contemplar as nove cidades? Utilize a teoria dos grafos para resolver este problema e justificar a sua resposta.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
B	85								
C	137	165							
D	123	39	205						
E	164	132	117	171					
F	105	75	235	92	201				
G	134	191	252	223	298	177			
H	114	77	113	117	54	147	247		
I	132	174	22	213	138	237	245	120	

Extra

- URI:
  - 1948; 1702

FIM DA AULA 15

Próxima aula:

Grafos: Ordenação Topológica