$$f(x,y) = x^2 + 10^6 y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 2 \cdot 10^6 y$$

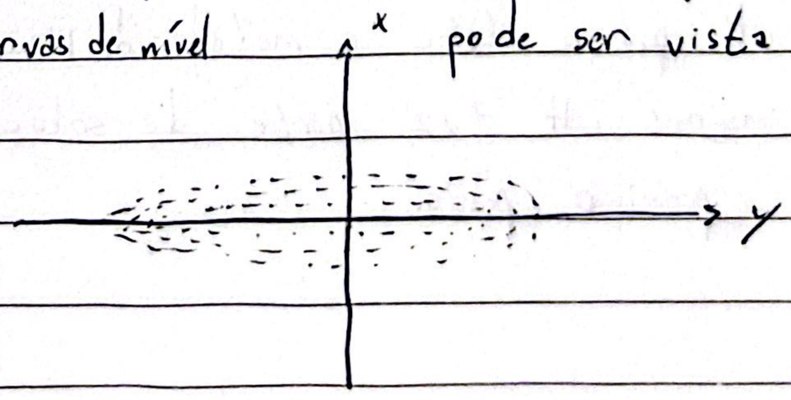
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2 \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2 \cdot 10^6 \qquad \frac{\partial f}{\partial x \partial y} = 0$$

$$\nabla f = \begin{bmatrix} 2x \\ 2 \cdot 10^6 y \end{bmatrix} \qquad H = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \cdot 10^6 \end{bmatrix}$$

número condicional:

$$K = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{2 \cdot 10^6}{2} = 10^6$$ Alto número

Devido ao alto coeficiente de y^2, a função cresce rapidamente com pequenos valores de y, fazendo com que ela fique achatada no eixo y. Uma aproximação de suas curvas de nível pode ser vista abaixo:



• Devido ao alto coeficiente de y^2, o passo dado na direção de $-\nabla f$ deve ser extremamente pequeno, pois senão o próximo ponto das interações irá pular o ponto de mínimo da função f, fazendo com que o caminho até o mínimo seja um zig-zag.

• O método de Newton é pouco afetado pela escala do coeficiente, porque ele utiliza a própria matriz H para computar o próximo ponto. Assim, nela está contida a informação da forte curvatura de f, o que auxilia o método a convergir rapidamente

• O método de Newton deve convergir mais rapidamente devido ao seu comportamento quadrático

• Um alto número de condicionamento afeta o método gradiente na medida em que o passo de busca pode resultar em um comportamento de zig-zag. Por outro lado, ele pouco afeta o método de Newton, uma vez que a matriz H faz parte da solução para encontrar o próximo ponto.

- Normalizar os coeficientes da função causa melhoras relevantes no método gradiente, uma vez que o problema fica menos sensível ao tamanho do passo, convergindo, assim mais rapidamente

Uso de IA

O uso de IA nesse exercício foi marginal, utilizando a ferramenta apenas para validar alguns raciocínios e estender entendimentos. Nenhuma resposta foi copiada de modelos de IA.