Analyse Numérique
Travaux Pratiques 2013 – 2014
Séance 5

Pour cette séance vous pouvez utiliser l'ensemble des instructions disponibles en Octave (y compris les instructions `lu` et `qr`). La résolution des systèmes triangulaires peut se faire à l'aide de l'instruction \.

Soient la matrice (obtenue grâce à `A = round(inv(hilb(6))); A=A(:,1:4);`)

$$A = \begin{pmatrix} 36 & -630 & 3360 & -7560 \\ -630 & 14700 & -88200 & 211680 \\ 3360 & -88200 & 564480 & -1411200 \\ -7560 & 211680 & -1411200 & 3628800 \\ 7560 & -220500 & 1512000 & -3969000 \\ -2772 & 83160 & -582120 & 1552320 \end{pmatrix}$$

et les seconds membres

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} 11586 \\ -315210 \\ 2067240 \\ -5259240 \\ 5709060 \\ -2220372 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Résolvez numériquement les systèmes suivants

$$A\mathbf{x}_1 = \mathbf{b}_1 \quad \text{et} \quad A\mathbf{x}_2 = \mathbf{b}_2\,,$$

au sens des moindres carrés en utilisant la *méthode des équations normales* et la *méthode de la factorisation QR*.

2. Déterminez le conditionnement $\kappa(A)$ de la matrice A. Déterminez les bornes supérieures sur le conditionnement pour les systèmes de l'exercice 1 (sachant qu'ils doivent être résolus au sens des moindres carrés). Avec quelle précision ces systèmes seront-ils résolus par une méthode qui a la stabilité directe ?

3. Pour le premier système, la solution exacte est $\mathbf{x_1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}^T$. Vérifiez qu'il s'agit bien d'une solution. Utilisez-la pour calculer l'erreur relative sur la solution numérique obtenue par les deux méthodes. Commentez sur la stabilité de ces méthodes.