Analyse Numérique
Travaux Pratiques 2013 – 2014
Séance 12

1. Soit le problème aux limites suivant

$$\left\{ \begin{array}{rcll} -\frac{d^2y}{dx^2} + y & = & f(x)\,, & x \in [0,1]\,, \\ \frac{dy}{dx}(0) & = & 0\,,\ y(1) \ = \ 0\,. & \end{array} \right.$$

a) En supposant $f(x)$ continue, ce problème possède-t-il une solution ? Si oui, est-elle unique ?

b) On cherche à déterminer la solution approchée y_k aux $m+1$ points équidistants $x_k = k/m$, $k = 0, \ldots, m$. Ecrivez la version discrète de l'équation différentielle aux points intérieurs du domaine.

c) L'équation (5) du Chapitre 9 est-elle applicable pour décrire la condition de Neumann au point 0 ? Si non, obtenez une équation qui décrit la condition de Neumann.

d) Pour le cas $m = 3$ écrivez l'ensemble des équations qui relient les valeurs y_k de l'approximation de la fonction inconnue.

e) Ecrivez un programme qui résout le problème aux limites considéré pour m et $f(x)$ donnés.

f) Proposez un membre de droite $f(x)$ pour lequel vous connaissez la solution exacte $y(x)$. Résolvez le problème aux limites avec ce membre de droite. Vérifiez que l'erreur $|y(x_k) - y_k|$ tends vers 0 pour m de plus en plus grand.