

Projet Chaos

Billard Carré avec Barre Centrale

Jun Nuo Chi, Nathan Dwek

Ecole Polytechnique de Bruxelles

8 janvier 2014

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)
- Applications dans de nombreux domaines: météorologie, finance, mécanique ...

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale au Repos

Barre Centrale Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)
- Applications dans de nombreux domaines: météorologie, finance, mécanique ...
- Etude du mouvement d'une balle dans un billard carré muni d'une barre centrale respirante en fonction des paramètres du système:

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale au Repos

Barre Centrale Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)
- Applications dans de nombreux domaines: météorologie, finance, mécanique ...
- Etude du mouvement d'une balle dans un billard carré muni d'une barre centrale respirante en fonction des paramètres du système:
 - Orientation du billard: vertical ou horizontal

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)
- Applications dans de nombreux domaines: météorologie, finance, mécanique ...
- Etude du mouvement d'une balle dans un billard carré muni d'une barre centrale respirante en fonction des paramètres du système:
 - Orientation du billard: vertical ou horizontal
 - Paramètres de respiration de la barre: $l = l_0(1 + \sin(\omega t))$

Introduction

Théorie du Chaos - But du Projet

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale au Repos

Barre Centrale Respirante

Conclusion

- Système déterministe mais non prédictible à long terme
 - Possède des équations d'évolution déterministes
 - Sensible aux conditions initiales
 - Non linéaire (superposition non applicable)
- Applications dans de nombreux domaines: météorologie, finance, mécanique ...
- Etude du mouvement d'une balle dans un billard carré muni d'une barre centrale respirante en fonction des paramètres du système:
 - Orientation du billard: vertical ou horizontal
 - Paramètres de respiration de la barre: $l = l_0(1 + \sin(\omega t))$
 - Conditions initiales de la balle: position et vitesse initiales

Modélisation

Modélisation du Mouvement et des Rebonds - Résolution Numérique

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Mouvement composé d'une suite de déplacement continus:

Modélisation

Modélisation du Mouvement et des Rebonds - Résolution Numérique

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Mouvement composé d'une suite de déplacement continus:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$$

Modélisation

Modélisation du Mouvement et des Rebonds - Résolution Numérique

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Mouvement composé d'une suite de déplacement continus:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$$

- Déplacement interrompu par un rebond qui définit les conditions initiales pour le déplacement suivant

Modélisation

Modélisation du Mouvement et des Rebonds - Résolution Numérique

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Mouvement composé d'une suite de déplacement continus:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$$

- Déplacement interrompu par un rebond qui définit les conditions initiales pour le déplacement suivant
 - Rebond sur une paroi extérieure du billard:
 - $x = \pm \frac{l}{2}$ ou $y = \pm \frac{l}{2}$
 - Simple inversion de la vitesse selon une des coordonnées

Modélisation

Modélisation du Mouvement et des Rebonds - Résolution Numérique

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Mouvement composé d'une suite de déplacement continus:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \end{cases}$$

- Déplacement interrompu par un rebond qui définit les conditions initiales pour le déplacement suivant
 - Rebond sur une paroi extérieure du billard:
 - $x = \pm \frac{l}{2}$ ou $y = \pm \frac{l}{2}$
 - Simple inversion de la vitesse selon une des coordonnées
 - Rebond sur la barre centrale:
 - $|x| \leq l_0(1 + \sin(\omega t))$ et $y = 0$
 - Transfert de quantité de mouvement avec $m_{\text{barre}} \gg m_{\text{balle}}$:

$$\begin{cases} \dot{x}^+ = C\dot{x}^- + (\text{sgn}(x^*))(1 + C)\cos(\omega t^*)\omega \\ \dot{y}^+ = -C\dot{y}^- \end{cases}$$

Modélisation

Considérations Théoriques

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

- Pas de transfert de quantité de mouvement en $x \rightleftharpoons y$ ou système $\rightleftharpoons y$

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

**Barre Centrale
au Repos**

Barre Centrale
Respirante

Conclusion

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

**Barre Centrale
Respirante**

Conclusion

Projet Chaos

J. Chi, N.
Dwek

Introduction

Modélisation

Barre Centrale
au Repos

Barre Centrale
Respirante

Conclusion