Manuel

de Mathématiques

5^{e}

Mont

Collège Simone Veil

Nathalie Daval
année
2022-2023

Ce manuel est composé de l'ensemble des activités, cours, exercices pour les classes de 5e du collège Simone Veil de Montpellier que j'ai à ma charge durant l'année 2022-2023.

Il a été écrit en LaTeX avec la classe **sesamanuel** distribuée librement par l'association Sesamath, ainsi que le package **ProfCollege**. Si vous y voyez des erreurs ou des coquilles, même minimes, vous pouvez me les signaler à cette adresse : nathalie.daval@ac-montpellier.fr

Je remercie à ce propos Jean-Félix Navarro qui a effectué une relecture attentive de ce livret, Sébastien Lozano pour son aide précieuse en LaTeX et Christophe Poulain pour son package ProfCollege et les améliorations au fil de l'eau.

La progression est dite spiralée, c'est-à-dire que chaque « chapitre » est décomposé en plusieurs séquences conçues pour durer une semaine en moyenne, ce qui permet de revoir les notions plusieurs fois dans l'année. La page suivante propose une programmation possible sur les cinq périodes (P1, P2, P3, P4 et P5) de l'année 2022-2023.
Chaque séquence du présent manuel est composée de la manière suivante :

— **Ce que sait faire l'élève en 5e** : les attendus de fin d'année de cinquième en mathématiques, tels qu'ils sont définis par le document Eduscol. Ils serviront de base pour les évaluation des compétences.

— **Connaissances et compétences associées** : les connaissances et compétences associées au cycle 4 définies par le programme en vigueur à compter de la rentrée de l'année scolaire 2018-2019.

— **Débat** : un petit texte culturel illustré permettant d'échanger sur un thème en rapport au chapitre. Un morceau d'histoire, de l'étymologie, du vocabulaire, une curiosité mathématique... le tout agrémenté d'une courte vidéo de vulgarisation scientifique.

— **Activité d'approche** : une activité à faire en classe, permettant de découvrir une notion du chapitre et de construire la trace écrite.

— **Trace écrite** : l'essentiel du cours à connaître.

— **Entraînement** : une fiche d'exercices suivant les connaissances et compétences à acquérir.

— **Récréation** : une activité ludique liée à la séquence, une énigme ou un problème à résoudre.

En fin de manuel se trouvent les plans de travail donnés aux élèves, pour chaque notion. Chacun de ces plans est constitué de :
• la bulle « Je connais mon cours » qui récapitule les compétences à travailler ;
• la bulle « Aide en vidéo » composée de deux capsules issues sur site d'Yvan Monka : Math & tiques ;
• la bulle « Questions flash » qui permet de noter le résultat aux questions flash de la séquence ;
• des bulles de compétences, celles-ci indiquent les exercices associés à chaque compétence, ainsi que son niveau de difficulté ($\star$, $\star\star$ ou $\star\star\star$).

Grandeurs & mesures | **Nombres & calculs** | **Espace & géométrie** | **Organisation & gestion de données**

Semaine de rentrée

P_1

Nombres et calculs 1
1. Enchaînement d'opérations

Géométrie plane, démonstrations 1
2. Angles particuliers

3. En route vers la programmation (*Introduction… puis fil rouge tout au long de l'année*)

Nombres et calculs 2
4. Nombres relatifs

Représenter l'espace 1
5. Repérage dans le plan

Statistiques 1
6. Interpréter, représenter des données

Semaine de rattrapage 1

P_2

Grandeurs mesurables 1
7. Horaires et durées

Calcul littéral 1
8. Expressions algébriques

Géométrie plane, démonstrations 2
9. Somme des angles d'un triangle

Probabilités 1
10. Notions de probabilités

Arithmétique 1
11. Multiples et diviseurs

Semaine de rattrapage 2

P_3

Géométrie plane, démonstrations 3
12. La symétrie centrale

Grandeurs mesurables 2
13. Calcul d'aires

Nombres et calculs 3
14. Comparaison et égalité de fractions

Géométrie plane, démonstrations 4
15. L'inégalité triangulaire

Proportionnalité 1
16. Proportionnalité

Calcul littéral 2
17. La distributivité simple

Semaine de rattrapage 3

P_4

Représenter l'espace 2
18. Reconnaître des solides

Grandeurs mesurables 3
19. Volume du prisme et du cylindre

Nombres et calculs 4
20. Somme et différence de nombres relatifs

Géométrie plane, démonstrations 5
21. Le parallélogramme

Proportionnalité 2
22. Le ratio

Arithmétique 2
23. Nombres premiers

Semaine de rattrapage 4

P_5

Représenter l'espace 3
24. Représenter des solides

Grandeurs mesurables 4
25. L'aire du parallélogramme

Nombres et calculs 5
26. Somme et différence de fractions

Statistiques 2
27. Fréquence et moyenne

Géométrie plane, démonstrations 6
28. Les droites du triangle

Effet des transformations 1
29. Propriétés des symétries

SOMMAIRE

NOMBRES ET CALCULS

GÉOMÉTRIE

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

GRANDEURS ET MESURES

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

NOMBRES & CALCULS

1

Enchaînement d'opérations

Ce que sait faire l'élève en 5^e

1) Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
2) Il traduit un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression avec des parenthèses.
3) Il effectue mentalement, à la main ou l'aide d'une calculatrice un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♡ Nombres décimaux positifs.
- ♡ Sommes, différences, produits, quotients de nombres décimaux.
- ♡ Utiliser diverses représentations d'un même nombre.
- ♢ Comparer, ranger, encadrer des nombres décimaux.
- ♢ Calculer avec des nombres décimaux.
- ♢ Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.

Débat : un peu d'histoire

Le système de numération que nous employons actuellement et qui nous semble si naturel est le fruit d'une longue évolution des concepts mathématiques. En effet, un nombre est une entité abstraite qui peut surprendre : on a déjà vu **un** élève, **un** animal donné, on sait ce qu'est **un** jour, mais qu'est-ce que **un** ? C'est une entité qui, prise seule, n'a pas vraiment de sens. De nombreuses civilisations ont imaginé des systèmes de numération plus ou moins compliqués, plus ou moins pratiques : des systèmes utilisant des bases différentes, des systèmes utilisant le principe additif… jusqu'à notre système de numération positionnel de base dix maintenant utilisé de manière universelle.

19⓪1①7②8③

Notation décimale de Simon Stevin représentant le nombre 19,178.

Vidéo : **Histoire de la virgule**, chaîne Youtube de *Maths 28*.

Activité d'approche

Construction et repérage d'une droite graduée

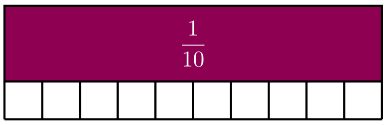
Objectifs : comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation en dixièmes et en centièmes ; savoir situer des nombres décimaux sous différentes écritures ; ordonner, encadrer, intercaler des nombres décimaux.

Partie 1 : construction d'une droite graduée

1) Tracer au stylo une droite la plus longue possible sur la bande de papier fournie.

2) Placer à gauche sur cette droite le repère de l'origine, inscrire la valeur 0 en dessous.

3) Grâce à la petite bande de couleur « $\frac{1}{10}$ », qui correspond à un dixième d'une unité, placer le nombre 1.



4) Placer ensuite les nombres 2 et 3, toujours en dessous de la droite.

Partie 2 : placer des nombres décimaux sur la droite graduée

1) Sur la droite graduée, placer au crayon à papier et au-dessus les nombres suivants :

$\frac{8}{10}$ $\quad$ $0,3$ $\quad$ cinq dixièmes $\quad$ $\frac{23}{10}$ $\quad$ $1,7$ $\quad$ $2+\frac{1}{10}$ $\quad$ douze dixièmes

2) Trouver un moyen pour placer $\frac{143}{100}$ sur la droite graduée.

3) Placer au crayon les nombres suivants : $\quad$ $\frac{255}{100}$ $\quad$ $0,23$ $\quad$ cent-six centièmes $\quad$ $1+\frac{9}{10}+\frac{8}{100}$

Partie 3 : ordonner, encadrer, intercaler des nombres décimaux

1) Écrire dans l'ordre croissant les nombres inscrits sur la droite graduée.

....

2) Encadrer chacun des nombres suivants par deux nombres entiers consécutifs.

.... $< \frac{8}{10} <$ .... $\qquad$ .... $< 1,7 <$ .... $\qquad$ .... $< \frac{255}{100} <$ ....

.... $< 0,3 <$ .... $\qquad$ .... $< 2+\frac{1}{10} <$ .... $\qquad$ .... $< 0,23 <$ ....

...... < cinq dixièmes < ...... $\qquad$ ...... < douze dixièmes < ...... $\qquad$ ...... < 106 centièmes < ......

.... $< \frac{23}{10} <$ .... $\qquad$ .... $< \frac{143}{100} <$ .... $\qquad$ ...... $< 1+\frac{9}{10}+\frac{8}{100} <$ ......

3) Intercaler un nombre vérifiant chacune des inégalités.

cinq dixièmes < .... $< \frac{8}{10}$ $\qquad$ $2 <$ .... $< 2+\frac{1}{10}$ $\qquad$ $0,23 <$ .... $< 0,3$

Source : Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CM2, Ermel, Hatier 2001.

Trace écrite

1. Rappels sur les nombres décimaux

DÉFINITION

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1 000...
Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Un nombre a une seule valeur numérique mais a plusieurs écritures.

Exemple Voilà plusieurs écritures du nombre seize et quatre-vingt-deux centièmes :

$$\begin{aligned}16{,}82 &= 16 + \frac{82}{100} = \frac{1\,682}{100} \\ &= 1 \times 10 + 6 \times 1 + 8 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} \\ &= 1 \times 10 + 6 \times 1 + 8 \times 0,1 + 2 \times 0,01\end{aligned}$$

2. Priorités dans les calculs

DÉFINITION

- Lorsqu'on effectue l'addition de deux **termes**, le résultat est une **somme**.
- Lorsqu'on effectue la soustraction de deux **termes**, le résultat est une **différence**.
- Lorsqu'on effectue la multiplication de deux **facteurs**, le résultat est un **produit**.
- Lorsqu'on effectue la division d'un **dividende** par un **diviseur**, le résultat est un **quotient**.

$$\underbrace{12 + 3}_{\text{termes}} = \underbrace{15}_{\text{somme}} \qquad \underbrace{12 - 3}_{\text{termes}} = \underbrace{9}_{\text{différence}} \qquad \underbrace{12 \times 3}_{\text{facteurs}} = \underbrace{36}_{\text{produit}} \qquad \underbrace{12}_{\text{dividende}} \div \underbrace{3}_{\text{diviseur}} = \frac{12}{3} = \underbrace{4}_{\text{quotient}}$$

MÉTHODE 1 Priorités opératoires

Dans un calcul, on effectue dans l'ordre :

- les calculs entre parenthèses, en commençant par les plus intérieures ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et soustractions.

Les calculs s'effectuent généralement de gauche à droite, mais une expression comportant uniquement des multiplications ou des additions peut s'effectuer dans l'ordre que l'on veut.

Exercice d'application

Calculer la valeur de A :

$A = 8 \times 5 + 3 \times ((15 - 9) \times 2)$

Correction

$$\begin{aligned}A &= 8 \times 5 + 3 \times (\underline{(15 - 9)} \div 2) \\ &= 8 \times 5 + 3 \times \underline{(\boxed{6} \div 2)} \\ &= \underline{8 \times 5} + \underline{3 \times \boxed{3}} \\ &= \underline{\boxed{40} + \boxed{9}} \\ A &= \boxed{49}\end{aligned}$$

Remarque : une expression qui figure au numérateur et/ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses :

$\dfrac{8+4}{3,5+2,5} = (8 + 4) \div (3,5 + 2,5) = 12 \div 6 = 2.$

Entraînement

1 Associer chaque nombre de la colonne de gauche à un nombre de la colonne de droite.

143 dixièmes •	• 143
1 430 millièmes •	• 14 300
1 430 dixièmes •	• 1,43
143 millièmes •	• 0,014 3
143 dix-millièmes •	• 0,143
143 centaines •	• 14,3

2 Exprimer les nombres suivants sous formes décimale et fractionnaire.

1) $7 + \dfrac{3}{10} + \dfrac{6}{100}$ **2)** $2,5 + \dfrac{7}{10} + \dfrac{23}{100}$

3 Aider Paloma à classer dans l'ordre croissant l'ensemble de ces lettes afin de trouver le mot mystère.

- O = 65,165
- $R = \dfrac{655}{10}$
- $A = \dfrac{6\,503}{100}$
- $T = 56 + \dfrac{6}{100}$
- $H = 50 + 6 + \dfrac{65}{1\,000}$
- $G = \dfrac{651}{10} + \dfrac{3}{100}$
- $Y = 56 + \dfrac{5}{100}$
- $E = (6 \times 10) + (5 \times 1) + (6 \times 0,1)$
- P = 56 unités et 6 millièmes

4 Traduire par une expression mathématique les phrases en français suivantes.

1) La somme de 7 et du produit de 2 par 3.
2) Le produit de 7 et de la somme de 2 et de 3.
3) Le quotient de la différence entre 7 et 2 par 3.
4) La différence de la somme de 7 et de 2 et du produit de 3 par 1.

5 Traduire les expressions suivantes en français.

1) $12 - 5 \times 3$ **3)** $(12 - 5) \div 3$
2) $12 \times (5 + 3)$ **4)** $12 + \dfrac{5}{3}$

6 Firdaws propose les programmes ci-dessous.
Traduire l'enchaînement d'opérations de cess programmes à l'aide d'une expression puis les calculer.

Programme A	Programme B
1) Prendre 7	**1)** Prendre 6
2) Ajouter 2	**2)** Multiplier par 7
3) Multiplier par 3	**3)** Diviser par 3
4) Soustraire 3	**4)** Soustraire 4

7 Calculer, en donnant les étapes intermédiaires :

1) $24 - 19 + 5$ **4)** $60 - 14 + 5 \times 3 + 2$
2) $45 \div 5 \times 8$ **5)** $37 - 12 \times 2 + 5$
3) $24 + 3 \times 7$ **6)** $18 - [4 \times (5 - 3) + 2]$

8 Calculer les nombres suivants :

1) $\dfrac{18}{3} + 6$ **3)** $18 + \dfrac{6}{3}$ **5)** $\dfrac{\frac{18}{6}}{3}$

2) $\dfrac{18 + 6}{3}$ **4)** $\dfrac{18}{6 + 3}$ **6)** $\dfrac{18}{\frac{6}{3}}$

9 On considère les calculs suivants faits par Tom :

- A. $50 - 10 \div 2 = 20$
- B. $24 - 8 + 2 = 14$
- C. $8 + 2 \times 3 = 30$
- D. $10 + 8 - 6 = 12$
- E. $100 \div 2 \times 5 = 10$
- F. $5 \times 6 \div 3 = 10$

1) Retrouver les calculs qui sont justes.
2) Corriger les calculs faux.

10 Compléter les calculs suivants pour que chaque égalité soit vraie.

1) Avec les signes $+, -$ ou $\times$:

- 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 6
- 3 .... 3 .... 3 .... 3 = 81

2) Avec les signes $+, -$ ou $\times$ et des parenthèses :

- .... 3 .... 3 .... 3 .... 3 .... = 9
- .... 3 .... 3 .... 3 .... 3 .... = 27

3) Avec les signes $+, -, \times$ ou $\div$ et des parenthèses :

- .... 3 .... 3 .... 3 .... 3 .... = 1
- .... 3 .... 3 .... 3 .... 3 .... = 12

Nombres en cases

Partie A : nombres croisés

Compléter le tableau suivant pour que les égalités soient vraies pour chaque ligne et chaque colonne.

2	+	3	×		=	17
×		+		+		×
	×		−	201	=	150
=		=		=		=
	+	12	×		=	

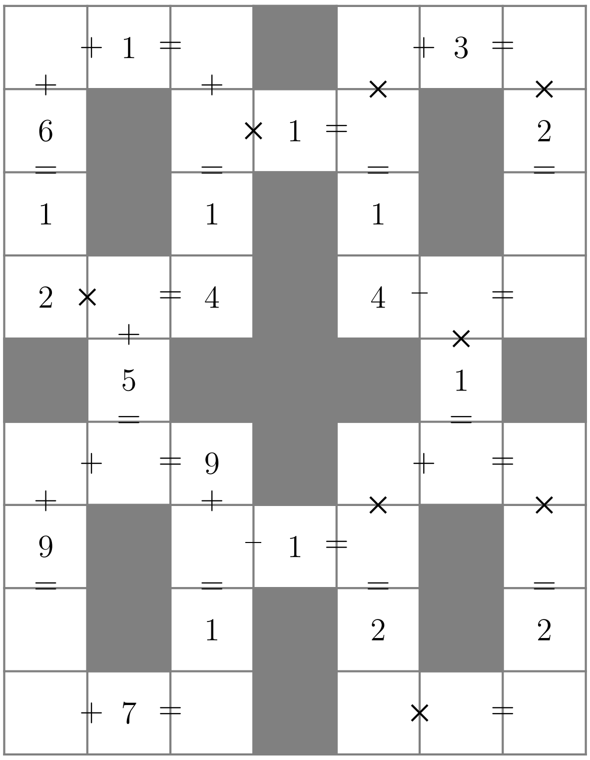
Partie B : le serpent des nombres

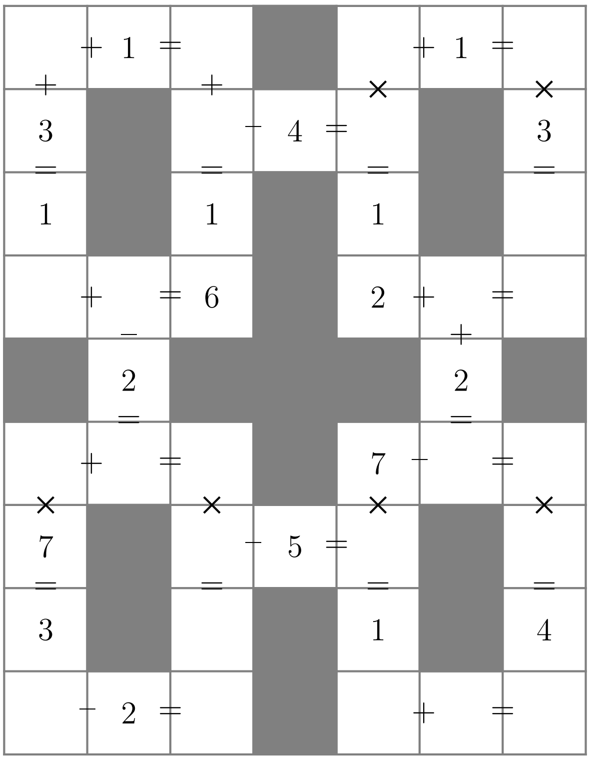
Compléter le serpent suivant sachant que seuls les nombres 1, 2, 3, et 4 doivent être utilisés une seule fois seulement en respectant les priorités d'opérations.

5			−	6		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
		7		9		
÷		+		×	8	÷

Partie C : le garam

Le Garam est un jeu de logique mathématique à base d'opérations simples.
Remplir chaque case avec un seul chiffre de sorte que chaque ligne et chaque colonne forment une opération correcte.
Le résultat d'une opération verticale est un nombre à deux chiffres si deux cases suivent le symbole égal.





ESPACE & GEOMETRIE

2

Angles particuliers

Ce que sait faire l'élève en 5^{e}

À partir de la connaissance des caractéristiques angulaires du parallélisme (angles alternes internes, angles correspondants) :
1) il met en œuvre et écrit un protocole de construction d'un assemblage de figures ;
2) il mène des raisonnements sur des figures et des configurations.

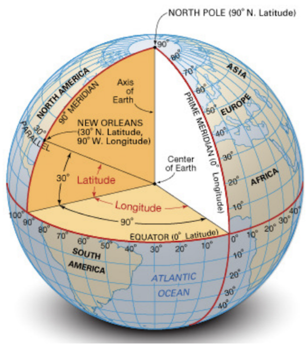
Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

♡ Caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes-internes, angles correspondants.

Débat : angles et coordonnées géographiques

Tout point à la surface de la Terre est déterminé par ses coordonnées géographiques (la latitude et la longitude) et par son altitude (élévation par rapport au niveau de la mer).

- La **latitude** d'un point sur la Terre est la mesure de l'angle que forment le plan de l'équateur et la demi-droite joignant le centre de la Terre à ce point.
- La **longitude** d'un point est l'angle que fait le demi-plan passant par le méridien de ce point avec le plan du méridien de Greenwich.



Le collège Simone Veil se trouve à une latitude de 43,62 degrés Nord et 3,85 degrés Est.

Vidéo : **Les fondamentaux : latitude et longitude**, chaîne YouTube *La Classe d'Histoire*.

Activité d'approche

Couples d'angles

Objectif : faire découvrir la notion d'angles-internes et d'angles correspondants.

Partie 1 : préparation

Découper les trois bandelettes en bas de page. Ces bandes représentent deux droites (d_1) et (d_2) et une troisième droite (Δ) qui leur est sécante aux points A et B. Placer une attache parisienne au niveau du point A commun entre (d_1) et (Δ) et une autre au niveau du point B commun entre (d_2) et (Δ).

Combien d'angles sont-ils matérialisés par cette configuration ?

Partie 2 : angles alternes-internes

1) Prendre deux jetons, les placer sur deux angles vérifiant les conditions suivantes :

- les deux angles n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés de part et d'autre de la droite (Δ) ;
- ils sont situés « entre » les droites (d_1) et (d_2).

Quelle est la mesure en degrés de chacun de ces deux angles ?

2) Combien y a-t-il de telles paires d'angles ? Les angles ainsi construits sont dit **alternes-internes**.

3) Placer les bandelettes de telle sorte que les droites (d_1) et (d_2) soient parallèles, repérer deux angles alternes-internes par deux jetons puis donner la mesure de chacun de ces deux angles.

4) En observant les résultats de la classe, quelle conjecture peut-on faire ?

Partie 3 : angles correspondants

1) Prendre deux jetons, les placer sur deux angles vérifiant les conditions suivantes :

- les deux angles n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés du même côté que la droite (Δ) ;
- l'un est situé « entre » les droites (d_1) et (d_2), l'autre à l'extérieur.

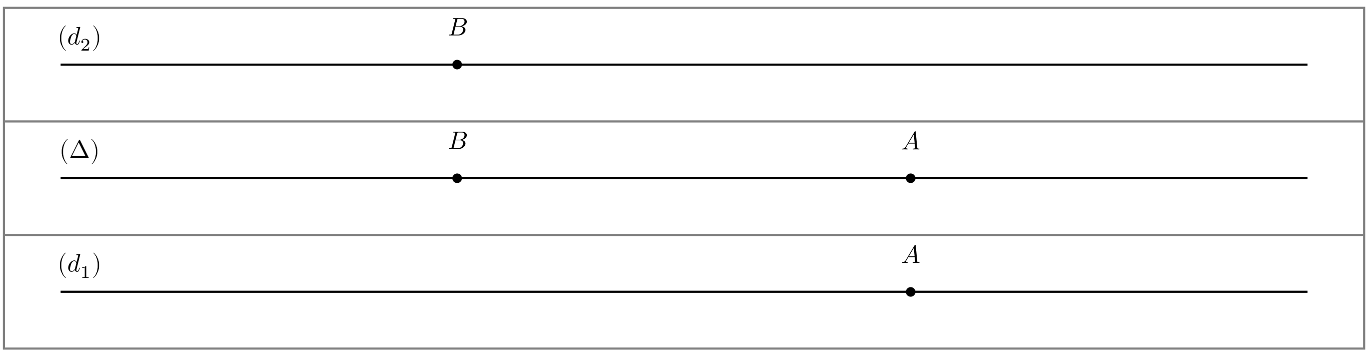
Quelle est la mesure en degrés de chacun de ces deux angles ?

2) Combien y a-t-il de telles paires d'angles ?

Les angles ainsi construits sont dit **correspondants**.

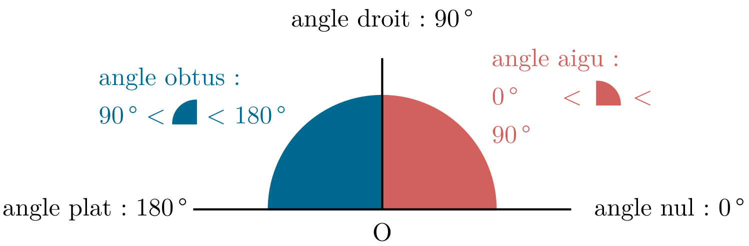
3) Placer les bandelettes de telle sorte que les droites (d_1) et (d_2) soient parallèles, repérer deux angles alternes-internes par deux jetons puis donner la mesure de chacun de ces deux angles.

4) En observant les résultats de la classe, quelle conjecture peut-on faire ?

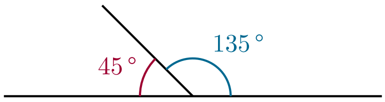


Trace écrite

1. Mesure d'angles particuliers : rappels

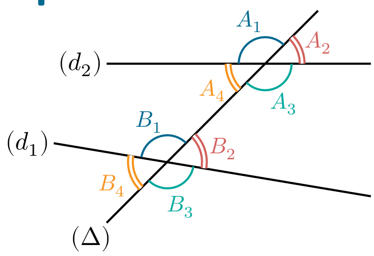


Dans cette configuration, la somme des deux angles mesure 180 °, on dit que ces angles sont supplémentaires.



2. Angles alternes-internes et correspondants

Lorsque deux droites sont coupées par une droite sécante (Δ), on obtient huit angles.
Dans la suite du cours, on se place dans cette configuration.



DÉFINITION

Deux angles sont **alternes-internes** s'ils n'ont pas le même sommet, qu'ils sont situés de part et d'autre de la sécante (Δ) et qu'ils se situent « entre » les droites (d_1) et (d_2).

Exemple Sur la figure, il y a deux couples d'angles alternes-internes : A_4 et B_2 ; A_3 et B_1.

DÉFINITION

Deux angles sont **correspondants** s'ils n'ont pas le même sommet, qu'ils sont situés du même côté de la sécante (Δ), l'un entre les deux droites (d_1) et (d_2) et l'autre à l'extérieur.

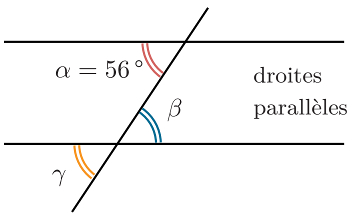
Exemple Sur la figure, il existe quatre couples d'angles correspondants : A_1 et B_1 ; A_2 et B_2 ; A_3 et B_3 ; A_4 et B_4.

3. Et si les droites sont parallèles ?

PROPRIÉTÉ

- Si les deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, alors les angles alternes-internes et les angles correspondants sont égaux deux à deux.
- Si deux angles alternes-internes ou deux angles correspondants sont égaux, alors les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

Exemple



Correction

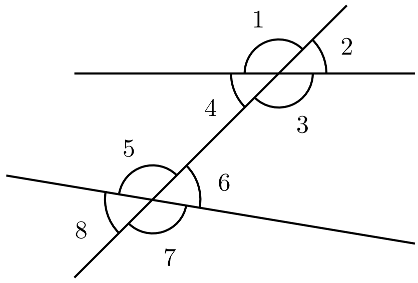
Mesures de β et γ, sachant que les droites sont parallèles :

- α et β sont des angles alternes-internes, ils ont donc même mesure. D'où : $\beta = \alpha = 56\,°$.
- α et γ sont des angles correspondants, ils ont donc même mesure. D'où : $\gamma = \alpha = 56\,°$.

Entraînement

1 Au regard de la figure, que peut-on dire des angles :

1) 1 et 5 ? **3)** 4 et 6 ? **5)** 3 et 5 ?
2) 2 et 6 ? **4)** 3 et 7 ? **6)** 4 et 8 ?

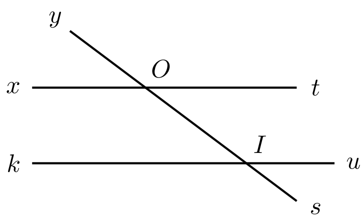


2 Dans la configuration suivante, citer :

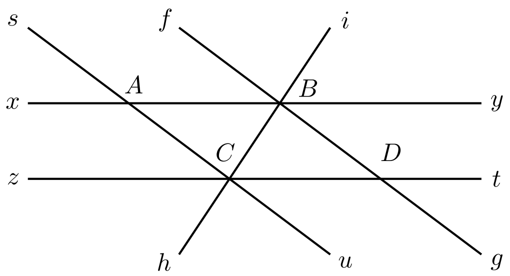
1) la sécante ;

2) deux angles correspondants ;

3) deux angles alternes-internes.

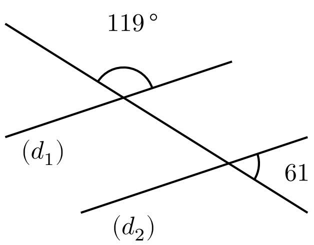


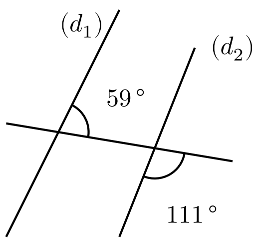
3 Sur cette figure, les droites (xy) et (zt), ainsi que les droites (su) et (fg), sont parallèles.
Compléter le tableau suivant lorsque c'est possible.



angle	$\widehat{yBg}$	$\widehat{zCi}$	$\widehat{fBi}$	$\widehat{uCi}$
alterne-interne				
correspondant				

4 Anita pense que l'une des deux paires de droites (d_1) et (d_2) est parallèle. A-t-elle raison ?

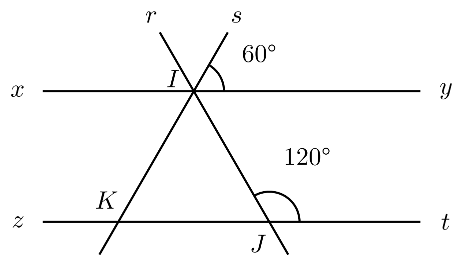




5 Dans la figure ci-dessous, on sait que les droites (xy) et (tz) sont parallèles et on connaît la mesure de deux angles. En utilisant les données de la figure :

1) Donner la mesure en degrés des angles suivants : $\widehat{IJK}$, puis $\widehat{JKI}$, puis $\widehat{rIy}$, puis $\widehat{yIJ}$, puis $\widehat{xIK}$ et enfin $\widehat{KIJ}$.

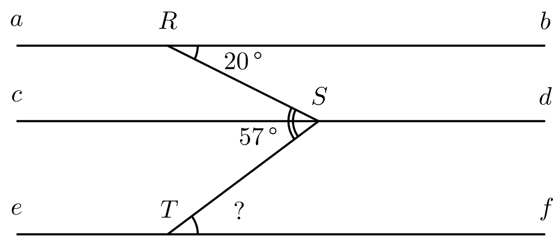
2) En déduire la nature du triangle IJK ?



6 Sur la figure ci-dessous :

- les droites (ab), (cd) et (ef) sont parallèles ;
- R est un point de (ab), S un point de (cd) et T un point de (ef) tels que $\widehat{bRS} = 20\,°$ et $\widehat{RST} = 57\,°$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{STf}$.

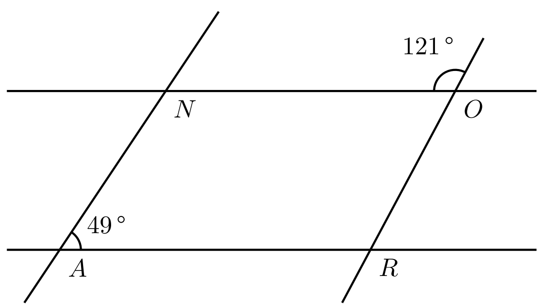


7 Nora possède un champ en forme de quadrilatère $NORA$ dont les côtés (NO) et (RA) sont parallèles. Elle prend la mesure de deux angles et se demande si son quadrilatère peut être un parallélogramme.

1) Écrire sur le schéma ci-dessous la mesure de tous les angles existants.

2) Les droites (NA) et (OR) sont-elles parallèles ?

3) Quelle est alors la nature du quadrilatère $NORA$?

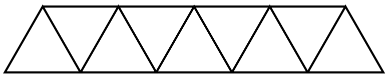


Le flexagone

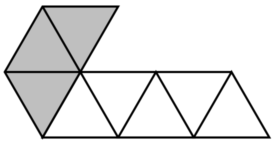
Arthur Stone, étudiant britannique de 23 ans, aurait découvert de curieuses formes géométriques polygonales en 1939, en découpant les feuilles de papier au format américain pour les transformer au format européen, plus étroit. Il lui restait alors des bandes qu'il se mit à plier pour obtenir des formes géométriques dont certaines se révélèrent « flexibles ». Le premier **flexagone** qu'il découvrit aurait été construit grâce à neuf triangles équilatéraux pliés puis assemblés pour former un hexagone.

Partie A : construction du flexagone

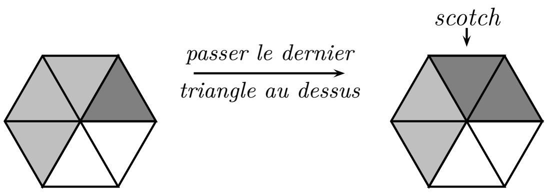
1) Reproduire, puis découper la figure ci-dessous, composée de 9 triangles équilatéraux de côté 5 cm.



2) Marquer le pli vallée au niveau de l'arête commune entre le 3e et le 4e triangle, puis replier vers le haut les trois premiers triangles.

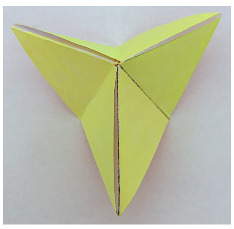
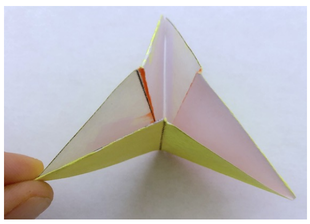


3) Marquer le pli montagne au niveau de l'arête commune entre le 6e et le 7e triangle, puis replier vers le haut les trois derniers triangles en faisant passer le dernier triangle sur le premier triangle.
Enfin, mettre un morceau de ruban adhésif pour maintenir le premier et le dernier triangle ensemble.



Partie B : utilisation du flexagone

1) On obtient un hexagone, ou plus précisément un hexaflexagone. Dessiner ou colorier les deux faces obtenues.
2) Marquer tous les plis dans les deux sens.
3) Plier une arête sur deux en alternant les plis vallée et montagne de telle sorte que les soufflets soient en plis montagne, puis ouvrir : on obtient, de manière magique, une troisième face que l'on peut à son tour colorier.

4) En réitérant le pliage, on obtient successivement les trois faces, une à une.

Pour aller plus loin :

- Un article, paru dan le magasine « Pour la science » et écrit par Jean-Paul Delahaye, explique que l'on peut faire des flexagones avec autant de faces que l'on souhaite : Le flexagone
- Il existe également des sites spécialisés, comme Flexagone.net qui propose de multiples modèles décorés à imprimer

ALGORITHMIQUE & PROGRAMMATION

3

En route vers la programmation

Ce que sait faire l'élève en 5e

Niveau 1 (possibilité d'aller au delà).

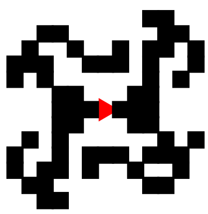
1) Il réalise des activités d'algorithmique débranchée.
2) Il met en ordre et/ou complète des blocs fournis par le professeur pour construire un programme simple sur un logiciel de programmation.
3) Il écrit un script de déplacement ou de construction géométrique utilisant des instructions conditionnelles et/ou la boucle « Répéter … fois ».

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♡ Notions d'algorithme et de programme.
- ♡ Notion de variable informatique.
- ♡ Déclenchement d'une action par un événement.
- ♡ Séquences d'instructions, boucles, instructions conditionnelles.
- ♢ Écrire, mettre au point (tester, corriger) et exécuter un programme en réponse à un problème donné.

Débat : la fourmi de Langton : que se passe-t-il ensuite ?

La **fourmi de Langton**, du nom de son inventeur scientifique américain *Christopher Langton*, est un petit programme informatique inventé vers la fin des années 1980. Il consiste en un automate qui se déplace dans un quadrillage suivant des règles simples. Il modélise le fait qu'un ensemble de comportements élémentaires peut donner lieu à un comportement complexe.



Vidéo : **La fourmi de Langton**, chaîne YouTube *Science étonnante*.

Activité d'approche

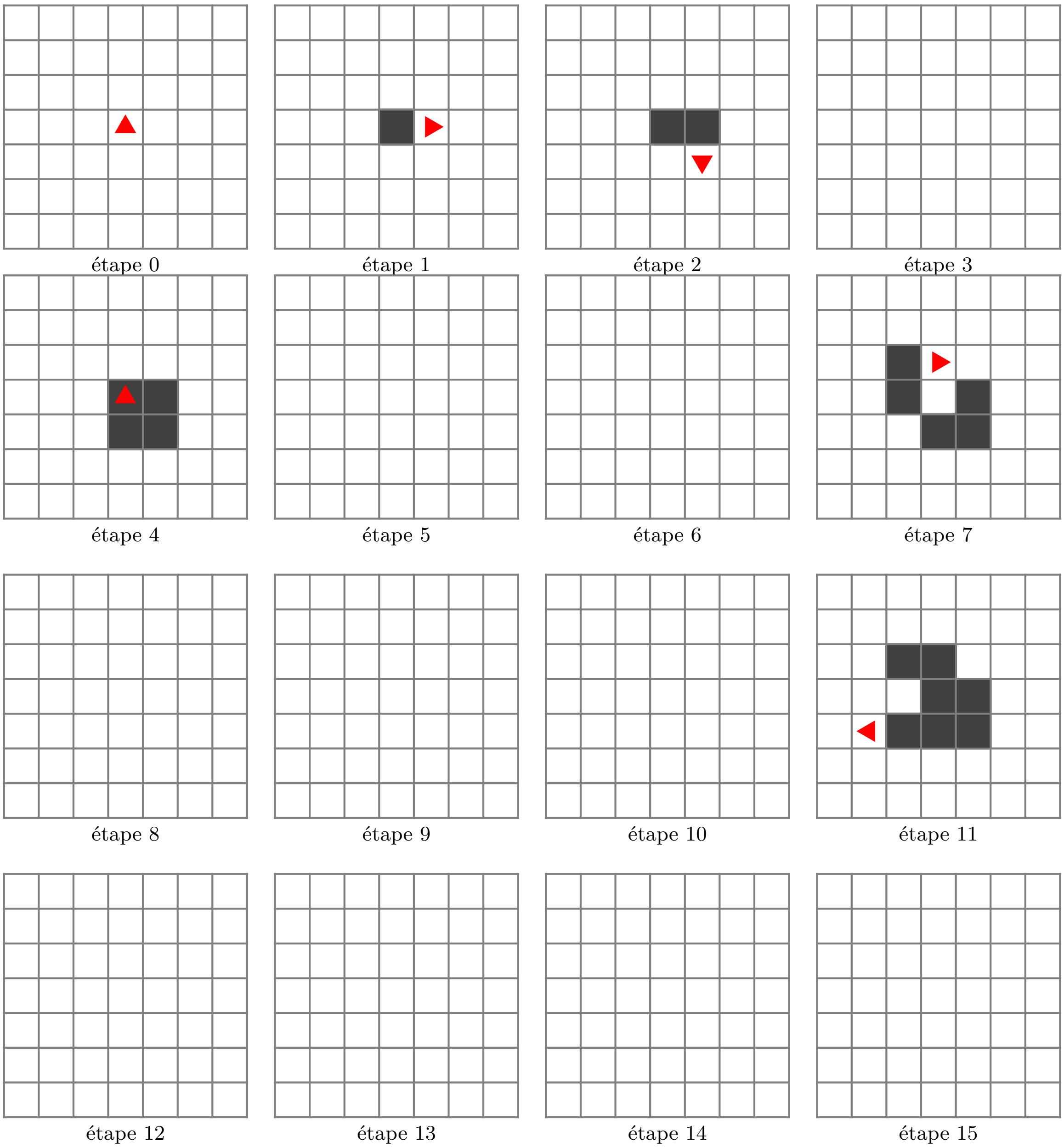
La fourmi de Langton

Objectifs : suivre un algorithme de déplacement ; se repérer dans le plan dans un repérage relatif.

La fourmi de Langton est un automate qui se déplace dans un quadrillage suivant les règles suivantes :

- au départ, toutes les cases sont de la même couleur, ici blanches ;
- si la fourmi est sur une case blanche, elle tourne de 90° vers la droite, change la couleur de la case en noir et avance d'une case ;
- si la fourmi est sur une case noire, elle tourne de 90° vers la gauche, change la couleur de la case en blanc et avance d'une case.

Compléter dans les quadrillages ci-dessous les quinze premières étapes du déplacement de la fourni.

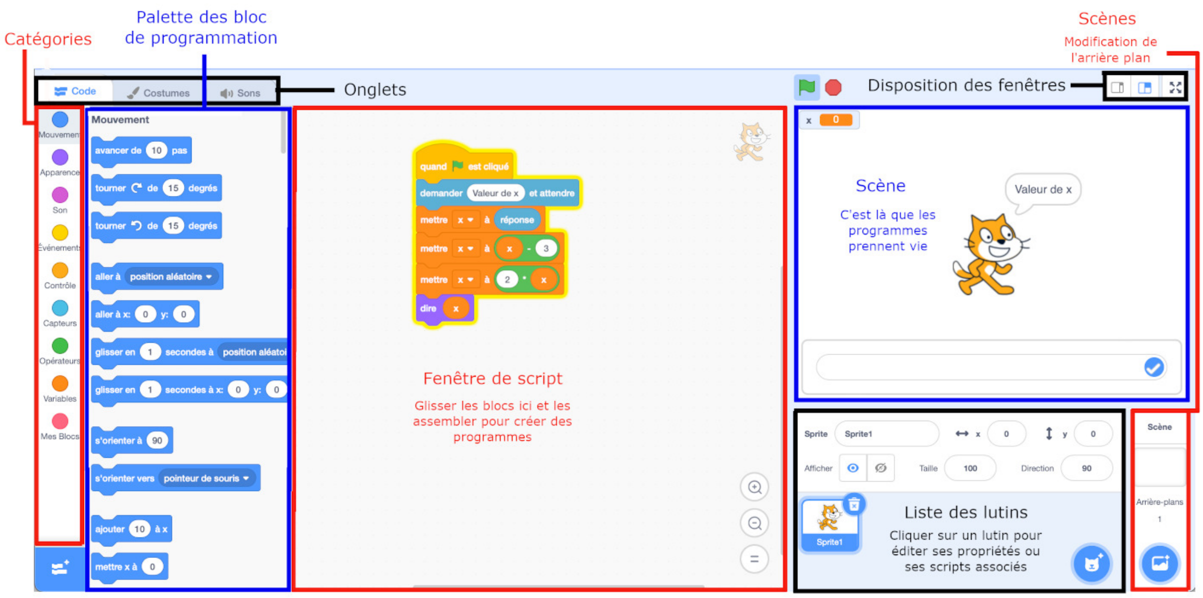


1. Algorithmes et langages de programmation

DÉFINITION : Algorithme

Un **algorithme** est une liste ordonnée et logique d'instructions permettant de réaliser une tâche de manière automatisée.

Un algorithme peut-être traduit, grâce à un langage de programmation, en un programme exécutable par un ordinateur. Ce langage peut être formel, textuel, visuel... Actuellement, le logiciel utilisé au collège est Scratch, développé par le MIT. Les programmes sont créés grâce à une succession de blocs, chacun ayant une fonction.



2. Se déplacer

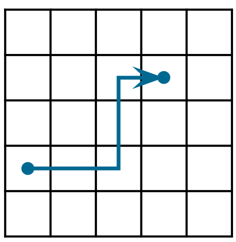
MÉTHODE 1 Langages de déplacement

Pour se déplacer dans le plan, il existe principalement deux langages de déplacement :

- le langage **absolu** composé de mots de vocabulaire du type : « haut », « bas », « droite » et « gauche ». Le déplacement se fait comme si on se plaçait en vue du dessus ;
- le langage **relatif** composé de mots de vocabulaire du type : « avancer », « tourner à droite » et « tourner à gauche ». C'est ici le point de vue de l'observateur qui est adopté.

Exercice d'application

Coder ce déplacement :



Correction

Avec le langage absolu :

« droite
droite
haut
haut
droite »

Avec le langage relatif :

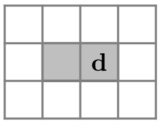
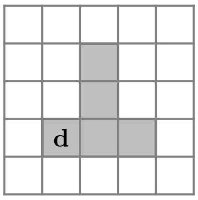
« avancer
avancer
tourner à gauche
avancer
avancer
tourner à droite
avancer »

Entraînement

1 Un programme permet à un robot de se déplacer sur les cases d'un quadrillage. Chaque case atteinte est colorée en gris.
Au début d'un programme, toutes les cases sont blanches, le robot se positionne sur une case de départ indiquée par un « **d** » et la colore aussitôt en gris.
Le robot se déplace suivant un programme grâce à un langage absolu dont le vocabulaire est

« S (south) ; E (east) ; N (north) ; W (west) ».

Voici des exemples de programmes et leurs effets :

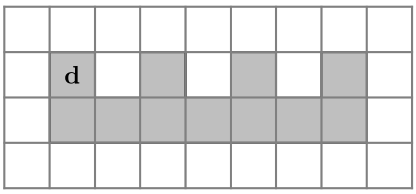
1W	Le robot avance de 1 case vers l'ouest.	
2E 1W 2N	Le robot avance de 2 cases vers l'est, puis de 1 case vers l'ouest, puis de 2 cases vers le nord.	

1) Voici un programme :

1W 2N 2E 4S 2W

On souhaite dessiner le motif obtenu avec ce programme. Sur votre copie, réaliser ce motif en utilisant des carreaux, comme dans les exemples précédents. On marquera un « **d** » sur la case de départ.

2) On fait fonctionner un programme qui dessine le motif suivant :



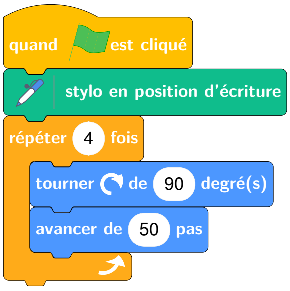
a) Proposer un programme permettant de dessiner ce motif.

b) Comment pourrait-on faire évoluer l'écriture de ce programme afin qu'il soit plus compact ?

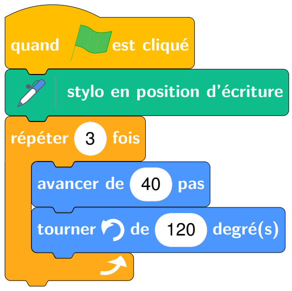
2 Tracer les figures obtenues lorsque l'on exécute les programmes suivants avec scratch. Pour chaque cas, donner la nature de la figure obtenue.

On représentera l'unité (un pas)par 1 mm sur le cahier.

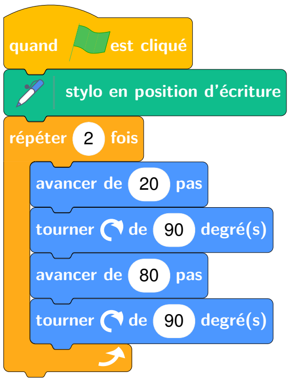
Programme 1



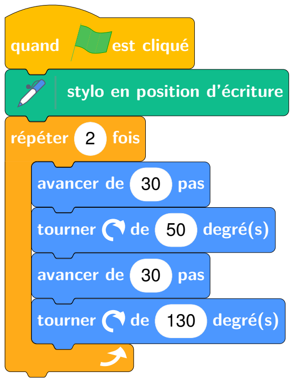
Programme 2



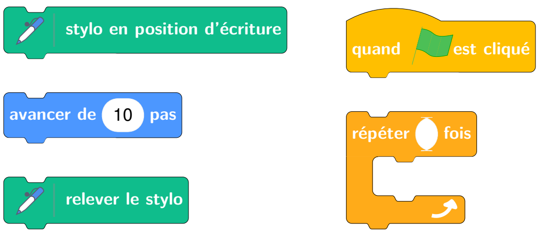
Programme 3



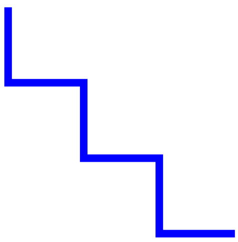
Programme 4



3 En utilisant les instructions ci-dessous, écrire un programme permettant de tracer les pointillés.



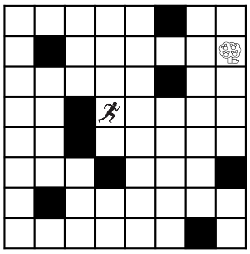
4 Proposer un programme permettant de dessiner les marches d'un escalier comme ci-dessous.
Chaque segment de la marche doit mesurer 100 pas.



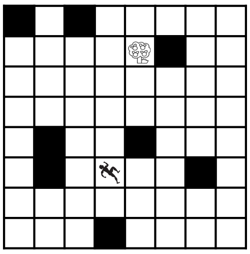
Le jeu des dominogrammes

But du jeu : en groupe, faire une chaîne fermée avec les huit cartes de domino.

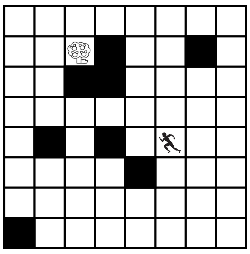
Règle du jeu : chaque domino est basé sur *Les douze travaux d'Hercule*, et notamment le travail n°11 dans lequel Hercule doit dérober les pommes d'or du jardin d'Hespérides. Le côté gauche comporte un quadrillage avec des cases noirs que l'on ne peut pas traverser, le personnage d'Hercule (orienté) et le pommier du jardin d'Hespérides. Le côté droit comporte un programme de déplacement d'Hercule. L'objectif est d'associer un programme d'un domino avec un quadrillage d'un autre domino. Les huit dominos doivent créer une chaine fermée.



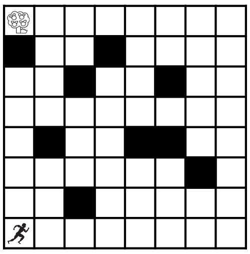
✈
- Démarre
- Avance de 3
- Tourne à droite
- Avance de 1
- Tourne à gauche
- Avance de 1
- Prends les pommes



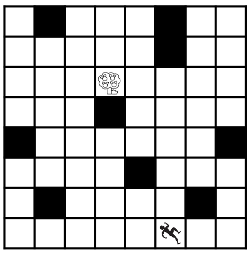
■
- Démarre
- Tourne à droite
- Avance de 4
- Tourne à gauche
- Avance de 3
- Tourne à gauche
- Avance de 1
- Prends les pommes



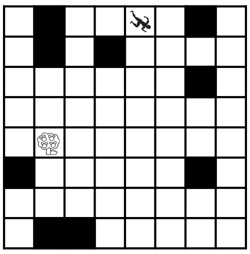
✚
- Démarre
- Avance de 7
- Tourne à gauche
- Avance de 7
- Tourne à gauche
- Avance de 7
- Prends les pommes



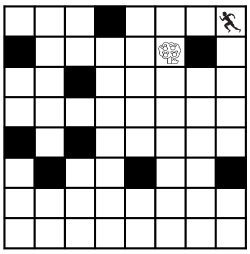
✔
- Démarre
- Avance de 3
- Tourne à gauche
- Tourne à droite
- Avance de 2
- Tourne à gauche
- Avance de 2
- Prends les pommes



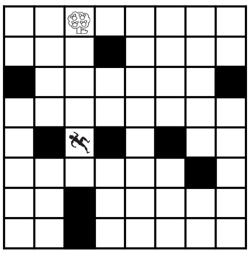
✦
- Démarre
- Avance de 6
- Tourne à droite
- Avance de 3
- Tourne à droite
- Avance de 2
- Tourne à gauche
- Prends les pommes



✪
- Démarre
- Avance de 2
- Tourne à gauche
- Avance de 1
- Prends les pommes



✷
- Démarre
- Avance de 2
- Tourne à gauche
- Tourne à gauche
- Tourne à gauche
- Tourne à gauche
- Avance de 2
- Prends les pommes



▲
- Démarre
- Avance de 1
- Tourne à gauche
- Avance de 2
- Tourne à droite
- Avance de 2
- Avance de 1
- Prends les pommes

Lorsque le groupe a réussi la mission, passer au niveau supérieur avec une autre série de dominos comportant des boucles de répétition.

NOMBRES & CALCULS

4

Nombres relatifs

Ce que sait faire l'élève en 5e

1) Il utilise la notion d'opposé.
2) Il repère sur une droite graduée les nombres décimaux relatifs.
3) Il se repère sur une droite graduée.
4) Il résout des problèmes faisant intervenir des nombres décimaux relatifs.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

♡ Nombres décimaux négatifs, notion d'opposé.

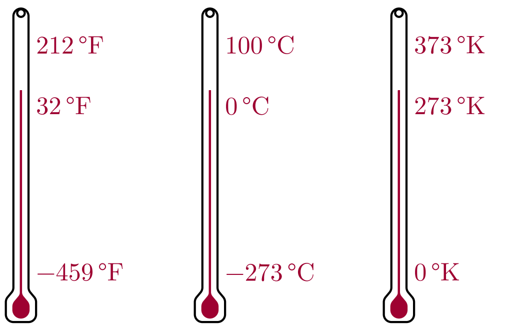
♢ Comparer, ranger, encadrer des nombres en écriture décimale.

♢ Se repérer sur une droite graduée.

Débat : les unités de mesure de température

Il existe trois échelles principales de température :

- l'échelle Farenheit, créée en 1720 par le scientifique allemand **Gabriel Farenheit** et allant de 32 °F à 212 °F ;
- l'échelle Celsius, créée en 1741 par le physicien suédois **Anders Celsius** dans laquelle 0 °C correspond au point de congélation de l'eau et 100 °C à son point d'ébullition ;
- l'échelle de Kelvin, créée à la fin du XIXe siècle par **Lord Kelvin** pour laquelle le point 0 correspond au zéro absolu, c'est-à-dire à la plus basse température existante.



Vidéo : **Celsius et Farenheit**, chaîne YouTube *Ma deuxième école*, épisode de la série *Culture G*.

Activité d'approche

Carrés magiques

Objectifs : résoudre un problème avec des nombres ; montrer que, pour résoudre un problème, il est parfois nécessaire d'inventer de nouveaux nombres, des nombres négatifs.

Un carré magique est un tableau carré tel que la somme pour chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale soit la même.

	2	7	6	→ 15	
	9	5	1	→ 15	
	4	3	8	→ 15	
↙ 15	↓ 15	↓ 15	↓ 15		↘ 15

Compléter les carrés suivants pour les rendre magiques en commençant par déterminer la somme commune.

Somme = --------

8		
	5	
4		2

Somme = --------

18		24
	15	
		12

Somme = --------

2	7	
	3	
		4

Somme = --------

	1	4
	7	
10		

Source : Une introduction des nombres relatifs en 5e - PLOT 45, APMEP 2014.

Trace écrite

1. Nombres relatifs

DÉFINITION

Un **nombre relatif** est un nombre positif (+) ou négatif (−). Le nombre sans son signe correspond à sa distance à l'origine 0.

Exemple Les étages d'un immeuble sont repérés par rapport à un niveau 0 : le rez-de-chaussée. Les étages au-dessus sont les étages positifs et les étages en dessous (cave, garages) sont les étages négatifs.

Exemple Le signe de $+3$ est $+$ et sa distance à l'origine 0 est 3.
Le signe de -7 est $-$ et sa distance à l'origine 0 est 7.

DÉFINITION

L'**opposé** d'un nombre relatif est le nombre de signe contraire et de même distance à 0.

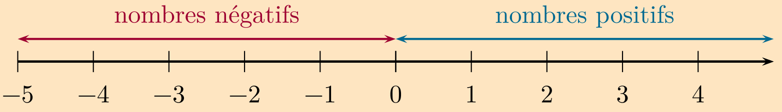
Exemple L'opposé de -3 est $+3$ et l'opposé de $+2$ est -2 .

Remarque : de manière usuelle, on omet le signe « + » devant les nombres positifs.

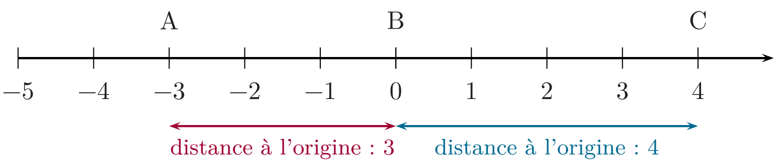
2. Droite graduée et comparaison

DÉFINITION

Sur une droite graduée, on repère chaque point par un nombre : son abscisse.
D'un côté de l'origine 0, on place les nombres négatifs et de l'autre les nombres positifs.



Exemple L'abscisse de A est -3, on note A(-3) ; l'abscisse de B est , l'abscisse de C est $+4$.



PROPRIÉTÉ

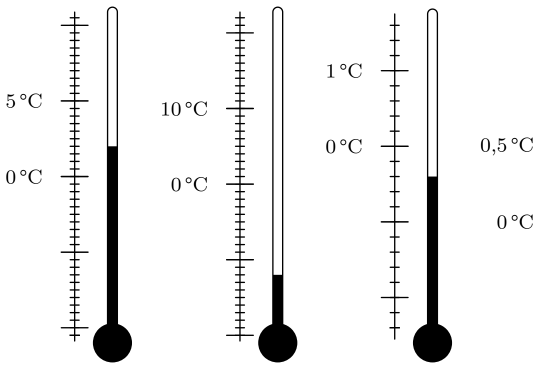
- Deux nombres relatifs négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leur distance à zéro.
- Un nombre relatif négatif est inférieur à un nombre relatif positif.
- Deux nombres relatifs positifs sont rangés dans l'ordre de leur distance à zéro.

Exemple $-4 < -2$ car $4 > 2$; $-4 < 2$ car $-4 < 0$ et $2 > 0$; $+4 > +2$ car $4 > 2$.

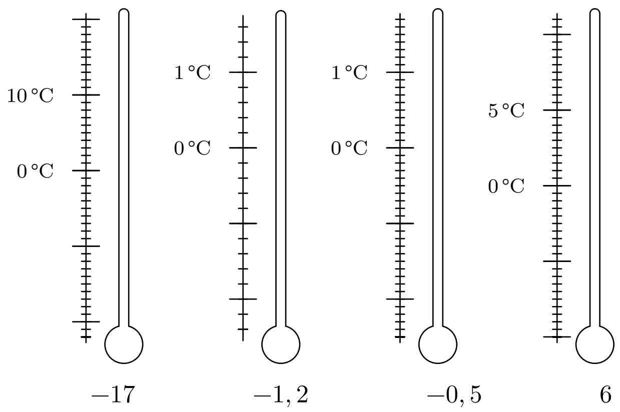
Remarque : les nombres négatifs sont rangés « dans le sens inverse » des nombres positifs.

Entraînement

1 Quelle est la température indiquée par chacun des thermomètres ?



2 Colorier les thermomètres jusqu'à la graduation correspondant à la température donnée.



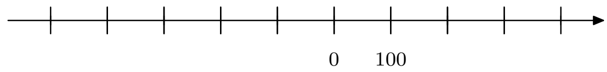
3 Entourer en bleu les nombres positifs et en rouge les nombres négatifs.

12	$+\pi$	$-\dfrac{12}{13}$	-17	$+0,001$
$-54,2$	$\dfrac{1}{10}$	$-0,14$	$\dfrac{3}{7}$	$100,01$
$12,6$	$-1,18$	-3^2	$0,1$	$48\,000$

4 Compléter le tableau suivant :

Nombre	2,5		0	−5		7,1
Opposé		−2,7			1	

5 Reproduire l'axe chronologique ci-dessous puis placer le plus précisément possible ces évènements :



- T : le temple de Jérusalem est détruit en 70 après Jésus-Christ ;
- J : Jules César naît en 100 avant J.-C. ;
- C : Constantin crée Constantinople en 324 ;
- A : Alexandre le Grand meurt en 324 avant J.-C.

6 Construire une droite graduée dont l'origine est au milieu du cahier et l'unité vaut 1 cm puis répondre aux questions suivantes.

1) Sur la droite graduée, placer les points : A$(+8)$, B(-2), C$(+3)$, D(-5) et E$(+2)$.

2) En examinant la position des points A, B, C, D et E sur cette droite graduée, comparer :

$+2$ et -2	$+2$ et -5	$+3$ et $+8$
-2 et -5	$+8$ et -2	-5 et $+3$

3) Ranger dans l'ordre croissant : $+8; -2; +3; -5$ et $+2$.

7 Compléter par $<$, $>$ ou $=$.

1) $+5,34$ .... $+3,54$ **6)** $-9,27$ .... $-9,272$

2) $0,05$ .... 1 **7)** $+8,64$ .... $-8,64$

3) $-8,51$ .... $-8,5$ **8)** $-19,2$ .... $+9,2$

4) $11,9$ .... $+11,9$ **9)** $-14,39$ .... $+14,4$

5) $3,14$ .... $-1,732$ **10)** $-0,99$ .... $-0,909$

8 Ranger dans l'ordre croissant et simplifier.

1) $+3$; -7 ; -8 ; $+7$; $+14$; $+8$; -9.

2) $+5,0$; $+2,7$; $-2,6$; $-3,1$; $+7,1$; $-8,3$; $-0,2$.

3) $-10,6$; $+14,52$; $-8,31$; $-3,8$; $+4,2$; $+14,6$; $-8,3$.

9 Chasser l'intrus dans chacun des cas suivants.

1) $-9,84 < -9,72 < -9,67 < -9,78 < -9,18$

2) $+1,5 < +1,51 < +1,499 < +1,54 < +1,55$

3) $-1\,002 > -1\,220 > -1\,022 > -1\,202 > -1\,222$

10 Donner tous les entiers relatifs compris entre :

1) $-2,3$ et $+5,7$. **2)** -20 et $-14,8$.

Nombres croisés

Compléter cette grille de nombres croisés à l'aide de chiffres et de signes « + » ou « − » grâce aux indications données.

	a	b	c	d	e	f
1		■			■	
2				■		
3		■	■			■
4	■			■	■	
5			■			
6		■				■

Horizontalement

1) Valeur du plus grand chiffre.
Opposé de l'entier compris entre $-12,2$ et $-13,9$.
Les nombres négatifs sont précédés de ce signe.

2) Résultat du calcul $8 \times 20 - (12 + 28)$.
Nombre entier compris entre $-1,8$ et $-0,2$.

3) Opposé de l'opposé de $+8$.
Nombre entier supérieur à $73,01$ et inférieur $74,99$.

4) Sur une droite graduée de 3 en 3, je suis placé à trois graduations à gauche de l'origine.
Signe de l'opposé d'un nombre positif.

5) Nombre entier le plus proche $-1,4$.
Nombre entier inférieur à $-15,154$ et supérieur à $-16,98$.

6) Diviseur commun à 12 ; 24 et 33.
Mon chiffre des centaines est le double de mon chiffre des dizaines qui est lui-même le double de mon chiffre des unités.

Verticalement

a) Résultat du calcul $9 \times (100 + 2)$.
Nombre relatif inférieur à zéro et se trouvant à 5 unités du nombre $+2$.

b) J'ai la même distance à zéro que le nombre -2.
Nombre opposé de la moitié de 2.

c) Le chiffre des unités est l'abscisse de l'origine et le chiffre des dizaines est le premier nombre entier positif non nul.
Opposé de l'entier compris entre $-9,12$ et $-8,93$.
Nombre relatif se situant après zéro et se trouvant à 11 unités du nombre -7.

d) Distance à zéro de l'opposé de $-\dfrac{33}{11}$.
Opposé de $-42 \div 6$.
Nombre négatif se trouvant à deux unités de l'origine.

e) Nombre se trouvant à 8 unités de -12.
Distance à zéro de $+\dfrac{22}{2}$.

f) Opposé de $+1$.
Nombre entier le plus proche et supérieur à $-6,98$.

ESPACE &
GEOMETRIE

5

Repérage dans le plan

Ce que sait faire l'élève en 5e

1) Il se repère dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

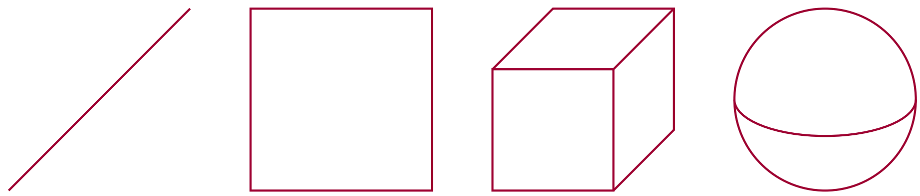
♡ Abscisse, ordonnée.

♢ (Se) repérer dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Débat : repère, ou repaire ?

Ces deux mots ont la même origine, le nom latin *rapatrirare*, « rentrer chez soi, rentrer dans sa patrie ». **Repaire** a assez vite pris le sens de « gîte d'animaux sauvages ». Au moyen-âge, l'écriture du nom n'était pas encore stabilisée et s'écrivait également **repère**, que l'on rattacha à tort au nom latin *reperire*, « retrouver ». Finalement, repère se spécialise pour désigner une marque permettant de retrouver quelque chose.

Revenons aux mathématiques, comment se repérer, selon le type d'objet où l'on se trouve :



Sur une droite ? Sur un plan ? Dans l'espace ? Sur une sphère ?

Vidéo : **C'est quoi un peu en 4D (et 1D) ?**, chaîne YouTube *Trash Bandicoot*.

Dessin gradué

Objectif : créer un dessin en utilisant un repérage particulier.

Pour découvrir le dessin codé, il faut placer les points A, B, C... selon les indications du tableau ci-dessous. Par exemple, le point A est sur la première ligne et son abscisse est 8.
Une fois tous les points placés les relier en suivant les instructions données.

Ligne	Point	Abs.
(1)	A	8
(1)	B	9
(1)	C	12
(2)	D	17
(2)	E	18
(2)	F	19
(2)	G	20
(2)	H	21
(2)	I	22
(2)	J	23
(3)	K	57

Ligne	Point	Abs.
(3)	L	58
(3)	M	59
(3)	N	63
(3)	O	64
(4)	P	23
(4)	Q	24
(4)	R	25
(4)	S	28
(4)	T	29
(5)	U	22
(5)	V	24

Ligne	Point	Abs.
(5)	W	26
(6)	X	36
(6)	Y	44
(7)	Z	6
(7)	A'	14
(7)	B'	18
(7)	C'	22
(8)	D'	15
(8)	E'	18
(8)	F'	27
(9)	G'	103

Ligne	Point	Abs.
(9)	H'	107
(9)	I'	108
(10)	J'	2
(10)	K'	4
(10)	L'	16
(11)	M'	50
(11)	N'	80
(12)	O'	32
(12)	P'	44
(13)	Q'	0,1
(13)	R'	0,2

Ligne	Point	Abs.
(13)	S'	0,3
(13)	T'	0,5
(13)	U'	0,6
(13)	V'	0,7
(13)	W'	0,8
(13)	X'	0,9
(14)	Y'	-15
(14)	Z'	-14
(14)	A"	-11
(14)	B"	-7
(14)	C"	-6

Tracer les lignes brisées suivantes :

FELMPKDACOTWVY
C'P'C"B"V'O'W'X'B'XA'

GB

HJNI

ST

QRUC'

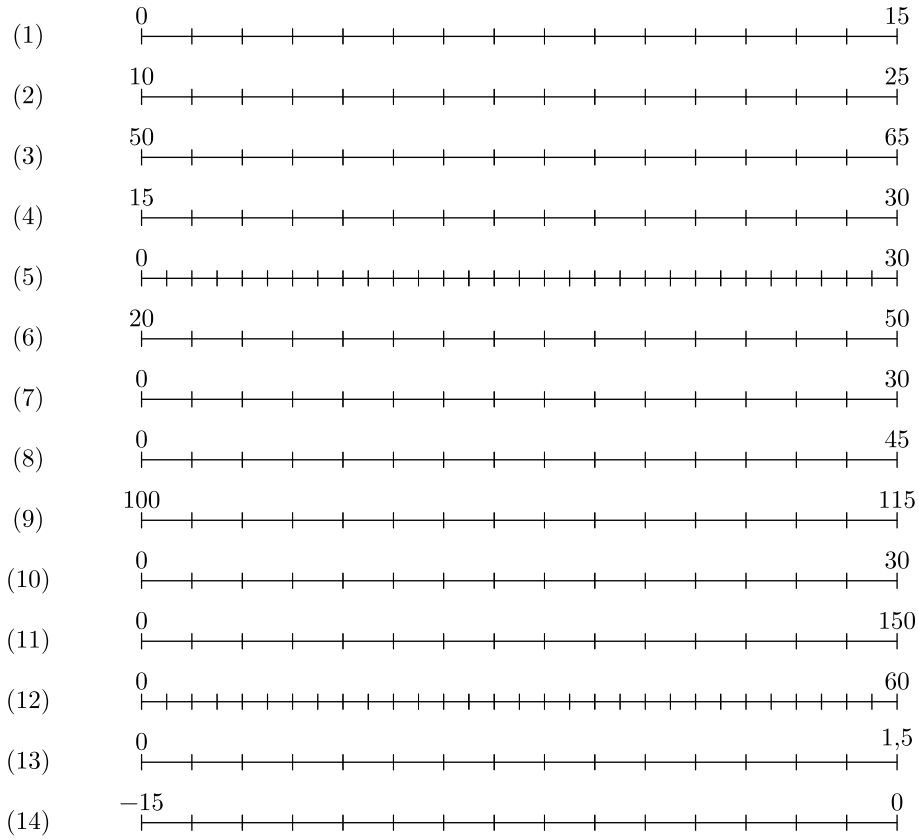
D'E'L'N'U'T'

F'I'H'

U'V'

B"A"S'M'G'K'R'Z'Y'Q'J'ZK

ZG'



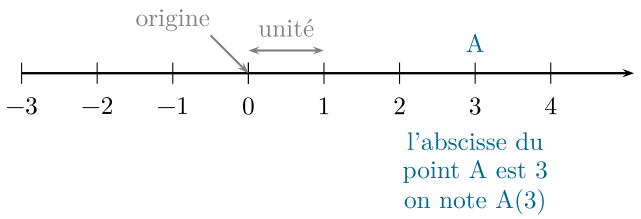
Activité inspirée de la brochure APMEP n°169 : « Jeux 7 »

Trace écrite

1. La droite graduée (rappels)

DÉFINITION

Pour graduer une droite, il faut choisir une **origine** qui correspond au « 0 » et une **unité** qui sera reportée de manière régulière.
Sur une droite graduée, un point est repéré par son **abscisse**.



2. Repérer un point dans un repère du plan

DÉFINITION

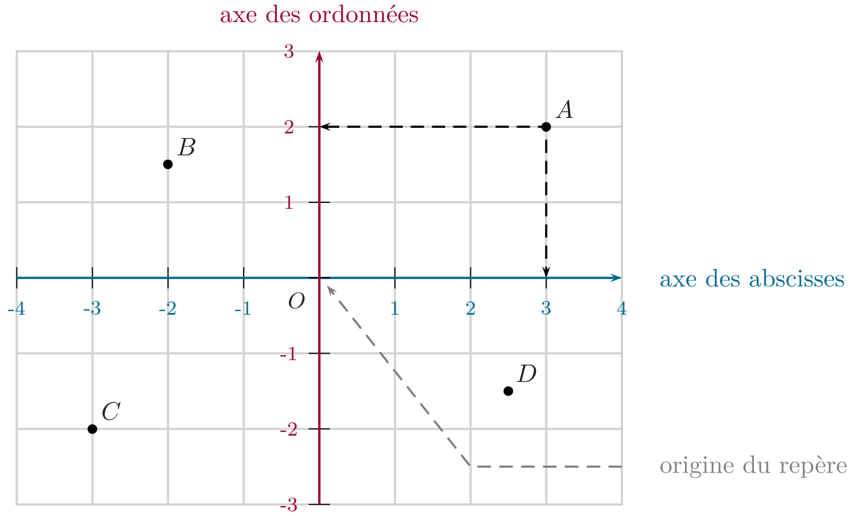
Un **repère orthogonal** est constitué de deux axes gradués perpendiculaires et sécants en O.

- O est l'**origine** du repère ;
- la droite horizontale est l'**axe des abscisses** ;
- la droite verticale est l'**axe des ordonnées**.

PROPRIÉTÉ

Dans un repère, un point M est repéré par un couple $(x;y)$ appelé coordonnées du point M.
x est l'**abscisse** du point et y est l'**ordonnée**.

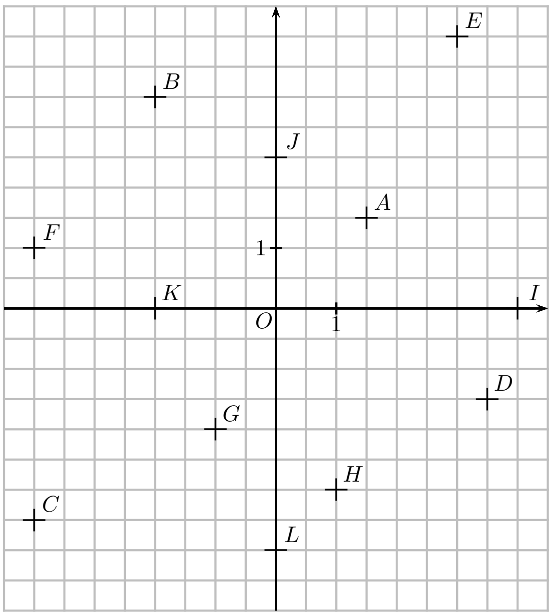
Exemple



Correction Les coordonnées des points O, A, B, C et D sont :
$O(0\,;0)$ $A(3\,;2)$ $B(-2\,;1,5)$ $C(-3\,;-2)$ $D(2,5\,;-1,5)$

Entraînement

1 Lire puis écrire les coordonnées des points A à L.



2 On considère les points de coordonnées :

$M(-9\,;-5)$ $N(-4\,;0)$ $O'(2,5\,;7)$ $P(5\,;3)$

$Q(-1\,;-1)$ $R(2\,;-3)$ $S(5\,;-2)$ $T(-6,5\,;-2)$

$U(-1\,;-4)$ $V(2\,;0)$ $W(-6,5\,;4)$ $X(-9\,,0)$

$Y(-4\,;-5)$ $Z(-6,5\,;-1)$

1) Créer un repère orthogonal en prenant un centimètre pour une unité qui puisse contenir tous les points.

2) Placer les points dans le repère.

3) Relier dans l'ordre les points suivants :

- $W-X-M-Y-N-W-O'-P-S-Y$.
- $U-Q-V-R$.
- $X-N-P$.
- Tracer le cercle de centre T passant par Z.

Imane reconnait un dessin familier. Quel est-il ?

3 On se place dans un repère orthogonal d'origine O et d'unité 1 cm.

1) Placer le point A de coordonnées $(3,5\,;1,5)$.

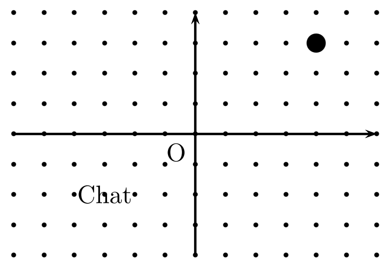
2) Placer le point B symétrique du point A par rapport à l'axe des abscisses. Quelles sont ses coordonnées ?

3) Placer le point C symétrique du point B par rapport à l'axe des ordonnées. Quelles sont ses coordonnées ?

4) Placer le point D symétrique du point C par rapport à l'axe des abscisses. Quelles sont ses coordonnées ?

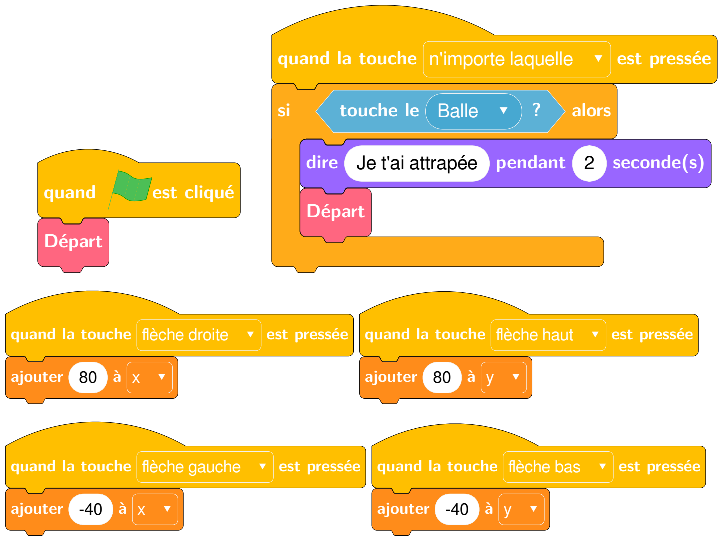
5) Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

4 L'image suivante représente la position obtenue au déclenchement du bloc « Départ » d'un programme.
L'arrière-plan est constitué de points espacés de 40 unités.
Le chat a pour coordonnées $(-120\,;-80)$.
Le but du jeu est de positionner le chat sur la balle représentée par le petit disque.



1) Quelles sont les coordonnées du centre de la balle représentée dans cette position ?

2) Dans cette question, le chat est dans la position obtenue au déclenchement du bloc départ.
Voici le script du lutin « chat » qui se déplace.



a) Expliquer pourquoi le chat ne revient pas à sa position de départ si le joueur appuie sur la touche → puis sur la touche ←.

b) Le joueur appuie sur la succession de touches suivante : → → ↑ ← ↓. Quelles sont les coordonnées x et y du chat après ce déplacement ? Justifier.

c) Parmi les propositions ci-dessous, laquelle permet au chat d'atteindre la balle ?

déplacement 1	déplacement 2	déplacement 3
→→→→→→→↑↑↑↑↑	→→→↑↑↑→↓←	↑→↑→↑→→↓↓

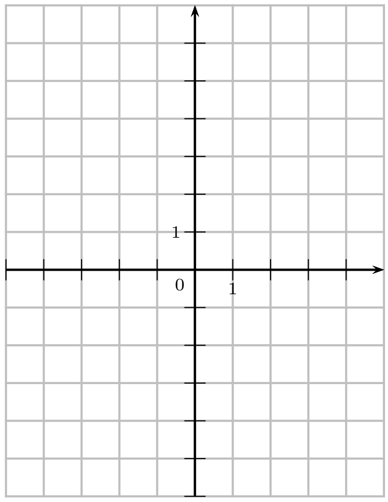
3) Que se passe-t-il quand le chat atteint la balle ?

Déformations

Partie A : dessin

1) Placer ces points dans le repérage ci-contre.

A $(-3\ ;\ 2)$	G $(0\ ;\ 6)$	M $(1\ ;-2)$	S $(1\ ;-1)$
B $(-3\ ;-5)$	H $(-4\ ;\ 2)$	N $(1\ ;-5)$	T $(1\ ;\ 1)$
C $(3\ ;-5)$	I $(-4\ ;\ 1)$	O $(-2\ ;\ 0)$	U $(2\ ;\ 1)$
D $(3\ ;\ 2)$	J $(0\ ;\ 5)$	P $(-2\ ;\ 2)$	V $(2\ ;-1)$
E $(4\ ;\ 1)$	K $(-1\ ;-5)$	Q $(-1\ ;\ 2)$	
F $(4\ ;\ 2)$	L $(-1\ ;-2)$	R $(-1\ ;\ 0)$	



2) Relier les points suivants :

ABCDEFGHIJD

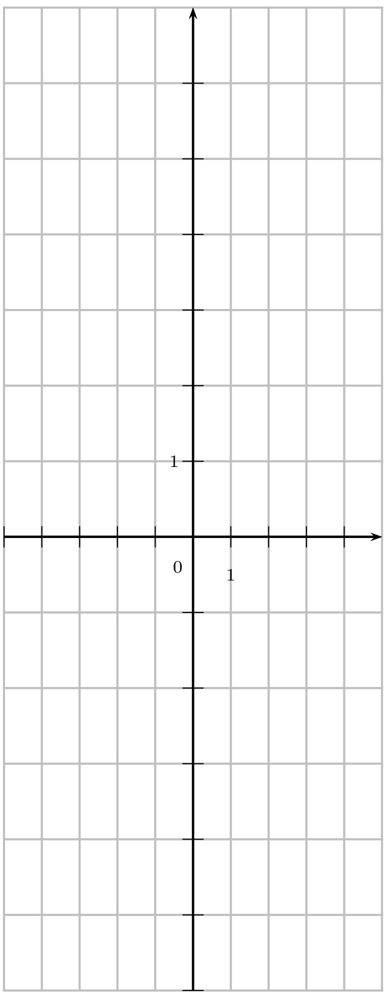
KLMN

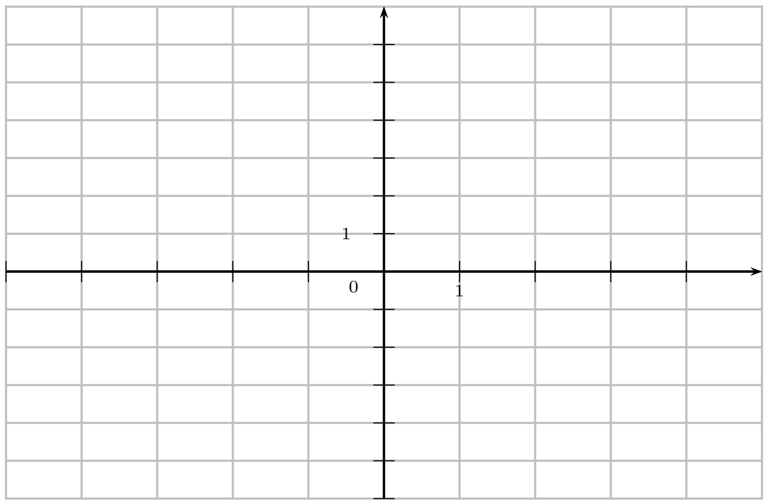
OPQRO

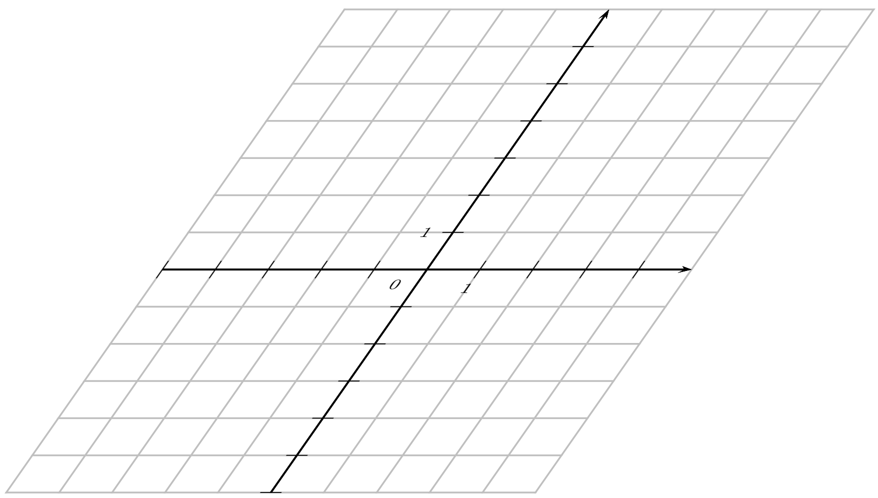
STUVS

Partie B : déformations

Tracer le dessin dans les repères suivants : que se passe-t-il ?







ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

6

Interpréter, représenter des données

Ce que sait faire l'élève en 5e

1) Il recueille et organise des données.
2) Il lit et interprète des données brutes ou présentées sous forme de tableaux, de diagrammes et de graphiques.
3) Il représente, sur papier ou à l'aide d'un tableur-grapheur, des données sous la forme d'un tableau, d'un diagramme ou d'un graphique.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♢ Recueillir des données, les organiser.
- ♢ Lire et interpréter des données sous forme de données brutes, de tableau, de diagramme (diagramme en bâtons, diagramme circulaire, histogramme).
- ♢ Utiliser un tableur-grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme.

Débat : le premier tableur

Des données brutes récoltées ont souvent peu de sens si elles sont utilisées ainsi, d'où la nécessité de les disposer d'une manière plus lisible à l'aide de tableaux et diagrammes.

Avec l'avènement de l'informatique, les tableaux deviennent numériques grâce à l'apport des **tableurs** : logiciels qui permettent de manipuler des données numériques, d'effectuer un certain nombre d'opérations de façon automatisée, de créer des représentations graphiques à partir des données : diagrammes , histogrammes, courbes...

Le premier tableur fut créé en 1978 par *Daniel Bricklin*, étudiant à Harvard qui devait établir des tableaux comptables pour une étude de cas sur Pepsi-Cola sans pour autant établir tous les calculs « à la main ». Son premier prototype, *VisiCalc* (pour Visible Calculator), pouvait manipuler un tableau de vingt lignes et cinq colonnes !

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					

Vidéo : **Meet the inventor of electronic spreadsheet**, site Internet de *Ted talks*.

Activité d'approche

Récolter des données

Objectif : Récolter des données au sein de la classe afin de les représenter sous différentes formes.

De combien d'enfants est composée ta famille proche (éventuellement recomposée), toi y compris ?

Ces données seront utilisées pour construire la trace écrite.

1. Tableaux

On souhaite connaître le nombre d'enfants qui constitue une fratrie d'une classe de 5e du collège Simone Veil composée ce jour là de 25 élèves. On obtient les résultats suivants :

1 ; 2 ; 5 ; 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 4 ; 1 ; 3 ; 2 ; 6 ; 2 ; 3 ; 4 ; 2 ; 6 ; 1 ; 3 ; 2 ; 1 ; 2 ; 3 ; 3 ; 2.

On **organise** les résultats : pour rassembler les données, on les présente sous forme d'un tableau où l'on regroupe ensemble les différentes valeurs obtenues. L'**effectif** d'une donnée est le nombre de fois qu'elle apparaît.

Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	5	9	6	2	1	2	25

2. Diagrammes en barres

DÉFINITION

Un **diagramme en barres** (ou en bâtons) est un graphique qui représente une série par de barres rectangulaires avec des hauteurs ou des longueurs proportionnelles aux effectifs.

Diagramme en barres verticales

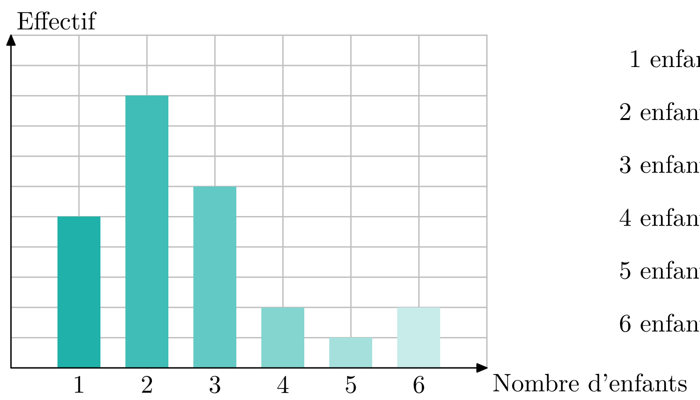
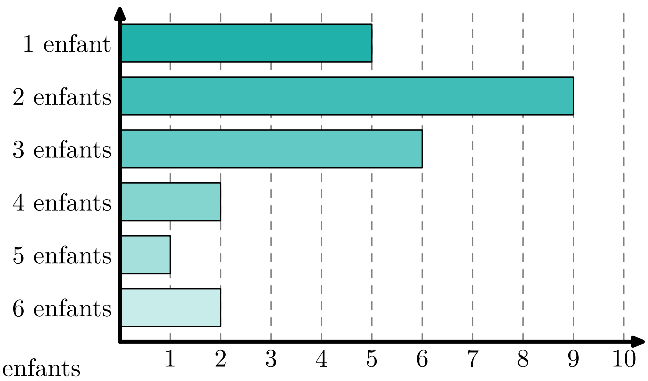


Diagramme en barres horizontales



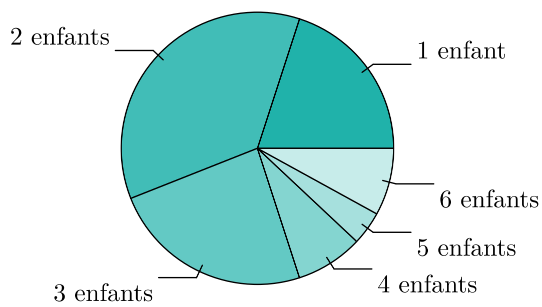
DÉFINITION

Un **diagramme circulaire** est un graphique qui représente une série par des secteurs circulaires dont la mesure des angles est proportionnelle aux effectifs.

Pour déterminer la valeur d'un angle, on effectue un calcul de proportionnalité :
Les 25 familles sont représentées sur le diagramme par un secteur angulaire de 360 °.
Une famille correspond à un secteur égal à $\dfrac{360\,°}{25} = 14{,}4\,°$.
Il suffit donc de multiplier l'effectif par 14,4 pour obtenir la valeur de l'angle (ici arrondie au degré).

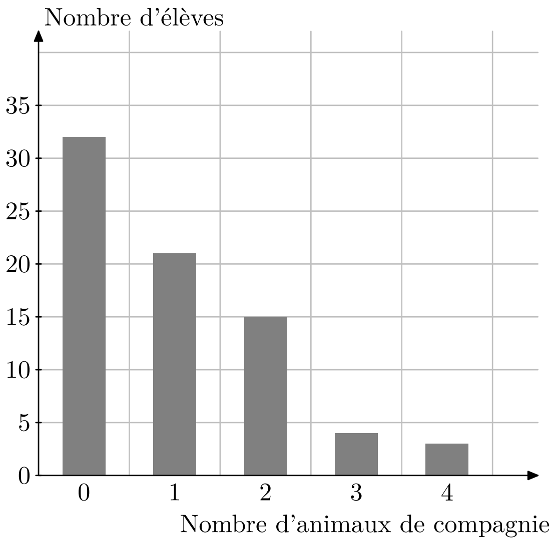
Nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6
Effectif	5	9	6	2	1	2
Angle (°)	72	130	86	29	14	29

Diagramme circulaire



Entraînement

1 On a demandé à des élèves de trois classes de 5^{e} combien d'animaux de compagnie vivaient avec eux.
Le résultat est représenté dans le diagramme suivant :



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1) 21 élèves ont un seul animal de compagnie.

2) Il y a 75 élèves en 5^{e} dans ce collège.

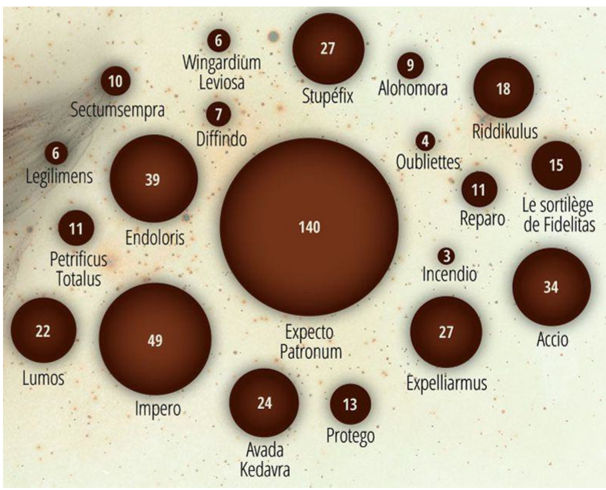
3) Les élèves qui ont deux animaux de compagnie sont trois fois plus nombreux que les élèves qui en ont trois.

4) 70 élèves ont moins de trois animaux de compagnie.

5) Plus de la moitié des élèves ont au moins un animal de compagnie.

6) Parmi les élèves qui ont au moins un animal de compagnie, la moitié en ont plusieurs.

2 L'infographie suivante donne le nombre de fois que des sortilèges de magie apparaissent dans les sept livres de la série *Harry Potter*.



Source de l'infographie : Harry Potter, les nombres d'or de la saga, Le Figaro.fr, 2017

1) Comment sont représentées les données dans cette infographie ?

2) Combien y a-t-il eu de sortilèges donnés au total dans les sept livres ?

3) Représenter les données dans un tableau en notant uniquement les sortilèges cités plus de 20 fois.

4) Construire un diagramme en bâtons pour les valeurs de ce tableau.

5) Construire un diagramme circulaire pour les valeurs de ce tableau.

6) Laquelle de ces trois représentations vous convient le mieux ? Pourquoi ?

3 Le tableau ci-dessous représente la répartition des médailles françaises aux Jeux olympiques d'été de 1896 à 2016 pour les dix sports ayant eu le plus de médailles.

1) Compléter le tableau.

2) Comment est établi le classement des sports aux Jeux olympiques.

3) Construire trois diagrammes circulaires : celui du cyclisme, du tir et du canoë-kayak en fonction de la couleur de médaille obtenue. Les comparer.

Pl.		Sport				T.
1				51	35	**118**
2			41		23	**91**
3			14	25		**68**
4			14	13	10	
5			14	10		**49**
6			13		17	**41**
7				14	10	**33**
8			9		3	**15**
9			8	15		**43**
10			8	9	19	

Source : France aux Jeux olympiques, Wikipedia, 2019

Le tableur

Un tableur est un logiciel d'édition et de présentation de tableaux. Il comporte des **feuilles de calcul** composées de multiples lignes et colonnes formant des **cellules**. Chaque cellule est repérée par son adresse : une lettre désignant la colonne et un numéro désignant la ligne. Par exemple, la cellule **A1** fait référence à la colonne A ligne numéro 1.

Partie A : écrire dans une cellule

Ouvrir une nouvelle feuille de tableur, écrire les textes suivants et appuyer sur entrée.

Dans la cellule A1 : `1+2` ; Dans la cellule A2 : `=1+2`

Quelle est la différence entre ces deux écritures ? Quelle est la différence d'interprétation du tableur ?

Partie B : utilisation du tableur-grapheur

Le ministère de la culture a effectué une enquête sur les équipements utilisés le plus souvent pour se connecter à Internet en 2019, en fonction de l'âge des utilisateurs.

	A	B	C	D	E	F	G
1		12-17 ans	18-24 ans	25-39 ans	40-59 ans	60-69 ans	70 ans +
2	Smartphone	78 %	89 %	79 %	45 %	24 %	12 %
3	Ordinateur	16 %	10 %	15 %	42 %	45 %	38 %

On souhaite représenter, sous différentes formes, les résultats de cette enquête.

1) Reproduire ce tableau dans un tableur.
Enregistre ton travail dans un fichier nommé `Nom_prenom_classe_tableur_grapheur`.

2) Sélectionner le tableau en entier (cellules A1 à G3) et insérer trois graphiques : un diagramme en barres verticales (titre : graphique 1), un diagramme en barres horizontales (graphique 2) et un diagramme circulaire (graphique 3).

3) Laquelle de ces trois représentations vous parait-elle la plus lisible, pourquoi ? ------------------------------

----

4) Choisir deux autres représentations et les décrire brièvement.

Graphique 4 : --

Graphique 5 : --

----

5) Créer un graphique 6 de votre choix représentant uniquement les données concernant les ordinateurs.

6) Répondre aux questions suivantes :

a) Quelle tranche d'âge utilise le plus son smartphone pour aller sur Internet ? ------------------------------

b) Selon toi, pourquoi « les jeunes » utilisent-ils plus un smartphone qu'un ordinateur pour aller sur Internet ?

----

c) Selon toi, pourquoi « les seniors » utilisent-ils plus un ordinateur qu'un smartphone pour aller sur Internet ?

GRANDEURS ET MESURES

7

Horaires et durées

Ce que sait faire l'élève en 5e

1) Il effectue des calculs de durées et d'horaires.
2) Il vérifie la cohérence des résultats du point de vue des unités pour les calculs de durées.
3) Il effectue des conversions d'unités de durée.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♢ Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, exprimer les résultats dans des les unités adaptées.
- ♢ Exprimer et vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.

Débat : instruments anciens de mesure de temps et de durée

De tous temps on a voulu mesurer le **temps** et la **durée**, ci-dessous figurent quelques instruments utilisés dans des époques plus ou moins lointaines.

Cadran solaire
1 500 av. J.-C.
Heures du jour

Nocturlabe
Xe siècle
Heures de la nuit

Clepsydre
1 600 av. J.-C.
Durées longues (heures)

Sablier
IXe siècle
Durées courtes (minutes)

Vidéo : **Remettons les pendules à l'heure**, chaîne YouTube *C'est pas sorcier.*

Activité d'approche

De la seconde au siècle

Objectif : donner un ordre de grandeur dans le domaine des durées (plusieurs flèches peuvent arriver au même ordre de grandeur).

Relier les durées suivantes à son ordre de grandeur.

Durée d'un cycle complet de lune •	• Le siècle •	• Âge maximum atteint par un humain
Durée d'une grossesse •	• L'année •	• Intervalle entre deux battements de cœur consécutifs
Record du monde du 100 m •	• Le mois •	• Durée d'un saison
Temps de cuisson d'un œuf à la coque •	• Le jour •	• Durée d'un entraînement de sport
Temps mis par la lumière pour parcourir une distance équivalente à celle séparant la Terre et la Lune •	• L'heure •	• Durée d'un film
Durée d'un weekend •	• La minute •	• Temps mis par la Terre pour faire le tour de son étoile : le Soleil
	• La seconde •	

1. Unités de temps

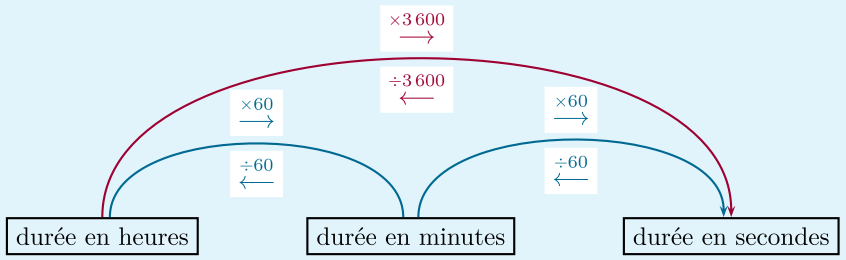
Selon les situations, on indique les durées en années, mois, jours, heures, minutes, ou secondes :
1 siècle = 100 ans ; 1 an = 12 mois = 365/366 jours ; 1 jour = 24 heures ; 1 heure = 60 minutes = 3 600 secondes...
Pour mesurer le temps ou une durée, on peut utiliser un cadran solaire, un sablier, une montre, un chronomètre...

2. Conversion de durées

La seconde (s) est l'unité du système SI permettant de caractériser une durée. Contrairement aux autres unités, elle ne suit pas un système décimal, mais hexadécimal (de base 60).

MÉTHODE 1

Pour convertir des heures en minutes ou des minutes en secondes ou inversement, on peut utiliser le schéma suivant :



Exercice d'application Convertir 170 minutes en heures et minutes.

Correction $170 = 2 \times 60 + 50$, donc $170\,\text{min} = 2\,\text{h}\,50\,\text{min}$.

Exercice d'application Convertir 1 h 25 min 36 s en secondes.

Correction $1\,\text{h} = 3\ 600\,\text{s}$ et $1\,\text{min} = 60\,\text{s}$ donc $1\,\text{h}\,25\,\text{min}\,36\,\text{s} = 3\ 600\,\text{s} + 25 \times 60\,\text{s} + 36\,\text{s} = 5\ 136\,\text{s}$.

Pour effectuer des additions ou soustractions de durées, on peut effectuer une opération en colonne (un peu périlleuse) ou procéder de proche en proche.

Exemple

- Un train part de Montpellier à 8 h 48 min. La durée du trajet pour se rendre à Paris est de 3 h et 20 min. À quelle heure arrivera-t-il à Paris ?
- Un automobiliste part de Perpignan à 8 h 35 min et arrive à Montpellier à 10 h 20 min. Quelle est la durée de son trajet ?

Correction

- $$\begin{array}{cccccc} & & 8 & \text{h} & 4 & 8 \\ + & & 3 & \text{h} & 2 & 0 \\ \hline & 1 & \cancel{1} & \text{h} & \cancel{6} & 8 \\ & & & & & \\ & 1 & 2 & \text{h} & 0 & 8 \end{array}$$

  on aligne les heures sous les heures, les minutes sous les minutes puis on additionne terme à terme. Si le nombre de minutes est supérieur à 60, on soustrait 60 min et on ajoute 1 h.

- 8 h 35 $\xrightarrow{+25\text{ min}}$ 9 h 00 $\xrightarrow{+1\text{ h}}$ 10 h 00 $\xrightarrow{+20\text{ min}}$ 10 h 20.
  La durée totale du trajet est de 1 h 45 min.

Remarque : attention à l'aspect hexadécimal de cette grandeur :

- lorsqu'on lit 1,5 h, cela correspond à 1 h et 0,5 h, c'est-à-dire 1h et 30 min ($0,5 \times 60$ min).
- Inversement, 2 h 15 min ne correspond pas à 2,15 h mais à 2,25 h (15 min = $\frac{15}{60}$ h = 0,25 h).

Entraînement

1 Convertir les durées données ci-dessous en heures et minutes.

1) 1,5 h.

2) 2,25 h.

3) 0,3 h.

2 Convertir les durées données ci-dessous en heures décimales.

1) 6 h 30 min.

2) 2 h 45 min.

3) 8 h 33 min.

3 Convertir les durées données ci-dessous en minutes.

1) 1 h 56 min.

2) 2 j 25 min.

3) 1 j 20 h 3 min.

4 Convertir les durées données ci-dessous en heures et minutes.

1) 156 min.

2) 296 min.

3) 1 603 min.

5 Effectuer les calculs suivants :

1) 3 h 45 min + 5 h 13 min

2) 5 h 38 min + 9 h 43 min

3) 11 h 28 min − 7 h 22 min

4) 15 h 35 min − 9 h 49 min

6 Anita part à 7 h 38 min pour prendre le bus direction le collège Simone Veil. Elle met 6 minutes pour aller jusqu'à l'arrêt de bus, puis le trajet en bus dure 16 minutes et enfin il lui reste 4 minutes à pied.
À quelle heure arrivera-t-elle au collège ?

7 Douniya part du collège à pied à 17 h 04 min. Elle prévoit 15 min 30 s pour le trajet, 5 min pour acheter un pain au chocolat et 7 min pour dire au revoir aux copines (et copains !).
À quelle heure arrivera-t-elle chez elle ?

8 Zayd part en promenade à 9 h 20. Il rentre à 12 h15, ne s'étant arrêté pour se reposer que lors de trois pauses de 5 min chacune.
Pendant combien de temps a-t-il marché ?

9 Dans une usine, une machine met 5 min 26 s pour fabriquer une pièce.

1) Combien de temps met-elle pour fabriquer 5 pièces ?

2) Combien de temps met-elle pour en fabriquer 10 ?

3) Combien de temps met-elle pour en fabriquer 20 ?

4) Combien de temps met-elle pour en fabriquer 100 ?

5) Combien la machine aura-t-elle fabriqué de pièces si elle fonctionne 8 h sans s'arrêter ?

6) Une nouvelle machine, qui vient d'arriver à l'usine, met deux fois moins de temps pour fabriquer la même pièce.
Quel temps met-elle pour fabriquer la pièce ?

10 Résolution de problème : des robinets qui coulent.
On dispose de deux robinets.

- Le premier est capable de remplir un réservoir d'eau de 24 L en 1 minute.
- Le second peut remplir ce même réservoir en 2 minutes.

En ouvrant les deux robinets au même moment, combien de temps faudrait-il pour remplir un jacuzzi avec 1 080 L d'eau ?

a. 15 min.
b. 67,5 min.
c. 135 min.
d. 30 min.

Un sketch sur la résolution de problème, par Gad Elmaleh

Mengenlehreuhr

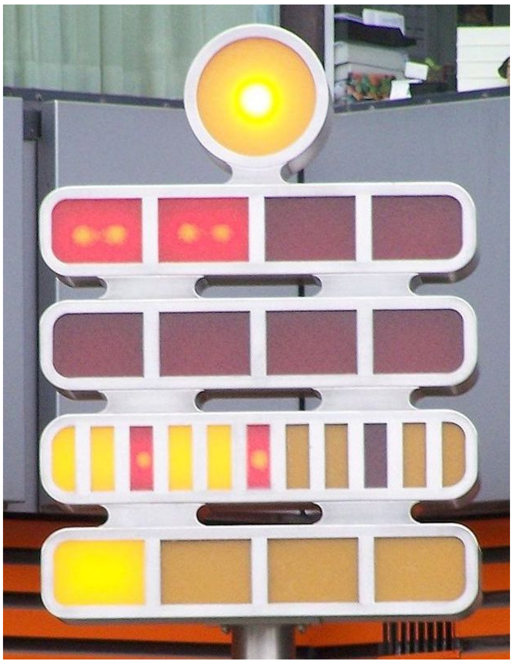
Partie A : présentation

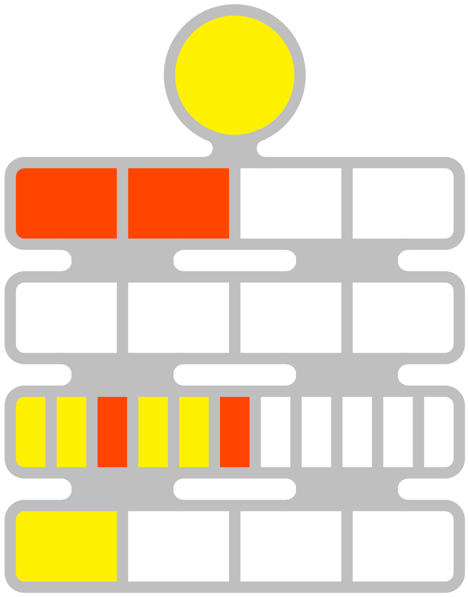
La **Mengenlehreuhr** (en allemand « Horloge de la théorie du jeu ») ou **Berlin-Uhr** (« Horloge de Berlin ») est la première horloge publique au monde qui indique l'heure au moyen de champs lumineux colorés, ce qui lui a valu d'entrer dans le livre Guinness des records lors de son installation le 17 juin 1975.

Source : wikipedia

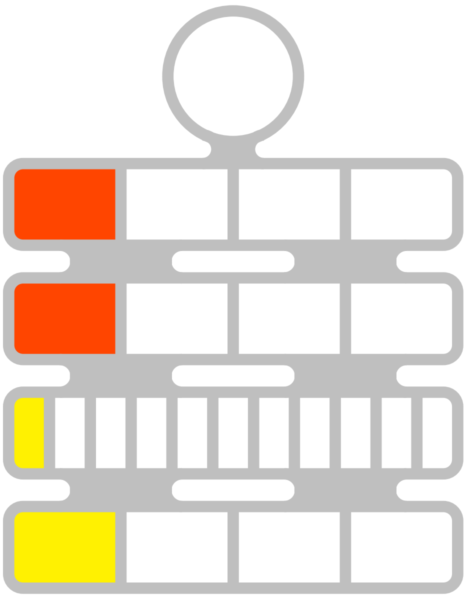
Partie B : recherche

À partir des images suivantes représentant l'horloge à différents moments de la journée, déterminer le fonctionnement de l'horloge. Par groupe, vous construirez une affiche récapitulant vos recherches.

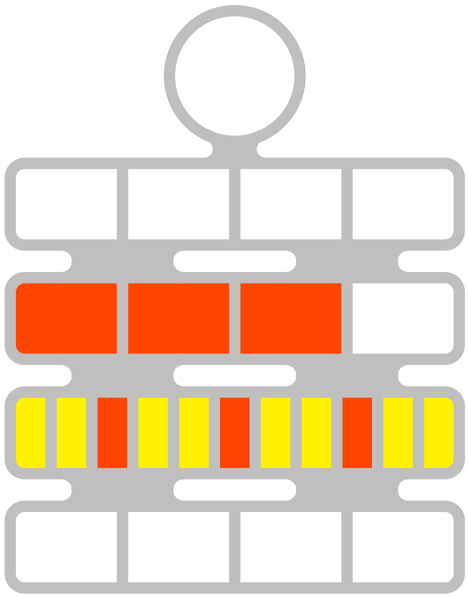




Il est 10h31



Il est 6h06



Il est 3h55

NOMBRES & CALCULS

8

Expressions algébriques

Ce que sait faire l'élève en 5^e^

1) Il utilise les notations $2a$ pour $a \times 2$ ou $2 \times a$ et ab pour $a \times b$, a^2 pour $a \times a$ et a^3 pour $a \times a \times a$.
2) Il produit une expression littérale pour élaborer une formule ou traduire un programme de calcul.
3) Il utilise une lettre pour traduire des propriétés générales.
4) Il utilise une lettre pour démontrer une propriété générale.
5) Il substitue une valeur numérique à une lettre pour : calculer la valeur d'une expression littérale ; tester, à la main ou de façon instrumentée, si une égalité où figurent une ou deux indéterminées est vraie quand on leur attribue des valeurs numériques ; contrôler son résultat.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

♡ Notion d'inconnue.

♢ Utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale, pour démontrer un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation.

Débat : petits contes mathématiques

Les vidéos des **Petits contes mathématiques** ont été créés par *Universciences* : c'est une série pédagogique qui retrace l'histoire des maths à travers la découverte d'une notion, d'une formule, d'une conjecture ou d'une équation. Le récit est rythmé par des illustrations animées et la légèreté du ton dédramatise le sujet pour tous ceux qui ne seraient pas des « matheux ».

$+ \quad \div \quad y \quad t \quad () \quad \times \quad x \quad z \quad -$

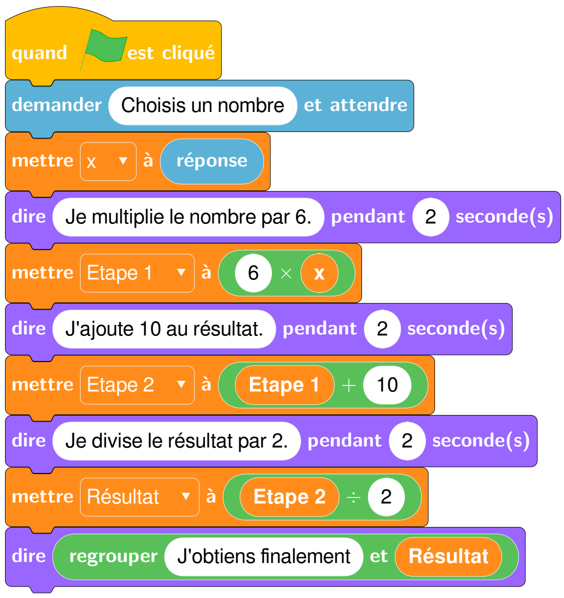
Vidéo : **Le** x, site Internet *Le blob*, épisode de la série *Petits contes mathématiques.*

Activité d'approche

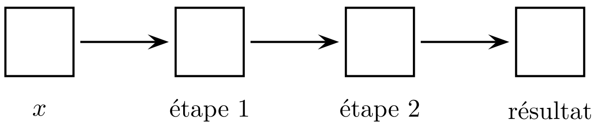
Des variables aux inconnues

Objectifs : voir l'effet des variables dans un programme de calcul créé avec Scratch ; produire une expression littérale.

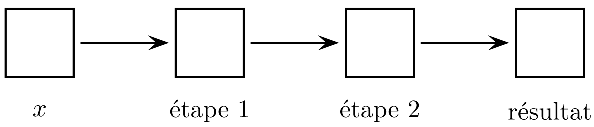
On considère le programme de calcul ci-dessous dans lequel x, Etape 1, Etape 2 et Résultat sont quatre variables.



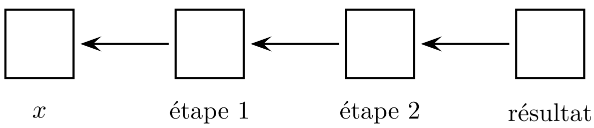
1) Julien a fait fonctionner ce programme en choisissant le nombre 5.
Vérifier que ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 20 ». Pour cela, remplir le diagramme suivant :



2) Que dit le programme si Zakariae le fait fonctionner en choisissant au départ le nombre 7 ?



3) Titouan fait fonctionner le programme, et ce qui est dit à la fin est : « J'obtiens finalement 8 ». Quel nombre a-t-il choisi au départ ?



4) Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme.

Cette activité est une adaptation du DNB 2017 de Pondichery.

Trace écrite

1. Expressions littérales

DÉFINITION

Une **expression littérale** est une succession d'opérations où apparaissent des lettres représentant des nombres. On parle aussi d'**expression algébrique**.

Exemple

$4 \times x + 3$; $2 \times a - 89$; $y - 3 \times z + t - 4$.

Lorsque l'on choisit une certaine valeur pour chaque lettre d'une expression littérale, on peut calculer la valeur de l'expression littérale.

Exemple

Calculer $4 \times x + 3 \times y$ pour $x = 5$ et $y = 0$.

Correction

$4 \times x + 3 \times y = 4 \times 5 + 3 \times 0 = 20 + 0 = 20$.

2. Produire une expression littérale

Parfois, on est amené à trouver une expression littérale pour avoir une formule générale.

Exemple

- Matéo a quatre ans de plus que Noé.
  Exprimer l'âge de Matéo par rapport à celui de Noé.
- Un rectangle a pour largeur ℓ et pour longueur L.
  Donner l'expression de son aire et de son périmètre.

Correction

- En appelant « x » l'âge de Noé, l'âge de Matéo peut s'écrire « $x + 4$ ».
- $\mathcal{A} = \ell \times L$.
  $\mathcal{P} = 2 \times (\ell + L)$.

3. Simplification d'une expression littérale

Pour simplifier une expression littérale, on peut supprimer le signe « $\times$ » devant une lettre, une parenthèse ou entre deux lettres.

PROPRIÉTÉ

- On utilise la notation $2a$ pour $a + a$ ou $a \times 2$ ou encore $2 \times a$. On dit « deux a ».
- On utilise la notation ab pour $a \times b$. On dit « ab ».
- On utilise la notation a^2 pour $a \times a$. On dit « a au carré ».
- On utilise la notation a^3 pour $a \times a \times a$. On dit « a au cube ».

On écrit une expression comportant un nombre et une « lettre » avec le nombre précédé de la « lettre ».

Exemple

$A = 5 \times y - 2 \times x$.
$B = x \times x \times x + 7 \times y \times y$.
$C = x \times 3$

Correction

$A = 5y - 2x$.
$B = x^3 + 7y^2$.
$C = 3x$, est préférable à $C = x3$. Par commutativité de la multiplication, $x \times 3 = 3 \times x = 3x$.

Entraînement

1 Calculer les expressions A à G pour $x = 2$ et $y = 0$.

1) $A = 2x$
2) $B = 7 - 3y$
3) $C = 4x + 5$
4) $D = 4(x - 2)(x + 3)$
5) $E = 2xy$
6) $F = (x - y) \times 3$
7) $G = 2y^2 + 3x - 5$

2 Compléter le tableau suivant.

x	0	1	2	3	4	5	6
$2x + 4$							
$x^2 + 1$							

3 Si x représente un nombre, comment peut-on écrire les expressions suivantes :

1) Le double de x.
2) Le tiers de x.
3) La somme de x et de 13.
4) La différence de x et de 7.
5) Le triple de la somme de 2 et de x.
6) Le tiers de la différence de 16 et x.

4 Si on note z l'âge en années de Rose aujourd'hui, comment peut-on noter :

1) L'âge qu'elle aura dans deux ans ?
2) Le triple de l'âge qu'elle avait il y a quatre ans ?
3) La moitié de l'âge qu'elle aura dans cinq ans ?
4) Son année de naissance si on est en 2022 ?

5 Voici un programme :

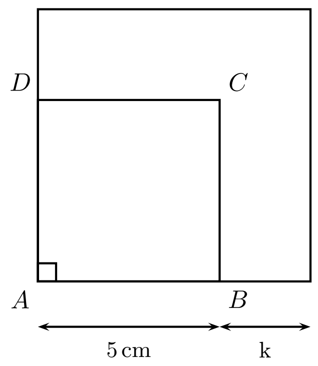
> **1)** Choisis un nombre
> **2)** Retire-lui 5
> **3)** Multiplie le résultat par 3

1) Faire fonctionner le programme avec trois nombres de son choix supérieurs ou égaux à 5.
2) Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 6 ?
3) Soit x le nombre de départ, donner l'expression finale en fonction de x.

6 Sahya construit un carré $ABCD$ de 5 cm de côté.

1) Calculer le périmètre $\mathcal{P}_1$ et l'aire $\mathcal{A}_1$ de $ABCD$.
2) On augmente ses côtés de k cm. Exprimer, en fonction de k :
- la longueur L du nouveau côté ;
- le nouveau périmètre $\mathcal{P}_2$ de ce carré ;
- la nouvelle aire $\mathcal{A}_2$ de ce carré.

3) Grâce aux expressions trouvées en 2, donner le périmètre et l'aire si on augmente le côté de 2 cm.



7 Recopier les expressions suivantes en supprimant les signes $\times$ s'ils ne sont pas nécessaires.

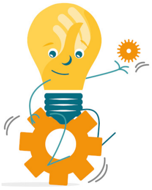
1) $A = 9 \times n$
2) $B = x \times 3$
3) $C = 12 \times (a - 3)$
4) $D = 2 \times a(2 \times 8)$
5) $E = n \times x$
6) $F = 2 \times \pi \times R$

8 Simplifier les expressions suivantes :

1) $A = a \times a$
2) $B = b \times b \times b$
3) $C = c \times c \times 3$
4) $D = 9 + d \times d \times d$
5) $E = a \times a \times b \times 3$
6) $F = x \times x \times x - 2 \times y \times y$
7) $G = (a + b) \times (a + b)$
8) $H = (x + y)(x + y)(x + y)$

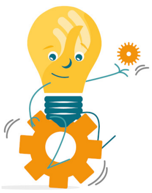
D'après Sésamath, le manuel de cycle 4. Magnard 2016

Défis !!!



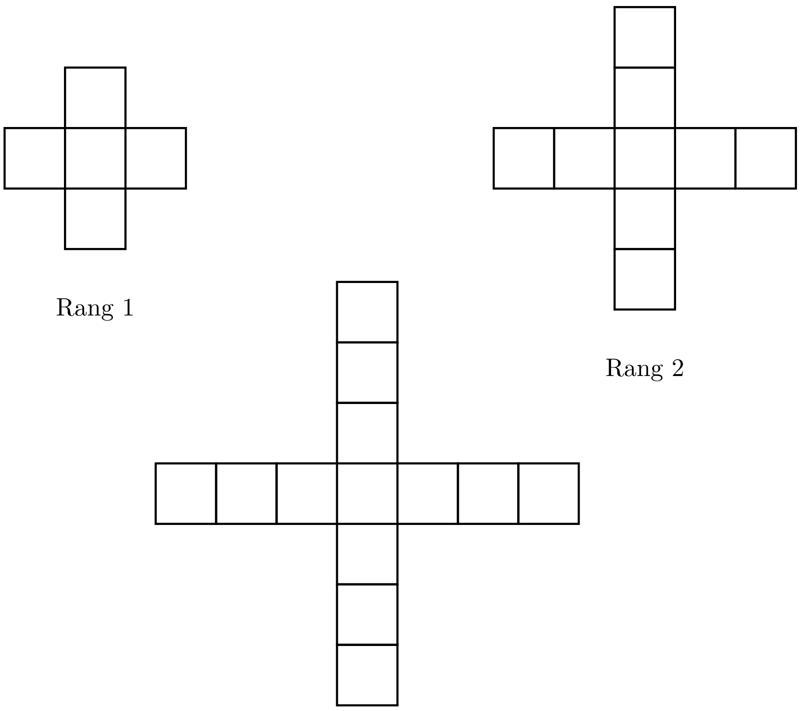
Défi 1

Rayan et Aya ont choisi un nombre (entier positif).
Rayan le multiplie par 5 et ajoute 35.
Aya le multiplie par 2 et ajoute 146.
Ils trouvent le même nombre à la fin.
Quel nombre ont-ils choisi ?



Défi 2

Avec des petits carrés tous identiques, on construit un pattern selon le modèle évolutif ci-dessous :



Rang 1

Rang 2

Rang 3

1) Dessiner l'élément du rang suivant et expliquer la règle.
2) Déterminer le nombre de petits carrés des éléments du rang 5, du rang 10, du rang 17.
3) Déterminer le nombre de petits carrés de l'élément du rang 100 et donner un moyen de calculer rapidement le nombre de petits carrés d'un élément à n'importe quel rang.
4) Existe-t-il un élément qui contient 532 petits carrés ? Un élément qui contient 813 petits carrés ?

Source : La résolution de problèmes mathématiques au collège, MENJS, 2021

ESPACE & GEOMETRIE

9

Somme des angles d'un triangle

Ce que sait faire l'élève en 5^{e}

1) Il mobilise des connaissances sur des figures, des configurations pour déterminer des grandeurs géométriques (somme des angles d'un triangle).

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

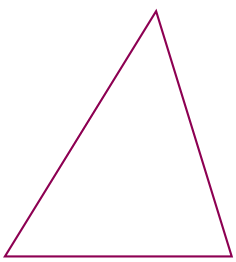
♡ Somme des angles d'un triangle.

♡ Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés d'une figure.

Débat : géométrie euclidienne VS géométrie sphérique

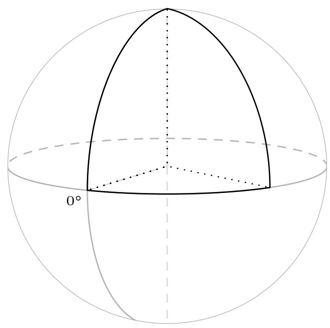
« Un ours part de sa caverne et parcourt 10 km vers le sud, puis 10 km vers l'est et enfin 10 km vers le nord. Il se retrouve alors juste devant l'entrée de sa caverne. Quelle est la couleur de l'ours ? »

La **géométrie sphérique** n'a pas les même propriétés que la **géométrie euclidienne** utilisée au collège et au lycée. Cette dernière est la géométrie initiée par *Euclide*, mathématicien grec né vers 330 av. J.-C., il est connu pour avoir recensé une grande partie des mathématiques de l'époque dans ses *Éléments* : une série de treize livres utilisée pendant près de 2 000 ans qui fut l'ouvrage le plus édité au monde après la Bible.



Un triangle « sphérique » $\Longrightarrow$

$\Longleftarrow$ Un triangle « plat »



Vidéo : **Les triangles et l'astronomie**, site Internet *Le blob*, épisode de la série *Math.ing*.

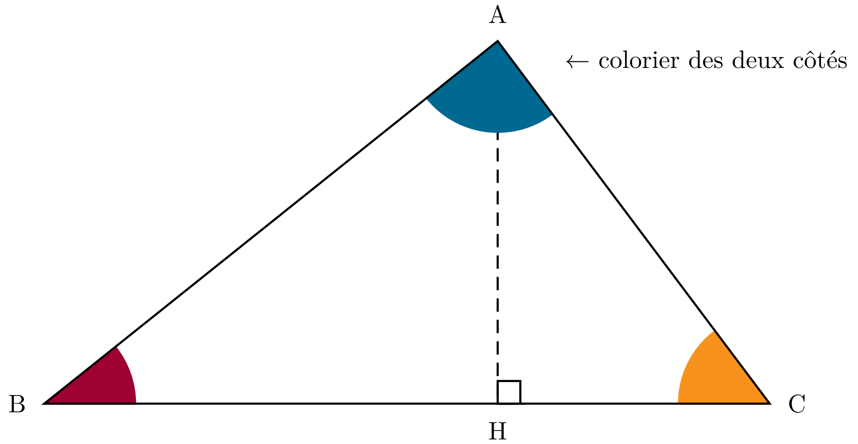
Activité d'approche

Des angles mouvants

Objectif : faire découvrir la propriété de la somme des angles d'un triangle.

Partie 1 : construction du triangle

1) Sur une feuille, tracer un triangle ABC quelconque puis le découper.
2) Colorier les trois angles de trois couleurs différentes des deux côtés du triangle (une couleur par angle).



3) Tracer la hauteur issue du sommet A et nommer le pied de cette hauteur H.
4) Plier le triangle ABC de manière à placer le point A sur le point H.
5) Plier le triangle ABC de manière à placer le point B sur le point H.
6) Plier le triangle ABC de manière à placer le point C sur le point H.

Partie 2 : observations

1) Que forment les trois angles obtenus en H ?

----

2) Formuler cette observation en utilisant les angles $\widehat{A}, \widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

----

3) Formuler cette observation par une phrase simple et générale sans utiliser le nom des angles.

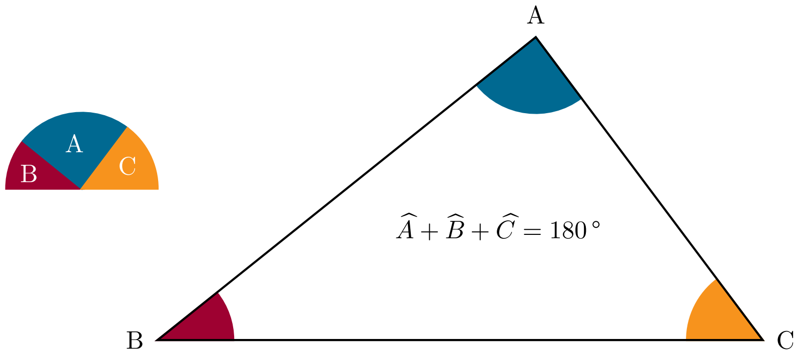
Trace écrite

1. Somme des angles dans un triangle

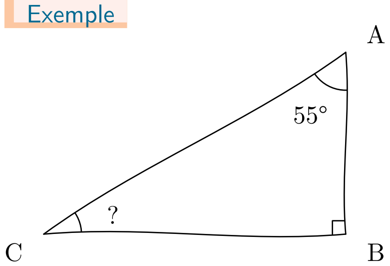
PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, la somme de la mesure de ses trois angles est égale à $180\,°$.

Par conséquent, pour qu'un triangle soit constructible, il est nécessaire que la somme de ses angles fasse $180\,°$.



Exemple



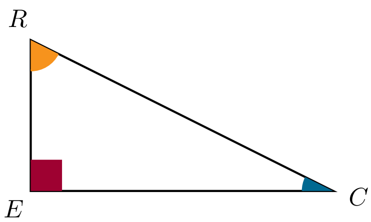
Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$.

Correction

D'après le codage, l'angle $\widehat{ABC}$ est droit, donc $\widehat{ABC}=90\,°$.
La somme des angles du triangle CBA fait $180\,°$ d'où :

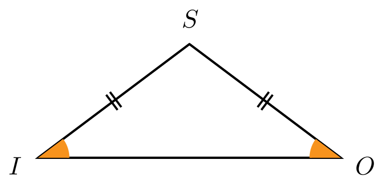
$$\begin{aligned}
\widehat{CBA}+\widehat{BAC}+\widehat{ACB} &= 180° \\
90°+55°+\widehat{ACB} &= 180° \\
145°+\widehat{ACB} &= 180° \\
\widehat{ACB} &= 180°-145° \\
\widehat{ACB} &= 35°
\end{aligned}$$

2. Triangles particuliers



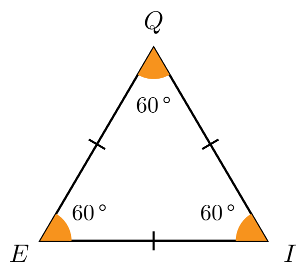
Triangle rectangle

La somme des deux angles aigus est égale à $90\,°$



Triangle isocèle

Les angles de la base ont la même mesure
Si le triangle est isocèle et rectangle, les angles de la base mesurent $45\,°$



Triangle équilatéral

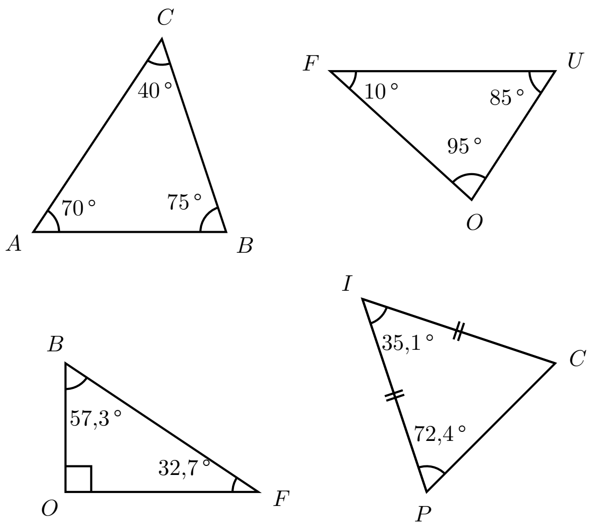
Tous les angles mesurent $60\,°$

Entraînement

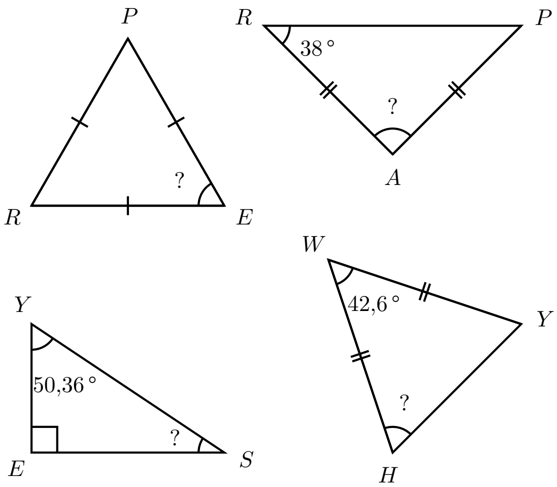
1 Pour chaque cas, calculer la mesure de l'angle manquant dans le triangle LEA.

$\widehat{LEA}$	$\widehat{EAL}$	$\widehat{ALE}$
$124\,°$	$18\,°$	
$71\,°$		$29\,°$
	$98{,}1\,°$	$59{,}6\,°$
$49{,}5\,°$		$113\,°$

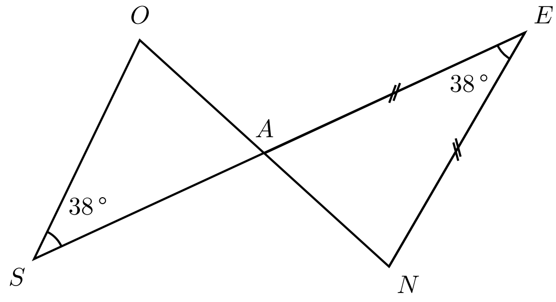
2 Les figures suivantes ne sont pas en vraie grandeur. Pour chacune d'elles, indiquer si elles sont constructibles ou non en justifiant la réponse.



3 Calculer, pour chaque triangle, la mesure de l'angle marqué d'un point d'interrogation.



4 On considère le polygone croisé $SOANE$ suivant :

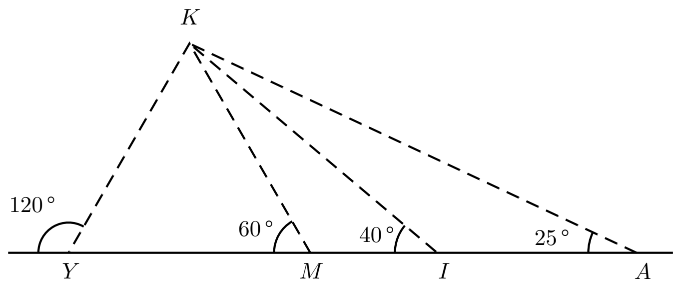


1) Démontrer que les droites (OS) et (EN) sont parallèles entre elles.

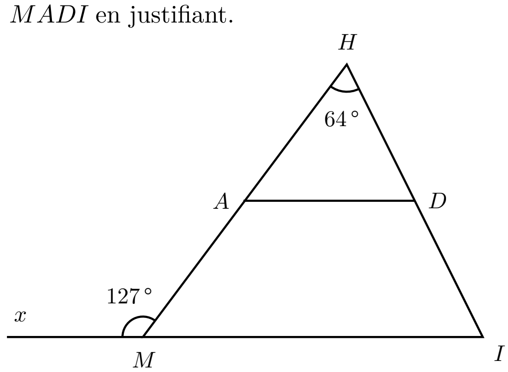
2) Démontrer que les angles $\widehat{ENA}$ et $\widehat{EAN}$ ont la même mesure. La calculer.

3) Quelle est la nature du triangle AOS ? Justifier.

5 Dans la figure ci-dessous, les points Y, M, I et A sont alignés. Des mesures d'angle sont indiquées.
Vrai ou faux : le triangle KYA est rectangle en K.



6 Sachant que les droites (DA) et (MI) sont parallèles, calculer la mesure de chacun des angles du quadrilatère $MADI$ en justifiant.



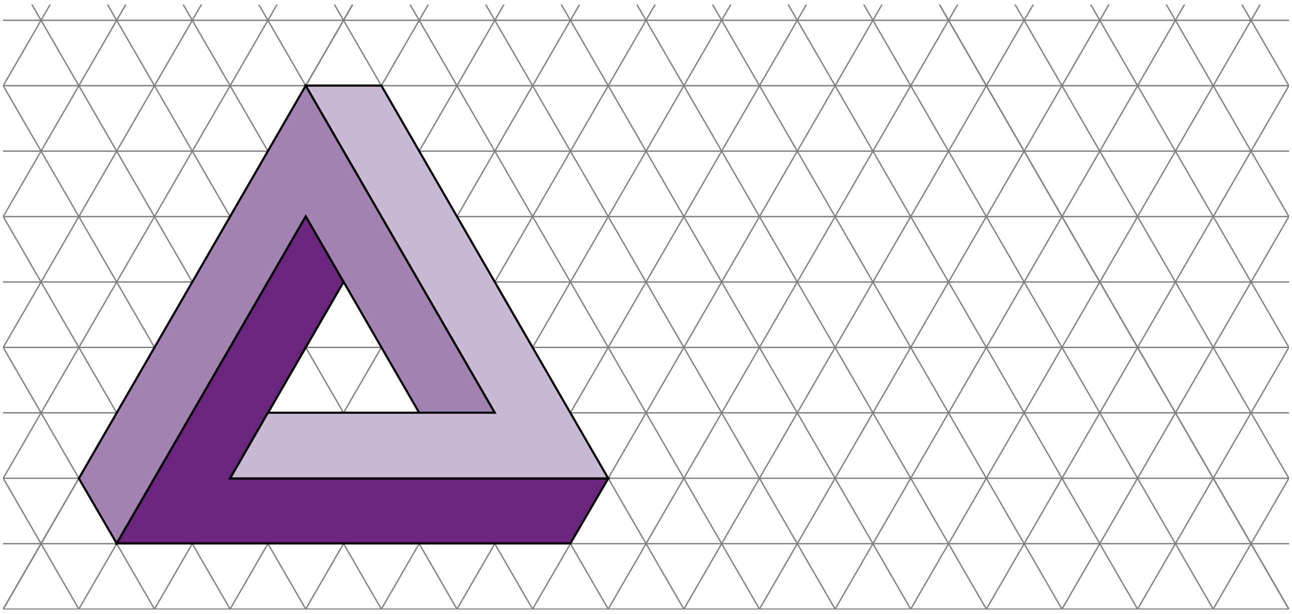
Le triangle de Penrose

Partie A : le triangle de Penrose, kesako ?

Le *triangle de Penrose*, aussi appelé tripoutre ou tribarre est un triangle impossible à construire physiquement en 3D mais facilement modélisable en 2D. Il a été conçu par le physicien et mathématicien britanique **Roger Penrose** (né à Colchester en 1931) dans les années 1950.

1) Observer le triangle de Penrose et en particulier ses angles sur ce quadrillage à maille triangulaire (aussi appelé isométrique en raison de l'égalité de longueur de tous ses côtés). Pourquoi est-il impossible à construire ?

2) Le reproduire sur le quadrillage juste à droite puis le colorier.

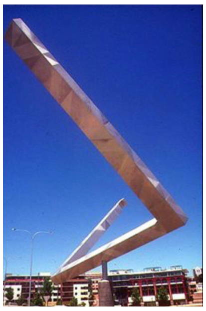


Partie B : et dans la vraie vie ?

⇒ Le jeu **Monument Valley** est un jeu de réflexion en perspective isométrique qui se passe dans un décor composé de structures aux formes géométriques impossibles basées sur ce triangle.

⇒ **An impossible triangle sculpture in Perth** : in 1997, a new landmark has been created for Perth, in a unique collaboration between a leading WA artist Brian McKay and architect Ahmad Abas. Destined to become a bold icon for Perth, the « Impossible Triangle » has been erected in Claisebrook Square, East Perth. The sculpture is 13.5 meters height and the design striations on the polished aluminium reflects both sunlight and artificial lighting. The view of the triangle depends on where it is observed from.

Source : https://im-possible.info/english/



ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

10

Probabilités

Ce que sait faire l'élève en 5e

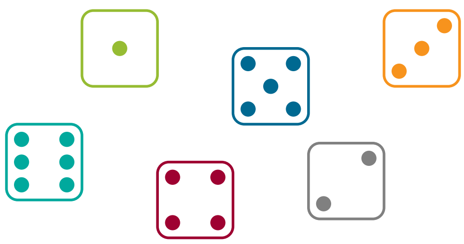
1) Il place un événement sur une échelle de probabilités.
2) Il calcule des probabilités dans des situations simples d'équiprobabilité.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♡ Vocabulaire des probabilités.
- ♡ Notion de probabilités.
- ♢ Aborder les questions relatives au hasard à partir de problèmes simples.
- ♢ Calculer des probabilités dans des cas simples.

Débat : histoire des probabilités

C'est en cherchant à résoudre des problèmes posés par les jeux de hasard que les mathématiciens donnent naissance aux **probabilités**. Lors de fouilles archéologiques, on a trouvé des indices montrant que les jeux de hasard se pratiquaient déjà 5 000 ans av. J.-C. (on utilisait des osselets). Les premiers dés connus ont été mis à jour à *Tepe Gawra*, au nord de l'Irak, et datent du troisième millénaire av. J.-C. Le jeu de cartes était également pratiqué dans divers pays depuis des époques reculées. Les cartes actuelles apparaissent en France au XIVe siècle et leur utilisation donne très vite lieu à des jeux d'argent. On attribue souvent la réelle naissance à la fin du XVIIe siècle ce qui en fait une branche des mathématiques relativement récente.



Vidéo : **Les probabilités**, site Internet *Le blob*, épisode des *Petits contes mathématiques*.

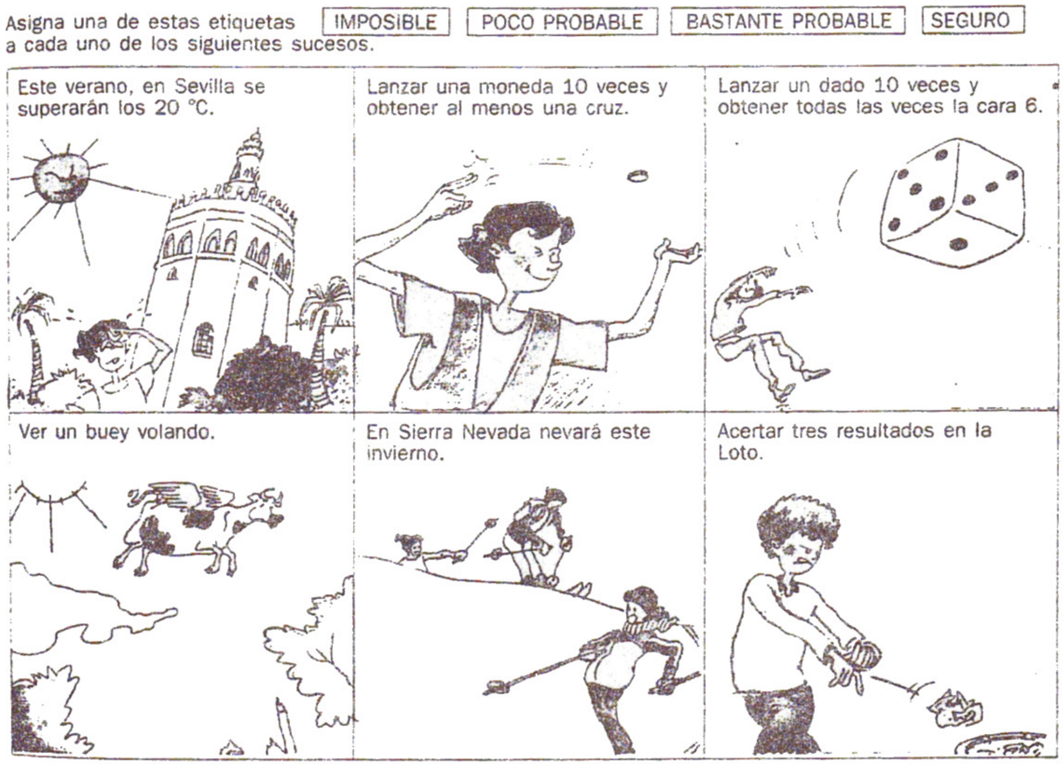
Activité d'approche

Imposible, probable o seguro ?

Objectifs : placer un événement sur une échelle de probabilité.

Partie 1 : traduction

Traduire en français les six vignettes de cette illustration.



- Vignette 1 : --
- Vignette 2 : --
- Vignette 3 : --
- Vignette 4 : --
- Vignette 5 : --
- Vignette 6 : --

Partie 2 : exploitation

Classer ces vignettes sur l'échelle ci-dessous en indiquant le numéro de la vignette en dessous de l'échelle.

imposible poco probable bastante probable seguro

Source : Une initiation aux probabilités par le jeu, IREM de Rouen.

Trace écrite

1. Vocabulaire des probabilités

DÉFINITION

On appelle **expérience aléatoire** une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat de façon certaine.

Exemple Lancer une pièce de monnaie est une expérience aléatoire dont le résultat est soit « pile », soit « face ».

Vocabulaire :

- Chaque résultat possible et prévisible d'une expérience aléatoire est appelé une **issue**.
- L'ensemble formé par les issues est appelé **univers**, souvent noté Ω.
- Un **événement** de l'expérience aléatoire est une partie quelconque de l'univers.

Exemple

- Lancer d'une pièce de monnaie : $\Omega = \{ \text{pile} ; \text{face} \}$.
- Lancer d'un dé à six faces : $\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$.
  « Obtenir un numéro pair » est un événement que l'on peut noter $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$.

2. Calcul de probabilités

La probabilité P d'un événement est « la chance » qu'il se produise.

DÉFINITION

On dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la même probabilité ; dans ce cas, on a $P = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$.

Remarque : dans un exercice, pour signifier que l'on est dans une situation d'équiprobabilité, on a des expressions du type : « on lance un dé **non pipé** » ; « dans une urne, les boules sont **indiscernables** au toucher » ; « on rencontre **au hasard** une personne parmi... ».

Exemple

On tire une carte dans un jeu non truqué de 52 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir une tête ?

Correction

Le jeu est non truqué, il y a donc équiprobabilité. Les issues possibles sont le valet, la dame et le roi de pique, de carreau, de trèfle et de coeur ce qui fait 4×3 cartes donc, $P = \dfrac{12}{52}$.

PROPRIÉTÉ

Un probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Si elle est égale à 0, on dit que l'événement est **impossible** et si elle est égale à 1, l'événement est **certain**.

Exemple

On lance un dé classique équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un 9 ? d'obtenir un nombre entier ?

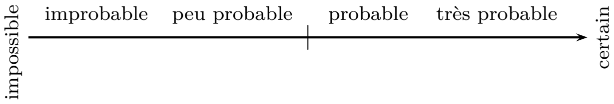
Correction

Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité.

- On ne peut pas obtenir un 9 avec un dé à 6 faces donc, $P = \dfrac{0}{6} = 0$.
- Tous les nombres obtenus sont entiers donc, $P = \dfrac{6}{6} = 1$.

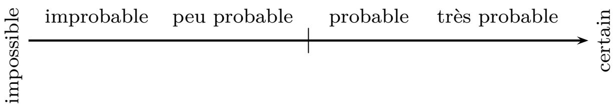
Entraînement

1 Pour chacun des événements suivants, indiquer s'il relève du hasard et si oui, le placer sur l'échelle ci-dessous.



1) Obtenir pile au jeu de pile ou face ....
2) La fête nationale aura lieu le 14 juillet ....
3) Un élève aura des basquettes demain ....
4) Obtenir 6 avec un dé à six faces ....
5) Trouver la bonne combinaison au loto ....
6) Demain il fera beau ....

2 Une roue de loterie est partagée en huit secteurs identiques numérotés de 1 à 8. Calculer la probabilité de chaque événement et les placer sur l'échelle.



1) « Obtenir 2. »
2) « Obtenir un multiple de 2. »
3) « Obtenir un nombre supérieur à 4. »
4) « Obtenir un nombre positif. »
5) « Obtenir un nombre impair. »
6) « Obtenir un multiple de 13. »

3 Rayan tire une carte dans un jeu ordinaire de cinquante-deux cartes.

1) Donner les probabilités qu'il obtienne les événements suivants : « Obtenir un carreau » ; « Obtenir un valet » et « Obtenir un valet de carreau ».
2) Calculer la probabilité de ne pas obtenir de carreau.

4 On dispose d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et d'un dé à quatre faces avec des sommets numérotés de 1 à 4, parfaitement équilibrés. On lance les deux dés.

1) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un 3 est-elle la plus grande ?
2) Avec quel dé la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est-elle la plus grande ?

5 On écrit sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot : NOTOUS. On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.

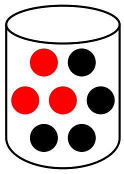
1) Quelles sont les issues de cette expérience ?
2) Déterminer la probabilité des évènements suivants :
   a) E_1 : « On obtient la lettre O. »
   b) E_2 : « On obtient une consonne. »
   c) E_3 : « On obtient une lettre du mot KIWI. »
   d) E_4 : « On obtient une lettre du mot CAGOUS. »
3) Graduer un axe et y placer les probabilités des évènements précédents.

6 Trois personnes, Ali, Ben et Charles, ont chacune un sac contenant des billes. Chacune tire au hasard une bille de son sac dont le contenu est le suivant :

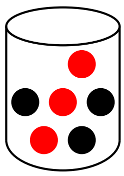
Sac d'Ali	Sac de Ben	Sac de Charles
10 billes rouges 30 billes noires	97 billes rouges 3 billes noires	5 billes rouges

Laquelle de ces trois personnes a-t-elle la plus grande probabilité de tirer une bille rouge ? Justifier.

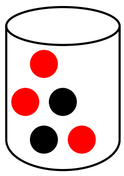
7 Dans les sac suivants, il y a déjà des billes noires et des billes rouges.
Est-il possible d'ajouter un certain nombre (de ton choix) de billes bleues, de façon à satisfaire les indications données en dessous de chaque sac ?



Cas n°1 :
La probabilité d'extraire une bille bleue est $\frac{5}{12}$.



Cas n°2 :
La probabilité d'extraire une bille bleue est $\frac{2}{5}$.



Cas n°3 :
La probabilité d'extraire une bille rouge ou bleue est $\frac{3}{4}$.

Vers la loi des grands nombres...

1) Compléter le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on ? ....

Le travail s'effectue maintenant en binôme, vous avez à votre disposition un dé classique à six faces.

2) Lancer 10 fois le dé et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on ? ....

3) Lancer 100 fois le dé et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on ? ....

4) Répertorier les résultats de la classe entière et noter les résultats obtenus dans le tableau suivant :

Numéro sur la face visible du dé	1	2	3	4	5	6
Nombre de fois où cette face est obtenue						
Probabilité d'obtenir cette face (fraction)						
Probabilité d'obtenir cette face (décimal)						

Que remarque-t-on ? ....

NOMBRES
& CALCULS

11

Multiples et diviseurs

Ce que sait faire l'élève en 5e

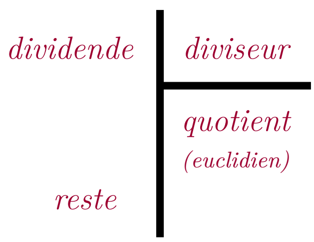
1) Il calcule le quotient et le reste dans une division euclidienne.
2) Il détermine si un nombre entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre nombre entier.
3) Il utilise les critères de divisibilité (par 2, 3, 5, 9, 10).
4) Il modélise et résout des problèmes faisant intervenir les notions de multiple, de diviseur, de quotient et de reste.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

- ♡ Multiples et diviseurs.
- ♡ Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9.
- ♡ Division euclidienne.
- ♢ Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- ♢ Utiliser un critère de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10.
- ♢ Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité.

Débat : la division euclidienne

Le nom de **division euclidienne** est un hommage rendu à *Euclide* (300 av. J.-C.), mathématicien grec qui en explique le principe par soustractions successives dans son œuvre *Les éléments*. Mais elle apparait très tôt dans l'histoire des mathématiques, par exemple dans les mathématiques égyptiennes, babyloniennes et chinoises.



Vidéo : **Division euclidienne avec matériel multibase**, chaîne YouTube *Méthode Heuristique*.

Activité d'approche

Les multiplications incomplètes

Objectifs : calculer mentalement des multiplications et des divisions ; résoudre un problème de calcul mental ; compléter un tableau à double entrée.

Compléter ces tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases. Les nombres sont tous strictement positifs, il ne peut pas y avoir deux fois le même nombre sur une même colonne ou une même ligne.

Partie 1 : piste verte

×		
		24
	25	30

×		7
		21
4	8	

×	6	
	24	32
	36	

×	3	
		18
5		45

Partie 2 : piste bleue

×	2		
		9	
	8		
	16		56

×	2		
4		16	
			35
9	18		45

×		7	
	12		32
			64
		63	72

Partie 3 : piste rouge

×		3	
	20		
		18	
		6	4

×			7
2			14
	72	54	
	40		35

×			
	18		15
		64	
		32	

Partie 4 : piste noire

×			10
	20	8	
	35		70
			100

×			
		45	
	28		
	44		99

×		13	
		65	
	42		49
	72		84

1. Multiples et diviseurs

Rappel : effectuer une division euclidienne d'un **dividende** a par un **diviseur** b, c'est trouver deux entiers appelés **quotient** q et **reste** r tels que $a = b \times q + r$ où $r < b$.
Dans l'exemple ci-contre, on peut écrire : $123 = 5 \times 24 + 3$.

$$\begin{array}{rl}
\text{dividende} & \\
\downarrow & \\
1\,2\,3 & \big|\ 5 \longleftarrow \text{diviseur} \\
-\ 1\,0 & \big|\ 2\,4 \longleftarrow \text{quotient} \\
2\,3 & \big| \\
-\ 2\,0 & \big| \\
3 & \big| \longleftarrow \text{reste}
\end{array}$$

DÉFINITION

a et b sont deux nombres entiers. Lorsque le reste de la division de a par b est égal à 0, on dit que a est un **multiple** de b, ou que b est un **diviseur** de a, ou que a est **divisible** par b.

Exemple

- 15 est un multiple de 3 car $15 = 3 \times 5 + 0$, on peut aussi dire que 3 est un diviseur de 15, ou que 15 est divisible par 3.
- 17 n'est pas un multiple de 3 car $17 = 3 \times 5 + 2$.
- Les diviseurs de 24 sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 et 24.
- Il y a une infinité de multiples de 18, comme par exemple 18 ; 36 ; 54 ; 180…

2. Critères de divisibilité

PROPRIÉTÉ

- un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 ;
- un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5 ;
- un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9 ;
- un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

Exemple

- 252 et 253 sont-ils divisibles par 3 ?
- 52 362 et 52 363 sont-ils divisibles par 9 ?

Correction

- $2 + 5 + 2 = 9$ est multiple de 3 donc, 252 est divisible par 3.
  $2 + 5 + 3 = 10$ n'est pas multiple de 3 donc, 253 n'est pas divisible par 3.
- $5 + 2 + 3 + 6 + 2 = 18$ est multiple de 9 donc, 52 362 est divisible par 9, et donc par 3.
  $5 + 2 + 3 + 6 + 3 = 19$ n'est pas multiple de 9 donc, 52 363 n'est pas divisible par 9.

Remarque : pour savoir si un nombre est divisible par 3, on peut calculer la somme des chiffres du nombre obtenu jusqu'à ce que l'on trouve un seul chiffre :
pour 563 387 981, on calcule : $5 + 6 + 3 + 3 + 8 + 7 + 9 + 8 + 1 = 50$. Puis on calcule $5 + 0 = 5$.
5 n'est pas divisible par 3 donc, 563 387 981 n'est pas divisible par 3.

Entraînement

1 Effectuer les divisions euclidiennes suivantes :

- 307 par 7 ;
- 13 758 par 25.

2 On donne les égalités :

$415 = 7 \times 59 + 2$ et $56 \times 57 = 3\,192$.

Sans effectuer de calculs, donner le quotient et le reste des divisions euclidiennes suivantes.

1) 415 par 7
2) 3 192 par 56
3) 415 par 59
4) 3 192 par 57

3 Résoudre les problèmes suivants :

1) 6 798 supporters d'un club de rugby doivent faire un déplacement en car pour soutenir leur équipe. Chaque car dispose de 55 places.
Combien de cars faut-il réserver ?

2) Des stylos sont conditionnés par boîte de 40. Ashiderdene a 2 647 stylos.
Combien lui en manque-t-il pour avoir des boîtes entièrement remplies ?

3) Trois amis participent à une chasse au trésor et trouvent 1 419 pièces en chocolat.
Si le partage est équitable, combien de pièces en chocolat auront-ils chacun ?
Otmane arrive et leur rappelle que c'est lui qui leur a prêté sa boussole. Il exige donc d'avoir la même part que chacun des trois autres plus les pièces restantes.
Combien de pièces recevra-t-il ?

4 Trouver tous les diviseurs des nombres suivants :

- 14
- 40
- 48
- 2 037

5 Ecrire :

1) La liste des dix premiers multiples de 6.
2) Cinq multiples de 11.
3) Tous les multiples de 13 inférieurs à 80.
4) Le plus grand multiple de 12 inférieur à 75.
5) Le plus grand multiple de 36 inférieur à 100.
6) Le plus petit multiple de 9 supérieur à 1 200.
7) Le plus petit multiple de 14 supérieur à 710 ?
8) Le plus petit et le plus grand diviseur de 2 021.

6 Je suis un nombre impair à deux chiffres sans 2 dans mon écriture. Je ne suis pas divisible par 5 mais je suis un multiple de 9.
Qui suis-je ?

7 Les nombres 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139 sont-ils divisibles par 2 ? par 3 ? par 5 ? par 9 ?

8 Relier les deux cases colorées en suivant un chemin constitué uniquement de multiples de 6.

745	867	423	644	578	514	329	
370	750	348	666	836	745	900	468
534	552	890	828	896	349	720	406
	688	436	834	828	744	846	647

9 Relier les deux cases colorées en suivant un chemin constitué uniquement de diviseurs de 9.

1 263	827	928	780	736	858	864	675	1 242	576
955	1 074	1 102	1 226	678	1 276	1 017	509	1 091	1 062
888	734	1 090	915	1 231	647	837	1 300	501	792
	1 224	636	1 334	1 177	985	477	1 026	617	
690	927	601	1 334	1 041	831	867	972	1 251	460
1 104	540	1 341	929	603	1 179	594	615	1 215	515
1 021	924	702	954	522	775	1 278	594	1 296	941

10 Répondre par vrai ou faux en justifiant.

1) Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9.
2) Tout nombre divisible par 9 est divisible par 3.
3) Tout nombre divisible par 2 et 3 est divisible par 5.
4) Tout nombre dont le chiffre des unités est 2 est divisible par 2.
5) Tout nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.

Shikaku

Le **Shikaku** est un casse-tête japonais. Son nom vient du Japonais et signifie « diviser en carrés ».
Le but de ce jeu est de diviser une grille donnée en plusieurs rectangles.

Partie A : règle du jeu

- Paver la grille à l'aide de rectangles.
- Chaque rectangle doit contenir un nombre et un seul.
- Le nombre contenu dans un rectangle indique combien de cases le constituent.

Partie B : exemple

			4
		6	3
2		1	

grille d'origine

			4
		6	3
2		1	

un rectangle à 1 case est forcément un carré de côté 1

			4
		6	3
2		1	

un rectangle à 4 cases est un carré de côté 2 ou un rectangle de côtés 1 et 4

			4
		6	3
2		1	

un rectangle à 3 cases est un rectangle de côtés 1 et 3

			4
		6	3
2		1	

un rectangle à 6 cases est un rectangle de côtés 2 et 3 ou de côtés 1 et 6

			4
		6	3
2		1	

un rectangle à 2 cases est un rectangle de côtés 1 et 2

Partie C : let's go !!!

2	2	4	
2	3		
			3

3			4	
		2		
			4	
	2	2	2	
2		4		

4	5			3	
		3			
			6		
				4	
			2	2	
2		5			

						2
			6	2	2	2
	2		4			
6		3				
	3				4	
			4		2	2
	2			3		

2								
2		6			3	2	4	
			2				2	
			2		2			
5		6			2	3	4	
	7		3					
							6	
				9				
	3			4			2	

ESPACE & GEOMETRIE

12

La symétrie centrale

Ce que sait faire l'élève en 5e

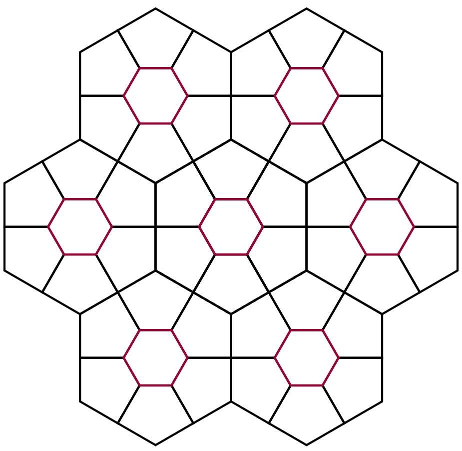
1) Il transforme une figure par symétrie centrale.
2) Il identifie des symétries dans des frises, des pavages, des rosaces.

Connaissances ♡ et compétences ♢ du cycle 4

♢ Comprendre l'effet d'une symétrie centrale.

Débat : les pavages

Un **pavage du plan** est un ensemble de portions du plan qui, lorsqu'on les met les unes à côté des autres, forment le plan tout entier, sans recouvrement. Par exemple, lorsque l'on pose du carrelage, on effectue un pavage de la pièce. Ce carrelage peut être de forme carrée, rectangulaire, hexagonale…



Vidéo : **Pavages interactifs**, site Internet *Mathématiques magiques* de *Thérèse Eveilleau.*

Activité d'approche

Le bonhomme inversé

Objectifs : transformer une figure par symétrie axiale ; observer l'effet de deux symétries axiales.

Construire sur le quadrillage ci-dessous les bonhommes demandés.

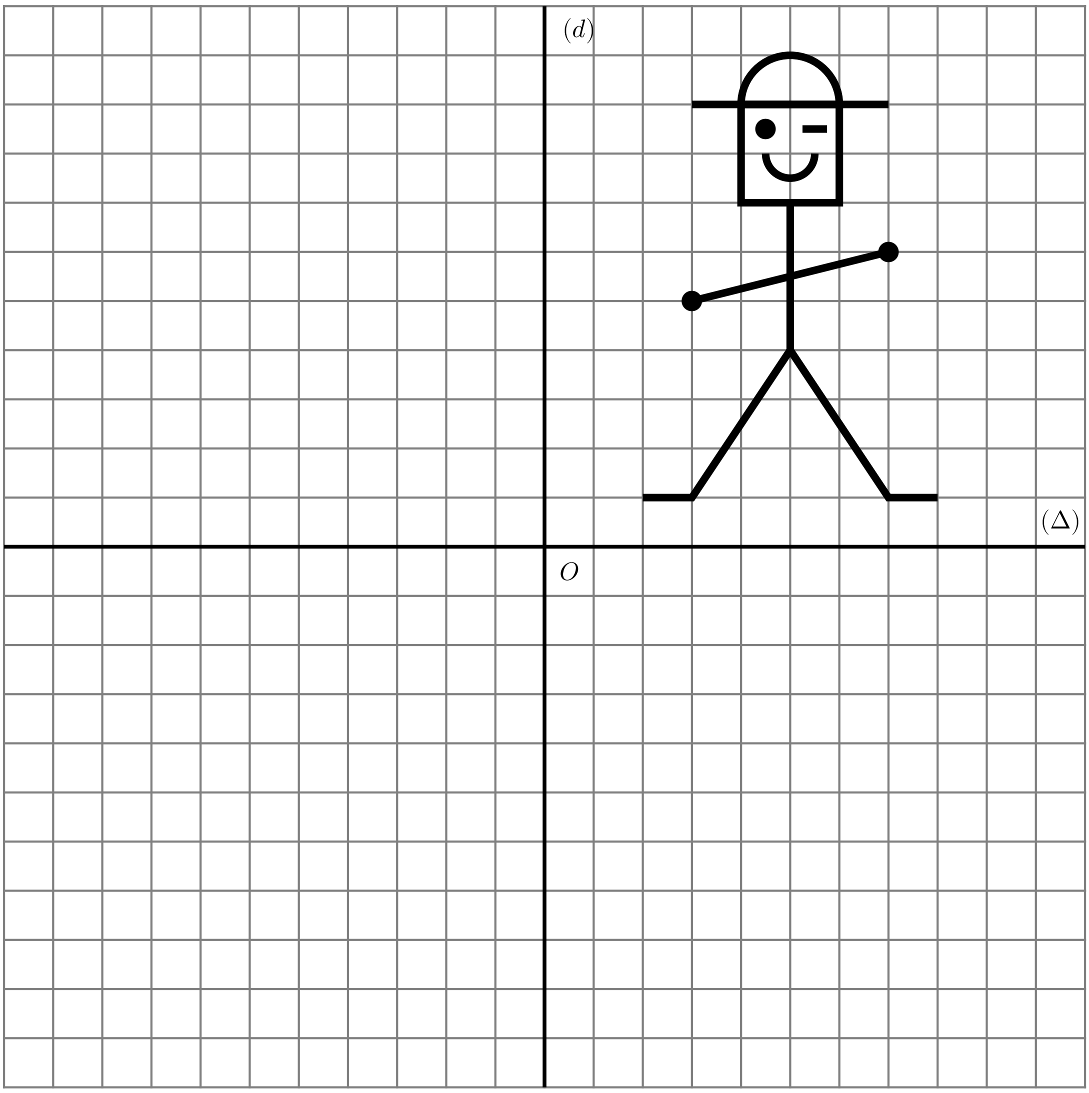
1) Construire en vert le symétrique du bonhomme par rapport à la droite (d).

2) Construire en rouge le symétrique du bonhomme vert par rapport à la droite (Δ).

3) Reproduire sur du papier calque le bonhomme noir et le point O.

4) En s'aidant du calque, sans le plier, trouver comment passer du bonhomme noir au bonhomme rouge.

5) Sans utiliser les bonhommes noir et rouge ni les droites (d) et (Δ), construire en bleu l'image du bonhomme vert par la symétrie centrale de centre O.



Source : À la découverte de la symétrie centrale, Nathalie Bernard, IREM de Lille.

Trace écrite

1. La symétrie centrale

DÉFINITION

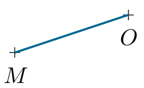
Le point M' est l'image du point M par la **symétrie de centre** O lorsque le point O est le milieu du segment $[MM']$.

MÉTHODE 1 Construire le symétrique d'un point par symétrie centrale

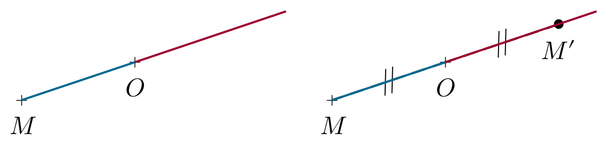
Pour construire le symétrique d'un point M par la symétrie centrale de centre O :
- tracer la demi-droite $[MO)$;
- reporter la longueur MO de l'autre côté du point O ;
- placer le point M' symétrique de M par rapport à O.

Exercice d'application

Tracer le point M', symétrique du point M par rapport à O.

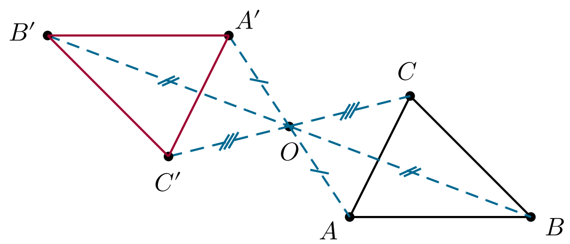


Correction



Remarque : transformer une figure par symétrie centrale de centre O revient à lui faire faire un demi-tour autour de ce point.

Pour tracer la figure symétrique d'une figure par la symétrie centrale de centre O, il faut construire le symétrique de chacun des points qui la compose.

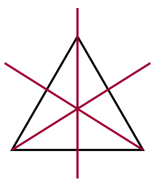


2. Centre de symétrie

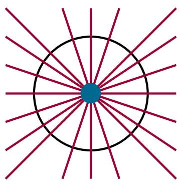
DÉFINITION

Si une figure F est transformée en elle-même par la symétrie centrale de centre O, alors O est le **centre de symétrie** de la figure F.

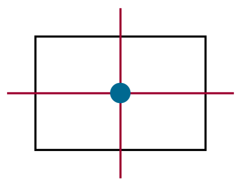
Exemple Si une figure possède un centre de symétrie, alors il est unique.



3 axes de symétrie
0 centre de symétrie



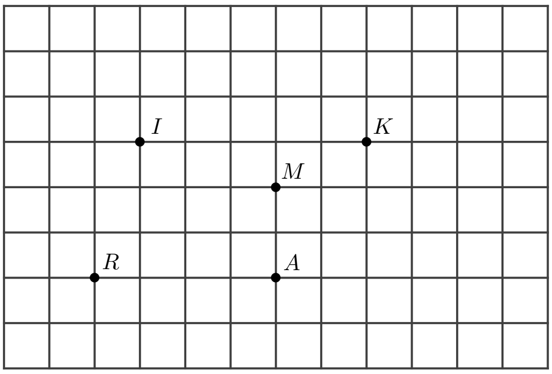
∞ axes de symétrie
1 centre de symétrie



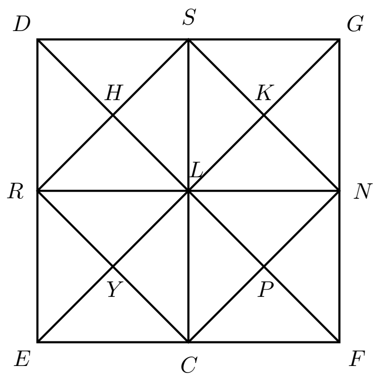
2 axes de symétrie
1 centre de symétrie

Entraînement

1 Construire les points I', K', R' et A' symétriques respectifs de I, K, R et A par rapport au point M.

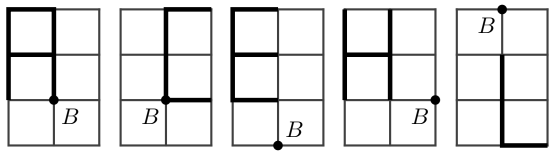


2 Sur la figure ci-dessous, $DEFG$ est un rectangle de centre L. Les points R, C, N et S sont les milieux respectifs des côtés $[DE]$, $[EF]$, $[FG]$ et $[GD]$.

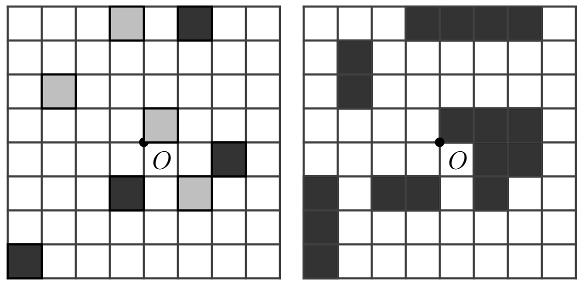


1) Colorier en jaune le triangle DHS.
2) Colorier en rouge le symétrique du triangle DHS par rapport à (RN).
3) Colorier en orange le symétrique du triangle DHS par rapport à (SC)
4) Colorier en bleu le symétrique du triangle DHS par rapport à H.
5) Colorier en vert le symétrique du triangle DHS par rapport à L.

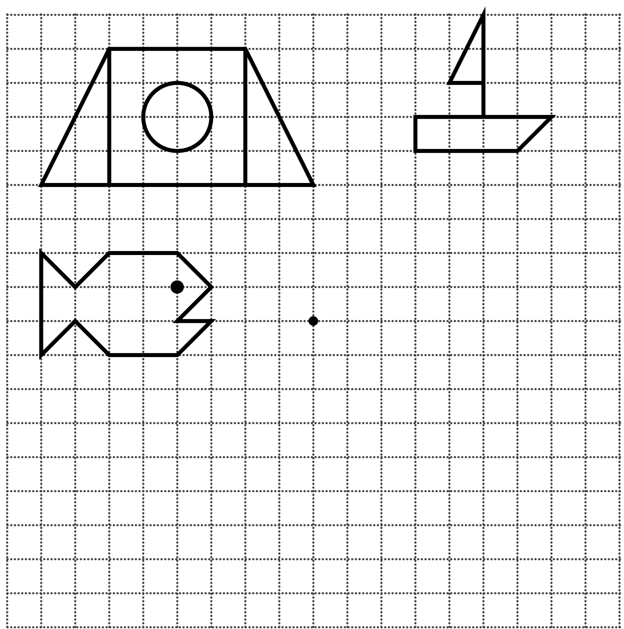
3 Dans chaque cas, reproduire la lettre sur le cahier et construire son symétrique par rapport au point B.



4 Colorier le minimum de cases pour que chacune des figures ci-dessous admette le point O pour centre de symétrie.



5 Tracer la figure symétrique de toutes les figures par rapport au point O.



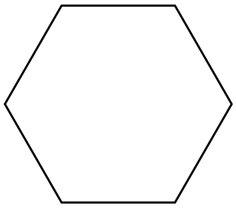
6 Pour chacun de ces panneaux de signalisation, tracer le ou les axes et/ou centre de symétrie.

Le tapis mendiant

Partie A : kesako ?

Un patchwork est une technique décorative de couture qui consiste à assembler des morceaux de tissus pour réaliser des objets divers, comme par exemple des taies d'oreillers ou des couvre-lits.
On s'intéresse ici aux couvre-lits de Cilaos, (ville de la Réunion), plus communément appelés « tapi mendian ».
Le motif de base de ce tapis est un hexagone, et pour le réaliser, on assemble sept hexagones pour former une rosace, puis, on coud les rosaces entre elles.

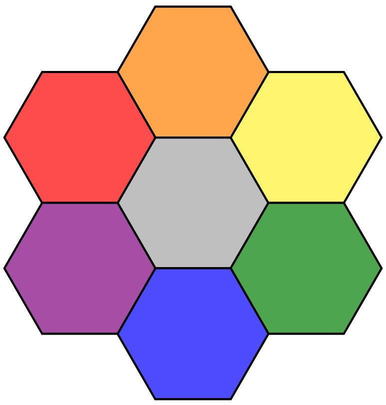
Partie B : construction d'un hexagone régulier



1) Qu'est-ce qu'un hexagone régulier ?
2) Combien d'axe(s) et de centre de symétrie possède-t-il ?
3) Construire le plus précisément un hexagone régulier.

Partie C : construction d'une rosace

1) Construire une rosace, dont le diamètre du cercle circonscrit au motif de base est de 6 cm.
2) Décorer la rosace (couleurs, dessins, textes,motifs...), puis la découper.
3) Combien d'axe(s) et de centre de symétrie possède-t-elle (avant décoration et après décoration) ?



Partie D : construction du « tapi mendian »

Assembler toutes les rosaces de la classe afin de créer un tapis mendiant.

Activité inspirée de « Les patchworks de Cilaos : enseignement et ethnogéométrie au collège », IREM de la Réunion

PLANS DE TRAVAIL

S1 ENCHAÎNEMENT D'OPÉRATIONS

Je connais mon cours

- C1 : J'utilise et je range différentes représentations d'un même nombre décimal ☐
- C2 : Je traduis un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression et inversement ☐
- C3 : J'effectue un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires ☐

Aide en vidéo

Calculer avec des priorités

Traduire une expression

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆	☐
Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆⋆	☐

Compétence 2

Exercice 4	⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐
Exercice 6	⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 7	⋆	☐
Exercice 8	⋆	☐
Exercice 9	⋆⋆	☐
Exercice 10	⋆⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆⋆	☐

S2 ANGLES PARTICULIERS

Je connais mon cours

- C1 : Je reconnais des angles alternes-internes ☐
- C2 : Je reconnais des angles correspondants ☐
- C3 : J'utilise les propriétés des angles alternes-internes et correspondants pour montrer que des droites sont parallèles ou pour déterminer des angles ☐

Aide en vidéo

Angles alternes-internes

Angles correspondants

Questions flash

/ 5

Compétences 1 et 2

Activité d'approche	⋆	☐
Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 4	⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐
Exercice 6	⋆⋆	☐
Exercice 7	⋆⋆⋆	☐

S3
EN ROUTE VERS LA PROGRAMMATION

Je connais mon cours

C1 : Je réalise des activités d'algorithmique débranchée ☐

C2 : Je traduis un script de déplacement ou de construction géométrique ☐

C3 : J'écrit un script de déplacement ou de construction géométrique ☐

Aide en vidéo

Prise en main de Scratch

Utiliser une boucle

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆⋆	☐

Compétence 2

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 3	⋆	☐
Exercice 4	⋆⋆	☐

S4
NOMBRES RELATIFS

Je connais mon cours

C1 : Je connais la notion de nombre relatif et d'opposé ☐

C2 : Je repère et je place sur un axe gradué des nombres relatifs ☐

C3 : Je compare, range, encadre des nombres relatifs ☐

Aide en vidéo

Droite graduée

Comparer des nombres

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆⋆	☐
Exercice 3	⋆	☐
Exercice 4	⋆	☐
Récréation	⋆⋆⋆	☐

Compétence 2

Exercice 1	⋆⋆	☐
Exercice 2	⋆⋆	☐
Exercice 5	⋆	☐
Exercice 6	⋆	☐

Compétence 3

Exercice 7	⋆	☐
Exercice 8	⋆⋆	☐
Exercice 9	⋆⋆⋆	☐
Exercice 10	⋆⋆	☐

S5 REPÉRAGE DANS LE PLAN

Je connais mon cours

C1 : Je sais lire les coordonnées dans un repère du plan	☐
C2 : Je sais placer des points dans un repère du plan	☐

Aide en vidéo

Repère du plan

Lire et placer des points

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 4	⋆⋆	☐

Compétence 2

Activité d'approche	⋆⋆⋆	☐
Exercice 2	⋆⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆	☐

S6 INTERPRÉTER REPRÉSENTER DES DONNÉES

Je connais mon cours

C1 : Je recueille et j'organise des données	☐
C2 : Je lis et j'interprète des données d'un tableau ou d'un diagramme	☐
C3 : Je représente des données sous forme d'un tableau ou d'un diagramme	☐

Aide en vidéo

Diagramme en bâtons

Diagramme circulaire

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆⋆	☐

Compétence 2

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐
Exercice 3	⋆	☐

Compétence 3

Exercice 2	⋆⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆	☐

S7
DURÉES ET HORAIRES

Je connais mon cours

C1 : J'effectue des calculs de durées et d'horaires	☐
C2 : J'effectue des conversions d'unités de durée	☐
C3 : Je résous des problèmes de durées et d'horaires	☐

Aide en vidéo

Convertir des durées

Calculer des durées

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Exercice 5	⋆⋆	☐
Exercice 6	⋆	☐
Exercice 7	⋆	☐
Exercice 8	⋆	☐

Compétence 2

Exercice 1	⋆⋆	☐
Exercice 2	⋆⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆	☐
Exercice 4	⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 9	⋆⋆	☐
Exercice 10	⋆⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆⋆	☐

S8
EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

Je connais mon cours

C1 : Je produis et/ou simplifie une expression littérale	☐
C2 : J'utilise une lettre pour traduire ou démontrer une propriété générale	☐
C3 : Je substitue une valeur numérique à une lettre	☐

Aide en vidéo

Appliquer une formule

Simplifier une expression

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Exercice 3	⋆⋆	☐
Exercice 4	⋆	☐
Exercice 7	⋆	☐
Exercice 8	⋆	☐

Compétence 2

Activité d'approche	⋆⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐
Exercice 6	⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 1	⋆⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐

S9 SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Je connais mon cours

C1 : J'applique directement la propriété des angles d'un triangles pour savoir si un triangle est constructible ou pour déterminer un angle ☐

C2 : J'effectue des démonstrations utilisant la propriété de la somme des angles ☐

Aide en vidéo

La règle des 180 °

Démontrer

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆	☐
Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆	☐

Compétence 2

Exercice 4	⋆⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐
Exercice 6	⋆ ⋆ ⋆	☐
Récréation	⋆⋆	☐

S10 PROBABILITÉS

Je connais mon cours

C1 : Je place un événement sur une échelle de probabilités ☐

C2 : Je calcule des probabilités dans des cas simples ☐

Aide en vidéo

Problème de hasard

Calculer un probabilité

Questions flash

/ 5

Compétence 1

Activité d'approche	⋆⋆	☐
Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐

Compétence 2

Exercice 3	⋆	☐	Exercice 6	⋆⋆	☐
Exercice 4	⋆⋆	☐	Exercice 7	⋆ ⋆ ⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐	Récréation	⋆	☐

Je connais mon cours

C1 : Je calcule le quotient et le reste d'une division euclidienne ☐
C2 : Je détermine si un nombre entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre nombre entier. ☐
C3 : J'utilise les critères de divisibilité (par 2, 3, 5, 9, 10). ☐

Aide en vidéo

Multiples et diviseurs

Critères de divisibilité

Questions flash

/ 5

S11
MULTIPLES ET DIVISEURS

Compétence 1

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐
Exercice 3	⋆⋆	☐

Compétence 2

Activité d'approche	⋆⋆	☐
Exercice 4	⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐
Récréation	⋆⋆	☐

Compétence 3

Exercice 6	⋆⋆	☐
Exercice 7	⋆	☐
Exercice 8	⋆	☐
Exercice 9	⋆⋆	☐
Exercice 10	⋆⋆⋆	☐

Je connais mon cours

C1 : Je fais la distinction entre symétrie centrale et symétrie axiale ☐
C2 : Je transforme une figure par symétrie centrale ☐
C3 : J'identifie des symétries dans des frises, des pavages, des rosaces ☐

Aide en vidéo

Symétrie (feuille unie)

Symétrie (quadrillage)

Questions flash

/ 5

11
LA SYMÉTRIE CENTRALE

Compétence 1

Activité d'approche	⋆⋆	☐
Exercice 2	⋆	☐
Exercice 6	⋆	☐

Compétence 2

Exercice 1	⋆	☐
Exercice 3	⋆	☐
Exercice 4	⋆⋆	☐
Exercice 5	⋆⋆	☐

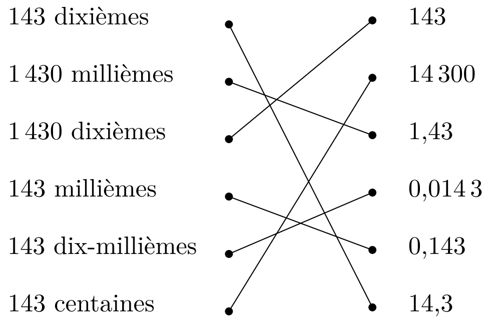
Compétence 3

Récréation	⋆⋆	☐

SOLUTIONS

Chapitre N1
Enchaînement d'opérations

1 On obtient les liens suivants :



2 **1)** $7+\frac{3}{10}+\frac{6}{100}=7+0,3+0,06=7,36$

$7+\frac{3}{10}+\frac{6}{100}=\frac{700}{100}+\frac{30}{100}+\frac{6}{100}=\frac{736}{100}$

2) $2,5+\frac{7}{10}+\frac{23}{100}=2,5+0,7+0,23=3,43$

$2,5+\frac{7}{10}+\frac{23}{100}=\frac{250}{100}+\frac{70}{100}+\frac{23}{100}=\frac{343}{100}$

3
- O = 65,165
- R = 65,5
- A = 65,03
- T = 56,06
- G = 65,13
- H = 56,065
- Y = 56,05
- E = 65,6
- P = 56,006

On a $56,006<56,05<56,06<56,065<65,03<65,13<65,165<65,5<65,6$.

Conclusion : le mot mystère est PYTHAGORE.

4 **1)** $7+2\times 3$

2) $7\times(2+3)$

3) $\frac{7-2}{3}$

4) $(7+2)-(3\times 1)$

5 **1)** La différence de 12 et du produit de 5 par 3.

2) Le produit de 12 par la somme de 5 et de 3.

3) Le quotient de la différence de 12 et de 5 par 3

4) La somme de 12 et du quotient de 5 par 3.

6 Premier programme : $(7+2)\times 3-4$

$7\xrightarrow{+2}9\xrightarrow{\times 3}27\xrightarrow{-3}24$. On trouve 24.

Deuxième programme : $6\times 7\div 3-4$

$6\xrightarrow{\times 7}42\xrightarrow{\div 3}14\xrightarrow{-4}10$. On trouve 10.

7 **1)** $\underline{24-19}+5=5+5=10$

2) $\underline{45\div 5}\times 8=9\times 8=72$

3) $24+\underline{3\times 7}=24+21=45$

4) $60-14+\underline{5\times 3}+2=\underline{60-14}+15+2$
$=\underline{46+15}+2=61+2=63$

5) $37-\underline{12\times 2}+5=\underline{37-24}+5=13+5=18$

6) $18-[4\times(\underline{5-3})+2]=18-(\underline{4\times 2}+2)$
$=18-(\underline{8+2})=18-10=8$

8 **1)** $\frac{18}{3}+6=\underline{18\div 3}+6=6+6=12$

2) $\frac{18+6}{3}=\frac{24}{3}=24\div 3=8$

3) $18+\frac{6}{3}=18+\underline{6\div 3}=18+2=20$

4) $\frac{18}{6+3}=\frac{18}{9}=18\div 9=2$

5) $\frac{\frac{18}{6}}{3}=\frac{18\div 6}{3}=\frac{3}{3}=3\div 3=1$

6) $\frac{18}{\frac{6}{3}}=\frac{18}{6\div 3}=\frac{18}{2}=18\div 2=9$

9 **1)** Les calculs justes sont les calculs D et F.

2) Correction des calculs faux :

A. $50-10\div 2=50-5=45$

B. $24-8+2=16+2=18$

C. $8+2\times 3=8+6=14$

E. $100\div 2\times 5=50\times 5=250$

10 **1)** $3+3+3-3=6$

$3\times 3\times 3\times 3=81$

2) $(3+3-3)\times 3=9$

$(3+3+3)\times 3=27$

3) $(3+3-3)\div 3=1$

$(3+3\div 3)\times 3=12$

Récréation

Partie A

2	+	3	×	5	=	17
×		+		+		×
39	×	9	−	201	=	150
=		=		=		=
78	+	12	×	206	=	2 550

Partie B

5		2	−	6		66
+		×		−		=
13		12		11		10
×		+		+		−
3		7		9		4
÷	1	+		×	8	÷

Partie C

6	+	1	=	7				2	+	3	=	5
+				+				×				×
6				7	×	1	=	7				2
=				=				=				=
1				1				1				1
2	×	2	=	4				4	−	4	=	0
		+								×		
		5								1		
		=								=		
2	+	7	=	9				3	+	4	=	7
+				+				×				×
9				9	−	1	=	8				4
=				=				=				=
1				1				2				2
1	+	7	=	8				4	×	2	=	8

7	+	1	=	8				3	+	1	=	4
+				+				×				×
3				8	−	4	=	4				3
=				=				=				=
1				1				1				1
0	+	6	=	6				2	+	0	=	2
		−								+		
		2								2		
		=								=		
5	+	4	=	9				7	−	2	=	5
×				×				×				×
7				7	−	5	=	2				9
=				=				=				=
3				6				1				4
5	−	2	=	3				4	+	1	=	5

Chapitre E2

Angles particuliers

1 **1)** Les angles 1 et 5 sont correspondants.

2) Les angles 2 et 6 sont correspondants.

3) Les angles 4 et 6 sont alternes-internes.

4) Les angles 3 et 7 sont correspondants.

5) Les angles 3 et 5 sont alternes-internes.

6) Les angles 4 et 8 sont correspondants.

2 **1)** La sécante est la droite (ys).

2) Il y a quatre couples d'angles correspondants :
$\widehat{yOt}$ et $\widehat{OIu}$;
$\widehat{yOx}$ et $\widehat{OIk}$;
$\widehat{tOI}$ et $\widehat{uIs}$;
$\widehat{xOI}$ et $\widehat{kIs}$.

3) Il y a deux couples d'angles alternes-internes :
$\widehat{xOI}$ et $\widehat{OIu}$
$\widehat{tOI}$ et $\widehat{OIk}$.

3 On obtient le tableau suivant, par exemple :

angle	$\widehat{yBg}$	$\widehat{zCi}$	$\widehat{fBi}$	$\widehat{uCi}$
Angles alterne-interne	$\widehat{zDf}$ $\widehat{BDC}$...	$\widehat{hBy}$ $\widehat{yBC}$...	$\emptyset$	$\widehat{fBh}$ $\widehat{CBf}$...
Angles correspondant	$\widehat{tDg}$ $\widehat{yAu}$...	$\widehat{xBi}$ $\widehat{iBA}$...	$\widehat{sCi}$ $\widehat{BCA}$...	$\widehat{gBi}$ $\widehat{iBD}$...

4 Oui, Anita a raison :

• Première figure : l'angle supplémentaire à 119 ° de l'autre côté de (d_1) vaut $180° - 119° = 61°$.
On a deux angles correspondants de même mesure donc, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

• Deuxième figure : l'angle supplémentaire à 111 ° de l'autre côté de (d_2) vaut $180° - 111° = 69°$.
On a deux angles alternes-internes de mesures différentes donc, (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

5 **1)** • Les angles $\widehat{IJK}$ et $\widehat{IJt}$ sont supplémentaires donc, $\widehat{IJK} = 180 - 120° = 60$.

• Les angles $\widehat{JKI}$ et $\widehat{yIS}$ sont correspondants et $\widehat{yIS} = 60$ donc, $\widehat{JKI} = 60$.

• Les angles $\widehat{rIy}$ et $\widehat{IJt}$ sont correspondants et $\widehat{IJt} = 120$ donc, $\widehat{rIy} = 120$.

• Les angles $\widehat{yIJ}$ et $\widehat{rIy}$ sont supplémentaires donc, $\widehat{yIJ} = 180 - 120° = 60$.

• Les angles $\widehat{xIK}$ et $\widehat{sIy}$ sont opposés par le sommet donc, $\widehat{xIK} = \widehat{sIy} = 60$. Et enfin :
$\widehat{KIJ} = 180 - \widehat{xIK} - \widehat{yIJ} = 180 - 60 - 60 = 60$.

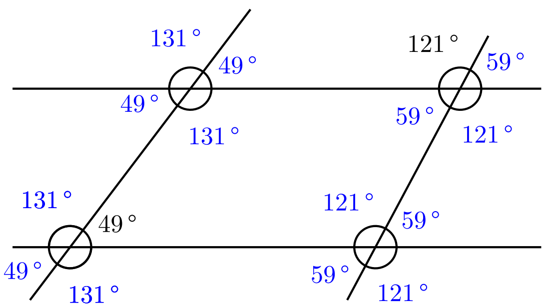
2) Les trois angles du triangle sont égaux, donc le triangle IJK est équilatéral.

6 • Les angles $\widehat{bRS}$ et $\widehat{RSc}$ sont alternes-internes et les droites (ab) et (cd) sont parallèles donc :
$\widehat{RSc} = \widehat{bRS} = 20°$.

• On décompose l'angle $\widehat{RST}$: $\widehat{RST} = \widehat{RSc} + \widehat{cST}$ donc, $\widehat{cST} = \widehat{RST} - \widehat{RSc} = 57° - 20° = 37°$.

• Les angles $\widehat{cST}$ et $\widehat{STf}$ sont alternes-internes et les droites (cd) et (ef) sont parallèles donc :
$\widehat{STf} = \widehat{cST} = 37°$.

7 **1)** Schéma du terrain de Nora :

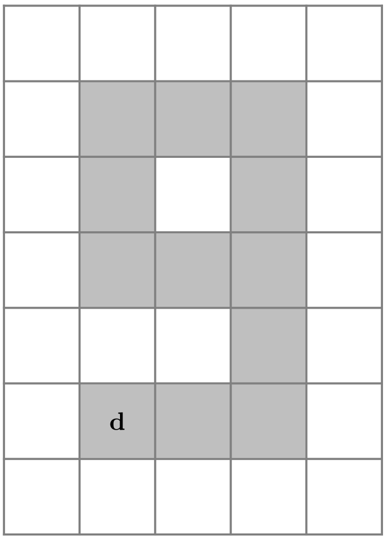


2) Si les droites (NA) ET (OR) étaient parallèles, les angles correspondants en N et O par exemple seraient égaux, ce qui n'est pas le cas ici ($131° \neq 121°$) donc, ces droites ne sont pas parallèles.

3) Dans le quadrilatère $NORA$, les droites (NO) et (RA) sont parallèles, mais les droites (NA) et (OR) ne le sont pas donc, le quadrilatère $NORA$ est un trapèze.

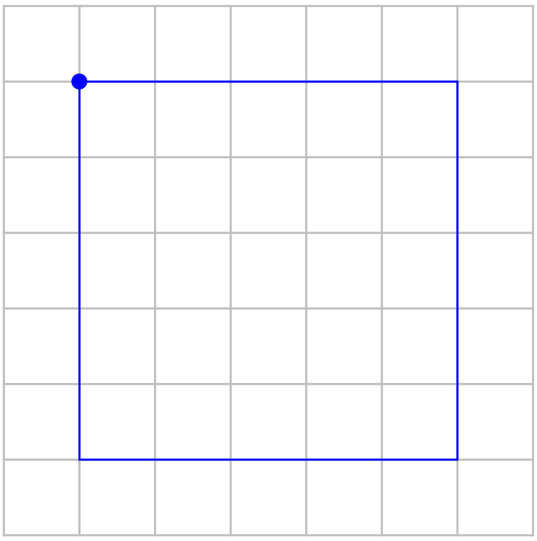
Chapitre A3
En route vers la programmation

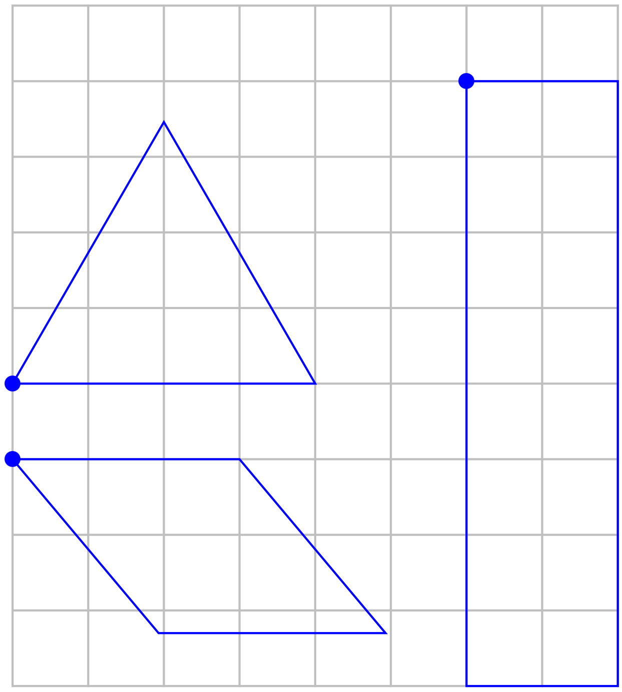
1 1) On obtient le dessin d'un 9 :



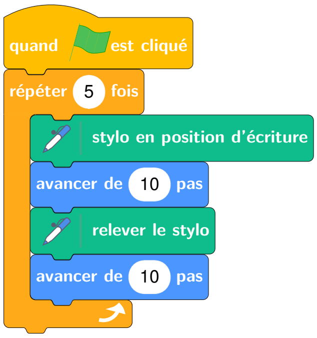
2)
a) Le motif peut être programmé grâce à la suite : 1S 2E 1N 1S 2E 1N 1S 2E 1N
b) On peut introduire une boucle de répétition, par exemple : 3×(1S 2E 1N)

2 Le programme 1 donne un carré de côté 5 cm, le programme 2 un triangle équilatéral de côté 4 cm, le programme 3 un losange de côté 3 cm et le programme 4 un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 2 cm.





3 On peut proposer le programme suivant :



4 On peut proposer le programme suivant :

Récréation

Suite des dominos :

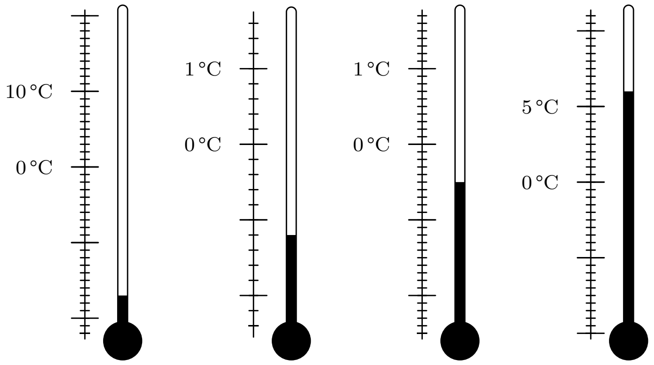
✈ – ■ – ✙ – ✔ – ✦ – ✪ – ✷ – ▲

Chapitre N4
Nombres relatifs

1 On peut lire les températures suivantes :

2 °C −12 °C −0,4 °C 0,7 °C

2 On a les hauteurs de mercure suivantes :



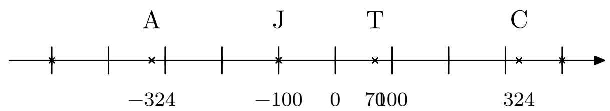
3

$\boxed{12}$	$\boxed{+\pi}$	$\boxed{-\dfrac{12}{13}}$	$\boxed{-17}$	$\boxed{+0,001}$
$\boxed{-54,2}$	$\boxed{\dfrac{1}{10}}$	$\boxed{-0,14}$	$\boxed{\dfrac{3}{7}}$	$\boxed{100,01}$
$\boxed{12,6}$	$\boxed{-1,18}$	$\boxed{-3^2}$	$\boxed{0,1}$	$\boxed{48\,000}$

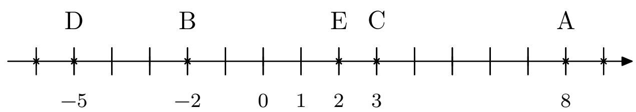
4

Nombre	2,5	2,7	0	−5	−1	7,1
Opposé	$-2,5$	−2,7	0	5	1	$-7,1$

5 Droite graduée complétée :



6 **1)** Droite graduée complétée (à l'échelle 1/2) :



2) On peut comparer directement par lecture graphique :

$+2 > -2$	$+2 > -5$	$+3 < +8$
$-2 > -5$	$+8 > -2$	$-5 < +3$

3) $-5 < -2 < +2 < +3 < +8.$

7
1) $+5,34 > +3,54$
2) $0,05 < 1$
3) $-8,51 < -8,5$
4) $11,9 = +11,9$
5) $3,14 > -1,732$
6) $-9,27 > -9,272$
7) $+8,64 > -8,64$
8) $-19,2 < +9,2$
9) $-14,39 < +14,4$
10) $-0,99 < -0,909$

8
1) $-9 < -8 < -7 < +3 < +7 < +8 < +14.$
2) $-8,3 < -3,1 < -2,6 < -0,2 < 2,7 < 5 < 7,1.$
3) $-10,6 < -8,31 < -8,3 < -3,8 < 4,2 < 14,52 < 14,6.$

9
1) $-9,84 < -9,72 < -9,67 < \cancel{-9,78} < -9,18$
2) $+1,5 < +1,51 < \cancel{+1,499} < +1,54 < +1,55$
3) $-1\,002 > \cancel{-1\,220} > -1\,022 > -1\,202 > -1\,222$

10
1) Entre −2 et +5 : −1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4.
2) Entre −15 et −20 : −19 ; −18 ; −17 ; −16.

Récréation

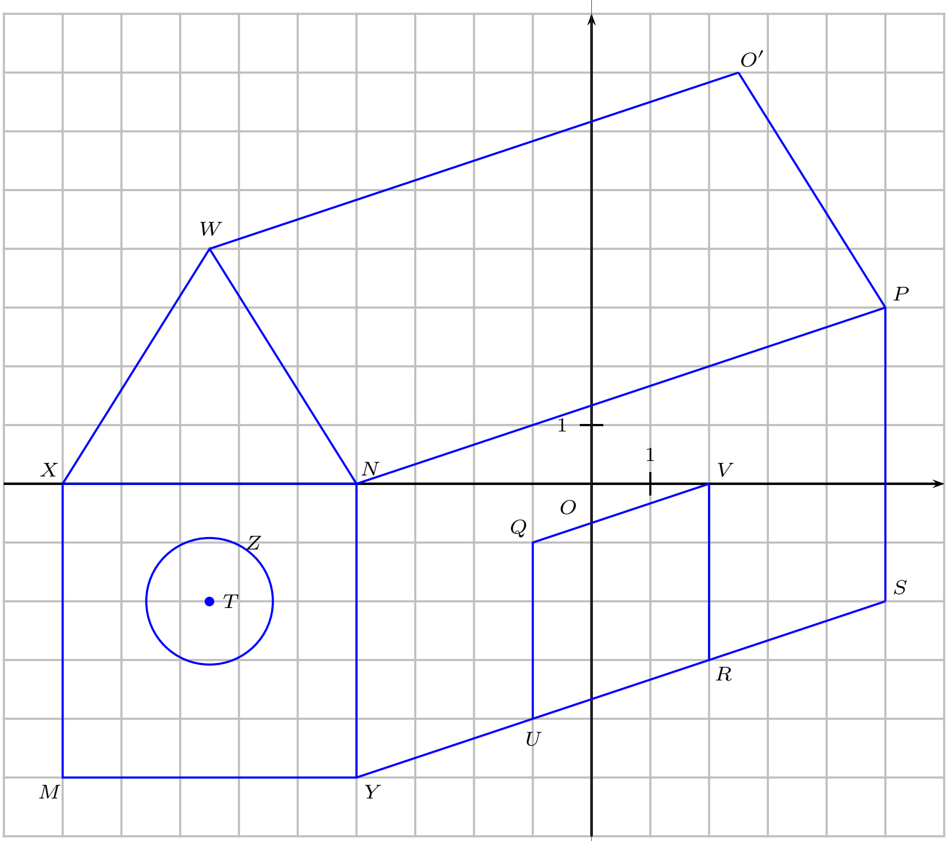
	a	b	c	d	e	f
1	9		1	3		−
2	1	2	0		−	1
3	8			7	4	
4		−	9			−
5	−	1		−	1	6
6	3		4	2	1	

Chapitre E5
Repérage dans le plan

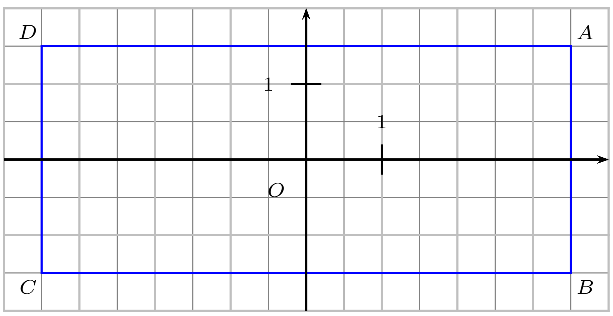
1

- $A(1,5\,;\,1,5)$
- $B(-2\,;\,3,5)$
- $C(-4\,;\,-3,5)$
- $D(3,5\,;\,-1,5)$
- $E(3\,;\,4,5)$
- $F(-4\,;\,1)$
- $G(-1\,;\,-2)$
- $H(1\,;\,-3)$
- $I(4\,;\,0)$
- $J(0\,;\,2,5)$
- $K(-2\,;\,0)$
- $L(0\,;\,-4)$

2 Imane reconnait le dessin d'une maison.



3 On obtient un rectangle.



$B(3,5\,;-1.5)\,;C(-3,5\,;-1.5)\,;D(-3,5\,;1.5)$

4 **1)** La balle est située à quatre espaces vers la droite et trois espaces vers le haut, soit 4×40 unités $=160$ unités et 3×40 unités $=120$ unités. Ses coordonnées sont donc $(160\,;120)$.

2)

a) La touche $\rightarrow$ ajoute 80 à l'abscisse x ; la touche $\leftarrow$ ajoute -40 à l'abscisse x ; donc, la succession $\rightarrow\leftarrow$ ajoute $80+(-40)=40$ à l'abscisse x.
Le chat a donc « avancé » de 40 unités vers la droite, il ne revient pas à sa position de départ.

b) On résume dans un tableau les déplacements :

	départ	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\uparrow$	$\leftarrow$	$\downarrow$
x	-120	-40	40	40	0	0
y	-80	-80	-80	0	0	-40

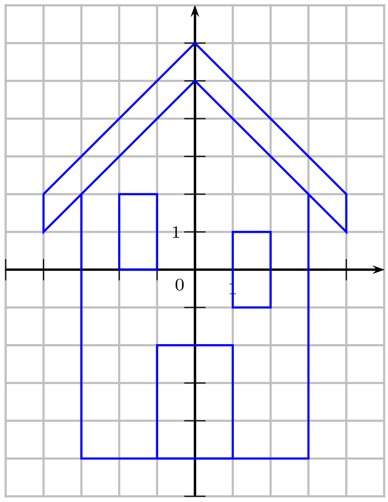
Les coordonnées du chat après ces cinq déplacements sont $(0\,;\,-40)$.

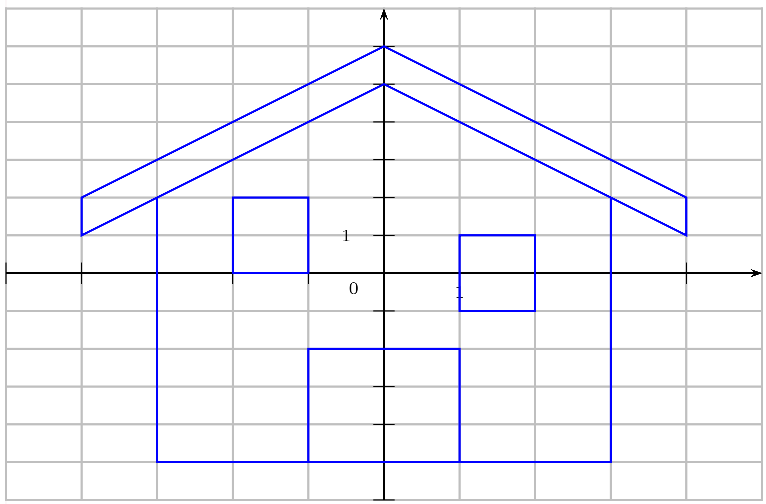
c) Seul le déplacement 2 permet au chat d'attraper la balle.

3) Quand le chat atteint la balle, il dit « Je t'ai attrapée » pendant 2 sec. puis retourne au départ.

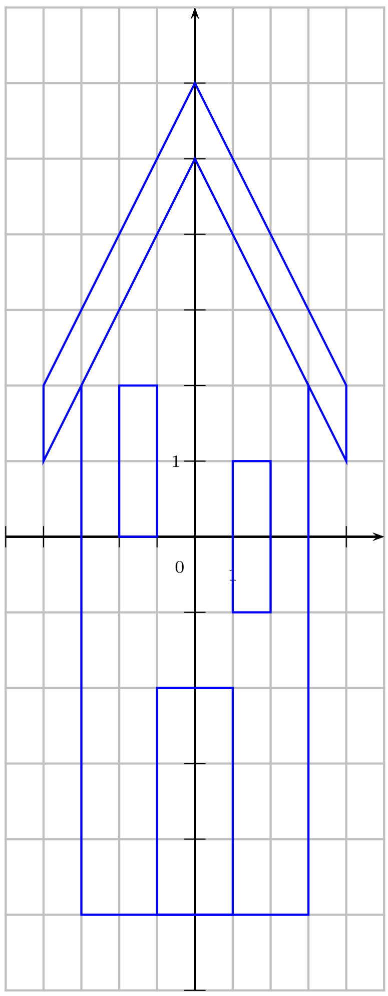
Récréation

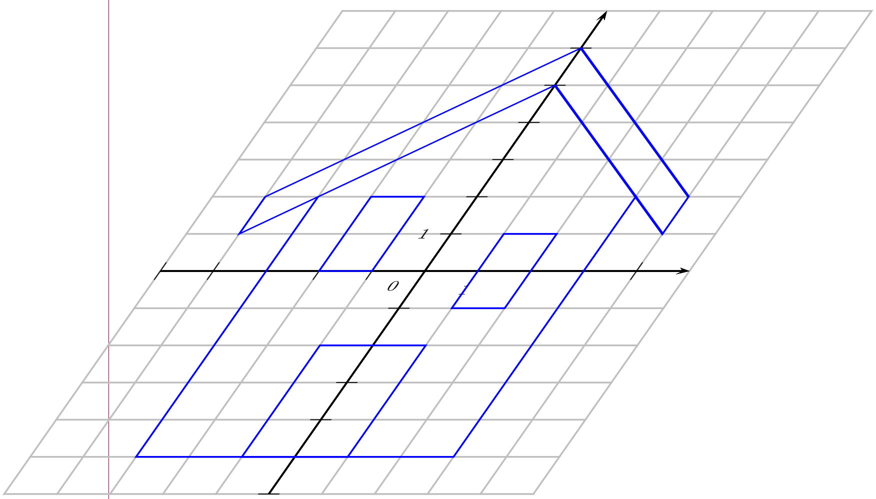
Partie A : dessin





Partie B : déformations





Chapitre D6

Interpréter, représenter des données

1 **1)** vrai, par lecture de la deuxième barre.

2) faux. Le diagramme ne nous permet pas de connaître le nombre d'élèves de ce collège puisqu'il s'agit des données de trois classes seulement.

3) faux. 15 élèves ont deux animaux de compagnie et 4 en ont trois. or, 15 n'est pas le triple de 4.

4) faux. $32 + 21 + 15 = 68$. 68 élèves ont moins de trois animaux de compagnie.

5) vrai. 32 élèves n'ont pas d'animal de compagnie et 43 en ont au moins un.

6) vrai. Parmi les 43 élèves qui ont au moins un animal de compagnie, 22 en ont plusieurs, donc plus de la moitié.

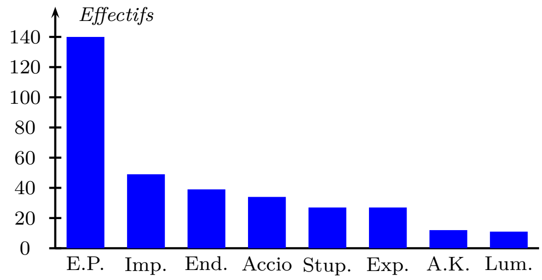
2 **1)** Les données sont représentées sous forme de bulles proportionnelles à l'effectif.

2) $140 + 49 + 39 + 34 + 27 + 27 + 24 + 22 + 18 + 15 + 13 + 11 + 11 + 10 + 9 + 7 + 6 + 6 + 4 + 3 = 475$.
475 sorts ont été donnés durant les sept livres.

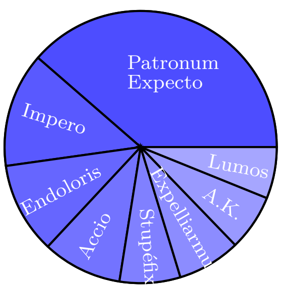
3) Tableau des effectifs :

Nom	E.P.	Imp.	End.	Accio	Stup.	Exp.	A.K.	Lum.
Eff.	140	49	39	34	27	27	24	22

4) Diagramme en bâtons :



5) Diagramme circulaire :



6) Cette question est personnelle...

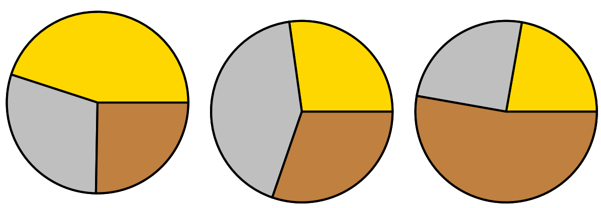
3 **1)** Voici le tableau complété :

		Sport	Or	Argent	Bronze	T.
1		Escrime	32	51	35	**118**
2		Cyclisme	41	27	23	**91**
3		Athlétisme	14	25	29	**68**
4		Équitation	14	13	10	**37**
5		Judo	14	10	25	**49**
6		Voile	13	11	17	**41**
7		Tir	9	14	10	**33**
8		Haltérophilie	9	3	3	**15**
9		Natation	8	15	20	**43**
10		Canoé-kayak	8	9	19	**36**

2) Le classement des sports est établi grâce au nombre de médailles d'or, puis d'argent, puis de bronze.

3) On récapitule dans un tableau les angles :

Couleur	Or	Argent	Bronze	Total
Cyclisme	41	27	23	91
Angle	162 °	107 °	91 °	360 °
Tir	9	14	10	33
Angle	98 °	153 °	109 °	360 °
Canoé-kayak	8	9	19	36
Angle	80 °	90 °	190 °	360 °



Cyclisme — Tir — Canoé-kayak

On remarque par exemple que chacun de ces sports à une couleur très dominante : l'or pour le cyclisme, l'argent pour le tir et le bronze pour le canoé-kayak.

Chapitre M7
Horaires et durées

1 **1)** $1{,}5\,\text{h} = 1\,\text{h}\,30\,\text{min}$.
2) $2{,}25\,\text{h} = 2\,\text{h}\,15\,\text{min}$.
3) $0{,}3\,\text{h} = 0{,}3 \times 60\,\text{min} = 18\,\text{min}$.

2 **1)** $6\,\text{h}\,30\,\text{min} = 6{,}5\,\text{h}$.
2) $2\,\text{h}\,45\,\text{min} = 2{,}75\,\text{h}$.
3) $8\,\text{h}\,33\,\text{min} = 8\,\text{h} + \frac{33}{60}\,\text{h} = 8{,}55\,\text{h}$.

3 **1)** $1\,\text{h}\,56\,\text{min} = 1 \times 60\,\text{min} + 56\,\text{min} = 116\,\text{min}$.
2) $2\,\text{j}\ 25\,\text{min} = 2 \times 24 \times 60\,\text{min} + 25\,\text{min}$
$= 2\ 880\,\text{min} + 25\,\text{min} = 2\ 905\,\text{min}$.
3) $1\,\text{j}\ 20\,\text{h}\,3\,\text{min} = 24 \times 60\,\text{min} + 20 \times 60\,\text{min} + 3\,\text{min}$
$= 1\ 440\,\text{min} + 1\ 200\,\text{min} + 3\,\text{min} = 2\ 643\,\text{min}$.

4 **1)** $156\,\text{min} = 2 \times 60\,\text{min} + 36\,\text{min} = 2\,\text{h}\,36\,\text{min}$.
2) $296\,\text{min} = 4 \times 60\,\text{min} + 56\,\text{min} = 4\,\text{h}\,56\,\text{min}$.
3) $1\ 603\,\text{min} = 26 \times 60\,\text{min} + 43\,\text{min}$
$= 26\,\text{h}\,43\,\text{min} = 1\,\text{j}\,2\,\text{h}\,43\,\text{min}$.

5 **1)** $3\,\text{h} + 5\,\text{h} = 8\,\text{h}$ et $45\,\text{min} + 13\,\text{min} = 58\,\text{min}$
donc, $3\,\text{h}\,45\,\text{min} + 5\,\text{h}\,13\,\text{min} = 8\,\text{h}\,58\,\text{min}$.
2) $5\,\text{h} + 9\,\text{h} = 14\,\text{h}$ et
$38\,\text{min} + 43\,\text{min} = 81\,\text{min} = 1\,\text{h} + 21\,\text{min}$
donc, $5\,\text{h}\,38\,\text{min} + 9\,\text{h}\,43\,\text{min} = 15\,\text{h}\,21\,\text{min}$.
3) $7\,\text{h}\,22\,\text{min} \xrightarrow{+38\,\text{min}} 8\,\text{h}\,00\,\text{min}$
$8\,\text{h}\,00\,\text{min} \xrightarrow{+3\,\text{h}\,28\,\text{min}} 11\,\text{h}\,28\,\text{min}$
$11\,\text{h}\,28\,\text{min} - 7\,\text{h}\,22\,\text{min} = 3\,\text{h}\,66\,\text{min} = 4\,\text{h}\,06\,\text{min}$.
4) $9\,\text{h}\,49\,\text{min} \xrightarrow{+11\,\text{min}} 10\,\text{h}\,00\,\text{min}$
$10\,\text{h}\,00\,\text{min} \xrightarrow{+5\,\text{h}\,35\,\text{min}} 15\,\text{h}\,35\,\text{min}$
$15\,\text{h}\,35\,\text{min} - 9\,\text{h}\,49\,\text{min} = 5\,\text{h}\,46\,\text{min}$.

6 Le temps de déplacement d'Anita est de $6\,\text{min} + 16\,\text{min} + 4\,\text{min} = 26\,\text{min}$.
Or, $7\,\text{h}\,38\,\text{min} + 26\,\text{min} = 7\,\text{h}\,64\,\text{min} = 8\,\text{h}\,04\,\text{min}$.
Anita devrait arriver au collège à 8 h 04 min.

7 Le temps de déplacement de Douniya est de $15\,\text{min}\,30\,\text{s} + 5\,\text{min} + 7\,\text{min} = 27\,\text{min}\,30\,\text{s}$.
Or, $17\,\text{h}\,04\,\text{min} + 27\,\text{min}\,30\,\text{s} = 17\,\text{h}\,31\,\text{min}\,30\,\text{s}$.
Douniya devrait arriver chez elle à 17 h 31 min 30 s.

8 $9\,\text{h}\,20\,\text{min} \xrightarrow{+40\,\text{min}} 10\,\text{h}\,00\,\text{min}$
$10\,\text{h}\,00\,\text{min} \xrightarrow{+2\,\text{h}\,15\,\text{min}} 12\,\text{h}\,15\,\text{min}$
La promenade de Zayd a duré 2 h 55 min.
Or, il s'est arrêtée $3 \times 5\,\text{min} = 15\,\text{min}$ donc, il a marché durant 2 h 40 min.

9 **1)** $5 \times 5\,\text{min} = 25\,\text{min}; 5 \times 26\,\text{s} = 130\,\text{s} = 2\,\text{min}\,10\,\text{s}$.
$25\,\text{min} + 2\,\text{min}\,10\,\text{s} = 27\,\text{min}\,10\,\text{s}$.
2) $2 \times (27\,\text{min}\,10\,\text{s}) = 54\,\text{min}\,20\,\text{s}$.
3) $2 \times (54\,\text{min}\,20\,\text{s}) = 108\,\text{min}\,40\,\text{s} = 1\,\text{h}\,48\,\text{min}\,40\,\text{s}$.
4) $10 \times (54\,\text{min}\,20\,\text{s}) = 540\,\text{min}\,200\,\text{s} =$
$9\,\text{h}\,3\,\text{min}\,20\,\text{s}$.
5) $8\,\text{h} = 8 \times 3\ 600\,\text{s} = 28\ 800\,\text{s}$ et
$5\,\text{min}\,26\,\text{s} = 5 \times 60\,\text{s} + 26\,\text{s} = 326\,\text{s}$.
Or, $28\,800 \div 326 \approx 88{,}34$ donc, la machine aura fabriqué 88 pièces en 8 h.
6) La moitié de 5 min vaut 2 min 30 s et la moitié de 26 s vaut 13 s donc, la machine met 2 min 43 s.

10 Pour un volume à remplir, le robinet R1 met deux fois moins de temps que le robinet R2. Donc, pendant le temps total, R1 remplit deux « unités de volume » pendant que R2 n'en remplit qu'une :

1 080 L		
R1	R1	R2

En partageant le volume total en trois parties égales, on trouve $1\ 080\,\text{L} \div 3 = 360\,\text{L}$. R2 remplit un tiers du volume total du jacuzzi : 360 L.
Or, $360 \div 12 = 30$. Sachant que R2 remplit 12 L en 1 min, il remplit 360 L en 30 L.
La réponse est 30 minutes (d).

Récréation

Chaque case allumée indique une durée écoulée :
• chaque case allumée de la première ligne en partant du haut représente 5 heures ;
• chaque case allumée de la deuxième ligne représente 1 heure ;
• chaque case allumée de la troisième ligne représente 5 minutes. Les lumières rouges indiquent les quarts d'heure ;
• chaque case allumée de la dernière ligne représente 1 minute.
On additionne les durées pour obtenir l'heure.

Chapitre N8
Expressions algébriques

1 **1)** $A = 2x = 2 \times 2 = 4$

2) $B = 7 - 3y = 7 - 3 \times 0 = 7$

3) $C = 4x + 5 = 4 \times 2 + 5 = 13$

4) $D = 4(x-2)(x+3) = 4(2-2)(2+3)$
$= 4 \times 0 \times 5 = 0$

5) $E = 2xy = 2 \times 2 \times 0 = 0$

6) $F = (x-y) \times 3 = (2-0) \times 3 = 2 \times 3 = 6$

7) $G = 2y^2 + 3x - 5 = 2 \times 0^2 + 3 \times 2 - 5$
$= 6 - 5 = 1$

2

x	0	1	2	3	4	5	6
$2x+4$	4	6	8	10	12	14	16
x^2+1	1	2	5	10	17	26	37

3 **1)** $2 \times x = 2x$

2) $\frac{1}{3} \times x = \frac{1}{3}x = \frac{x}{3}$

3) $x + 13$

4) $x - 7$

5) $3 \times (2 + x) = 3(2 + x)$

6) $\frac{1}{3} \times (16 - x) = \frac{1}{3}(16 - x) = \frac{16 - x}{3}$

4 **1)** $z + 2$

2) $3(z - 4)$

3) $\frac{1}{2}(z + 5) = \frac{z + 5}{2}$

4) $2021 - z$

5 **1)** $10 \xrightarrow{-5} 5 \xrightarrow{\times 3} 15$. Avec 0, on obtient 15.

$12 \xrightarrow{-5} 7 \xrightarrow{\times 3} 21$. Avec 12, on obtient 21.

$5 \xrightarrow{-5} 0 \xrightarrow{\times 3} 0$. Avec 5 on obtient 0.

2) $7 \xleftarrow{+5} 2 \xleftarrow{\div 3} 6$. On obtient 6 avec 7.

3) $x \xrightarrow{-5} x - 5 \xrightarrow{\times 3} 3(x - 5)$.

6 **1)** $\mathcal{P}_1 = 4 \times 5\,\text{cm} = 20\,\text{cm}$; $\mathcal{A}_1 = (5\,\text{cm})^2 = 25\,\text{cm}^2$

2) Les longueurs sont en cm et les aires en cm^2.

- La longueur L du nouveau côté est $5 + k$.
- Le nouveau périmètre vaut $\mathcal{P}_2 = 4(5 + k)$
- La nouvelle aire vaut $\mathcal{A}_2 = (5 + k)^2$

3) $\mathcal{P}_2 = 4(5 + 2)\,\text{cm} = 4 \times 7\,\text{cm} = 28\,\text{cm}$ et
$\mathcal{A}_2 = ((5 + 2)\,\text{cm})^2 = (7\,\text{cm})^2 = 49\,\text{cm}^2$

7 **1)** $A = 9 \times n = 9n$

2) $B = x \times 3 = 3x$

3) $C = 12 \times (a - 3) = 12(a - 3)$

4) $D = 2 \times a(2 \times 8) = 2 \times 16a = 32a$

5) $E = n \times x = nx$

6) $F = 2 \times \pi \times R = 2\pi R$

8 **1)** $A = a \times a = a^2$

2) $B = b \times b \times b = b^3$

3) $C = c \times c \times 3 = 3c^2$

4) $D = 9 + d \times d \times d = 9 + d^3$

5) $E = a \times a \times b \times 3 = 3a^2b$

6) $F = x \times x \times x - 2 \times y \times y = x^3 - 2y^2$

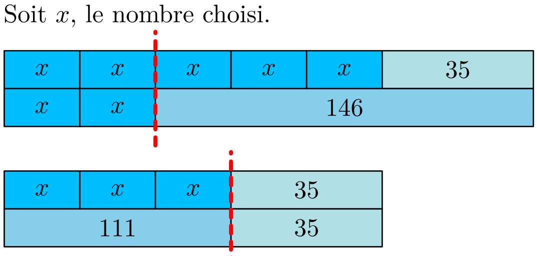
7) $G = (a + b) \times (a + b) = (a + b)^2$

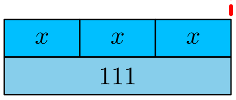
8) $H = (x + y)(x + y)(x + y) = (x + y)^3$

Récréation

Défi 1

On peut modéliser ce défi par un schéma en barres.
Soit x, le nombre choisi.





donc, $x = 111 \div 3 = 37$.

Défi 2

1) Pour le rang 4, il suffit d'ajouter 1 carré à chacune des extrémités.

2) Au rang 1, on a 5 carrés. Au rang 2, $5 + 4 = 9$ carrés. Au rang 3, $9 + 4 = 13$ carrés. Au rang 4, $13 + 4 = 17$ carrés. Au rang 5, $17 + 4 = 21$ carrés. En continuant ainsi, on aura 41 carrés au rang 10 et 69 carrés au rang 17.

3) Soit n le rang demandé, le nombre de carrés au rang n est de $1 + 4 \times n$.
Au rang 100, cela fait donc $1 + 4 \times 100 = 401$.

4) En enlevant 1 carré, on doit obtenir un multiple de 4. Or, $532 - 1 = 531$ n'est pas un multiple de 4.
$813 - 1 = 812 = 4 \times 203$ est un multiple de 4.
Il y a donc 813 carrés au rang 203.

Chapitre E9

Somme des angles d'un triangle

1 Pour chaque cas, la somme doit être égale à 180 °.

$\widehat{LEA}$	$\widehat{EAL}$	$\widehat{ALE}$
124 °	18 °	38 °
71 °	80 °	29 °
22,3 °	98,1 °	59,6 °
49,5 °	17,5 °	113 °

2 • Dans le triangle BAC :
$40° + 70° + 75° = 185° \neq 180°$.
Le triangle BAC n'est pas constructible.
• Dans le triangle FOU :
$10° + 95° + 85° = 190° \neq 180°$.
Le triangle FOU n'est pas constructible.
• Dans le triangle BOF :
$57{,}3° + 32{,}7° + 90° = 180°$.
Le triangle BOF est constructible.
• Dans le triangle PIC :
$35{,}1° + 72{,}4° + 72{,}4° = 179{,}9° \neq 180°$.
Le triangle PIC n'est pas constructible.

3 • Le triangle REP est équilatéral donc, tous ses angles ont la même mesure. La somme faisant 180 °, un angle mesure $180° \div 3 = 60°$.
Conclusion : $\widehat{REP} = 60°$.
• Le triangle RAP est isocèle en A dont les angles à sa base principale mesurent 38 °.
$38° + 38° = 76°$ d'où $\widehat{RAP} = 180° - 76° = 104°$.
Conclusion : $\widehat{RAP} = 104°$.
• Le triangle YES est rectangle en E et
$90° + 50{,}36° = 140{,}36°$ d'où,
$\widehat{ESY} = 180° - 140{,}36° = 39{,}64°$.
Conclusion : $\widehat{ESY} = 39{,}64°$.
• Le triangle WHY est isocèle en W dont l'angle à son sommet principal vaut 42,6 °.
$180° - 42{,}6° = 137{,}4°$;
$\widehat{WHY} = 137{,}4° \div 2 = 68{,}7°$.
Conclusion : $\widehat{WHY} = 68{,}7°$.

4 **1)** Les angles $\widehat{OSA} = \widehat{OSE}$ et $\widehat{AEN} = \widehat{SEN}$ sont alternes-internes et de même mesure, 38 ° donc :
les droites (OS) et (EN) sont parallèles entre elles.
2) Le triangle ANE est isocèle en E, les angles à sa base principale sont donc égaux d'où :
$\widehat{ENA} = \widehat{EAN}$.
On calcule leur mesure :
$180° - 38° = 142°$ et $142° \div 2 = 71°$.
D'où $\widehat{ENA} = \widehat{EAN} = 71°$.
3) Les angles $\widehat{NAE}$ et $\widehat{OAS}$ sont opposés par le sommet A, donc ils sont égaux.
On a alors $\widehat{OAS} = 71°$.
Les angles $\widehat{SOA} = \widehat{SON}$ et $\widehat{ENA} + \widehat{ENO}$ sont alternes-internes et les droites (OS) et (EN) sont parallèles entre elles. Les mesures des angles sont donc égales soit : $\widehat{SOA} = \widehat{ANE} = 71°$.
Conclusion : le triangle AOS est isocèle en S.

5 • L'angle $\widehat{KYM}$ est supplémentaire à l'angle de mesure 120 °, donc il mesure $180° - 120° = 60°$.
• Dans le triangle KYA :
$\widehat{KYA} + \widehat{YAK} = 60° + 25° = 85°$ soit :
$\widehat{YKA} = 180° - 85° = 95° \neq 90°$.
Donc, le triangle KYA n'est pas rectangle en K.

6 • L'angle $\widehat{AMI}$ est le supplémentaire de l'angle $\widehat{xMA}$ de mesure 127 °, donc il mesure
$180° - 127° = 53°$. Soit : $\widehat{AMI} = 53°$.
• Les angles $\widehat{xMA}$ et $\widehat{MAD}$ sont alternes-internes et les droites (DA) et (MI) sont parallèles donc, ces deux angles sont égaux. Soit $\widehat{MAD} = 127°$.
• Les angles $\widehat{AMI}$ et $\widehat{DAH}$ sont correspondants et les droites (DA) et (MI) sont parallèles, ils sont donc égaux et $\widehat{DAH} = 53°$.
Dans le triangle ADH :
$\widehat{DAH} + \widehat{DHA} + \widehat{ADH} = 180°$.
Donc, $53° + 64° + \widehat{ADH} = 180°$ soit
$\widehat{ADH} = 180° - 53° - 64° = 63°$.
Les angles $\widehat{ADH}$ et $\widehat{ADI}$ sont supplémentaires donc,
$\widehat{ADI} = 180° - 63° = 117°$. $\widehat{ADI} = 117°$.
• Les angles $\widehat{ADH}$ et $\widehat{MID}$ sont correspondants et les droites (DA) et (MI) sont parallèles donc, ces deux angles sont égaux. Soit : $\widehat{MID} = 63°$.

Chapitre D10

Probabilités

1 **1)** Obtenir pile au jeu de pile ou face : hasard.

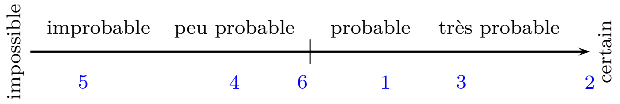
2) La fête nationale aura lieu le 14 juillet.

3) Un élève aura des basquettes demain : hasard.

4) Obtenir 6 avec un dé à six faces : hasard.

5) Trouver la bonne combinaison au loto : hasard.

6) Demain il fera beau : hasard.



2 **1)** Obtenir 2 : $P = 1/8$

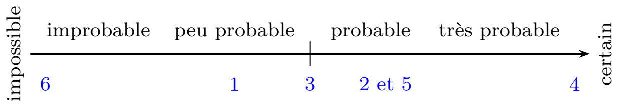
2) Obtenir un multiple de 2 : $P = 4/8$

3) Obtenir un nombre supérieur à 5 : $P = 3/8$

4) Obtenir un nombre positif : $P = 8/8 = 1$

5) Obtenir un nombre impair : $P = 4/8$

6) Obtenir un multiple de 13 : $P = 0/8 = 0$



3 **1)** Obtenir un carreau : $P = \dfrac{13}{52}$.

Obtenir un valet : $P = \dfrac{4}{52}$.

Obtenir un valet de carreau : $P = \dfrac{1}{52}$.

2) La probabilité de ne pas obtenir de carreau s'obtient en calculant la probabilité d'obtenir un cœur, un pique ou un trèfle, ce qui fait au total 3×13 carte, soit 39 cartes. $P = \dfrac{39}{52}$.

4 **1)** Dé à six faces : $P = \dfrac{1}{6}$ (obtenir 3) ;

dé à quatre faces : $P = \dfrac{1}{4}$ (obtenir 3).

C'est avec le dé à quatre faces que la probabilité d'obtenir un 3 est la plus grande.

2) Dé à six faces : $P = \dfrac{2}{6}$ (obtenir 3 ou 6) ;

dé à quatre faces : $P = \dfrac{1}{4}$ (obtenir 3).

C'est avec le dé à six faces que la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est la plus grande.

5 **1)** Les issues possibles sont les lettres N, O, T, U, S

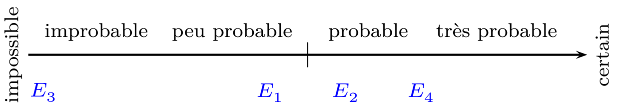
2) **a)** $E_1 = \{\text{O}\}$ (lettre double) donc, $P(E_1) = \dfrac{2}{6}$

b) $E_2 = \{\text{N, T, S}\}$ donc, $P(E_2) = \dfrac{3}{6}$

c) $E_3 = \{\emptyset\}$ donc, $P(E_3) = \dfrac{0}{6} = 0$

d) $E_4 = \{\text{O, U, S}\}$ donc, $P(E_4) = \dfrac{4}{6}$

3) Axe de graduation :



6 probabilité de tirer une bille rouge :

- Pour Ali : $P = \dfrac{10}{40} = 0,25$.
- Pour Ben : $P = \dfrac{97}{100} = 0,97$.
- Pour Charles : $P = \dfrac{5}{5} = 1$.

Charles a la plus grande probabilité d'obtenir une bille rouge, ce qui est logique puisqu'il n'a QUE des billes rouges.

7 • Cas n°1 : une probabilité de $\dfrac{5}{12}$ signifie que, pour 12 billes au total, 5 sont bleues.
On a 7 billes, si on ajoute 5 billes bleues, on aura bien une chance d'obtenir une bille bleue de $\dfrac{5}{12}$.

• Cas n°2 : une probabilité de $\dfrac{2}{5}$ signifie que, pour 5 billes au total, 2 sont bleues, ou encore que pour 10 billes, 4 sont bleues.
On a 6 billes, si on ajoute 4 billes bleues, on aura bien une chance d'obtenir une bille bleue de $\dfrac{2}{5}$.

• Cas n°3 : une probabilité de $\dfrac{3}{4}$ signifie que, pour 4 billes au total, 3 sont rouges ou bleues, ou encore que pour 8 billes, 6 sont rouges ou bleues.
On a 3 billes rouges et 2 billes noires, si on ajoute 3 billes bleues, on aura bien une chance d'obtenir une bille rouge ou bleue de $\dfrac{3}{4}$.

Récréation

Pour le premier tableau, on obtient :

N°	1	2	3	4	5	6
Proba	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
Proba	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

Les probabilités sont, en théorie, toutes identiques.

Chapitre N11

Multiples et diviseurs

1

$$
\begin{array}{r|l}
307 & 7 \\ \cline{2-2}
-28 & 43 \\
27 & \\
-21 & \\
6 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
13758 & 25 \\ \cline{2-2}
-125 & 550 \\
125 & \\
-125 & \\
08 & \\
-0 & \\
8 &
\end{array}
$$

$307 = 7 \times 43 + 6$ et $13\,758 = 25 \times 550 + 8$.

2 **1)** Le quotient de 415 par 7 est 59, le reste est 2.

2) Le quotient de 3 192 par 56 est 57, le reste est 0.

3) Le quotient de 415 par 59 est 7, le reste est 2.

4) Le quotient de 3 192 par 57 est 56, le reste est 0.

3 **1)** On effectue la division :

$$
\begin{array}{r|l}
6798 & 55 \\ \cline{2-2}
-55 & 123 \\
129 & \\
-110 & \\
198 & \\
-165 & \\
33 &
\end{array}
$$

En prenant 123 cars, il restera 33 personnes, il faudra donc réserver 124 cars.

2) On effectue la division :

$$
\begin{array}{r|l}
2647 & 40 \\ \cline{2-2}
-240 & 66 \\
247 & \\
-240 & \\
7 &
\end{array}
$$

Il lui reste 7 stylos pour une boite de 40, il faut donc ajouter 33 stylos pour compléter la boite.

3) On effectue la division :

$$
\begin{array}{r|l}
1419 & 3 \\ \cline{2-2}
-12 & 473 \\
21 & \\
-21 & \\
09 & \\
-9 & \\
0 &
\end{array}
$$

Chaque ami aura donc 473 pièces en chocolat et il n'en restera pas.

Lorsque Otmane arrive, on fait

$$
\begin{array}{r|l}
1419 & 4 \\ \cline{2-2}
-12 & 354 \\
21 & \\
-20 & \\
19 & \\
-16 & \\
3 &
\end{array}
$$

Il recevra $(354 + 3)$ pièces en chocolat, soit 357.

4
- Diviseurs de 14 : 1 ; 2 ; 7 ; 14.
- Diviseurs de 40 : 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 40.
- Diviseurs de 48 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48.
- Diviseurs de 2 037 : 1 ; 3 ; 7 ; 21 ; 97 ; 291 ; 679 ; 2037.

5 **1)** Dix premiers multiples de 6 :
0 ; 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; 36 ; 42 ; 48 ; 54.

2) Cinq multiples de 11 :
0 ; 11 ; 22 ; 33 ; 44.

3) Multiples de 13 inférieurs à 80 :
0 ; 13 ; 26 ; 39 ; 52 ; 65 ; 78

4) Plus grand multiple de 12 inférieur à 75 : 72.

5) Plus grand multiple de 36 inférieur à 100 : 72.

6) Plus petit multiple de 9 supérieur à 1 200 : 1206.

7) Plus petit multiple de 14 supérieur à 710 : 714.

8) Plus grand/petit diviseur de 2 021 : 1 et 2 021.

6
- On peut commencer par écrire la liste des multiples de 9 à deux chiffres :
18 ; 27 ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; 72 ; 81 ; 90 ; 99.
- On supprime ensuite les nombres pairs, il reste :
27 ; 45 ; 63 ; 81 ; 99.
- On supprime 27 qui comporte un 2, il reste :
45 ; 63 ; 81 ; 99.
- Enfin, on supprime 45 qui est divisible par 5.

Je peux donc être 63, 81 ou 99.

7 On résume les résultats dans un tableau :

	30	27	246	325	4 238	6 139
par 2	×		×		×	
par 3	×	×	×			
par 5	×			×		
par 9		×				

8

745	867	423	644	578	514	329	
370	750	348	666	836	745	900	468
534	552	890	828	896	349	720	406
	688	436	834	828	744	846	647

9

1 263	827	928	780	736	858	864	675	1 242	576
955	1 074	1 102	1 226	678	1 276	1 017	509	1 091	1 062
888	734	1 090	915	1 231	647	837	1 300	501	792
	1 224	636	1 334	1 177	985	477	1 026	617	
690	927	601	1 334	1 041	831	867	972	1 251	460
1 104	540	1 341	929	603	1 179	594	615	1 215	515
1 021	924	702	954	522	775	1 278	594	1 296	941

10 **1)** Tout nombre divisible par 3 est divisible par 9 : faux.

Par exemple, 6 est divisible par 3 mais pas par 9.

2) Tout nombre divisible par 9 est divisible par 3 : vrai.

Un nombre divisible par 9 s'écrit $9k$ où k est un nombre entier. Or, $9k = 3 \times (3k)$ donc il est aussi divisible par 3.

3) Tout nombre divisible par 2 et 3 est divisible par 5 : faux.

Par exemple, 6 est divisible par 2 et par 3 mais il n'est pas divisible par 5.

4) Tout nombre dont le chiffre des unités est 2 est divisible par 2 : vrai.

Un nombre qui se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 est divisible par 2.

5) Tout nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3 : faux.

Par exemple, 13 se termine par 3 mais n'est pas divisible par 3.

Récréation

2	2	4	
2	3		
			3

3			4	
		2		
			4	
	2	2	2	
2		4		

4	5			3	
		3			
			6		
				4	
			2	2	
2		5			

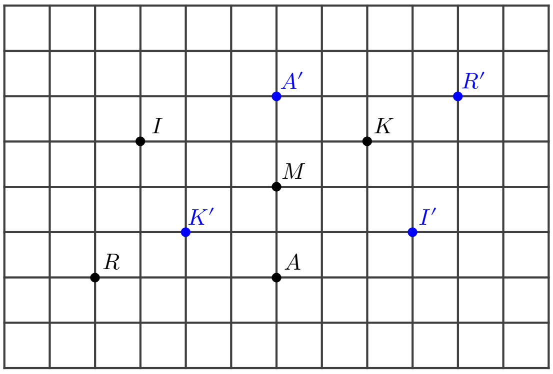
						2
			6	2	2	2
	2		4			
6		3				
	3				4	
			4		2	2
	2			3		

2								
2		6			3	2	4	
			2				2	
			2		2			
5		6			2	3	4	
	7		3					
							6	
				9				
	3			4			2	

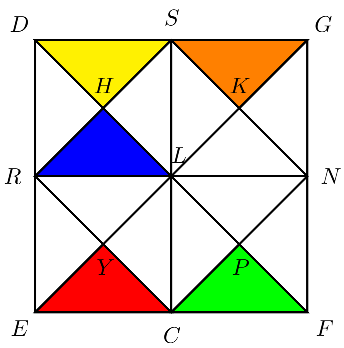
Chapitre E12

La symétrie centrale

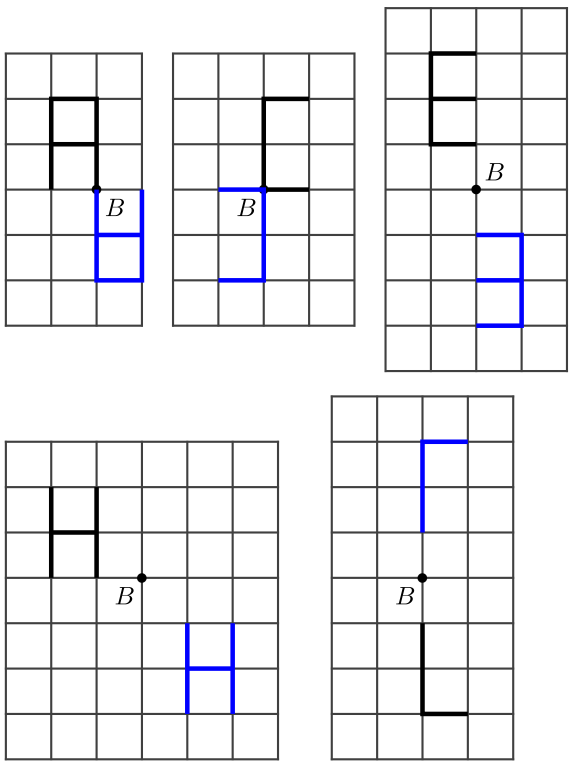
1



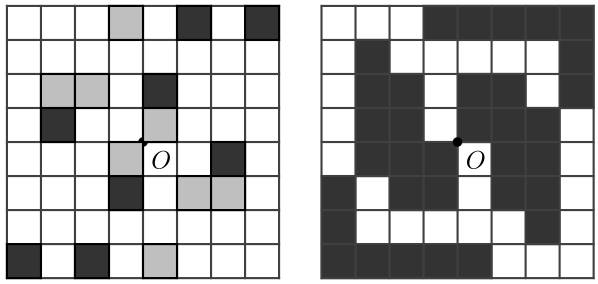
2



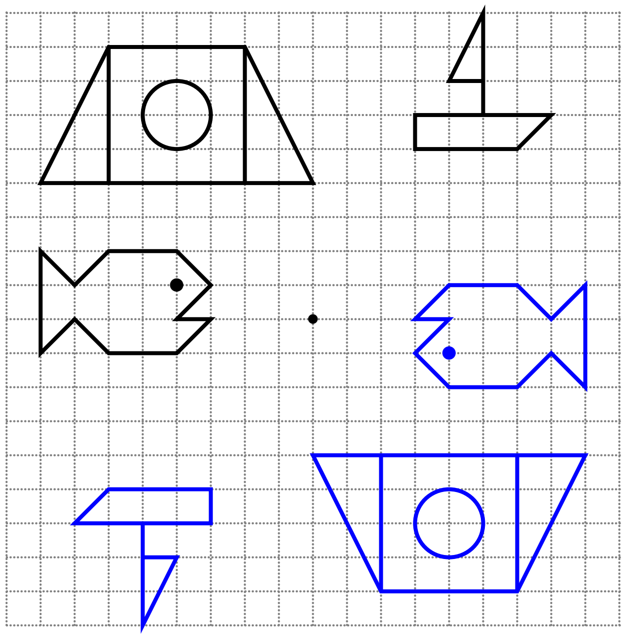
3



4



5



6