

Enchaînement d'opérations



Ce que sait faire l'élève en 5^e

- 1) Il utilise, dans le cas des nombres décimaux, les écritures décimales et fractionnaires et passe de l'une à l'autre, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes.
- 2) Il traduit un enchaînement d'opérations à l'aide d'une expression avec des parenthèses.
- 3) Il effectue mentalement, à la main ou l'aide d'une calculatrice un enchaînement d'opérations en respectant les priorités opératoires.

Connaissances ♥ et compétences ♦ du cycle 4

- | | |
|---|---|
| ♥ Nombres décimaux positifs. | ♦ Comparer, ranger, encadrer des nombres décimaux. |
| ♥ Sommes, différences, produits, quotients de nombres décimaux. | ♦ Calculer avec des nombres décimaux. |
| ♥ Utiliser diverses représentations d'un même nombre. | ♦ Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur. |

Débat : un peu d'histoire

Le système de numération que nous employons actuellement et qui nous semble si naturel est le fruit d'une longue évolution des concepts mathématiques. En effet, un nombre est une entité abstraite qui peut surprendre : on a déjà vu **un** élève, **un** animal donné, on sait ce qu'est **un** jour, mais qu'est-ce que **un** ? C'est une entité qui, prise seule, n'a pas vraiment de sens. De nombreuses civilisations ont imaginé des systèmes de numération plus ou moins compliqués, plus ou moins pratiques : des systèmes utilisant des bases différentes, des systèmes utilisant le principe additif... jusqu'à notre système de numération positionnel de base dix maintenant utilisé de manière universelle.

19①1①7②8③

Notation décimale de Simon Stevin représentant le nombre 19,178.

Vidéo : **Histoire de la virgule**, chaîne Youtube de *Maths 28*.

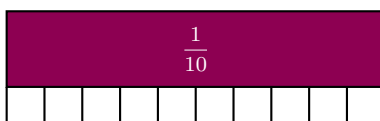
Activité d'approche

Construction et repérage d'une droite graduée

Objectifs : comprendre et utiliser le principe de construction d'une graduation en dixièmes et en centièmes ; savoir situer des nombres décimaux sous différentes écritures ; ordonner, encadrer, intercaler des nombres décimaux.

Partie 1 : construction d'une droite graduée

- 1) Tracer au stylo une droite la plus longue possible sur la bande de papier fournie.
- 2) Placer à gauche sur cette droite le repère de l'origine, inscrire la valeur 0 en dessous.
- 3) Grâce à la petite bande de couleur « $\frac{1}{10}$ », qui correspond à un dixième d'une unité, placer le nombre 1.



- 4) Placer ensuite les nombres 2 et 3, toujours en dessous de la droite.

Partie 2 : placer des nombres décimaux sur la droite graduée

- 1) Sur la droite graduée, placer au crayon à papier et au-dessus les nombres suivants :
 $\frac{8}{10}$ 0,3 cinq dixièmes $\frac{23}{10}$ 1,7 $2 + \frac{1}{10}$ douze dixièmes
- 2) Trouver un moyen pour placer $\frac{143}{100}$ sur la droite graduée.
- 3) Placer au crayon les nombres suivants :
 $\frac{255}{100}$ 0,23 cent-six centièmes $1 + \frac{9}{10} + \frac{8}{100}$

Partie 3 : ordonner, encadrer, intercaler des nombres décimaux

- 1) Écrire dans l'ordre croissant les nombres inscrits sur la droite graduée.

.....

- 2) Encadrer chacun des nombres suivants par deux nombres entiers consécutifs.

..... < $\frac{8}{10}$ < < 1,7 < < $\frac{255}{100}$ <
..... < 0,3 < < $2 + \frac{1}{10}$ < < 0,23 <
..... < cinq dixièmes < < douze dixièmes < < 106 centièmes <
..... < $\frac{23}{10}$ < < $\frac{143}{100}$ < < $1 + \frac{9}{10} + \frac{8}{100}$ <

- 3) Intercaler un nombre vérifiant chacune des inégalités.

cinq dixièmes < < $\frac{8}{10}$	$2 < \dots\dots\dots < 2 + \frac{1}{10}$	$0,23 < \dots\dots\dots < 0,3$
--	--	--------------------------------

Source : Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CM2, Ermel, Hatier 2001.

1. Rappels sur les nombres décimaux

DÉFINITION

Une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 1, 10, 100, 1 000...

Un **nombre décimal** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'une fraction décimale.

Un nombre a une seule valeur numérique mais a plusieurs écritures.

Exemple Voilà plusieurs écritures du nombre seize et quatre-vingt-deux centièmes :

$$\begin{aligned} 16,82 &= 16 + \frac{82}{100} = \frac{1\,682}{100} \\ &= 1 \times 10 + 6 \times 1 + 8 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} \\ &= 1 \times 10 + 6 \times 1 + 8 \times 0,1 + 2 \times 0,01 \end{aligned}$$

2. Priorités dans les calculs

DÉFINITION

- Lorsqu'on effectue l'addition de deux **termes**, le résultat est une **somme**.
- Lorsqu'on effectue la soustraction de deux **termes**, le résultat est une **différence**.
- Lorsqu'on effectue la multiplication de deux **facteurs**, le résultat est un **produit**.
- Lorsqu'on effectue la division d'un **dividende** par un **diviseur**, le résultat est un **quotient**.

$12 + 3 = 15$	$12 - 3 = 9$	$12 \times 3 = 36$	$12 \div 3 = \frac{12}{3} = 4$
↙ ↗ ↑	↙ ↗ ↑	↙ ↗ ↑	↑ ↑ ↑
termes somme	termes différence	facteurs produit	dividende diviseur quotient

MÉTHODE 1 Priorités opératoires

Dans un calcul, on effectue dans l'ordre :

- les calculs entre parenthèses, en commençant par les plus intérieures ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et soustractions.

Les calculs s'effectuent généralement de gauche à droite, mais une expression comportant uniquement des multiplications ou des additions peut s'effectuer dans l'ordre que l'on veut.

Exercice d'application

Calculer la valeur de A :

$$A = 8 \times 5 + 3 \times ((15 - 9) \times 2)$$

Correction

$$\begin{aligned} A &= 8 \times 5 + 3 \times ((15 - 9) \div 2) \\ &= 8 \times 5 + 3 \times (6 \div 2) \\ &= 8 \times 5 + 3 \times 3 \\ &= 40 + 9 \\ A &= 49 \end{aligned}$$

Remarque : une expression qui figure au numérateur et/ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses :

$$\frac{8 + 4}{3,5 + 2,5} = (8 + 4) \div (3,5 + 2,5) = 12 \div 6 = 2.$$

Entraînement

1 Associer chaque nombre de la colonne de gauche à un nombre de la colonne de droite.

143 dixièmes	•	•	143
1 430 millièmes	•	•	14 300
1 430 dixièmes	•	•	1,43
143 millièmes	•	•	0,0143
143 dix-millièmes	•	•	0,143
143 centaines	•	•	14,3

2 Exprimer les nombres suivants sous formes décimale et fractionnaire.

1) $7 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100}$ 2) $2,5 + \frac{7}{10} + \frac{23}{100}$

3 Aider Paloma à classer dans l'ordre croissant l'ensemble de ces lettres afin de trouver le mot mystère.

- O = 65,165
- R = $\frac{655}{10}$
- A = $\frac{6503}{100}$
- T = $56 + \frac{6}{100}$
- H = $50 + 6 + \frac{65}{1000}$
- G = $\frac{651}{10} + \frac{3}{100}$
- Y = $56 + \frac{5}{100}$
- E = $(6 \times 10) + (5 \times 1) + (6 \times 0,1)$
- P = 56 unités et 6 millièmes

4 Traduire par une expression mathématique les phrases en français suivantes.

- 1) La somme de 7 et du produit de 2 par 3.
- 2) Le produit de 7 et de la somme de 2 et de 3.
- 3) Le quotient de la différence entre 7 et 2 par 3.
- 4) La différence de la somme de 7 et de 2 et du produit de 3 par 1.

5 Traduire les expressions suivantes en français.

- 1) $12 - 5 \times 3$ 3) $(12 - 5) \div 3$
- 2) $12 \times (5 + 3)$ 4) $12 + \frac{5}{3}$

6 Firdaws propose les programmes ci-dessous.

Traduire l'enchaînement d'opérations de ces programmes à l'aide d'une expression puis les calculer.

- 1) Prendre 7
- 2) Ajouter 2
- 3) Multiplier par 3
- 4) Soustraire 3

- 1) Prendre 6
- 2) Multiplier par 7
- 3) Diviser par 3
- 4) Soustraire 4

7 Calculer, en donnant les étapes intermédiaires :

- 1) $24 - 19 + 5$ 4) $60 - 14 + 5 \times 3 + 2$
- 2) $45 \div 5 \times 8$ 5) $37 - 12 \times 2 + 5$
- 3) $24 + 3 \times 7$ 6) $18 - [4 \times (5 - 3) + 2]$

8 Calculer les nombres suivants :

- 1) $\frac{18}{3} + 6$ 3) $18 + \frac{6}{3}$ 5) $\frac{18}{\frac{6}{3}}$
- 2) $\frac{18+6}{3}$ 4) $\frac{18}{6+3}$ 6) $\frac{18}{\frac{6}{3}}$

9 On considère les calculs suivants faits par Tom :

- A. $50 - 10 \div 2 = 20$ • D. $10 + 8 - 6 = 12$
- B. $24 - 8 + 2 = 14$ • E. $100 \div 2 \times 5 = 10$
- C. $8 + 2 \times 3 = 30$ • F. $5 \times 6 \div 3 = 10$

- 1) Retrouver les calculs qui sont justes.
- 2) Corriger les calculs faux.

10 Compléter les calculs suivants pour que chaque égalité soit vraie.

1) Avec les signes +, - ou \times :

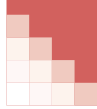
- 3 3 3 3 = 6
- 3 3 3 3 = 81

2) Avec les signes +, - ou \times et des parenthèses :

- 3 3 3 3 = 9
- 3 3 3 3 = 27

3) Avec les signes +, -, \times ou \div et des parenthèses :

- 3 3 3 3 = 1
- 3 3 3 3 = 12



Nombres en cases

Partie A : nombres croisés

Compléter le tableau suivant pour que les égalités soient vraies pour chaque ligne et chaque colonne.

2	+	3	×		=	17
×		+		+		×
	×		-	201	=	150
=		=		=		=
	+	12	×		=	

Partie B : le serpent des nombres

Compléter le serpent suivant sachant que seuls les nombres 1, 2, 3, et 4 doivent être utilisés une seule fois seulement en respectant les priorités d'opérations.

5		-	6		66
+	×		-		=
13	12		11		10
×	+		+		-
	7		9		
÷		+	×	8	÷

Partie C : le garam

Le Garam est un jeu de logique mathématique à base d'opérations simples.

Remplir chaque case avec un seul chiffre de sorte que chaque ligne et chaque colonne forment une opération correcte.

Le résultat d'une opération verticale est un nombre à deux chiffres si deux cases suivent le symbole égal.

	+	1	=			+	3	=
+		+		×		×		×
6			×	1	=			2
=		=		=		=		=
1		1		1				
2	×	=	4		4	-	=	
	+					×		
	5					1		
=		=		=		=		=
	+	=	9			+	=	
+		+		×		×		×
9			-	1	=			
=		=		=		=		=
		1		2				2
	+	7	=			×	=	

	+	1	=			+	1	=
+		+		×		×		×
3			-	4	=			3
=		=		=		=		=
1		1		1				
	+	=	6		2	+	=	
	-					+		
	2					2		
=		=		=		=		=
	+	=			7	-	=	
×		×		×		×		×
7			-	5	=			
=		=		=		=		=
3				1				4
	-	2	=			+	=	