

Contrôle d'analyse II N°1

Durée : 1 heure 30 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

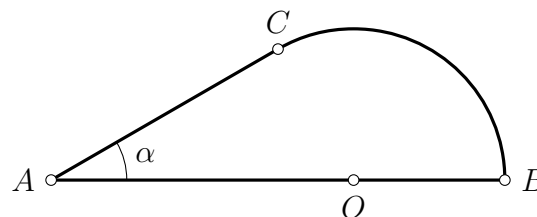
1. Soit φ l'angle défini par $\cotg \varphi = -\frac{4}{3}$ et $2\pi \leq \varphi \leq 3\pi$.

Calculer, sans machine, la valeur de $\sin \frac{3\varphi}{2}$.

3,5 pts

2. La figure ci-jointe est constituée d'un segment AB , d'un arc de cercle (BC) de centre O et du segment AC tangent à l'arc (BC) en C .

On connaît les mesures suivantes :

 $AB = 18 \text{ cm}$ et $\alpha = 30^\circ$.

- a) Déterminer le rayon de l'arc de cercle (BC) .
 b) En déduire le périmètre P et l'aire A de cette figure.

3,5 pts

3. Résoudre sur l'intervalle donné l'inéquation suivante :

$$\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{6}) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad x \in [-\pi, 0].$$

2,5 pts

4. Soit $F(t)$ l'expression définie par

$$F(t) = \frac{\sqrt{3} \cos t + \sin t + \sqrt{3}}{1 - \cos t - \cos(2t) + \cos(3t)}.$$

- a) Déterminer le domaine de définition de $F(t)$.
 b) Résoudre l'équation $F(t) = 0$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$.

5,5 pts

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
