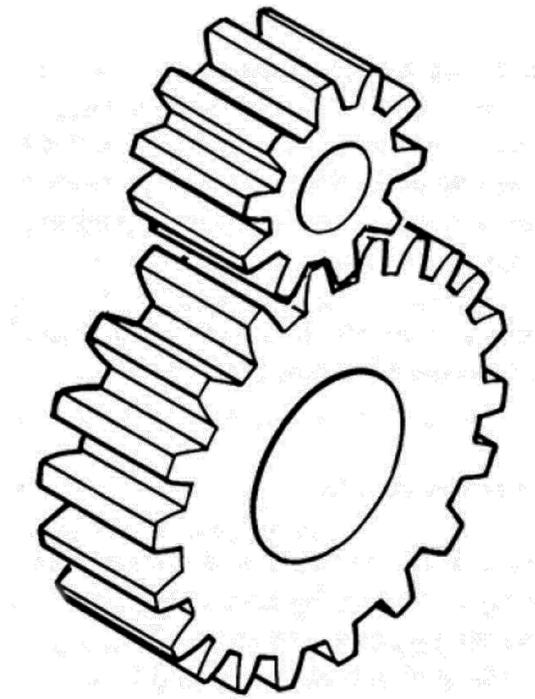


# Introduction à la théorie des **engrenages**



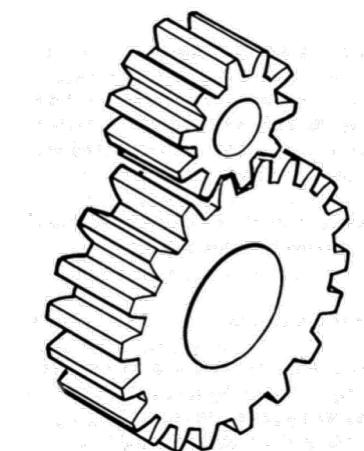
Prof. Simon Henein  
Patrick Flückiger

Décembre 2022

De nombreuses illustrations sont tirées de: *Composants de la microtechnique*, R. Clavel, EPFL, 2010

# Plan du chapitre

- Introduction
  - Définition
  - Aperçu historique
  - Types d'engrenages
- Cahier des charges d'engrenages
  - Rapport de transmission constant
  - Dentures avec le même pas
  - Transmisson 'lisse' sans à-coups
  - Pas de coincement/bloquage
- Exemples de profils
  - Développante
  - Cycloïdaux
  - Ogival
- Engrenages à profil en développante
  - Dimensions
  - Dimensionnement: résistance à la flexion
  - Dimensionnement: résistance à la pression
  - Usinage
- Pour aller plus loin:
  - Aperçu de la denture hélicoïdale
  - Denture déportée
  - Aperçu du réducteur planétaire

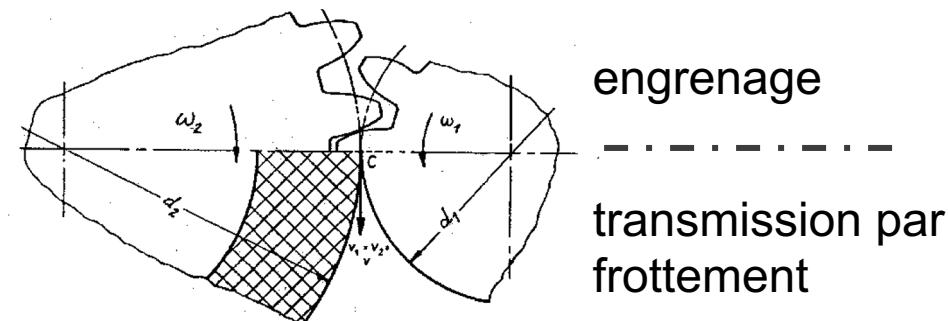


## Définition

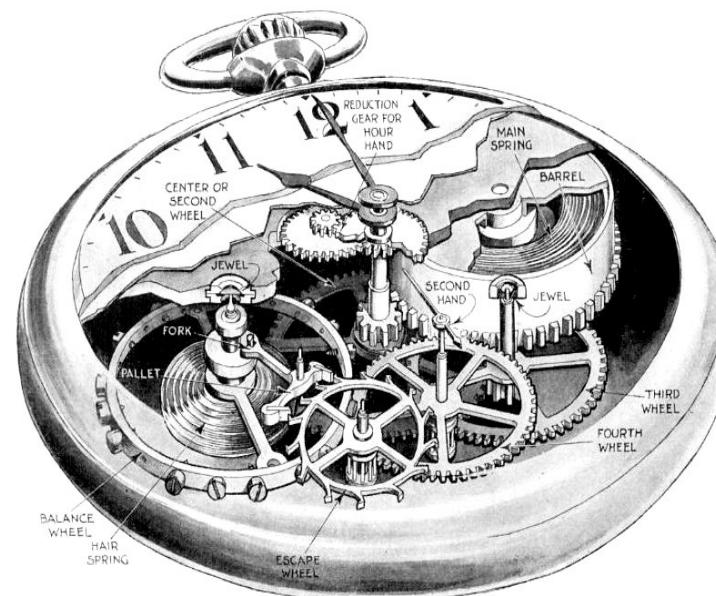
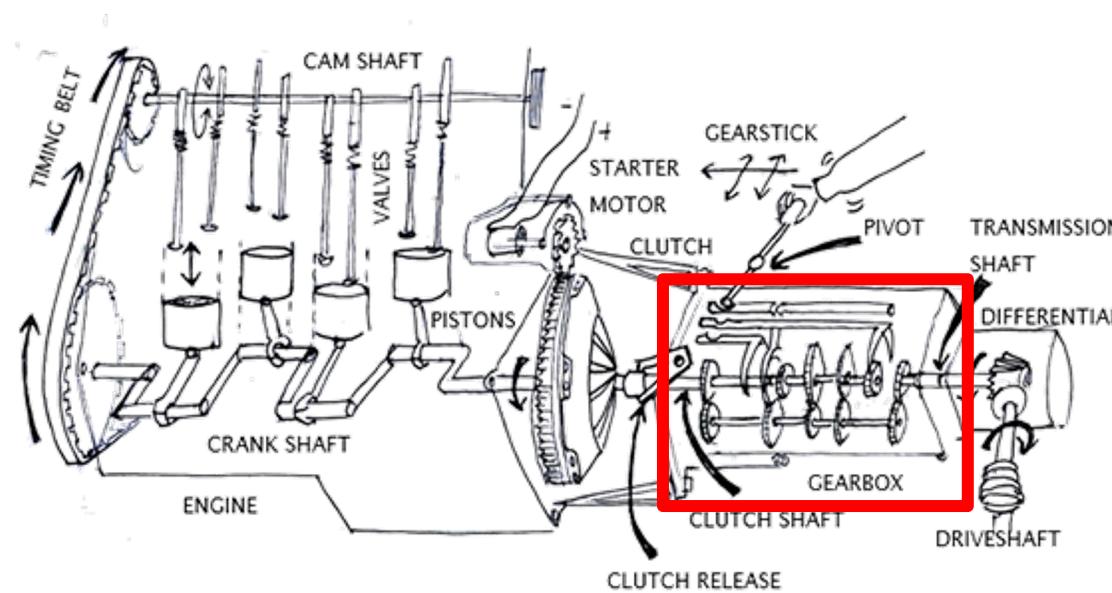
L'engrenage est un mécanisme élémentaire constitué de deux organes dentés, mobiles autour d'axes de position relative invariable et dont l'un entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact.

Les engrenages permettent:

- une transmission positive (par obstacle), donc sans glissement (cinématique synchrone), mais pas sans frottement (dissipation énergétique)
- une transformation d'une rotation en une rotation (ou en une translation pour les crémaillères)
- De transmettre de la puissance avec une conversion de vitesse angulaire et de couple (ou force)
- Peut aussi servir de positionnement

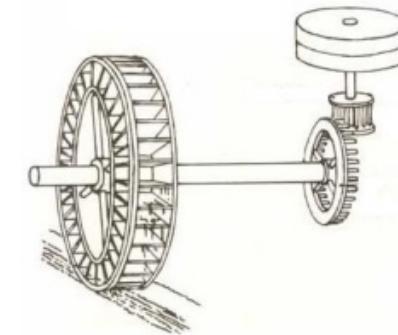
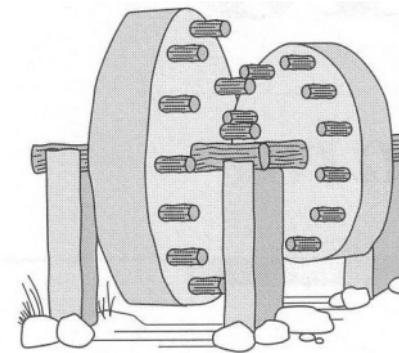


# Exemples d'application



Source: [https://en.wikipedia.org/wiki/Mechanical\\_watch#/media/File:Pocketwatch\\_cutaway\\_drawing.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Mechanical_watch#/media/File:Pocketwatch_cutaway_drawing.jpg)

Les engrenages ont été largement utilisés dès le Moyen-Âge pour actionner les meules des moulins à vent ou à eau et sans doute bien avant, dans l'Antiquité.

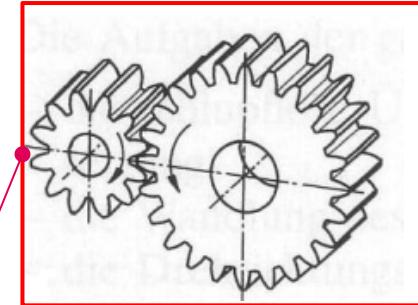


## Désavantage majeur de ces dents en ‘bâtons’:

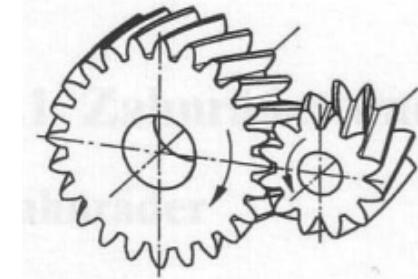
Avec une vitesse constante à l'entrée, l'engrenage de sortie n'a pas une vitesse constante. Ceci est acceptable pour un moulin, mais pour des mécanismes à haute vitesse, ceci engendrerait des vibrations et chocs violents.

Axes parallèles:

- Denture droite:

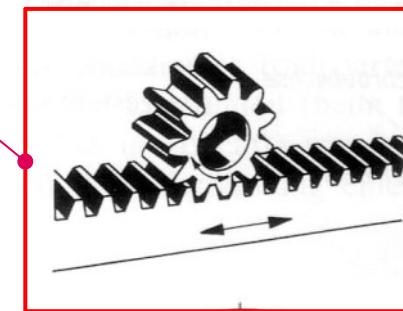


- Denture hélicoïdale

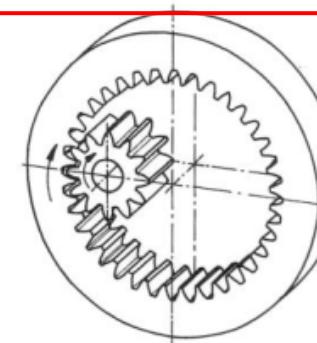


Traîtés dans ce cours

- Pignon et crémaillère

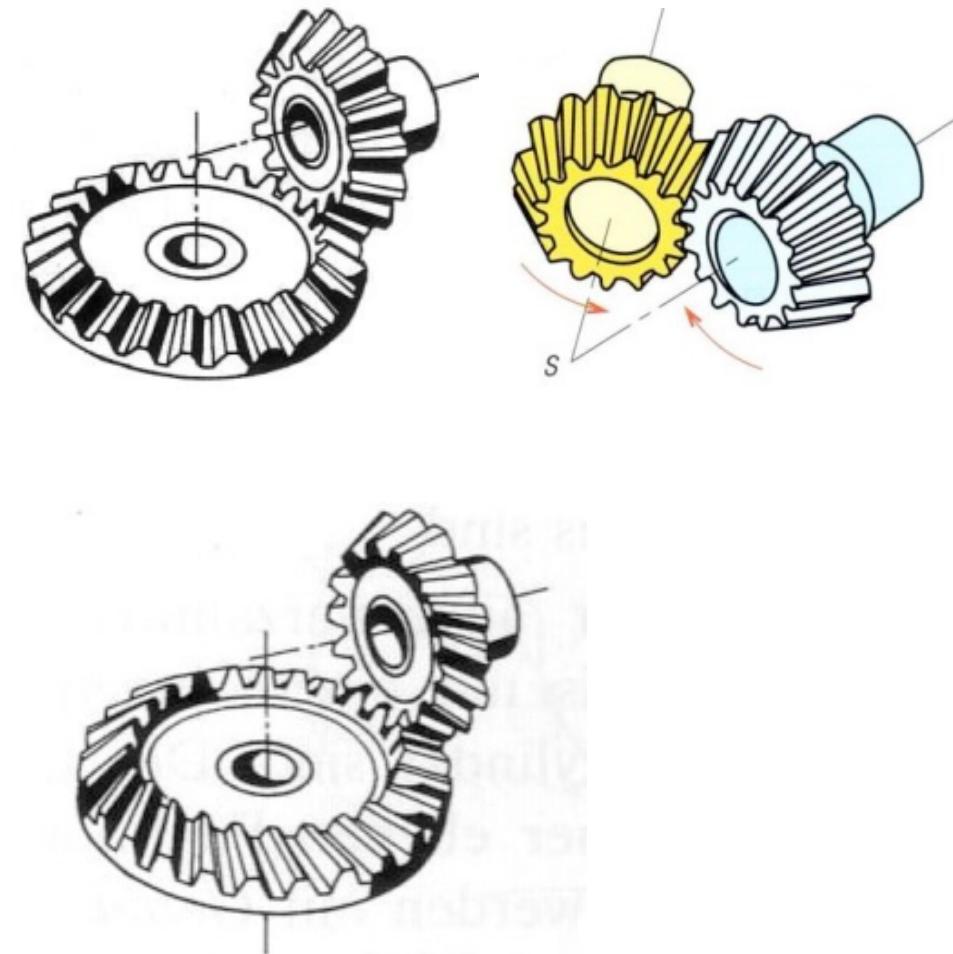


- Pignon et couronne à denture intérieure



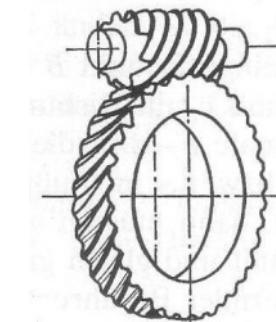
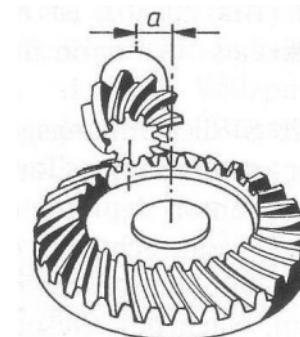
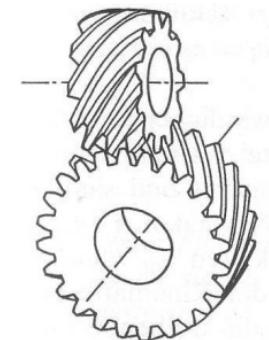
Axes concourants:

- Engrenages coniques à dentures droites
- Engrenages coniques à dentures hélicoïdales

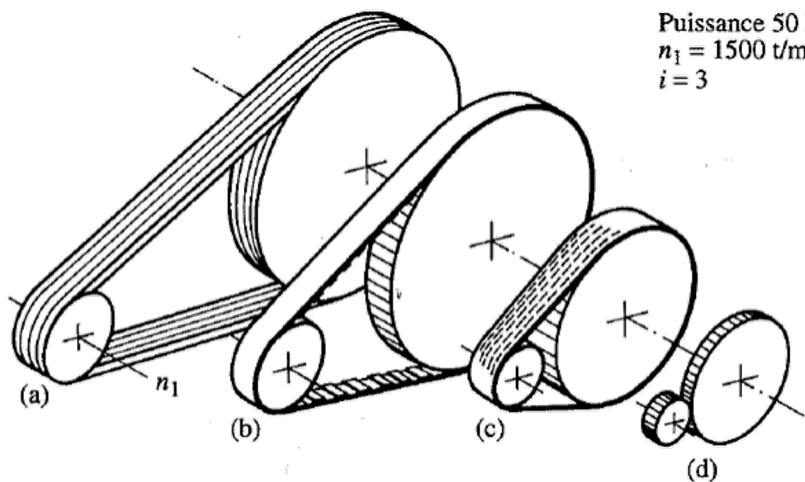


Axes gauches:

- Engrenages à dentures hélicoïdales
- Denture en hypoïde
- Vis sans fin et roue



# Comparaison à d'autres types de transmission

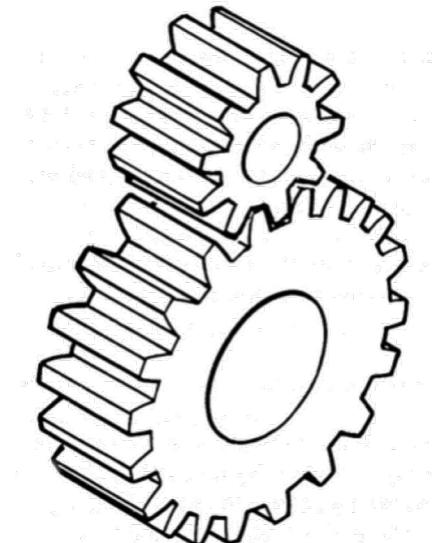


Puissance 50 kW  
 $n_1 = 1500$  t/min.  
 $i = 3$

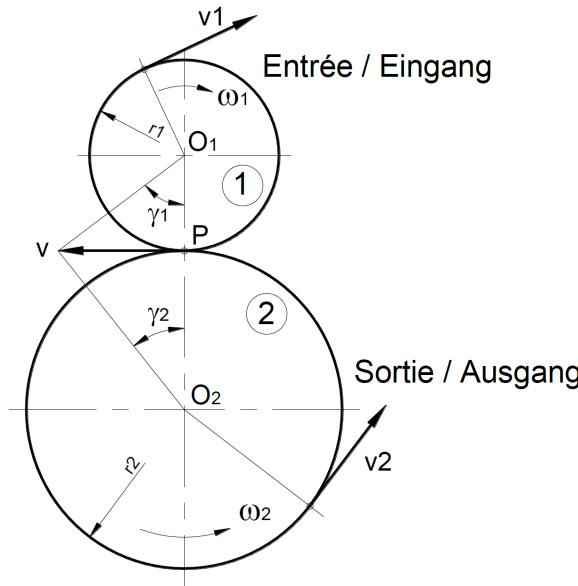
	Type de transmission	Diamètre des roues	Entraxe	Largeur
(a)	courroies trapézoïdales	190 x 570	810	101
(b)	courroie dentée	198 x 594	588	63
(c)	chaîne (Westinghouse)	138 x 412	297	76
(d)	engrenage	90 x 270	180	26

→ Les engrenages ont un faible encombrement

1. Rapport de transmission constant pendant tout le contact d'une dent  
(=mouvement homocinétique)
2. Les denture des 2 engrenages ont le même pas.
3. Transmission 'lisse' sans à-coups
4. Pas de blocage ou coincement du mécanisme (interférence)



Ce que l'on cherche à imiter avec des engrenages: 2 cylindres en rotation sans glissement



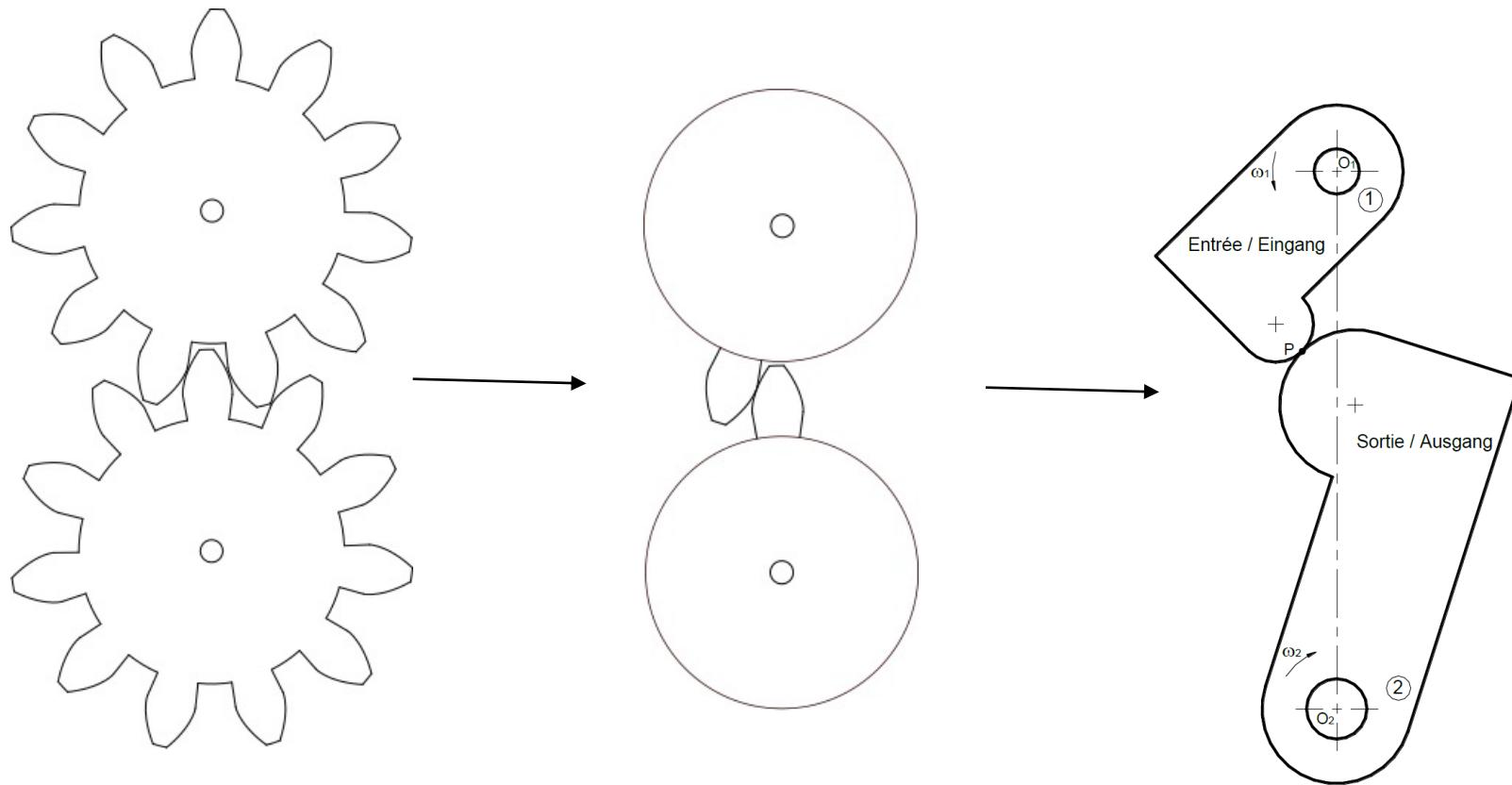
### Définitions:

- Le point de contact P des 2 cylindres est appelé **pôle**
- Le pôle P se situe sur la ligne reliant les 2 centres de rotation  $O_1$  et  $O_2$ .
- Les diamètres des cylindres qui roulent sont appelés **diamètres primitifs**

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = r_1 \omega_1 \\ v_2 = r_2 \omega_2 \text{ et } i = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \text{ par définition} \\ v_1 = v = v_2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1}$$

Dans le cas des engrenages, la transmission se fait par obstacle.  
Focalisons-nous sur l'interaction entre 2 dents:



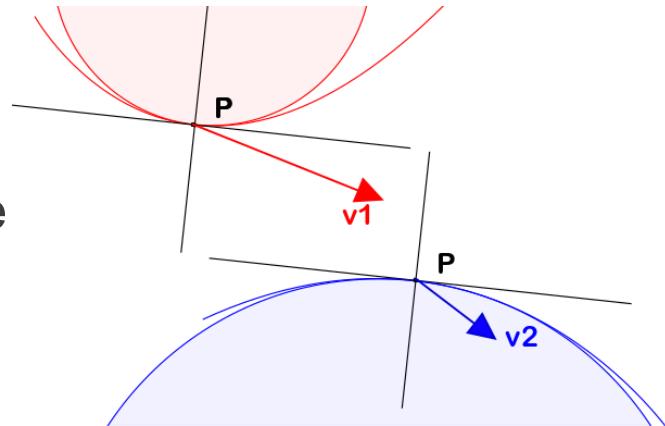
Les 2 dents considérées se comportent comme 2 leviers en contact au point P.

Propriété de 2 solides en contact :

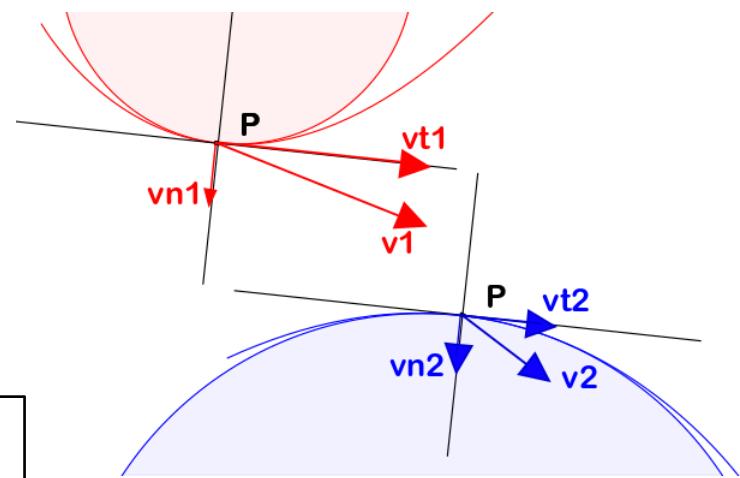
- Les points de contact entre les solides partagent le même plan tangent
- Les forces de contact sont perpendiculaires au plan tangent et définissent la **ligne d'action**

Propriété de 2 solides en contact et en mouvement:

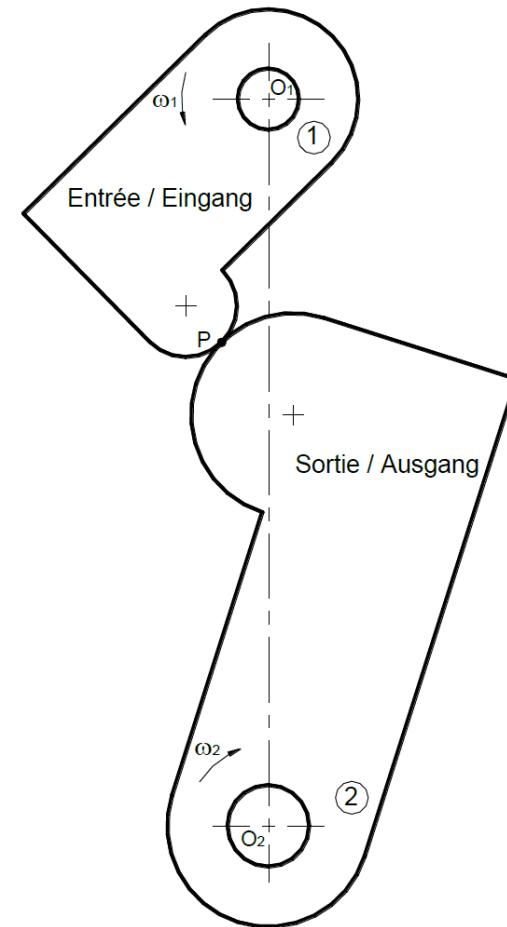
- Considérons chaque pièce, qui ont chacune leur propre vitesse, séparément:



- Les vitesses se décomposent en composantes normales et tangentialles au point de contact:
- Pour maintenir le contact, il faut  $v_{n1} = v_{n2}$ 
  - Si  $v_{n1} < v_{n2}$ , il y a perte de contact
  - Si  $v_{n1} > v_{n2}$ , les 2 pieces interfèrent (pas physique)

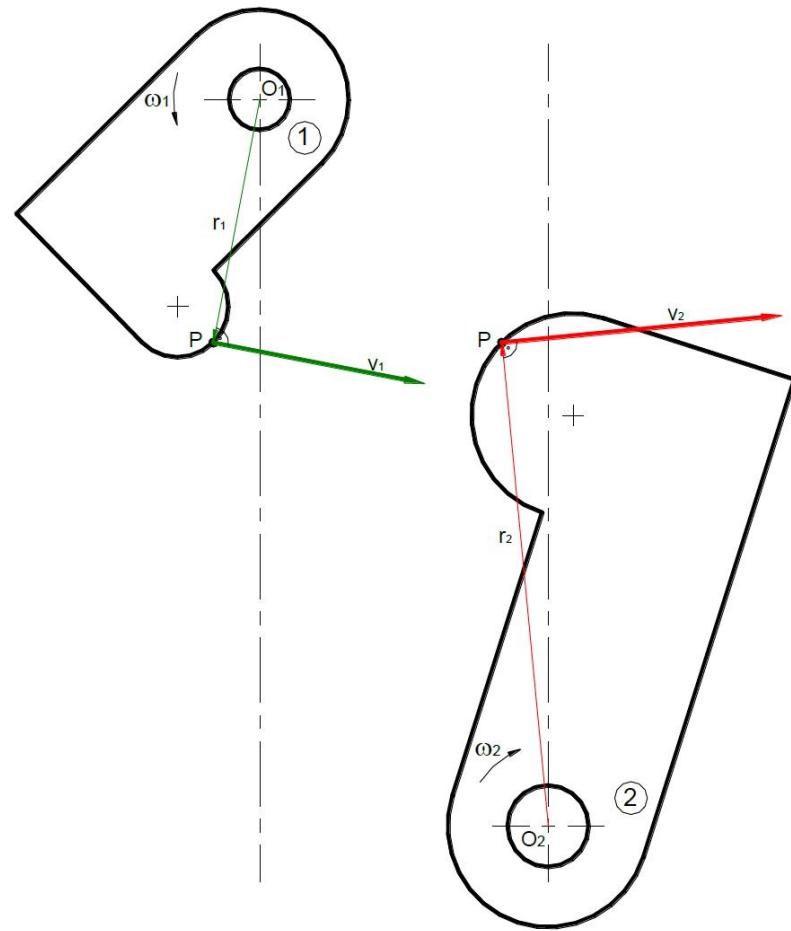


2 Leviers en contact et en mouvement:



Vitesses du point de contact  
P de chaque pièce:

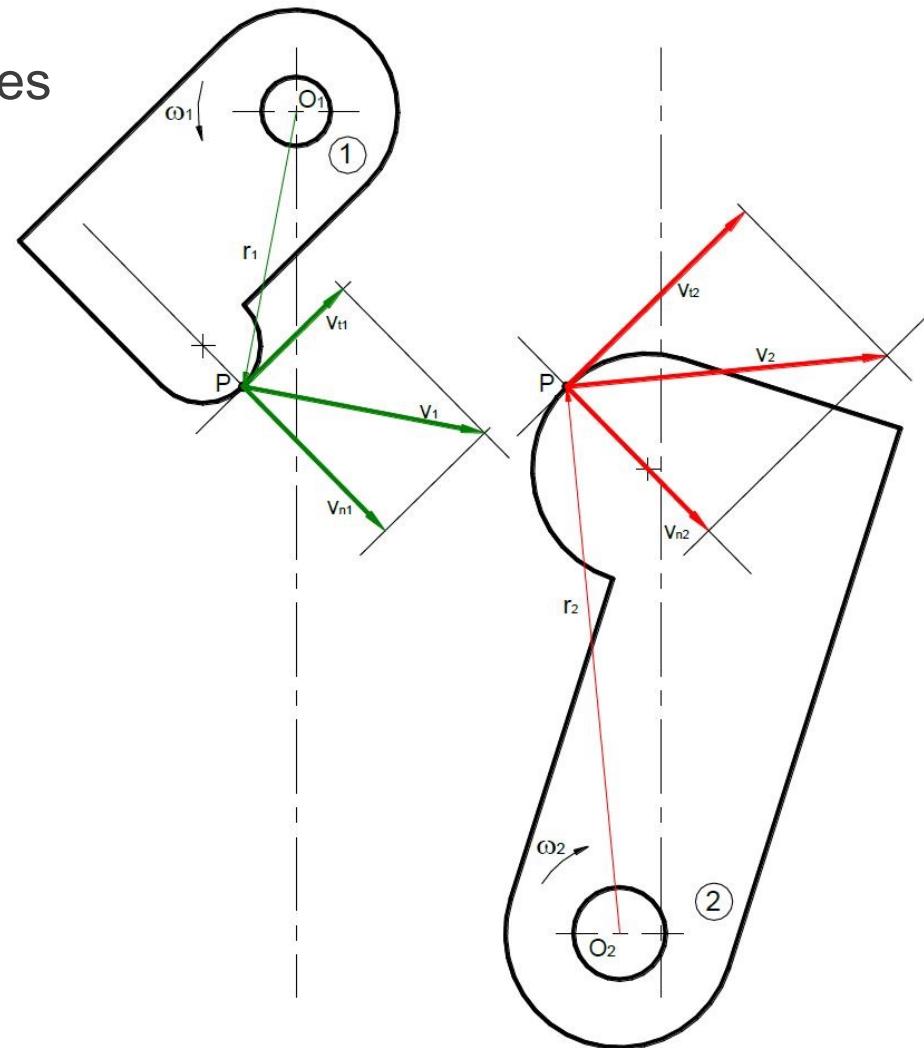
$$\begin{cases} v_1 = \omega_1 r_1 \\ v_2 = \omega_2 r_2 \end{cases}$$



Décomposition des vitesses  
selon les composantes normales  
et tangentielles:

Condition pour maintenir le  
contact:

$$v_{n1} = v_{n2}$$



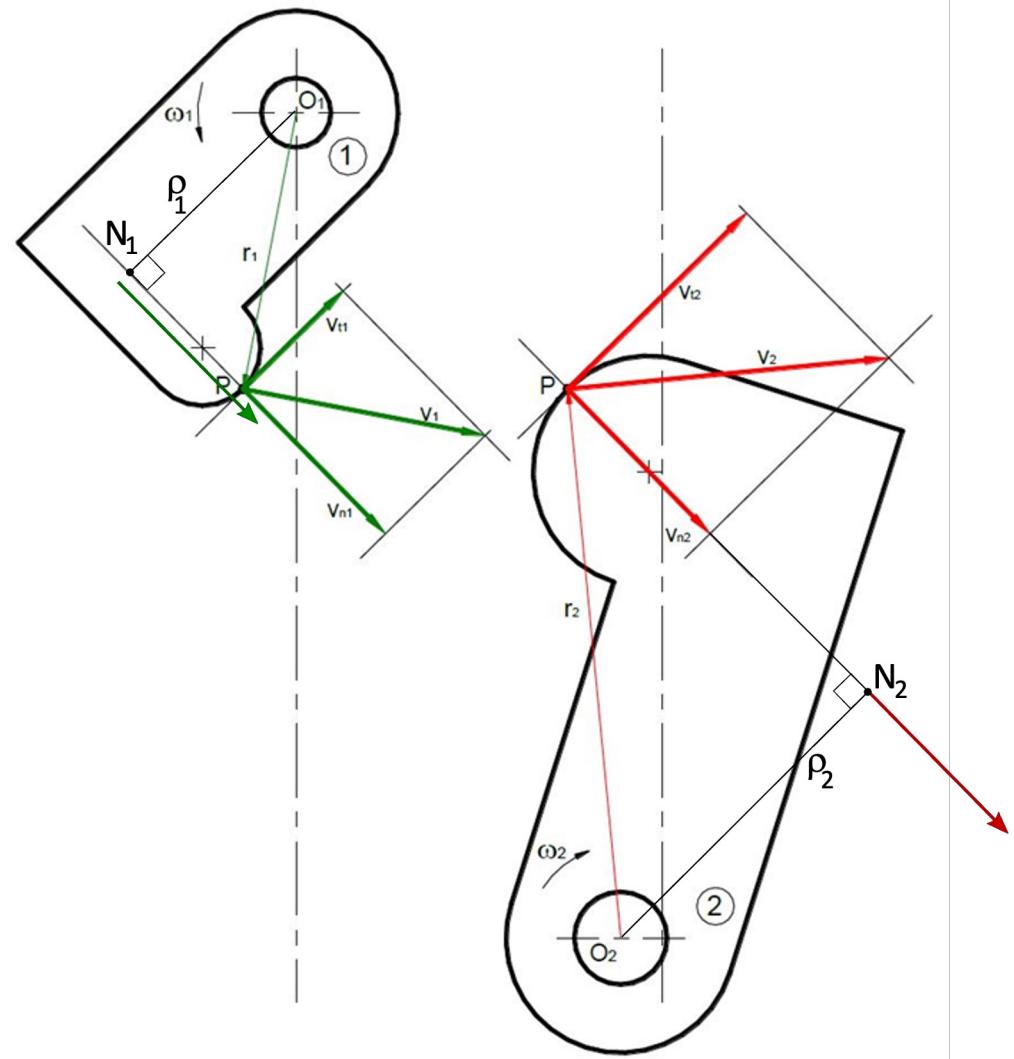
Condition pour maintenir le contact:

$$v_{n1} = v_{n2}$$

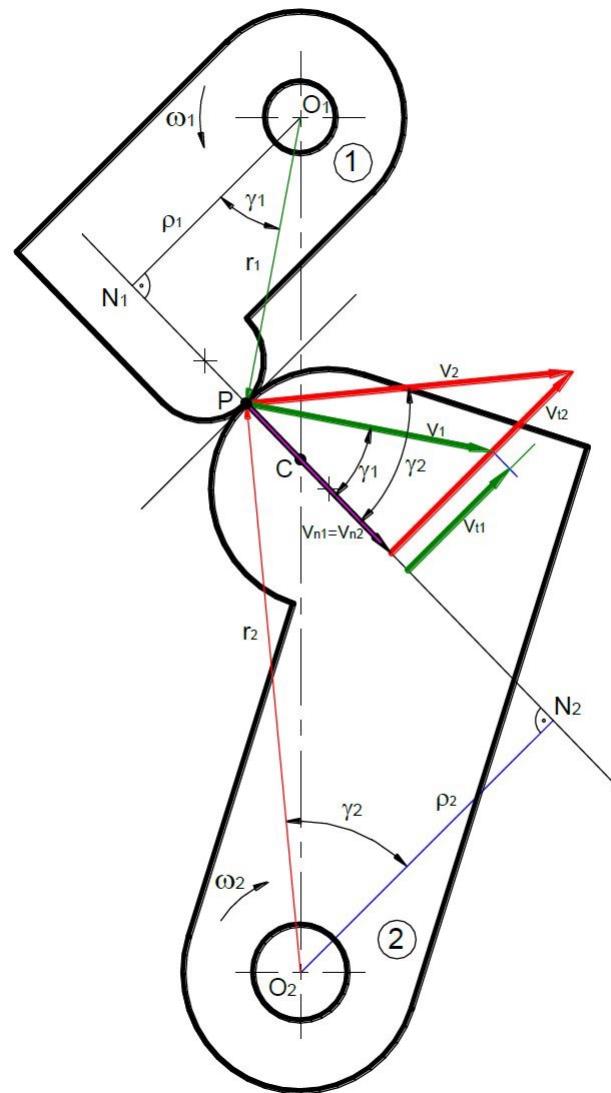
De plus,

$$\begin{cases} v_{n1} = \rho_1 \omega_1 \\ v_{n2} = \rho_2 \omega_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$



La ligne d'action couple la droite  $O_1O_2$  en  $C$



Condition pour maintenir le contact:

$$v_{n1} = v_{n2}$$

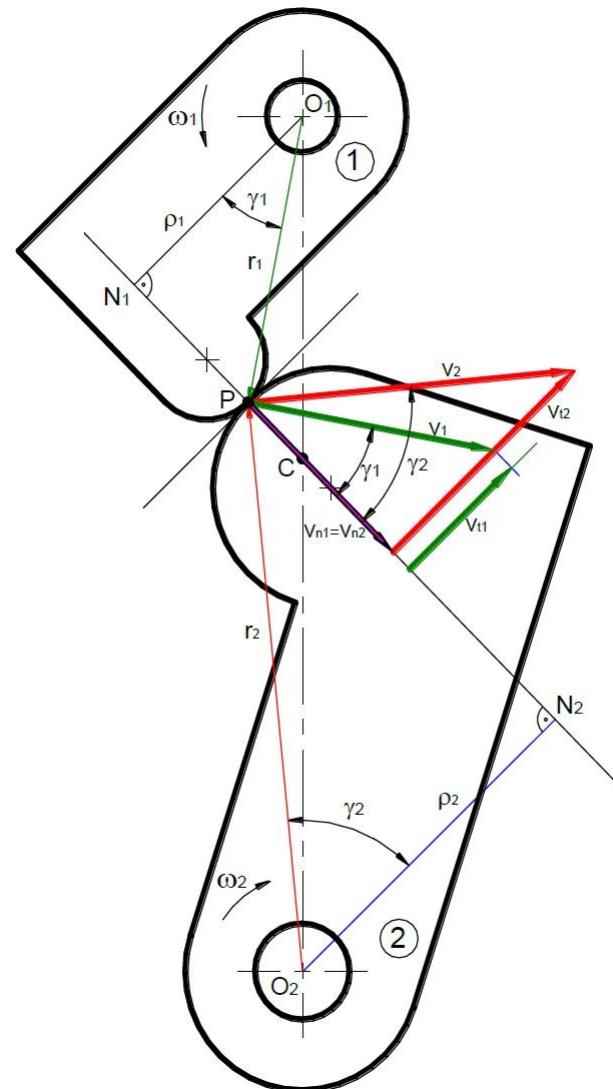
Avec:

$$\begin{cases} v_{n1} = \rho_1 \omega_1 \\ v_{n2} = \rho_2 \omega_2 \\ \Rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \end{cases}$$

De plus, les triangles  $O_1N_1C$  et  $O_2N_2C$  sont semblables

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{O_2C}{O_1C}$$

$$\Rightarrow i = \frac{O_2C}{O_1C}$$



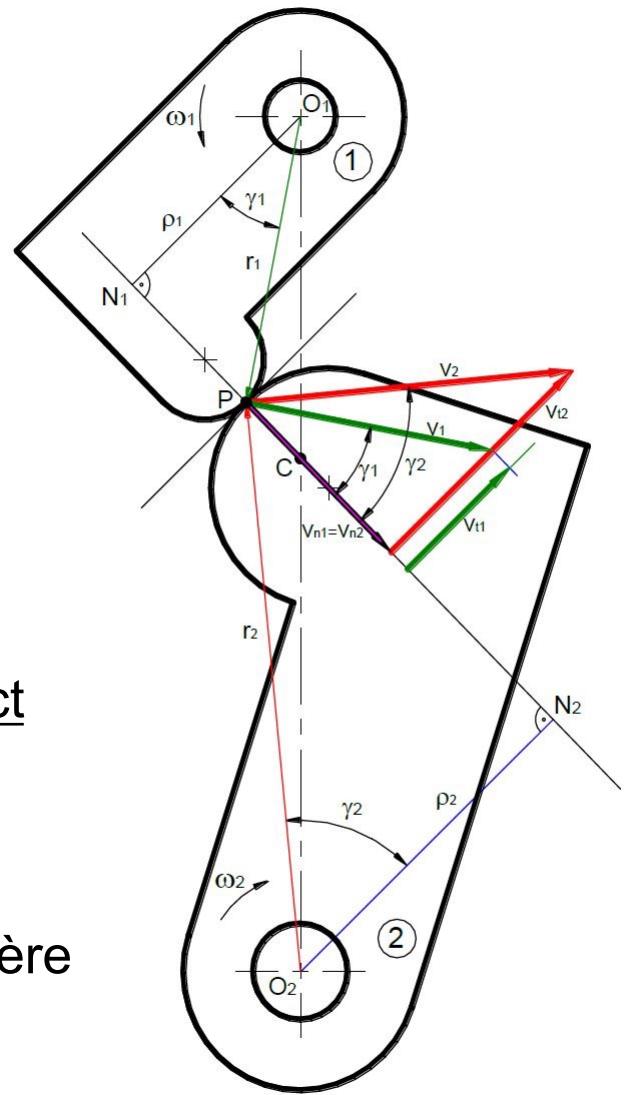
Rapport de transmission:  $i = \frac{O_2 C}{O_1 C}$

Pour être homocinétique,  $i = \text{const}$

La condition pour qu'un profil de denture produise un mouvement homocinétique est donc:

La normale commune en tout point de contact entre les deux profils doit couper la ligne des centres en un point fixe C, appelé le pôle.

Deux profils qui se comportent de cette manière sont des **profils conjugués**.



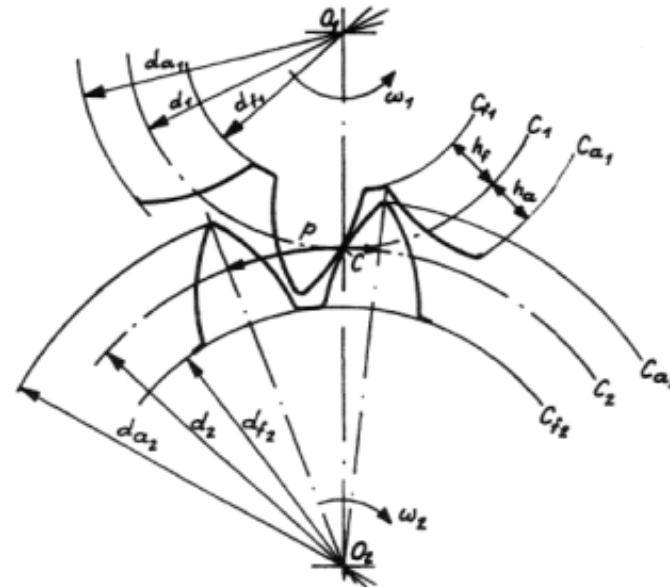
$$\text{Rapport de transmission: } i = \frac{O_2 C}{O_1 C}$$

Définition: cercle primitif

On définit les cercles primitifs de deux engrenages comme les cercles centrés sur les centres de rotation des engrenages et passant par le pôle C

Deux engrenages se comportent comme deux cylindres qui roulent sans glisser et qui ont comme diamètres les diamètres primitifs des engrenages.

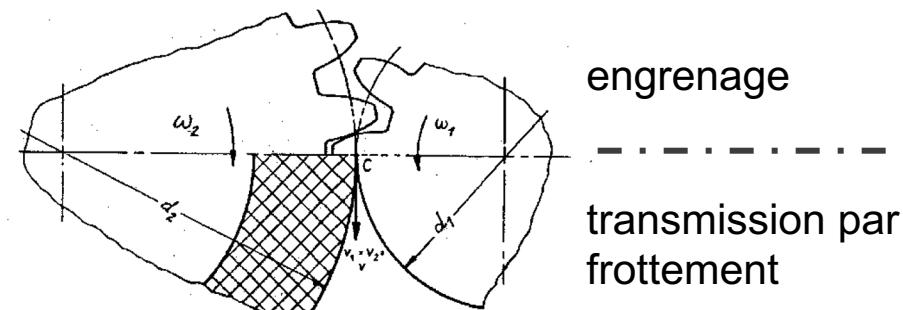
Ce sont les diamètres primitifs des engrenages qui déterminent le rapport de transmission.



$C_{1,2}$  = cercles primitifs

$C_{a1,2}$  = cercles de tête

$C_{f1,2}$  = cercles de pied



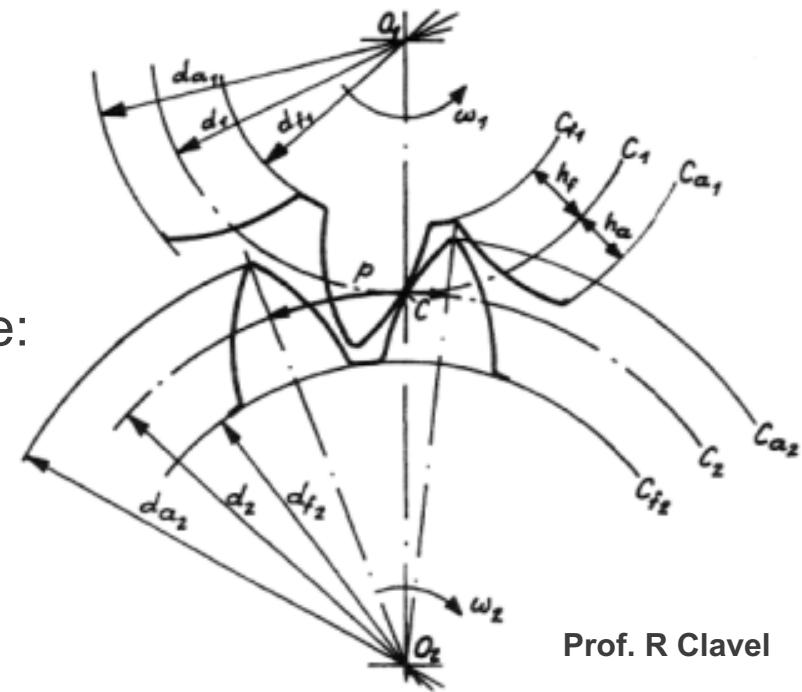
Sur un diamètre primitif donné "d", nous voulons placer un certain nombre entier de dents "z". La longueur d'arc qui sépare chaque dent, pris sur le diamètre primitif, s'appelle le *pas primitif* ou le *pas* "p".

On a donc:

$$\pi d = pz \Leftrightarrow d = \frac{p}{\pi} z$$

On définit le module  $m = \frac{p}{\pi}$ , de sorte que:

$$d = mz$$

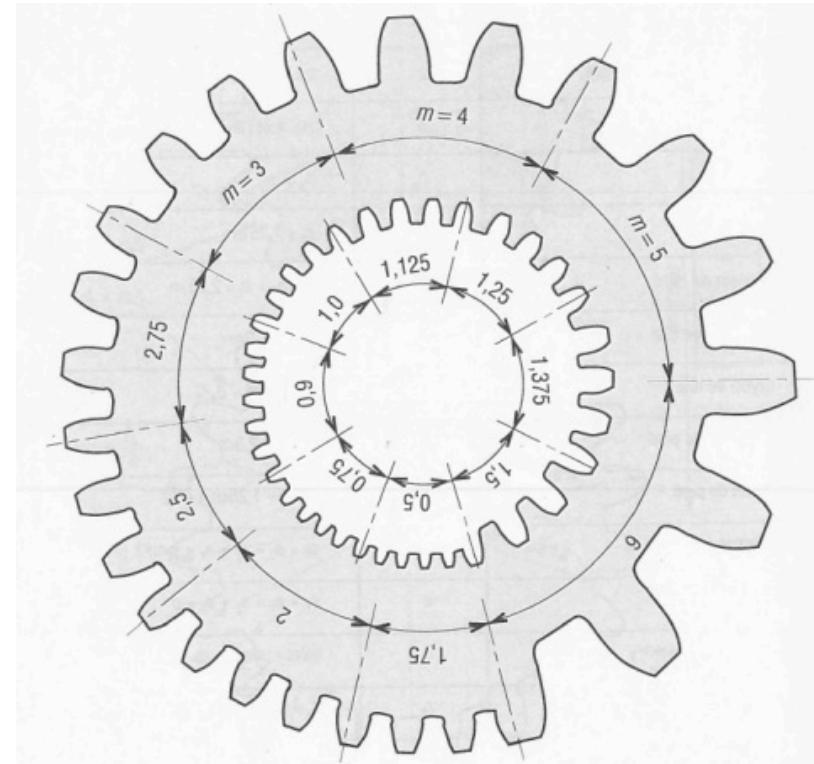


Prof. R Clavel

Modules recommandés (VSM):

0,1	0,12	0,16	0,2	0,25	0,3	0,4
0,5	0,6	0,75	1	1,25	1,5	2
2,5	3	4	5	6	8	

unités: mm

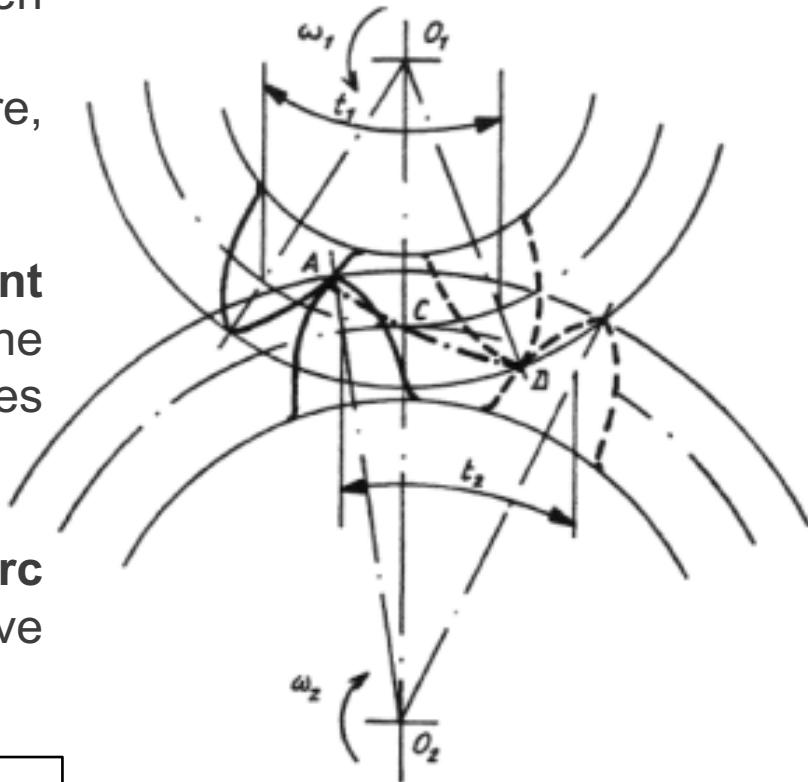


### Condition 3: transmission lisse sans à-coups

25

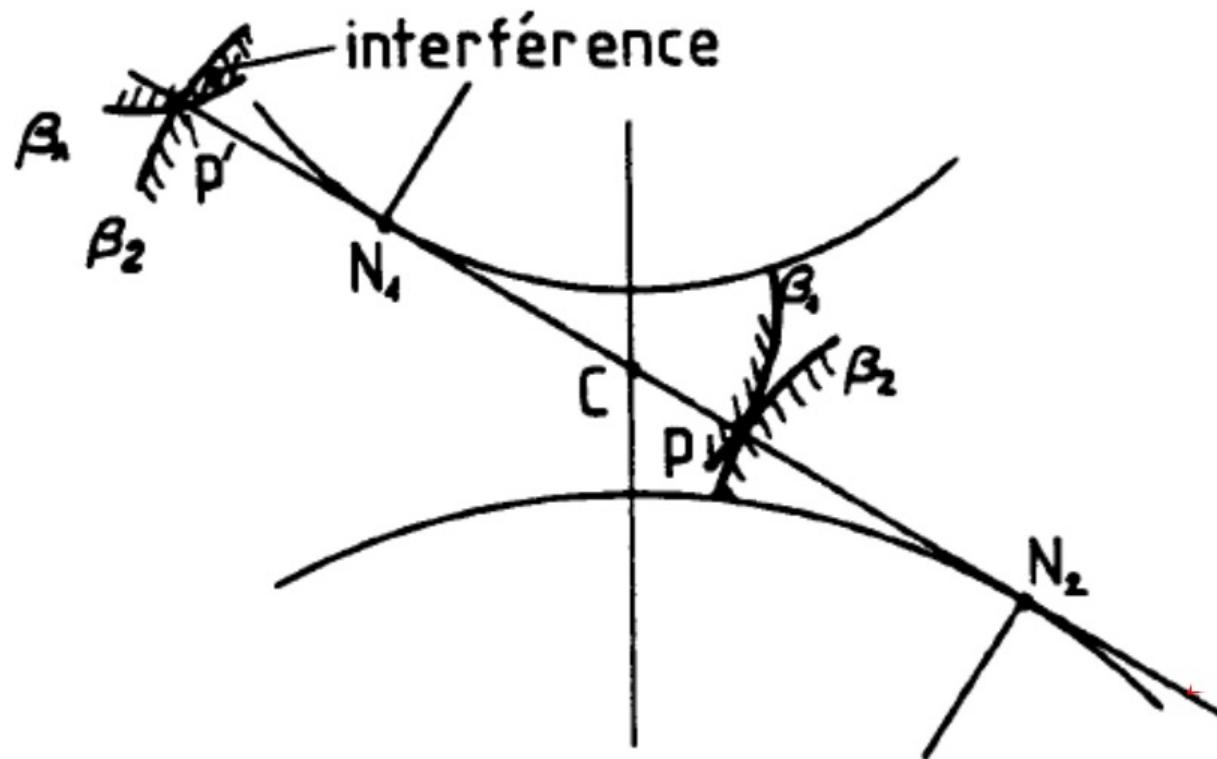
- Pour obtenir une transmission sans à-coups, il faut que les deux engrenages soient en contact à tout moment.
- Avant qu'une paire de dents ne se sépare, une deuxième paire doit entrer en contact
- Définition: On définit la **ligne d'engrènement** comme le lieu des points de contact d'une paire de dents. Elle est limitée par les cercles de tête des engrenages
- Définition: On définit comme **arc d'engrènement** l'arc sur le cercle primitive qui supporte la ligne d'engrènement.

- Pour avoir une transition lisse, il faut:  
**arc d'engrènement  $\geq$  pas**



Les profils doivent être tels qu'il n'y ait pas d'interférence, c'est-à-dire:

- que le contact entre dents doit toujours s'effectuer tangentiellelement,
- et que les profils ne doivent pas pénétrer l'un dans l'autre.



- Condition 1:** les profils de dents doivent être conjugués afin de produire un mouvement homocinétique.
- Condition 2 :** les dentures doivent avoir le même pas et donc le même module.
- Condition 3 :** l'arc d'engrènement doit être supérieur au pas pour assurer la continuité de l'engrènement.
- Condition 4:** les profils doivent être tels qu'il n'y ait pas d'interférence, c'est à dire que le contact entre dents doit toujours s'effectuer tangentiellement et que les profils ne doivent pas pénétrer l'un dans l'autre.

- Présentation de quelques profils conjugués
  - Focalisation sur le profil en développante
- Engrenages à profil en développante
- Dimensionnement: résistance à la flexion
- Dimensionnement: résistance à la pression