Contrôle d'analyse II N°1

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM : ____________________

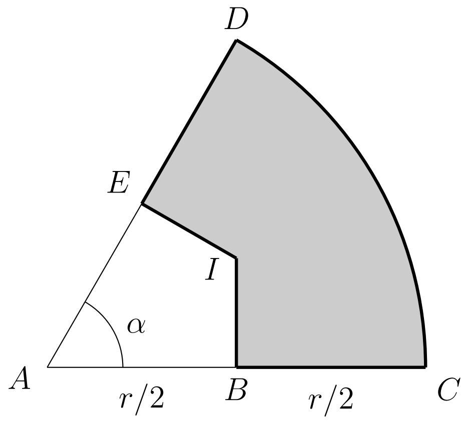
Groupe ☐

PRENOM : ____________________

1. On considère le secteur circulaire DAC d'angle au centre $\alpha \in \,]\,0\,,\,\pi\,[$ et de rayon r, ainsi que les deux médiatrices BI et EI. 4 pts

a) Déterminer α de sorte que le point I soit à l'intérieur du secteur circulaire.

b) Calculer alors l'aire du domaine grisé.



2. On considère l'angle x défini de la façon suivante :

$$\operatorname{tg}(x) = 2\,, \qquad \text{et} \qquad x \in \,]-\tfrac{3\pi}{2}\,,\,-\tfrac{\pi}{2}\,[\,.$$

Déterminer, sans machine à calculer, la valeur exacte de $\operatorname{tg}(\frac{x+\pi}{2})$.

Donner le résultat sous la forme la plus simple. 3,5 pts

3. Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné.

$$\sin(4x + \tfrac{\pi}{3}) = -\tfrac{\sqrt{3}}{2}\,, \qquad x \in [\,0\,,\,\pi\,]\,.$$ 2,5 pts

4. Soit φ, l'angle défini par $\cos(\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $\varphi \in [\,0\,,\,\frac{\pi}{2}\,]$.

a) Sans évaluer l'angle φ à l'aide d'une machine à calculer, comparer l'angle 2φ avec l'angle $\beta = \frac{7\pi}{12}$.

b) Résoudre l'inéquation suivante sur l'intervalle donné.

$$\cos(x) + \sqrt{2}\,\sin(x) + 1 \leq 0\,, \qquad x \in [\,\tfrac{\pi}{2}\,,\,\tfrac{19\pi}{12}\,]\,.$$

Justifiez rigoureusement vos réponses. 5 pts

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \operatorname{tg}^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\,\cos(x+y) + \cos(x-y)\,]$$

$$\sin(x)\cdot\sin(y) = -\frac{1}{2}\,[\,\cos(x+y) - \cos(x-y)\,]$$

$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\,[\,\sin(x+y) + \sin(x-y)\,]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$