

**APPLICATION DES MATHEMATIQUES : Contrôle N° 1**

Durée : 1 heures 45 minutes - Barème sur 20 points

NOM : \_\_\_\_\_

GROUPE

PRENOM : \_\_\_\_\_

1. On considère la suite de réels  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = 1, \quad u_{n+1} = u_n \frac{1+2u_n}{1+3u_n} \quad \forall n \geq 0$

a) Montrer que pour tout  $n \geq 0$ ,  $\frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_n} = \frac{1}{1+2u_n}$ .

b) Montrer que  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{1+2u_k} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1$

c) Montrer que pour tout  $n \geq 0$ ,  $0 < u_{n+1} < u_n \leq 1$ .

**5 pts**

2. a) Pour chacun des 2 ensembles suivants, montrer s'il est minoré, majoré, s'il possède une borne inférieure, une borne supérieure, un minimum, un maximum.

**i)**  $E = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right), \quad x \in ]0, 2] \right\}$       **ii)**  $F = \{u_n = 2n + (-1)^n, \quad n \in \mathbb{N}\}$

b) Montrer que 1 est un majorant de  $G = \left\{ v_n = \frac{n^2}{n^2 + 1}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$   
et que  $\sup(G) = 1$ .  $G$  a-t-il un maximum ?

**5 pts**

3. Dans un club de 10 membres, on doit choisir un comité formé d'un président, un secrétaire et un trésorier.

- a) Combien de comités différents peut-on former si le cumul est permis.  
b) Combien de comités différents peut-on former si le cumul est exclu.

**Dans la suite, le cumul est exclu.**

- c) Combien y a-t-il de comités différents si A et B refusent d'être ensemble dans le comité ?  
d) Même question si C n'accepte que la charge de président ?

**4 pts****Tourner la page S. V. P.**

4. Une distribution statistique d'un échantillon de taille  $N = 80$  d'un caractère  $X$  continue, est représentée dans le tableau suivant :

| Classes de $X$ | Effectifs $n_i$ | Effectifs cumulés | Classes de $Y$ | $c_i$ centre de classes de $Y$ | $n_i c_i$ |
|----------------|-----------------|-------------------|----------------|--------------------------------|-----------|
| [1225, 1275[   | 8               |                   |                |                                |           |
| [1275, 1325[   | 15              |                   |                |                                |           |
| [1325, 1375[   | 26              |                   |                |                                |           |
| [1375, 1425[   | 16              |                   |                |                                |           |
| [1425, 1475[   | 15              |                   |                |                                |           |
| Total          | 80              |                   |                |                                |           |

- Utiliser le changement de variable  $Y = \frac{X - 1350}{50}$  pour compléter le tableau.
- Déterminer la classe **modale** de  $X$  (justifier votre réponse).
- Déterminer la médiane de  $X$ .
- Déterminer la moyenne  $\bar{x}$  de  $X$ .
- Tracer le "Box-plots" de  $X$  (on peut prendre 1 carreau pour 10 unités).

6 pts

### Question bonus (1 pt) :

Critiquez le graphique suivant :

(Washington Post, 25 octobre 1978)  
Ce graphique représente la variation du pouvoir d'achat du dollar de 1958 à 1978 :

1958 - EISENHOWER : \$ 1.00

1963 - KENNEDY : 94c

1968 - JOHNSON : 83c

1973 - NIXON : 64c

1978 - CARTER : 44c

