

(écrire lisiblement s.v.p)

Nom :

Prénom :

Groupe : ...

Question	Barème	Points
1	5	
2	5	
3	$4\frac{1}{2}$	
4	$5\frac{1}{2}$	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin(x) \cdot \sin(y) = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\sin(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Expression des fonctions trigonométriques en fonction de $z = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin(x) = \frac{2z}{1+z^2}, \quad \cos(x) = \frac{1-z^2}{1+z^2}, \quad \tan(x) = \frac{2z}{1-z^2}.$$

Points obtenus: (laisser vide)

$$AB = \sqrt{10}, AC = 3 \text{ et } BC = 5.$$

- calculer le cosinus de l'angle $\gamma = \widehat{ACB}$,
- calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC ,
- calculer la longueur BE .

laisser la
marge vide

A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Page 1 sur 12

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné :

$$\frac{2 \sin^2(x)}{1 + \sin(2x)} + \tan(2x) - 2 = 0, \quad x \in \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right[.$$

Réponse à la question 2:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Points obtenus: (laisser vide)

$$\cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{3}{5}, \quad x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right].$$

Réponse à la question 3:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Page 7 sur 12

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 4 (à 5 1/2 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Sans utiliser de machine à calculer, résoudre sur son domaine de définition, l'équation suivante :

$$\arccos\left(x - \frac{1}{2}\right) + \arccos\left(\sqrt{2}x\right) = \frac{5\pi}{4}.$$

Réponse à la question 4:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Réponses

1. a) $\cos \gamma = \frac{4}{5},$

b) $R = \frac{5}{6} \sqrt{10},$

c) $BE = \sqrt{\frac{85}{2}}.$

2. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6} \right\}.$

3. $S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + \frac{\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)}{2}, \frac{11\pi}{6} - \frac{\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)}{2} \right\}.$

4. $S = \left\{ -\frac{1}{10} \right\}.$