

Série 11

Exercice 1. Dans un repère orthonormé direct, on donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Déterminer les composantes des vecteurs suivants :

a. $\vec{u} \times \vec{v}$.

b. $\vec{v} \times \vec{u}$.

c. $(3\vec{u} + 47\vec{v}) \times (4\vec{u} + 59\vec{v})$.

d. $(36\vec{u} + 72\vec{v}) \times (48\vec{u} + 96\vec{v})$.

Exercice 2. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on donne $A(7, -4, 5)$, $B(1, 2, 4)$ et $C(3, 5, 10)$. A l'aide du produit vectoriel :

a. calculer la distance de C à la droite (AB) .

b. déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) .

Exercice 3. Dans un repère orthonormé, on donne $A(1, -2, 1)$ et :

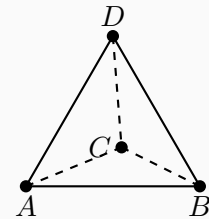
$$\pi : x - 2y + z - 3 = 0 \text{ et } \rho : x + y - z + 2 = 0.$$

A l'aide du produit vectoriel, déterminer une équation du plan σ contenant A et perpendiculaire à $\pi \cap \rho$.

Exercice 4.

La figure ci-contre représente un tétraèdre régulier. Pour chacune des familles suivantes, dire s'il est orientée directement ou indirectement dans l'espace :

a. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$. b. $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$. c. $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}$.



Exercice 5. Dans l'espace, on donne un plan π et deux droites gauches d et g .

a. Existe-t-il une droite p contenue dans π , orthogonale à d et intersectant g ? On discutera selon la position relative des données.

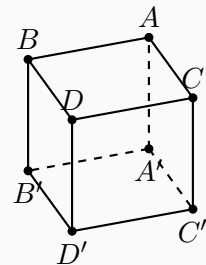
b. Application numérique. Dans un repère orthonormé direct :

$$\pi : 2x + y + z - 11 = 0, \quad d : x + 1 = -(y + 2) = \frac{z+3}{2}, \quad g : \frac{x+2}{2} = \frac{y-14}{-3} = z + 5.$$

Déterminer des équations paramétriques de p .

Exercice 6. Dans un repère orthonormé direct, on donne $A(1, 1, 4)$, $B(0, 3, 2)$ et $C(3, 0, 2)$.

- a. Montrer que ABC est rectangle et isocèle en A .
- b. On peut donc compléter ABC en un cube comme dans la figure ci-contre. Calculer les coordonnées des sommets de ce cube.



Exercice 7. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct, on donne $d : \frac{x-7}{2} = y - 3, z = 4$, $A(3, 2, 1)$, et $B(1, 2, 3)$. Déterminer les coordonnées du point C sachant que :

- ABC est isocèle en C et a pour aire 6.
- (AC) est orthogonale à d .
- l'ordonnée de C est positive.

Éléments de réponse :

Ex. 1 : a. $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$, b. $\begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}$, c. $\begin{pmatrix} -55 \\ -11 \\ -77 \end{pmatrix}$, d. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Ex. 2 : a. 7, b. $39x + 34y - 30z + 13 = 0$.

Ex. 3 : $\sigma : x + 2y + 3z = 0$.

Ex. 4 : a. et c. indirecte, b. directe.

Ex. 5 : b. $p : \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + t \\ z = -2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Ex. 6 : b. $A'(3, 3, 5)$, $B'(2, 5, 3)$, $C'(5, 2, 3)$, $D(2, 2, 0)$ et $D'(4, 4, 1)$.

Ex. 7 : a. $C(1, 6, 1)$.