Contrôle de géométrie analytique N°3

Durée : 1 heure 30 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________________

PRENOM : ______________________________

Groupe ☐

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne l'équation cartésienne d'un cercle γ_1 et les coordonnées d'un point A appartenant à ce cercle :

$$\gamma_1 : \quad x^2 + y^2 - 25 = 0 \qquad \text{et} \qquad A(3\,,\,4) \in \gamma_1\,.$$

Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle γ de rayon $r = 10$ et orthogonal à γ_1 en A. 3 pts

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne l'équation cartésienne d'un cercle γ_1 et d'une droite d et les coordonnées d'un point A :

$$\gamma_1 : \quad x^2 + y^2 - 16 = 0\,, \qquad d : \quad x = 8 \qquad \text{et} \qquad A(4\,,\,0)\,.$$

Soit Ω un point de la droite d, on considère le cercle γ de centre Ω et orthogonal au cercle γ_1.

Soit M le point d'intersection de la droite $(A\Omega)$ et de l'axe radical a des deux cercles γ et γ_1.

Déterminer l'équation cartésienne du lieu de M lorsque Ω décrit la droite d.
Décrire avec précision la nature géométrique de ce lieu. 4,5 pts

3. On considère l'équation suivante, dépendante d'un paramètre réel m :

$$m\,x^2 + y^2 - 2m^2\,x + m^3 - m^2 = 0\,.$$

a) Déterminer les valeurs de m de sorte que cette équation, relativement à un repère orthonormé du plan, soit une ellipse $\mathcal{E}$.
Donner alors les coordonnées de son centre Ω et discuter, en fonction de m, la direction du grand axe de $\mathcal{E}$.

b) Soit d la droite d'équation $y = 2\sqrt{2}$.
Déterminer m de sorte que l'ellipse $\mathcal{E}$ admette la droite d comme directrice.

4,5 pts

Tourner la page

4. Dans le plan, on considère deux cercles γ_1 et γ_2, et une droite d.

Construire, sur la donnée graphique ci-dessous, une droite g tangente au cercle γ_2 et telle que son pôle par rapport au cercle γ_1 appartienne à la droite d.

Donner une brève justification de votre construction. 3 pts