Physique — Roger Sauser

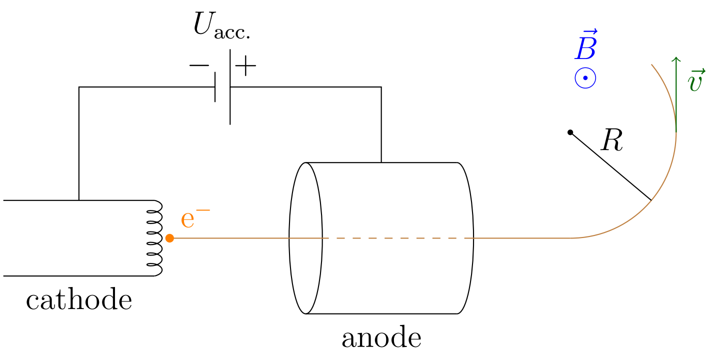
Semestre de printemps 2019 — https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15142

Corrigé 22

Exercice 1

Nous allons commencer par faire un dessin. Nous pourrons alors décrire la phase d'accélération des électrons, avant de nous intéresser à celle durant laquelle le faisceau est dévié.

Les électrons sont accélérés par une tension $U_{\text{acc.}}$ entre l'anode et la cathode, avant d'être dévié par un champ magnétique $\vec{B}$:



Nous allons utiliser le théorème de l'énergie cinétique en supposant que les électrons ont initialement une vitesse nulle et que la seule force intervenant est la force électrique :

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = W_{\text{acc.}}(\vec{F}_{\text{él.}}) = e\,U_{\text{acc.}}\,,$$

où v est la vitesse des électrons après la phase d'accélération. Cette vitesse est donc donnée par

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{acc.}}}{m}}\,.$$

Dans le champ magnétique $\vec{B}$ (ici perpendiculaire au faisceau), les électrons subissent la force de Lorentz

$$\vec{F}_{\text{Lor.}} = -e\,\vec{v}\wedge\vec{B}$$

qui est perpendiculaire à la vitesse. L'accélération des électrons est donc normale à la trajectoire :

$$\vec{F}_{\text{Lor.}} = m\vec{a} = m\vec{a}_n\,.$$

En projetant cette équation selon la normale à la trajectoire, il vient

$$evB = m\frac{v^2}{R}\,,$$

si bien que le champ magnétique a finalement pour expression

$$\begin{aligned} B &= \frac{mv}{eR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{2m\,U_{\text{acc.}}}{e}} \\ &\cong \frac{1}{0.1}\sqrt{\frac{2\cdot 9.1095\cdot 10^{-31}\cdot 1200}{1.6022\cdot 10^{-19}}} \cong 1.17\cdot 10^{-3}\,\text{T}. \end{aligned}$$

Exercice 2

Dans ce problème, il convient de distinguer deux phases :

- la phase d'accélération des particules durant laquelle la norme de la vitesse change (sous l'effet de la force électrique) ;
- la phase durant laquelle les particules décrivent un mouvement circulaire uniforme (sous l'effet du champ magnétique uniforme perpendiculaire à la vitesse).

(a) L'énergie cinétique acquise par une particule de masse m et de charge q, initialement immobile, sous une tension d'accélération $U_{\text{acc.}}$ est

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\,U_{\text{acc.}}\,.$$

Autrement dit, la vitesse de la particule après la phase d'accélération est donnée par

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{acc.}}}{m}}\,.$$

Cette vitesse ne sera pas modifiée par la présence du champ magnétique (la force de Lorentz ne travaille pas).

Dans le cas d'un électron et d'un proton, nous avons donc, numériquement,

$$\begin{aligned} v_e &= \sqrt{\frac{2eU_{\text{acc.}}}{m_e}} \cong \sqrt{\frac{2\cdot 1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 2000}{9.1095\cdot 10^{-31}}} \cong 2.65\cdot 10^{7}\,\mathrm{m\,s^{-1}}\,; \\ v_p &= \sqrt{\frac{2eU_{\text{acc.}}}{m_p}} \cong \sqrt{\frac{2\cdot 1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 2000}{1.6726\cdot 10^{-27}}} \cong 6.19\cdot 10^{5}\,\mathrm{m\,s^{-1}}. \end{aligned}$$

(b) Une particule de masse m et de charge q lancée perpendiculairement aux lignes d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec une vitesse $\vec{v}$ aura un mouvement circulaire uniforme de rayon

$$R = \frac{mv}{|q|B}\,,$$

où $v = ||\vec{v}||$ et $B = ||\vec{B}||$.

Dans le cas de l'électron et du proton évoqués au point (a), nous avons donc, numériquement,

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{m_e v_e}{eB} \cong \frac{9.1095\cdot 10^{-31}\cdot 2.65\cdot 10^{7}}{1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 0.5} \cong 3\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}\,; \\ R_p &= \frac{m_p v_p}{eB} \cong \frac{1.6726\cdot 10^{-27}\cdot 6.19\cdot 10^{5}}{1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 0.5} \cong 1.3\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

(c) Nous avons rappelé au point (b) que, dans le cas où la vitesse des particules est perpendiculaire au champ magnétique (mouvement circulaire uniforme), le rayon de courbure R et l'intensité B sont reliés par la relation

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{mv}{|q|R}\,.$$

En imposant un rayon de courbure $R = 1\,\mathrm{m}$, il vient, dans le cas de l'électron et du proton évoqués au point (a),

$$\begin{aligned} B_e &= \frac{m_e v_e}{eR} \cong \frac{9.1095\cdot 10^{-31}\cdot 2.65\cdot 10^{7}}{1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 1} \cong 1.5\cdot 10^{-4}\,\mathrm{T} \\ B_p &= \frac{m_p v_p}{eR} \cong \frac{1.6726\cdot 10^{-27}\cdot 6.19\cdot 10^{5}}{1.6022\cdot 10^{-19}\cdot 1} \cong 6.5\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}. \end{aligned}$$

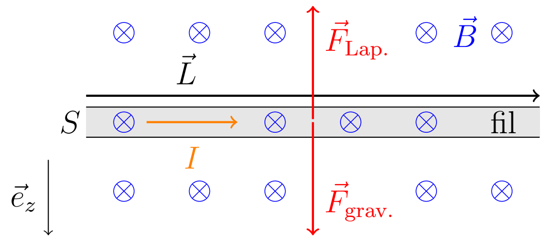
Exercice 3

Nous allons commencer par faire un dessin avant de considérer l'équilibre du fil.

Supposons que le fil a une longueur L. Il a donc une masse $m = \rho_{\text{Cu}} L S$, où S est la section du fil et ρ_{Cu} sa masse volumique. Deux forces s'exercent sur cet objet :

- son poids $\vec{F}_{\text{grav.}} = m\vec{g}$,
- la force de Laplace $\vec{F}_{\text{Lap.}} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$.

Le schéma de la situation dans un plan vertical contenant le fil se présente de la manière suivante :



A l'équilibre, la force de Laplace compense exactement le poids du fil :

$$m\vec{g} + I\vec{L} \wedge \vec{B} = \vec{0}\,.$$

En projetant cette équation de Newton selon $\vec{e}_z$ et en remplaçant la masse m par $\rho_{\text{Cu}} L S$, il vient :

$$\rho_{\text{Cu}} L S g - I L B = 0\,.$$

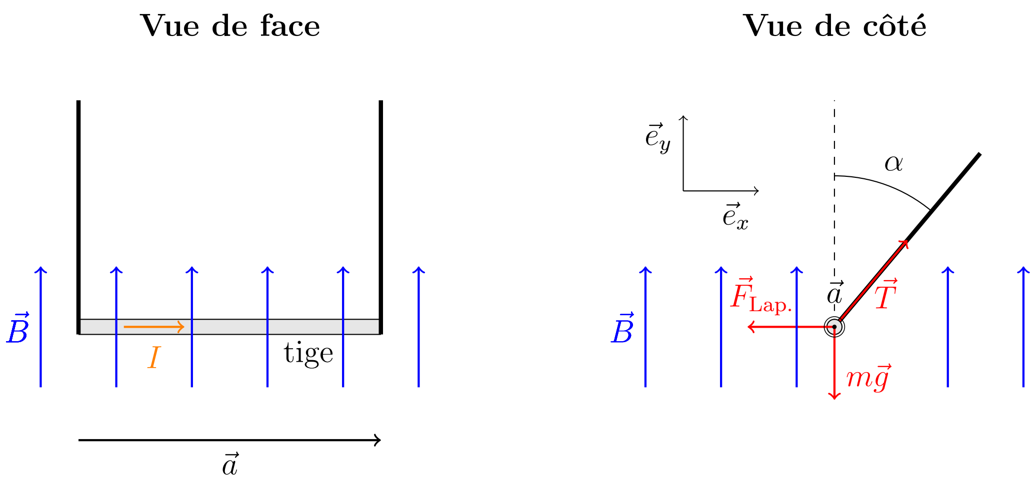
L'intensité du champ magnétique a donc pour expression

$$B = \frac{\rho_{\text{Cu}} S g}{I} \cong \frac{8.92 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 9.81}{10} \cong 8.75 \cdot 10^{-3}\,\text{T}.$$

Exercice 4

Nous allons commencer par faire un dessin avant de considérer l'équilibre du fil.

A l'équilibre, la situation peut être représentée de la manière suivante :



La tige est soumise à trois forces :

- son poids $m\vec{g}$,
- la tension $\vec{T}$ dans les fils souples,
- la force de Laplace $\vec{F}_{\text{Lap.}}$.

La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$m\vec{g} + \vec{T} + I\vec{a} \wedge \vec{B} = \vec{0}\,.$$

On projette alors cette équation selon $\vec{e}_x$

$$-IaB + T\sin\alpha = 0\,,$$

et selon $\vec{e}_y$

$$T\cos\alpha - mg = 0\,.$$

En faisant le rapport de ces deux dernières relations, il vient

$$\tan\alpha = \frac{IaB}{mg}\,.$$

L'angle cherché a donc pour expression

$$\alpha = \arctan\frac{IaB}{mg} \cong \arctan\frac{2\cdot 0.09\cdot 0.01}{0.03\cdot 9.81} = \arctan\left(6.12\cdot 10^{-3}\right) \cong 0.35°\,.$$

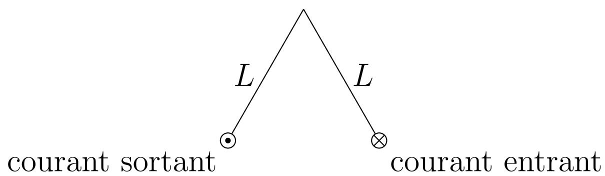
Exercice 5

Nous allons considérer la situation lorsque les barrettes se sont écartées l'une de l'autre.

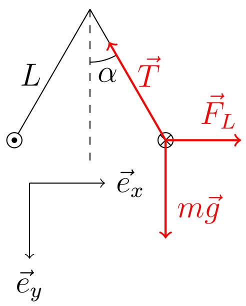
Tout d'abord, il convient de déterminer la raison à cet écartement et de choisir un point de vue adéquat pour faire le dessin.

Lorsqu'un courant circule dans les barrettes, chacune se trouve dans le champ magnétique de l'autre et subit ainsi la force de Laplace, normale à la barrette et au champ dans lequel elle est plongée : comme les courants sont opposés, les barrettes se repoussent.

Vue parallèle aux barrettes :



Etudions la situation d'équilibre :



Objet : barrette de droite

Forces : poids, force de Laplace, tension

$$m\vec{g} + \vec{F}_L + \vec{T} = \vec{0}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$F_L - T\sin\alpha = 0\,.$$

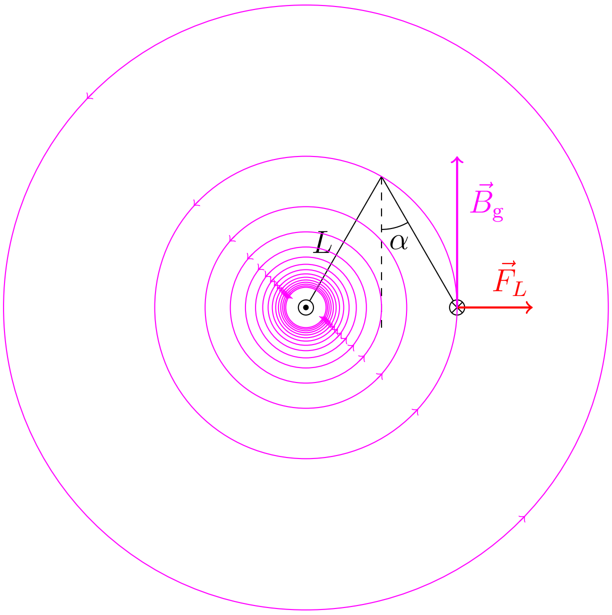
Selon $\vec{e}_y$:

$$mg - T\cos\alpha = 0\,.$$

Alors

$$\tan\alpha = \frac{F_L}{mg}\,.$$

Déterminons la norme de la force de Laplace :



La barrette de droite se trouve dans le champ magnétique $\vec{B}_g$ de la barrette de gauche. En admettant que le champ est très similaire à celui d'un fil rectiligne et infini, on a

$$\vec{F}_L = I\,\vec{a} \times \vec{B}_g\,,$$

où $\vec{a}$ donne le sens du courant dans la barrette de droite et $\vec{B}_g$ est le champ magnétique dû à la barrette de gauche à l'endroit de celle de droite. Sa norme vaut

$$B_g = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\,, \quad \text{avec } d = 2L\sin\alpha\,.$$

Ainsi,

$$F_L = IaB_g = \frac{\mu_0 I^2 a}{4\pi L\sin\alpha}\,,$$

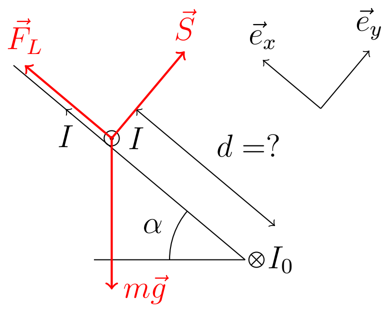
si bien que la relation entre le courant I et l'angle α s'écrit finalement

$$\tan\alpha = \frac{F_L}{mg} = \frac{\mu_0 I^2 a}{4\pi L\sin\alpha mg} \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{4\pi Lmg\sin\alpha\tan\alpha}{\mu_0 a}} \cong 20.74\,\text{A}.$$

Exercice 6

Nous allons considérer la situation d'équilibre de la tige.

La tige, traversée par un courant électrique, se trouve à proximité d'un autre courant et subit donc une force due à ce courant :



Objet : tige

Forces : poids, force de Laplace, soutien

$$m\vec{g} + \vec{F}_L + \vec{S} = \vec{0}\,.$$

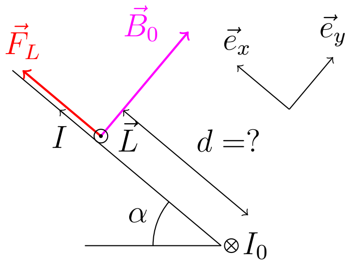
Selon $\vec{e}_x$:

$$-mg\sin\alpha + F_L = 0\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg\cos\alpha + S = 0\,.$$

Déterminons la norme de la force de Laplace :



La tige se trouve dans le champ magnétique $\vec{B}_0$ du courant I_0 :

$$\vec{F}_L = I\,\vec{L} \times \vec{B}_0\,,$$

où $\vec{L}$ donne la longueur et le sens du courant dans la tige.

Selon la règle du tire-bouchon, le champ $\vec{B}_0$ à l'endroit où se trouve la tige est normal aux rails. Sa norme vaut

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d} \,.$$

Les vecteurs $\vec{L}$ et $\vec{B}_0$ étant orthogonaux,

$$F_L = ||\vec{F}_L|| = ILB_0 \,.$$

Ainsi,

$$-mg\sin\alpha + F_L = -mg\sin\alpha + IL\frac{\mu_0 I_0}{2\pi d} = 0 \,,$$

de sorte que la distance d a finalement pour expression

$$d = \frac{\mu_0 I_0 I L}{2\pi m g \sin\alpha} \,.$$