Analyse II : Contrôle N° 3

Durée : 1 heure 45 minutes - Barème sur 20 points

NOM : ______________________

PRENOM : ______________________

GROUPE

1. Résoudre sur son ensemble de définition l'équation :

$$\frac{1}{x^{1+(\ln x)^2}} = x^{\left(\frac{4}{\ln x^2}\right)}$$

4 pts

2. (a) Résoudre l'équation puis représenter les solutions dans le plan de Gauss :

$$z^3 = \frac{\sqrt{2}}{2}(-1+i)$$

3 pts

(b) Résoudre l'équation :

$$2z^6 + \sqrt{2}(3-i)z^3 + 2(1-i) = 0$$

4.5 pts

3. Résoudre le système :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \operatorname{Ch} x + \operatorname{Ch} y & = & \dfrac{5}{2} \\ \operatorname{Sh} x + \operatorname{Sh} y & = & \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

4,5 pts

4. Soient deux sommets consécutifs : $P_1 = (4;4)$ et $P_2 = (3-\sqrt{3};3+\sqrt{3})$d'un hexagone (polygone à 6 cotés) régulier et orienté positivement.

Par un calcul dans $\mathbb{C}$, déterminer l'affixe du sommet P_4.

Indication : Faites une figure d'étude . 4 pts

Tourner s.v.p. ☞

Formulaire

$$\operatorname{Ch}(x+y) = \operatorname{Ch} x \operatorname{Ch} y + \operatorname{Sh} x \operatorname{Sh} y \ ; \qquad \operatorname{Ch}(x-y) = \operatorname{Ch} x \operatorname{Ch} y - \operatorname{Sh} x \operatorname{Sh} y \ ;$$

$$\operatorname{Sh}(x+y) = \operatorname{Sh} x \operatorname{Ch} y + \operatorname{Ch} x \operatorname{Sh} y \ ; \qquad \operatorname{Sh}(x-y) = \operatorname{Sh} x \operatorname{Ch} y - \operatorname{Ch} x \operatorname{Sh} y \ ;$$

$$\operatorname{Th}(x+y) = \frac{\operatorname{Th} x + \operatorname{Th} y}{1 + \operatorname{Th} x \operatorname{Th} y} \ ; \qquad \operatorname{Th}(x-y) = \frac{\operatorname{Th} x - \operatorname{Th} y}{1 - \operatorname{Th} x \operatorname{Th} y} \ ;$$

$$\operatorname{Ch} x + \operatorname{Ch} y = 2 \operatorname{Ch}\left(\frac{x+y}{2}\right) \operatorname{Ch}\left(\frac{x-y}{2}\right) \ ; \qquad \operatorname{Ch} x - \operatorname{Ch} y = 2 \operatorname{Sh}\left(\frac{x+y}{2}\right) \operatorname{Sh}\left(\frac{x-y}{2}\right) \ ;$$

$$\operatorname{Sh} x + \operatorname{Sh} y = 2 \operatorname{Sh}\left(\frac{x+y}{2}\right) \operatorname{Ch}\left(\frac{x-y}{2}\right) \ ; \qquad \operatorname{Sh} x - \operatorname{Sh} y = 2 \operatorname{Ch}\left(\frac{x+y}{2}\right) \operatorname{Sh}\left(\frac{x-y}{2}\right) \ ;$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \operatorname{Ch} x = \frac{1+t^2}{1-t^2} \ ; \quad \operatorname{Sh} x = \frac{2t}{1-t^2} \ ; \quad \operatorname{Th} x = \frac{2t}{1+t^2} \ ; \quad \text{où} \quad t = \operatorname{Th} \frac{x}{2}$$

$$\operatorname{Arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right) \ ; \ \forall x \in [1, +\infty[\ ; \qquad \operatorname{Arsh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \ ; \ \forall x \in \mathbb{R} \ ;$$

$$\operatorname{Arth} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \ ; \ \forall x \in]-1, +1[\ ; \qquad \operatorname{Arcoth} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \ ; \ \forall x \in \mathbb{R} \setminus [-1, +1] \ ;$$

$$\operatorname{Arch}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \ ; \ \forall x \in]1, +\infty[\ ; \qquad \operatorname{Arsh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \ ; \ \forall x \in \ ; \mathbb{R}$$

$$\operatorname{Arth}'(x) = \frac{1}{1-x^2} \ ; \ \forall x \in]-1, +1[\ ; \qquad \operatorname{Arcoth}'(x) = \frac{1}{1-x^2} \ ; \ \forall x \in \mathbb{R} \setminus [-1, +1] \ .$$