Dovi, Huruguen, Tissot

Série 6

Exercice 1. On munit l'espace d'un repère. Calculer les coordonnées des points A, B, C sachant que les milieux de AB, BC, AC ont pour coordonnées $(\frac{1}{2}, 1, -1)$, $(1, 0, 0)$ et $(-\frac{1}{2}, 2, -6)$.

Exercice 2. On munit l'espace d'un repère. Calculer les coordonnées des sommets du parallélogramme $ABCD$ sachant que les milieux de AB, CD et AD ont pour coordonnées $(0, 2, \frac{9}{2})$, $(0, -7, \frac{3}{2})$, $(-4, -\frac{7}{2}, \frac{3}{2})$.

Exercice 3. On donne un parallélépipède $ABCDEFGH$ dans l'espace (les quadrilatères $ABCD$ et $EFGH$ sont des parallélogrammes translatés l'un de l'autre). On note I le milieu de EG. En justifiant votre réponse, donner les coordonnées de I dans chacun des repères suivants :

a. $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

b. $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AE})$.

c. $(A, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AC})$.

d. $(A, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AH})$.

Exercice 4. On donne quatre points non coplanaires A, B, C, D. Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer, en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}$, l'équation vectorielle de la droite d vue depuis le point A :

a. $d = (AD)$.

b. $d = (BC)$.

c. d passe par D et le milieu de BC.

d. d passe par C et le centre de gravité du triangle ABD.

Exercice 5. Dans l'espace, on donne deux points A et B et deux vecteurs non colinéaires $\vec{u}$ et $\vec{v}$. On note d la droite passant par A et dirigée par $\vec{u}$ et g celle passant par B et dirigée par $\vec{v}$. Montrer que la famille $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\overrightarrow{AB}$ est linéairement dépendante si et seulement si les droites d et g ont un point commun.

Exercice 6. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne deux points, $A\,(-12, 5)$, $B\,(-7, -10)$, ainsi qu'un vecteur $\vec{v}\,\binom{3}{-1}$. Trouver les coordonnées des points C et D sachant que :

a. $ABCD$ est un quadrilatère convexe d'aire 280.

b. Les diagonales AC et BD sont perpendiculaires, et leur intersection a pour abscisse $\frac{4}{7}$ dans le repère $(B, \overrightarrow{BD})$ de la droite (BD).

c. Le vecteur $\vec{v}$ dirige la droite (AC).

Exercice 7. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne le point $A(5, 1)$ et le vecteur $\vec{v}\,\binom{3}{1}$. Déterminer les coordonnées des points B, C, D sachant que $ABCD$ est un trapèze dont la base AB est dirigée par $\vec{v}$, et dont les diagonales AC et BD se coupent perpendiculairement au point de coordonnées $(8, 10)$. On sait de plus que l'aire du triangle ABC est 100.

Éléments de réponse :

Ex. 1 : $A\,(-1, 3, -7)$, $B\,(2, -1, 5)$, $C\,(0, 1, -5)$.

Ex. 2 : $A\,(-4, 1, 3)$, $B\,(4, 3, 6)$, $C\,(4, -6, 3)$, $D\,(-4, -8, 0)$.

Ex. 3 : a. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1)$, b. $(0, \frac{1}{2}, 1)$, c. $(0, 1, \frac{1}{2})$, d. $(-\frac{1}{2}, 1, 0)$.

Ex. 4 :

a. $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AD}$, $t \in \mathbb{R}$.

b. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + t(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$, $t \in \mathbb{R}$.

c. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + t(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$, $t \in \mathbb{R}$.

d. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + t(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD})$, $t \in \mathbb{R}$.

Ex. 6 : $C\,(12, -3)$, $D\,(0, 11)$.

Ex. 7 : $B(20, 6)$, $C(10, 16)$, $D(0, \frac{38}{3})$.