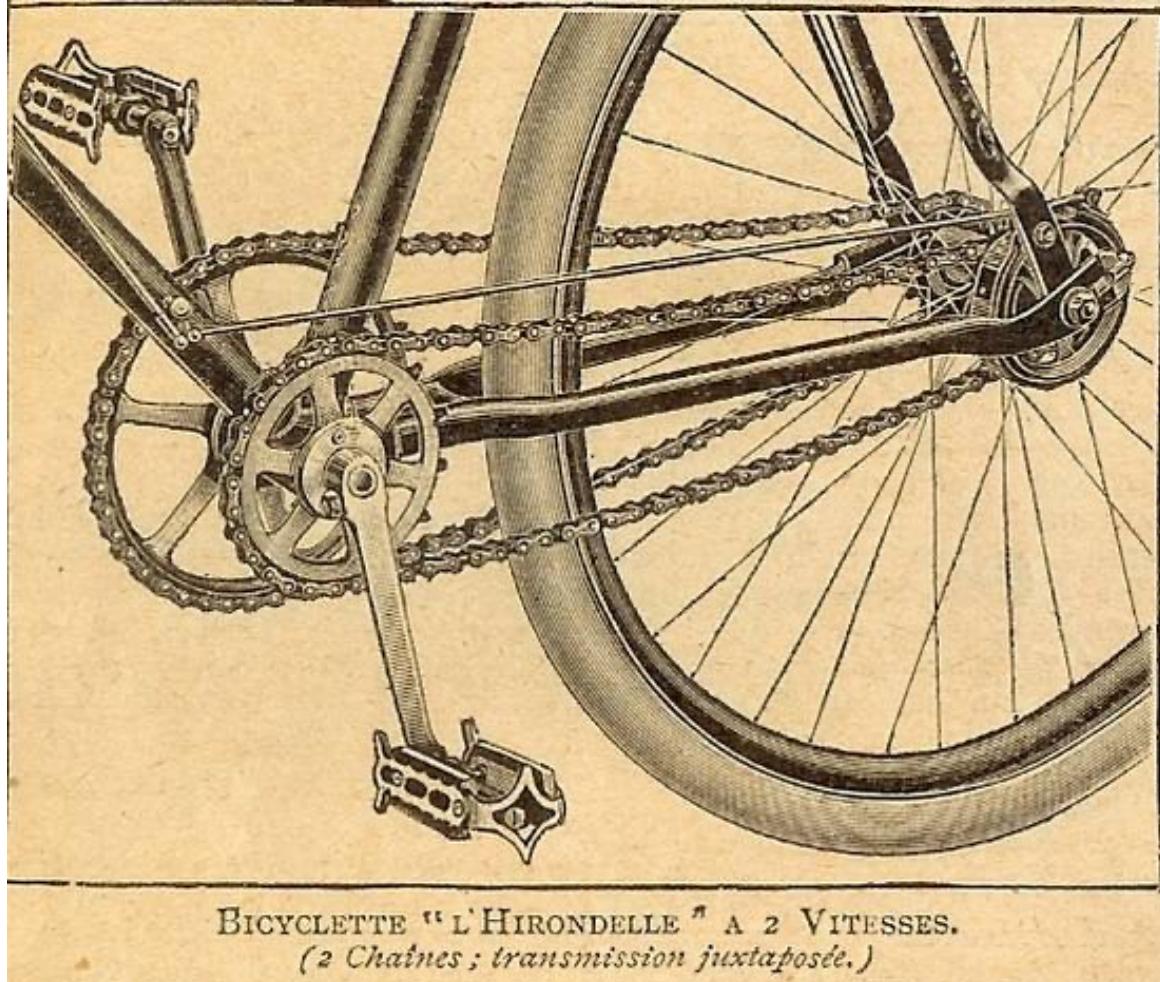


# Transmissions



BICYCLETTE "L'HIRONDELLE" A 2 VITESSES.  
*(2 Chaines; transmission juxtaposée.)*

Prof. Simon Henein  
Dr Etienne Thalmann

INSTANT-LAB, EPFL  
2022

# Structure

Introduction

Partie I : Transmission « boîte noire »

- Rapport de transmission et rendement
- Inertie et couple réduits
- Irréversibilité

Partie II : Accouplements

Partie III: Transmission de couple par adhérence tangentielle (courroies et embrayages ressorts)

Partie IV: Transformation de mouvement

# PARTIE I: Introduction

Exemple: la bicyclette

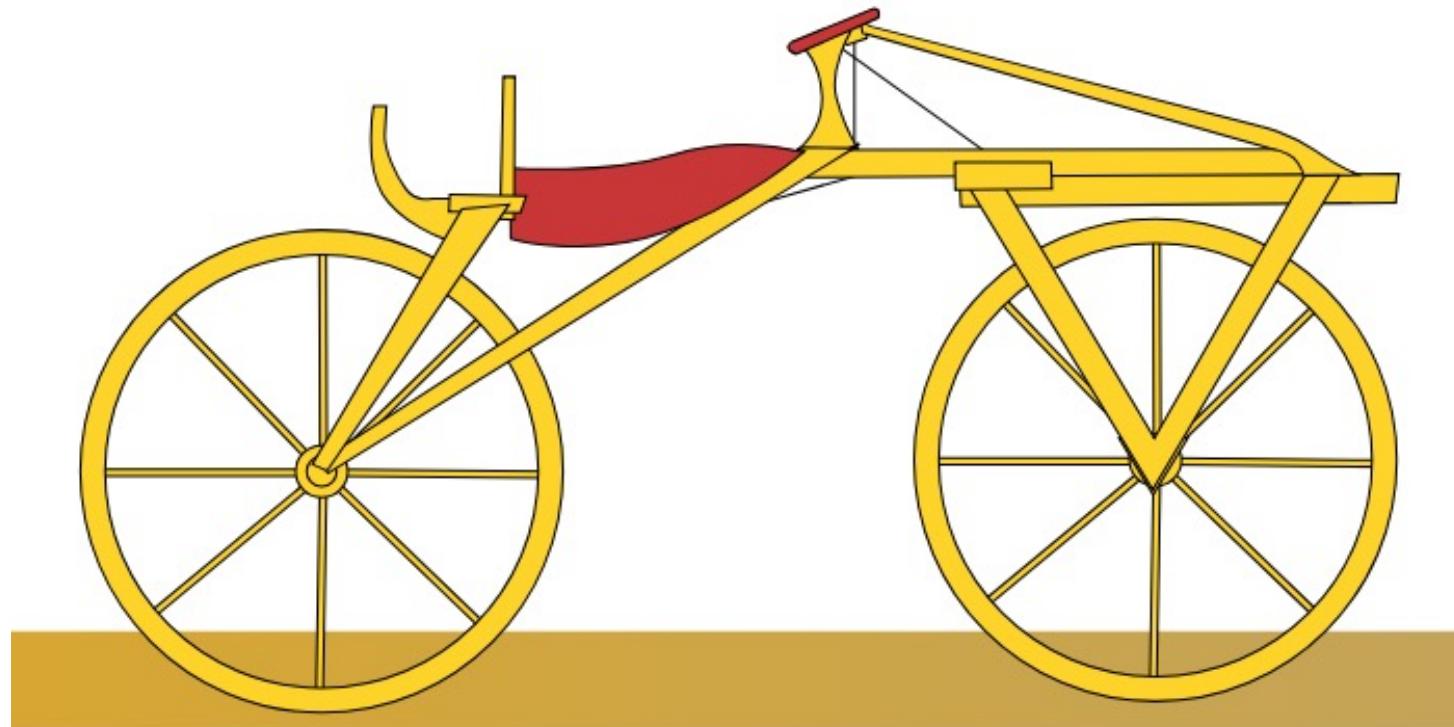


Image by Al2 on Wikipedia

Karl Freidrich Drais, 1817

# Exemple: la bicyclette

Kirkpatrick Macmillan, 1839

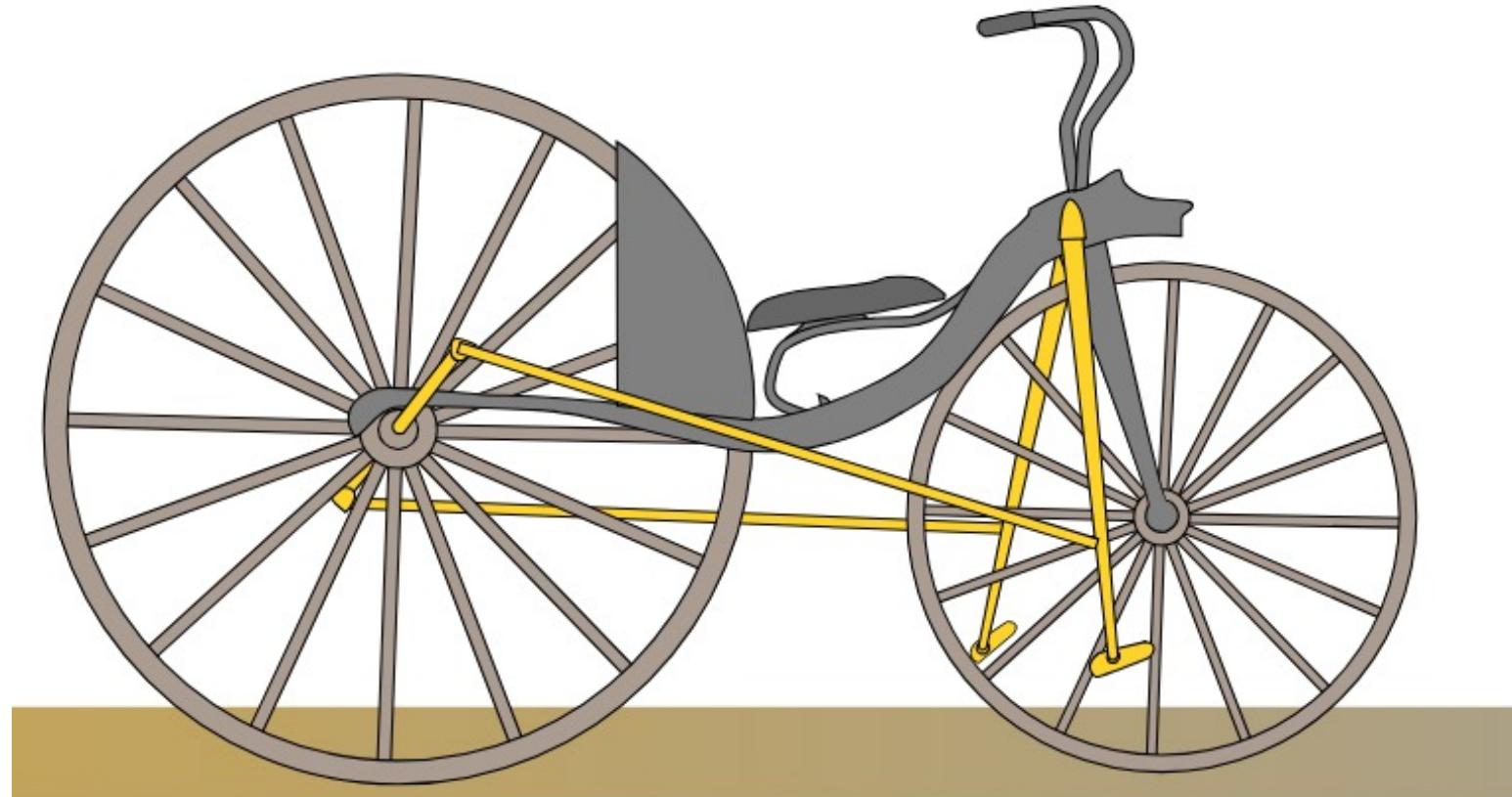
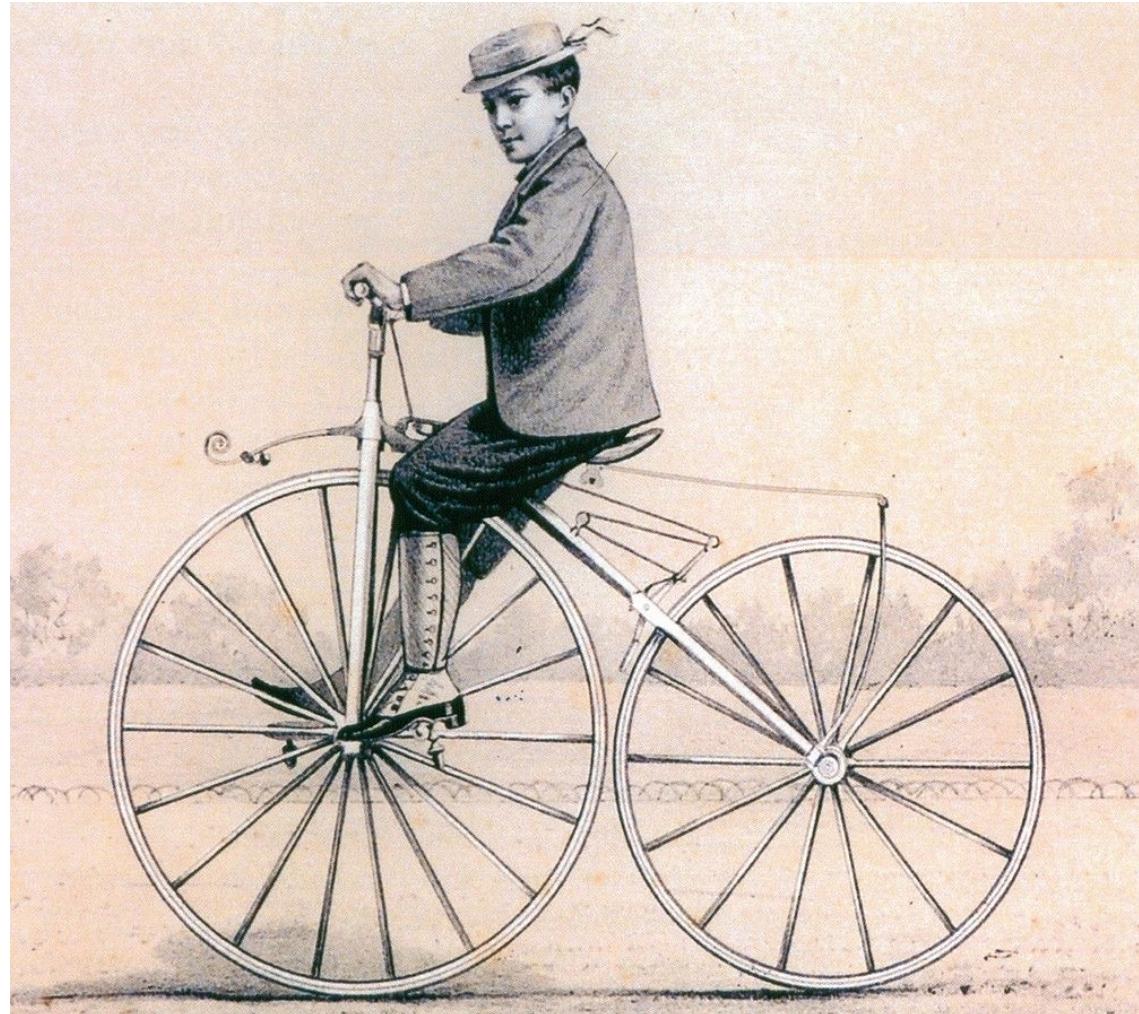


Image by AI2 on Wikipedia

# Exemple: la bicyclette

Pierre et Ernest Michaux, 1861



# Exemple: la bicyclette

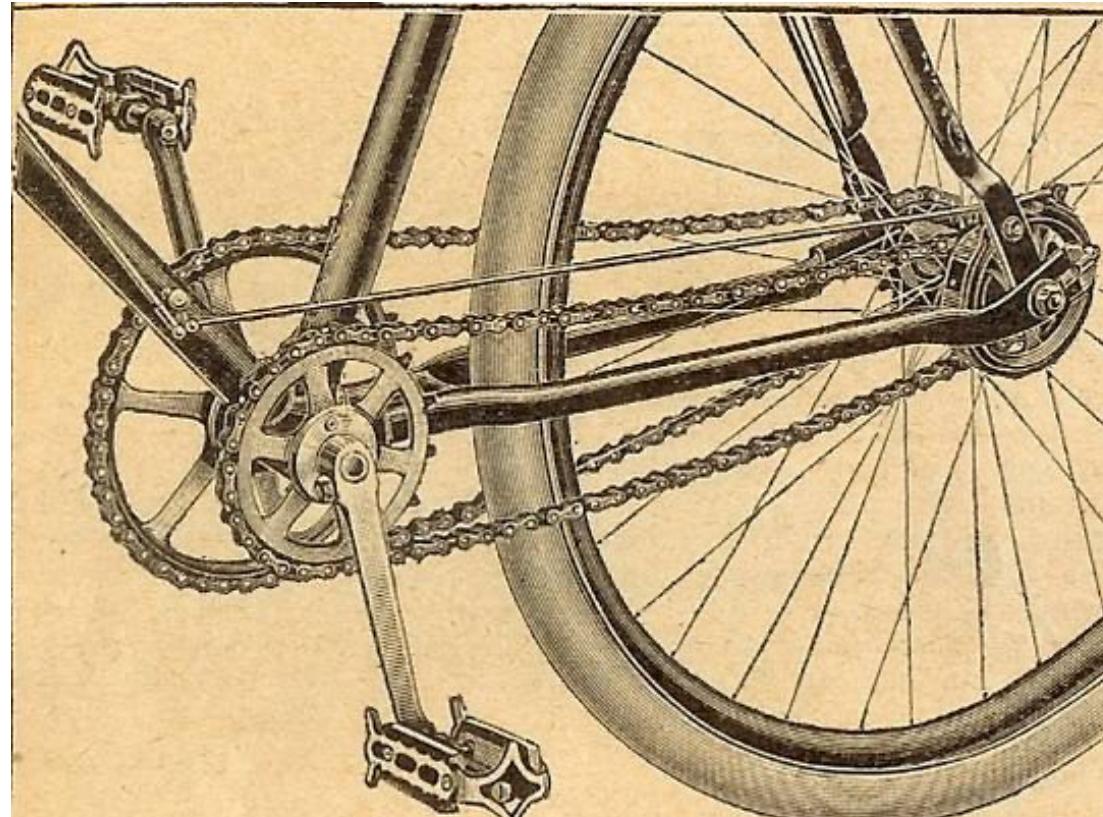
Henry John Lawson, 1876



Image by Al2 on Wikipedia

# Exemple: la bicyclette

Manufacture l'Hirondelle, 1900



BICYCLETTE "L'HIRONDELLE" à 2 VITESSES.  
*(2 Chaînes; transmission juxtaposée.)*

# Fonctions d'une transmission

« Dispositif mécanique permettant de transmettre un mouvement d'un élément à un autre. »

1. Variation de vitesse

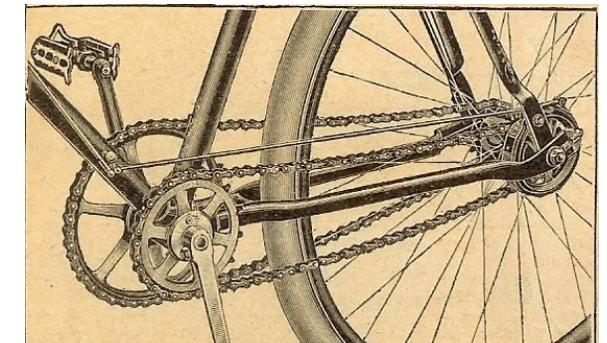
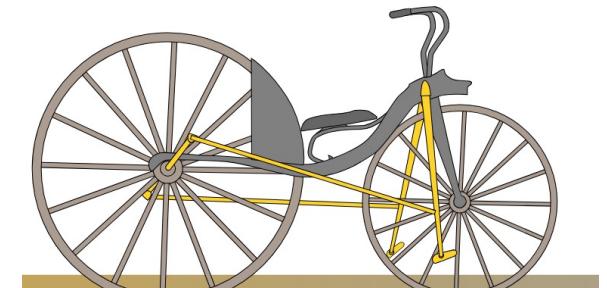
2. Variation de force/couple

3. Transformation de mouvement

- Rotation  $\leftrightarrow$  Translation
- Changement d'axe
- Continu  $\leftrightarrow$  Intermittent

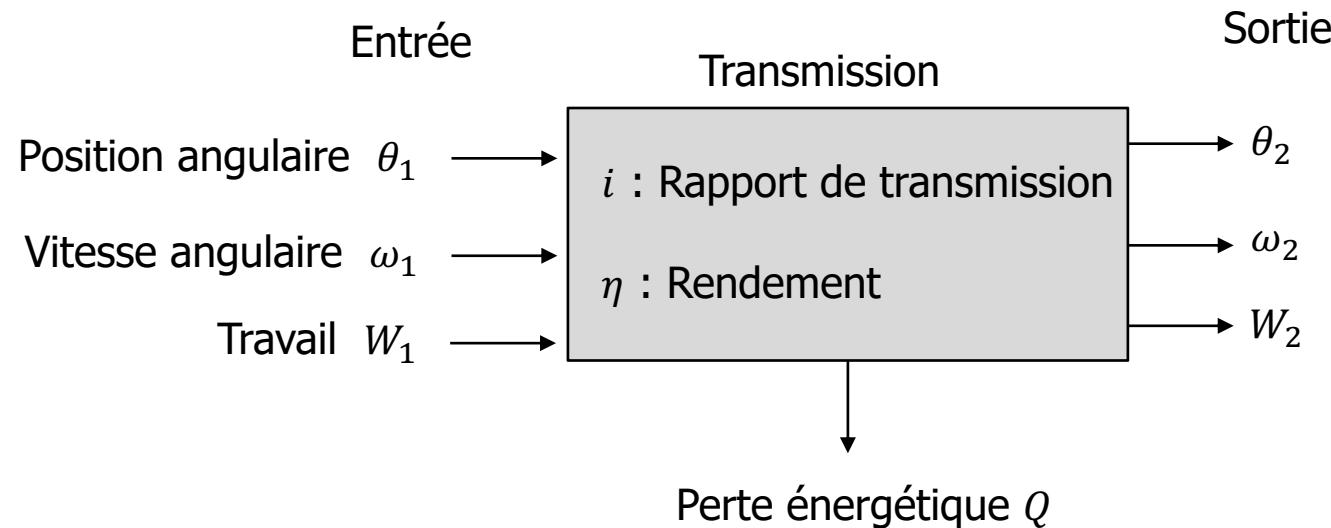
4. Transmission d'un mouvement d'un point à un autre de l'espace: accouplements

5. Réversibilité/irréversibilité



# PARTIE I : « Boîte noire »

Transmission vue comme une « boîte noire »

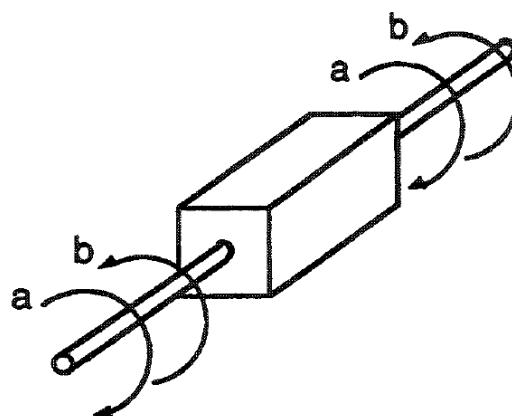
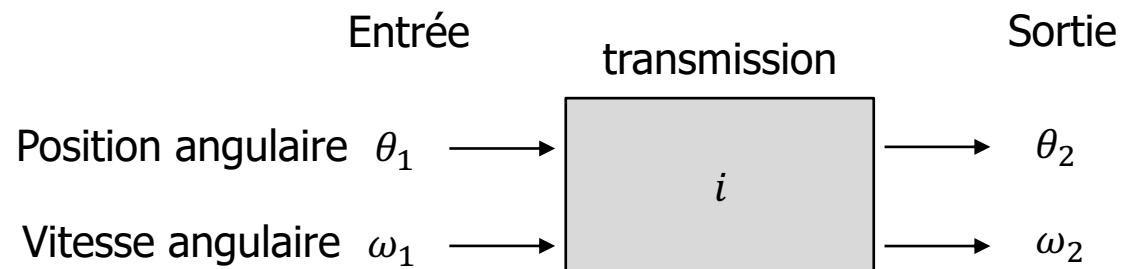


# Rapport de transmission

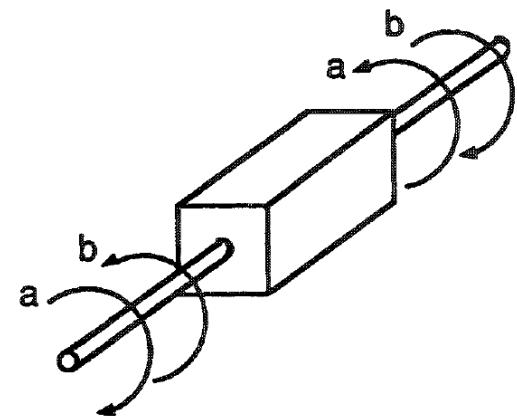
Rapport de transmission  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$

Selon la valeur du rapport de transmission, on appelle :

- |  $i$  | > 1 : réducteur de vitesse
- |  $i$  | < 1 : multiplicateur de vitesse
- |  $i$  | = 1 : transmission directe
- $i$  < 0 : inverseur de marche



les arbres tournent dans  
le même sens : i positif



les arbres tournent en sens opposé : i négatif

# Rapport de transmission

- Dépend de la géométrie de la transmission.
- Exemple 1: Engrenages

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

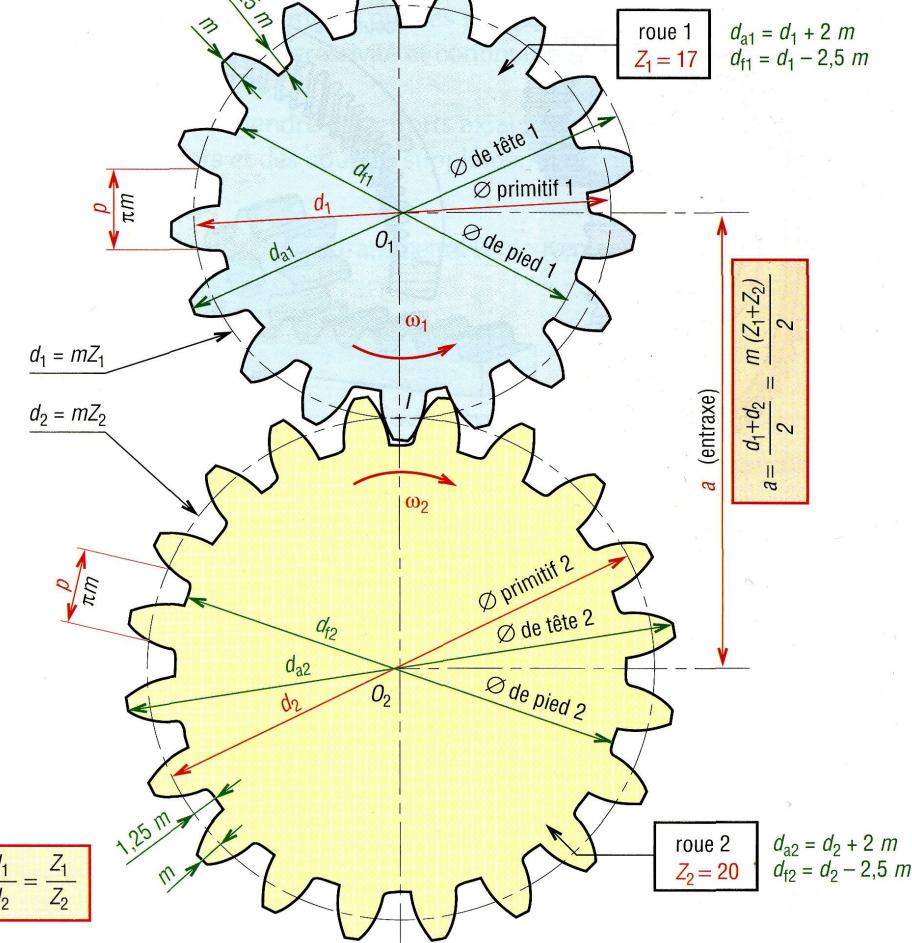
$Z_1$  = nombre de dents de la roue 1

$Z_2$  = nombre de dents de la roue 2

$d_1$  = diamètre primitif de la roue 1

$d_2$  = diamètre primitif de la roue 2

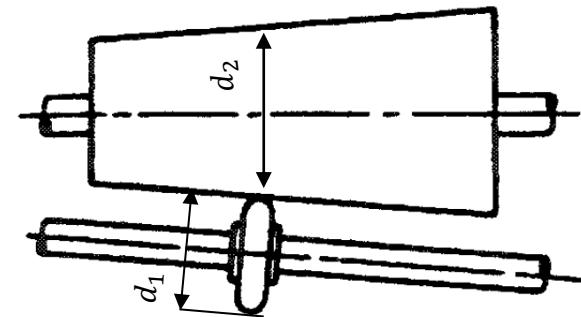
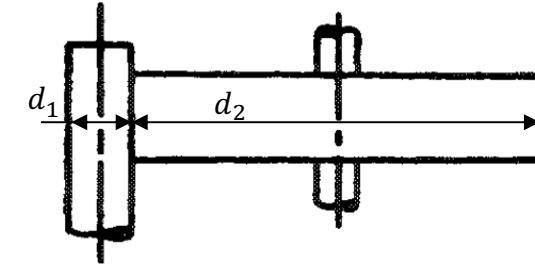
$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$$



# Rapport de transmission

Exemple 2: Transmission par friction

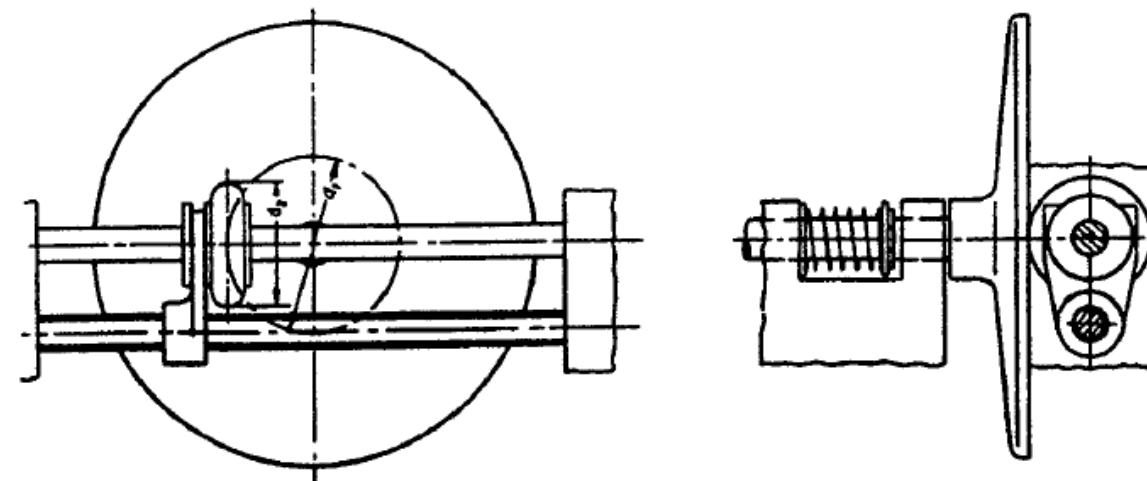
- Rapport de transmission:  $i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1}$
- Seul un couple relativement faible peut être transmis
- Détail du dimensionnement dans [Clavel, 2010]



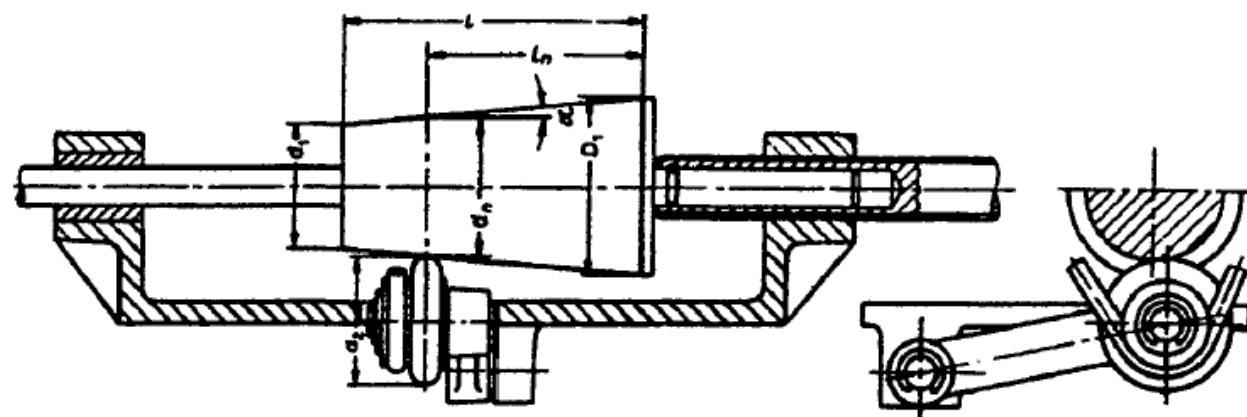
Référence: Clavel, *Composants de la Microtechnique*, 2010

# Rapport de transmission

Exemple 2: Transmission par friction → Variateurs de vitesse à friction



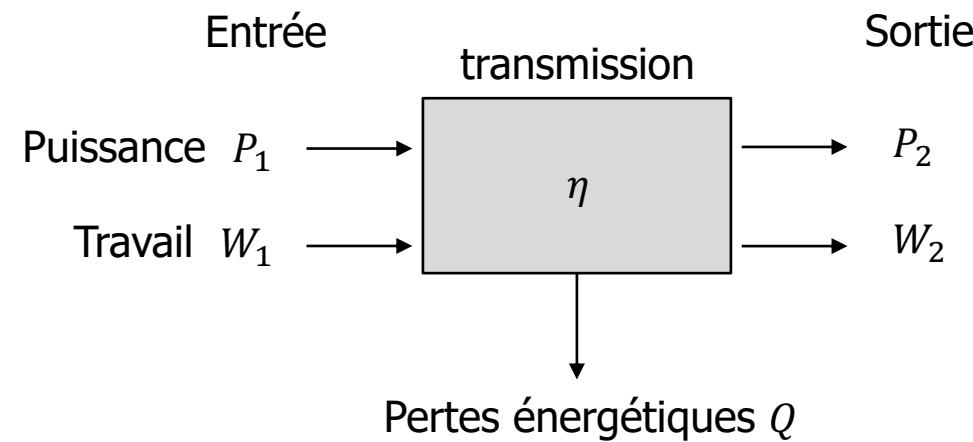
$$i = \frac{d_2}{d_1}$$



$$i = \frac{d_2}{d_n}$$

# Rendement de la transmission

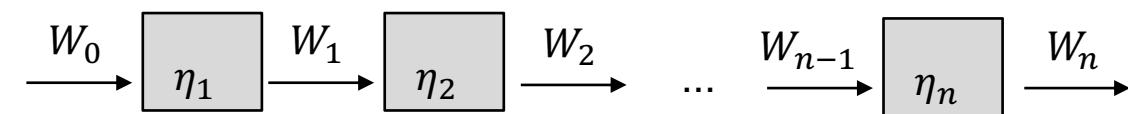
$$\text{Rendement: } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{W_2}{W_1}$$



$$\text{Pertes } Q = W_1 - W_2 = W_1(1 - \eta)$$

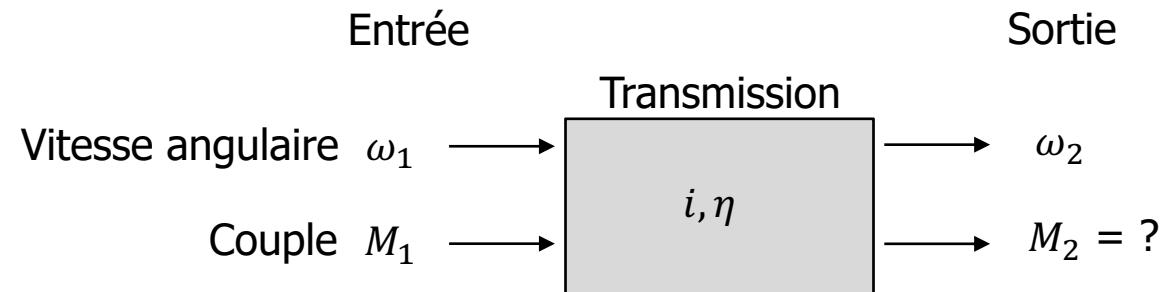
# Rendement de transmissions en série

$$\eta = \frac{W_n}{W_0} = \frac{W_n}{W_{n-1}} \cdots \frac{W_2}{W_1} \frac{W_1}{W_0} = \eta_n \cdots \eta_2 \eta_1$$



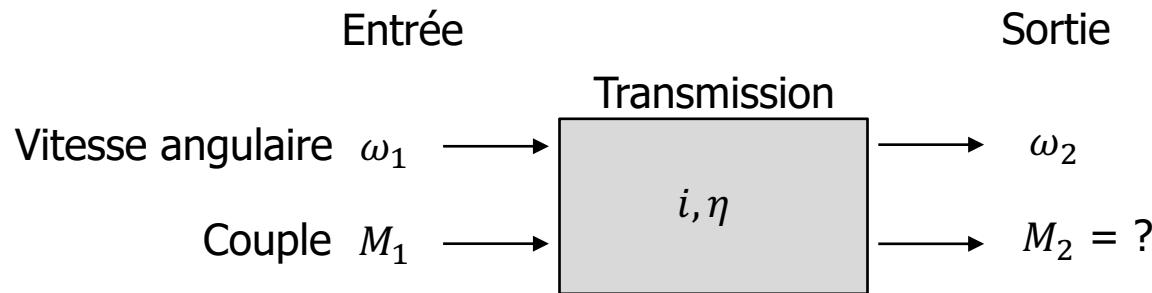
# Couple transmis

Quel est le couple  $M_2$  à la sortie?



# Couple transmis

Quel est le couple  $M_2$  à la sortie?



$$P_2 = \eta P_1$$

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1$$

$$\boxed{M_2 = \eta M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = M_1 \eta i}$$

# Inertie et couple réduits

- «Une grandeur réduite doit conférer au modèle équivalent le même comportement dynamique que la grandeur réelle au système.»
  - Georges Spinnler, Conception des machines: Principes et applications
- On se limite dans ce cours aux systèmes à 1 degré de liberté (1DDL)

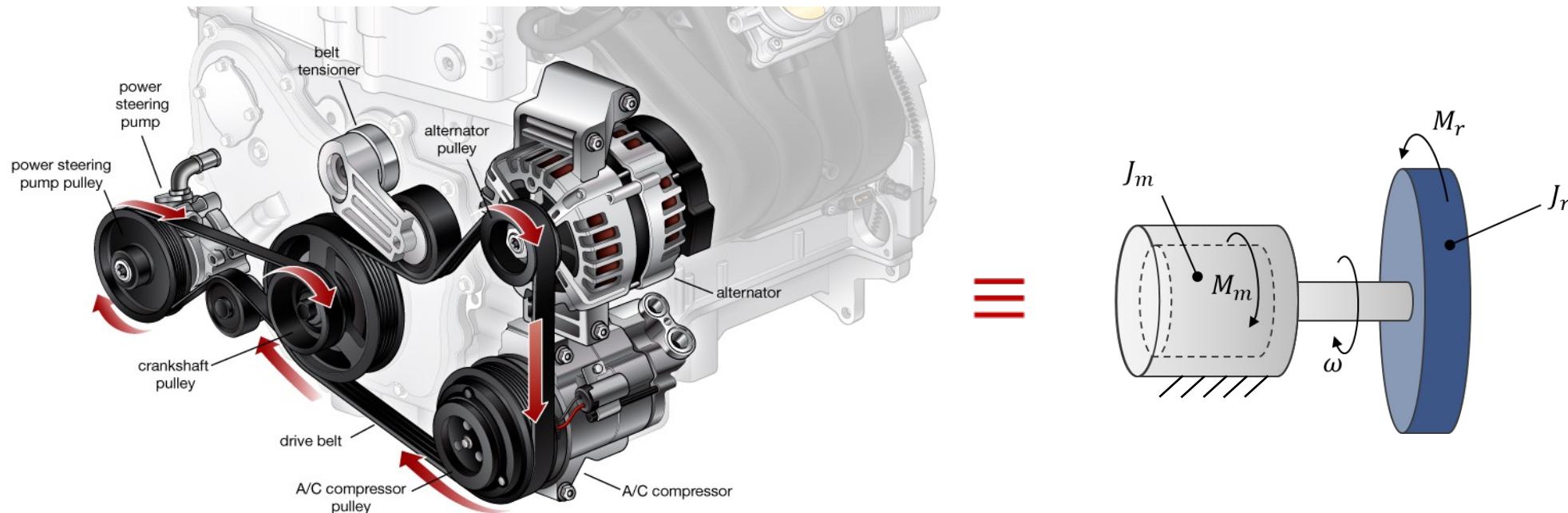
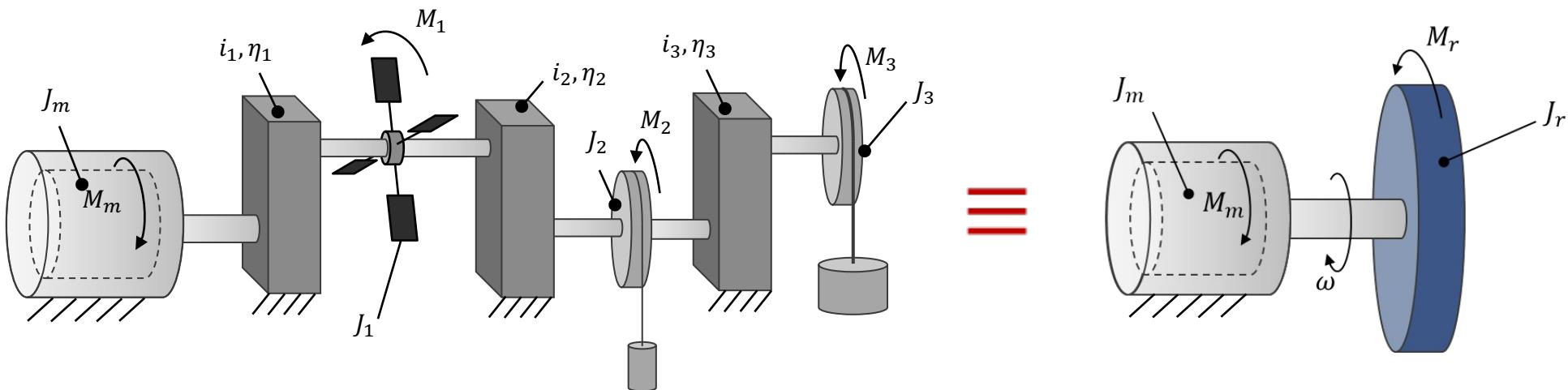


Image courtesy of ClearMechanic.com

# Objectifs

- Réduire tous les couple à un couple équivalent sur l'arbre moteur
- Réduire toutes les inerties à une inertie équivalente sur l'arbre moteur

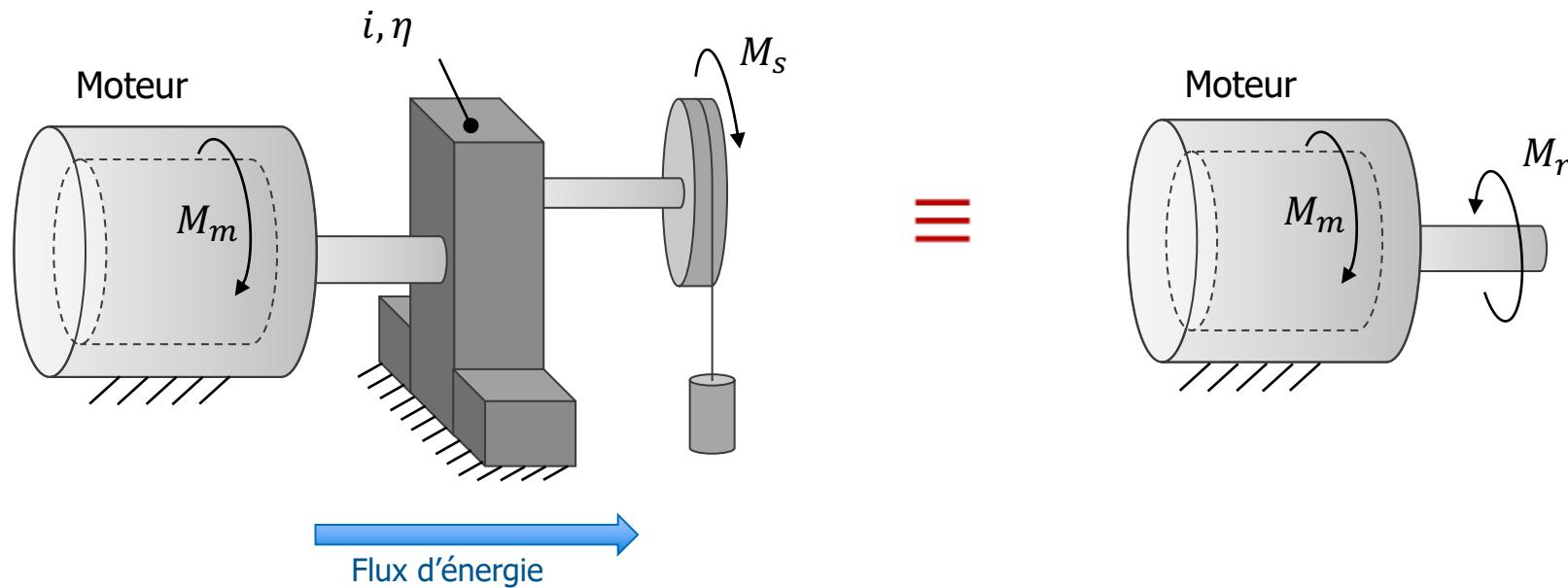


Exemples d'application

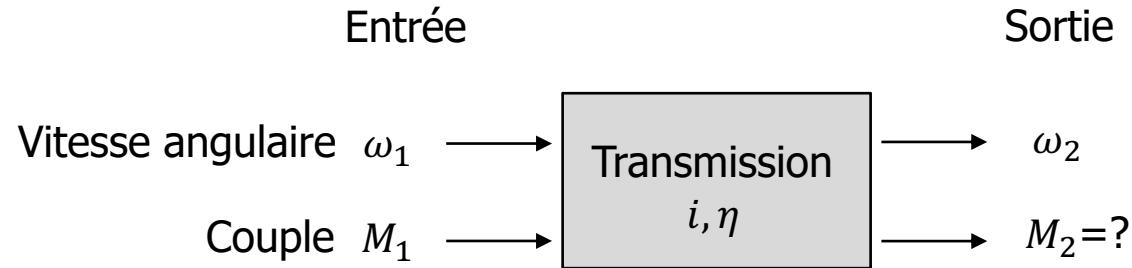
- Calculer l'accélération de l'arbre moteur
- Calculer les accélérations des autres organes
- Déterminer le rapport de réduction optimal (qui maximise l'accélération de la charge)

# Couple réduit sur un moteur

«Couple que doit fournir le moteur pour vaincre le couple  $M_s$  agissant après la transmission»



# Rappel: Couple transmis



Rappel:  $P = M\omega$

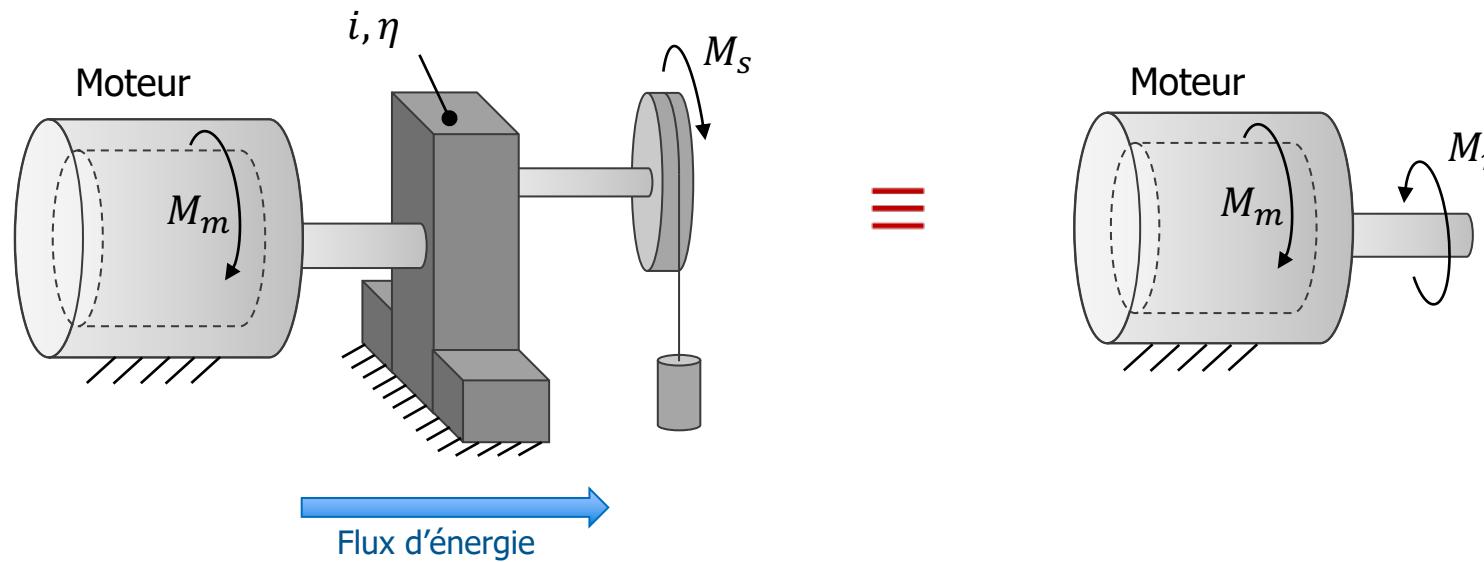
$$P_2 = \eta P_1$$

$$M_2 \omega_2 = \eta M_1 \omega_1$$

$$M_2 = \eta M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = M_1 \eta i$$

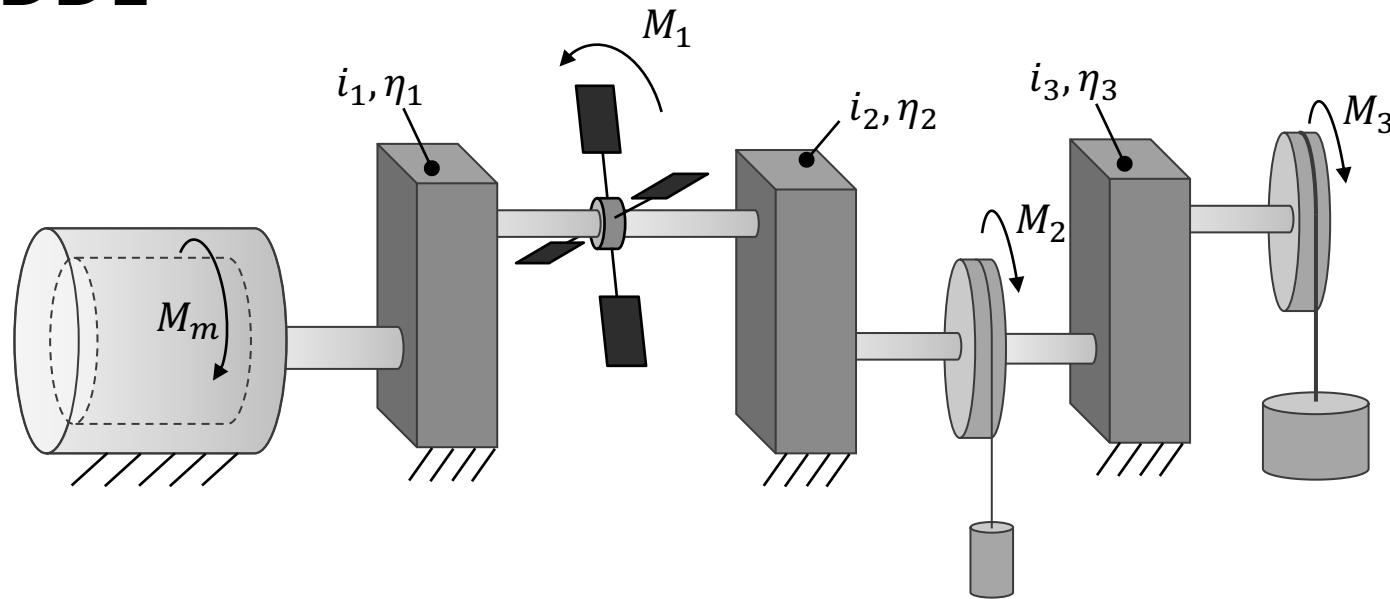
# Couple réduit sur un moteur

«Couple que doit fournir le moteur pour vaincre le couple  $M_s$  agissant après la transmission»

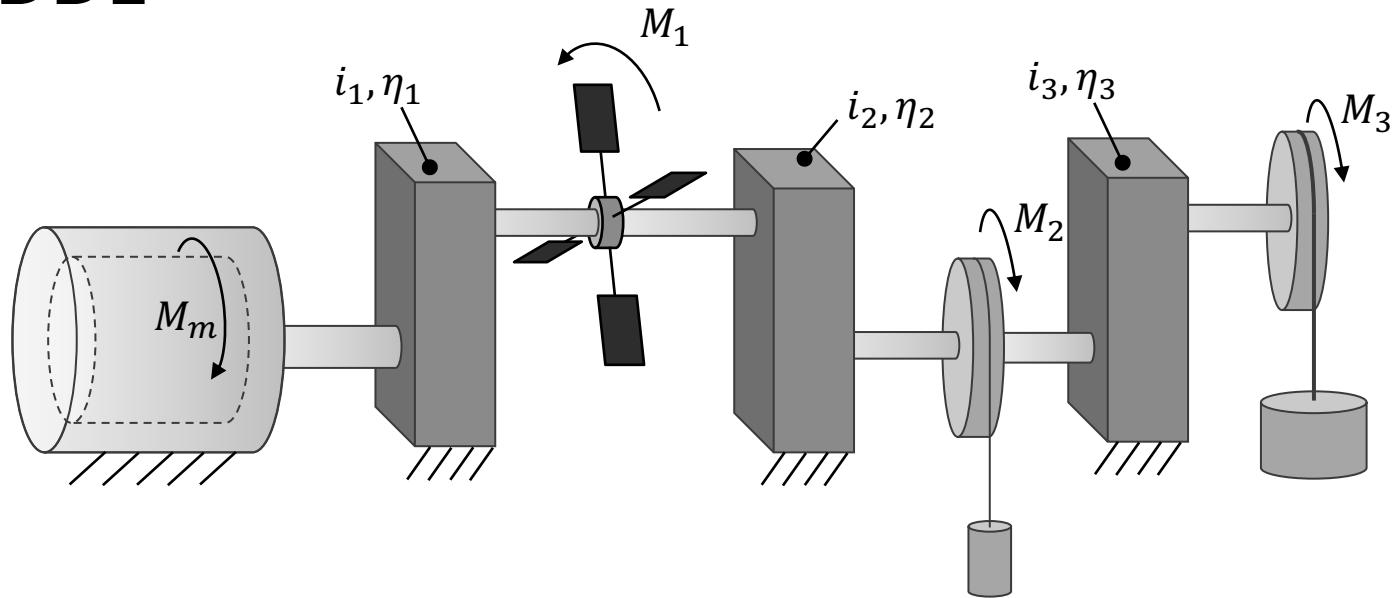


$$M_r = \frac{M_s}{i\eta}$$

# Chaîne à 1 DDL



# Chaîne à 1 DDL



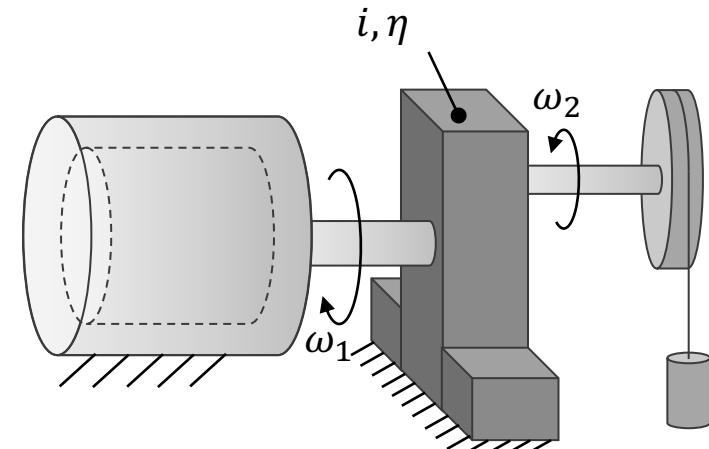
$$M_r = \frac{M_1}{i_1 \eta_1} + \frac{M_2}{i_1 i_2 \eta_1 \eta_2} + \frac{M_3}{i_1 i_2 i_3 \eta_1 \eta_2 \eta_3}$$

# Couple exporté sur le bâti: choix du sens de la transmission

- a) Si les vitesses angulaires  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont de sens opposé  
M1 et M2 s'additionnent -> couple élevé sur le bâti ☹

$$|M_{bâti}| = |M_2 + M_1|$$

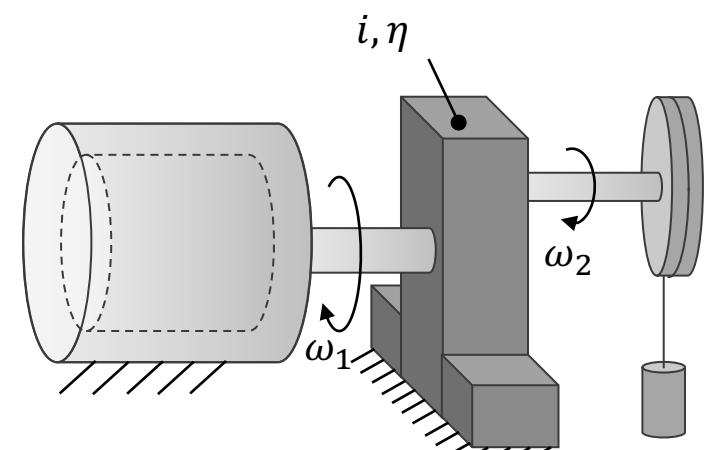
$$|M_{bâti}| = |M_1(i\eta + 1)|$$



- b) Si es vitesses angulaires  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont dans le même sens  
 $M_1$  et  $M_2$  se soustraient -> couple faible sur le bâti ☺

$$|M_{bâti}| = |M_2 - M_1|$$

$$|M_{bâti}| = |M_1(i\eta - 1)|$$

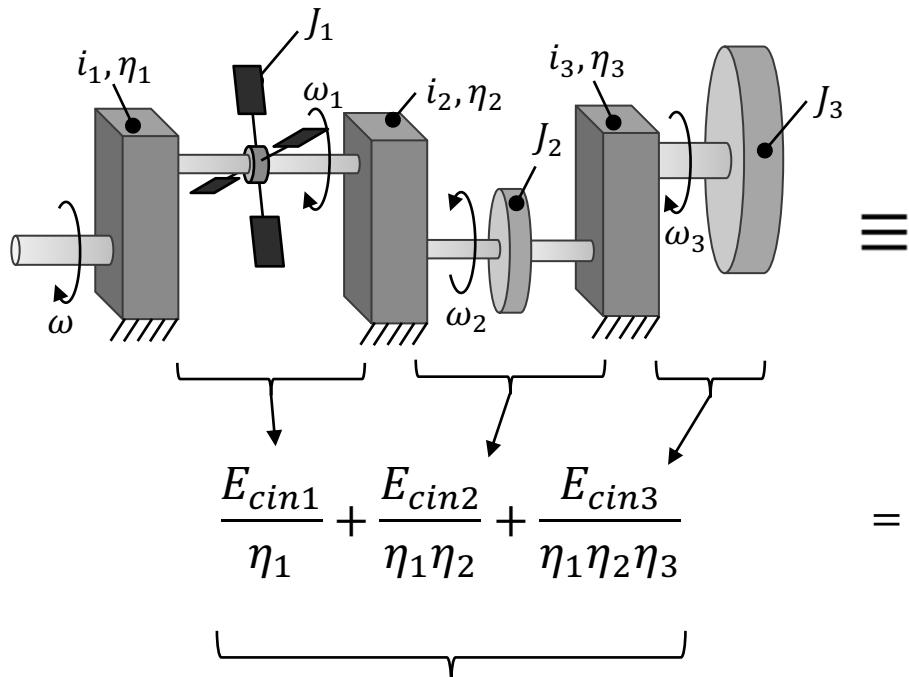


- c) Si  $i \gg 1$  alors  $M_2 \gg M_1$  et  $M_{bâti} \approx M_2$   
d) Si  $i \ll 1$  alors  $M_2 \ll M_1$  et  $M_{bâti} \approx M_1$

# Inertie réduite $J_r$

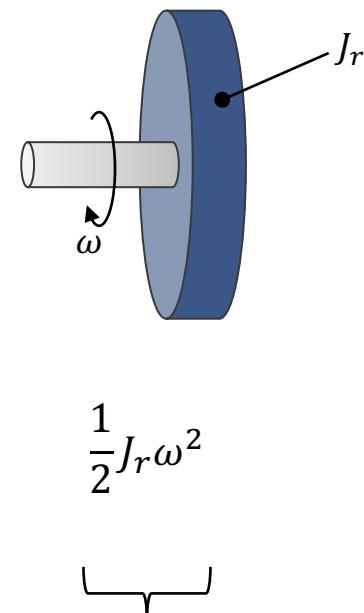
«Inertie équivalente rapportée sur l'arbre moteur.»

Energie injectée  $E_{in} \Rightarrow$  vitesse  $\omega$



Energie qu'il faut injecter dans le système pour que l'arbre sur lequel on fait la réduction tourne à une vitesse  $\omega$

Energie injectée  $E_{in} \Rightarrow$  vitesse  $\omega$

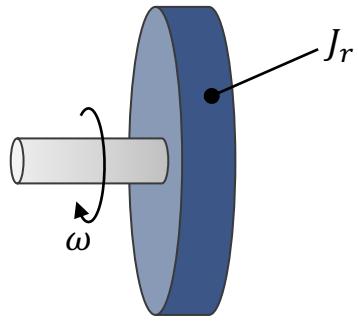


Energie cinétique de l'inertie réduite lorsque l'arbre sur lequel on fait la réduction tourne à une vitesse  $\omega$ .

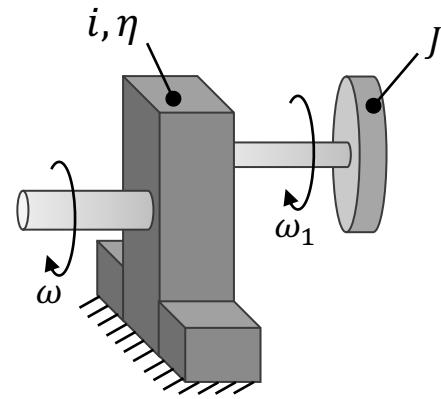
# Inertie réduite par une transmission



# Inertie réduite par une transmission



$\equiv$



$$E_{in} = \frac{1}{2} J_r \omega^2$$

$$\frac{1}{2} J_r \omega^2 = \frac{1}{\eta} \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

$$J_r = \frac{1}{\eta} J \left( \frac{\omega_1}{\omega} \right)^2$$

$$J_r = \frac{J}{\eta i^2}$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

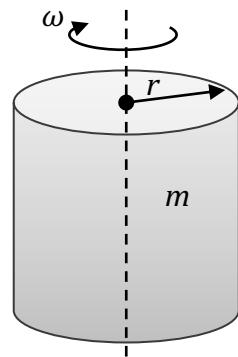
$$E_{in} = \frac{E_{cin}}{\eta} = \frac{1}{\eta} \frac{1}{2} J \omega_1^2$$

Remarque: si la transmission a sa propre inertie  $J_T$ , on obtient  $J_r = J_T + \frac{J}{\eta i^2}$

# Moment d'inertie: quelques cas particuliers

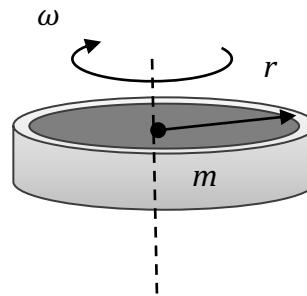
- Cylindre

$$J = \frac{1}{2}m r^2$$



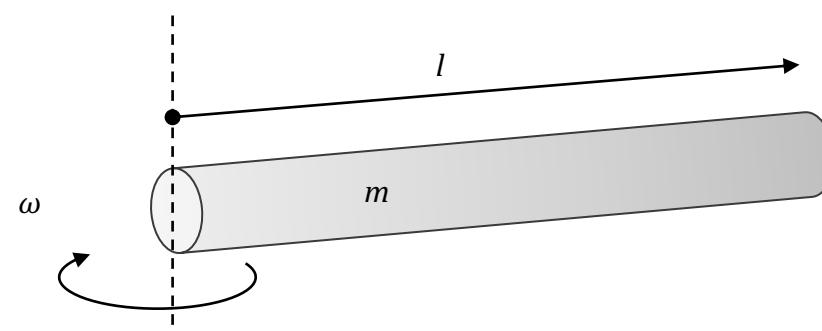
- Anneau (faible épaisseur)

$$J \cong m r^2$$



- Bras mince ( $l \gg r$ )

$$J \cong \frac{ml^2}{3}$$



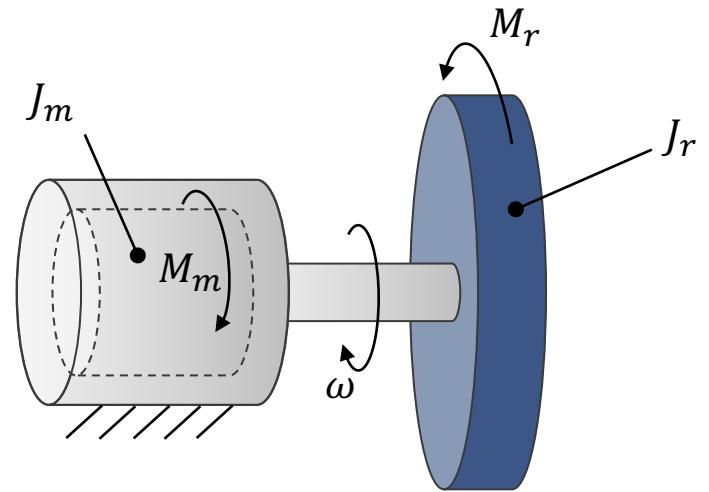
# Accélération de l'arbre moteur

Dynamique de rotation:

$$\sum_j M_j = \sum_i J_i \dot{\omega}_i$$
$$M_m - M_r = (J_m + J_r) \ddot{\omega}$$

Accélération du moteur:

$$\ddot{\omega} = \frac{M_m - M_r}{(J_m + J_r)}$$



⚠ Le moteur doit également entraîner sa propre inertie

Sachant que  $i_j = \frac{\omega}{\omega_j} = \frac{\dot{\omega}}{\dot{\omega}_j}$ , l'accélération des autres organes peut être obtenue à partir des rapports de

transmission:  $\dot{\omega}_j = \frac{\dot{\omega}}{i_j}$

# Rapport de transmission optimal

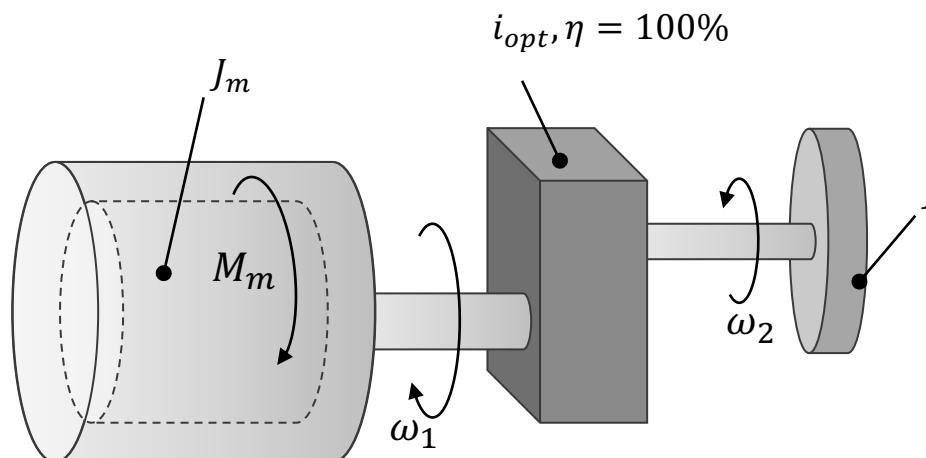
«Si le rendement est de 100%, le rapport de transmission qui maximise l'accélération de la charge est celui qui résulte en une inertie de la charge réduite sur l'arbre moteur égale à l'inertie propre du moteur.»

- La démonstration est faite dans la solution de l'exercice 7 du recueil d'exercices

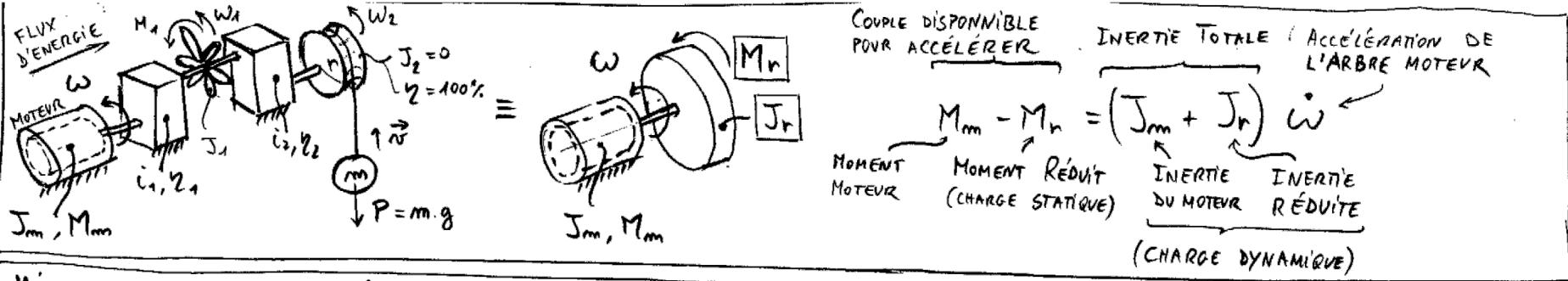
$$J_m = J_r$$

$$J_r = \frac{J}{i_{opt}^2}$$

$$\Rightarrow i_{opt} = \sqrt{\frac{J}{J_m}}$$



# Résumé rotation



1. CALCULER LE COUPLE RÉDUIT  $M_n$  SUR L'ARBRE MOTEUR
2. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE  $J_r$  SUR L'ARBRE MOTEUR
  - a. CALCULER L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TOTALE DU SYSTÈME  $E_{in}$   
CONSIDÉRER TOUS LES ORGANES MASSIFS, SAUF LE MOTEUR.
  - b. CALCULER L'ÉNERGIE  $E_{in}$  QUE DOIT INSERER LE MOTEUR AU SYSTÈME POUR QU'IL ATTEIGNE  $E_{in}$  (PRISE EN COMPTE DES PERTES)
  - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE L'ARBRE MOTEUR ( $\omega$ ) ET LES ORGANES MASSIFS ( $w_i, v_i$ )
  - d. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE À PARTIR DE SA DÉFINITION:  $\frac{1}{2} J_r \omega^2 = E_{in}$
3. CALCULER L'ACCELÉRATION  $\dot{\omega}$  DE L'ARBRE MOTEUR À PARTIR DE LA RELATION  $M_m - M_n = (J_m + J_r) \dot{\omega}$
4. CALCULER ÉVENTUELLEMENT L'ACCELÉRATION DES AUTRES ORGANES AVEC LES RELATIONS DU POINT 2c.

EXEMPLE :

$$1. M_r = \frac{M_1}{i_1 z_1} + \frac{m g n}{i_1 i_2 z_1 z_2} \quad (\text{CHARGE STATIQUE})$$

$$2a. E_{in} = \frac{1}{2} J_1 w_1^2 + \frac{1}{2} m n^2$$

$$2b. E_{in} = \frac{1}{2} J_1 \omega^2 \frac{1}{z_1} + \frac{1}{2} m n^2 \frac{1}{z_1 z_2} \quad ①$$

$$2c. w_1 = \frac{\omega}{i_1} \quad ②$$

$$v = w_2 \cdot r = \frac{w_1}{i_2} \cdot r = \frac{\omega}{i_1 i_2} r \quad ③$$

$$2d. \frac{1}{2} J_r \omega^2 = \frac{1}{2} J_1 \frac{w_1^2}{i_1^2} \frac{1}{z_1} + \frac{1}{2} m \frac{w_1^2}{i_1^2 i_2^2} r^2 \frac{1}{z_1 z_2} \quad ④$$

$$J_r = \frac{J_1}{i_1^2 z_1} + \frac{m n^2}{i_1^2 i_2^2 z_1 z_2} \quad (\text{CHARGE DYNAMIQUE})$$

$$3. \dot{\omega} = \frac{M_m - M_n}{J_m + J_r}$$

$$4. \dot{w}_1 = \frac{\dot{\omega}}{i_1}; \dot{v} = \frac{\dot{\omega}}{i_1 i_2} r$$

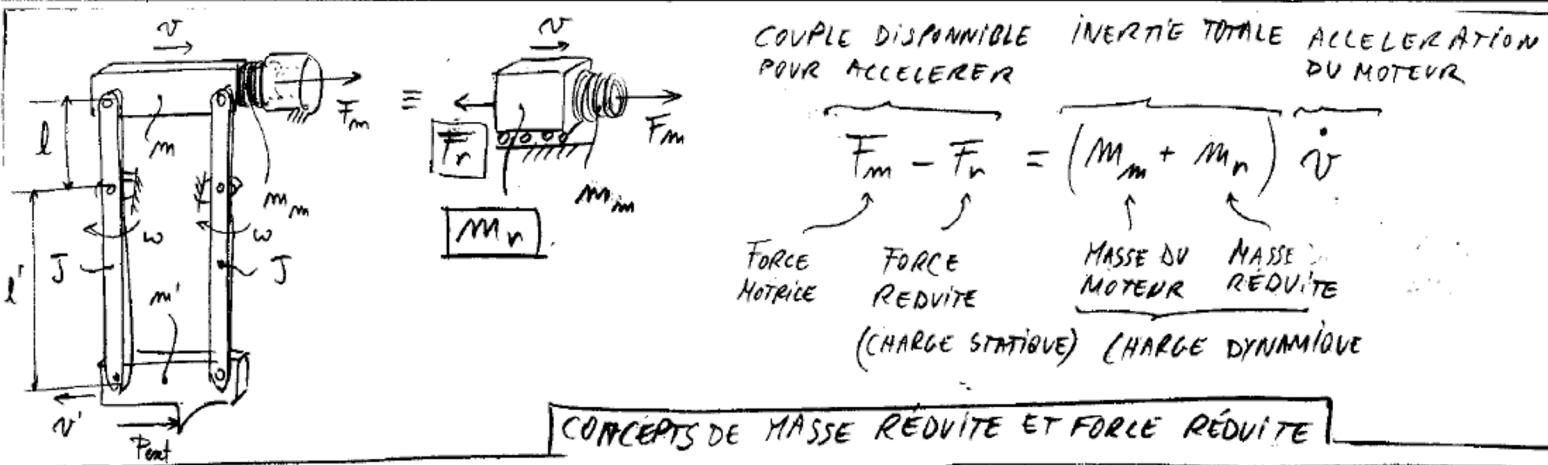
S. HENEIN, NOV 2012

# Translations

Raisonnement analogue pour les translations

Rotation	Translation
Couple réduit $M_r$	Force réduite $F_r$
Inertie réduite $J_r$	Masse réduite $m_r$
Energie cinétique: $\frac{1}{2}J_r\omega^2$	Energie cinétique: $\frac{1}{2}m_r\nu^2$
Dynamique: $\sum_j M_j = \sum_i J_i \dot{\omega}_i$	Dynamique: $\sum_j F_j = \sum_i m_i \dot{v}_i$

# Résumé translation



## CONCEPTS DE MASSE REDUITE ET FORCE REDUITE

### CALCUL DE L'ACCELERATION DU SYSTEME

1. CALCULER LA FORCE EXTERIEURE REDUITE  $F_r$
2. CALCULER LA MASSE REDUITE SUR LE MOTEUR  $M_n$ 
  - a. CALCULER L'ENERGIE CINETIQUE DU SYSTEME  $E_{kin}$   
(CONSIDERER TOUS LES ORGANES SAUF LE MOTEUR)
  - b. PRENDRE EN COMPTE LES PERTES : CALCULER L'ENERGIE  $E_{in}$  QUE DOIT INJECTER LE MOTEUR POUR ATTEINDRE  $E_{kin}$ .
  - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE LE MOTEUR ET LES AUTRES ORGANES
  - d. CALCULER LA MASSE REDUITE A PARTIR DE SA DEFINITION:  $\frac{1}{2} M_n v^2 = E_{in}$

3. CALCULER L'ACCELERATION  $\dot{v}$  DU MOTEUR A PARTIR DE LA RELATION  $F_m - F_r = (M_m + M_n) \ddot{\omega}$
4. CALCULER SI NECESSAIRE L'ACCELERATION DES AUTRES ORGANES AU MOYEN DE 2. c

### EXEMPLE

$$1. \Sigma M = 0 \Rightarrow P \cdot l' = F_r \cdot l \Rightarrow F_r = P \cdot \frac{l'}{l}$$

charge statique

$$2.a \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m N^2 + \frac{1}{2} m' v'^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} J w^2$$

2.b  $E_{in} = E_{kin}$  car rendement 100% dans cet exemple

$$2.c \quad v = w l \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} w = \frac{v}{l} \\ v' = w l' \Rightarrow \frac{v}{l} = \frac{v'}{l'} \Rightarrow v' = v \frac{l'}{l} \end{array} \right.$$

$$2.d \quad \frac{1}{2} M_n v^2 = \frac{1}{2} m N^2 + \frac{1}{2} m' v'^2 \left( \frac{l'}{l} \right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} J \left( \frac{v}{l} \right)^2$$

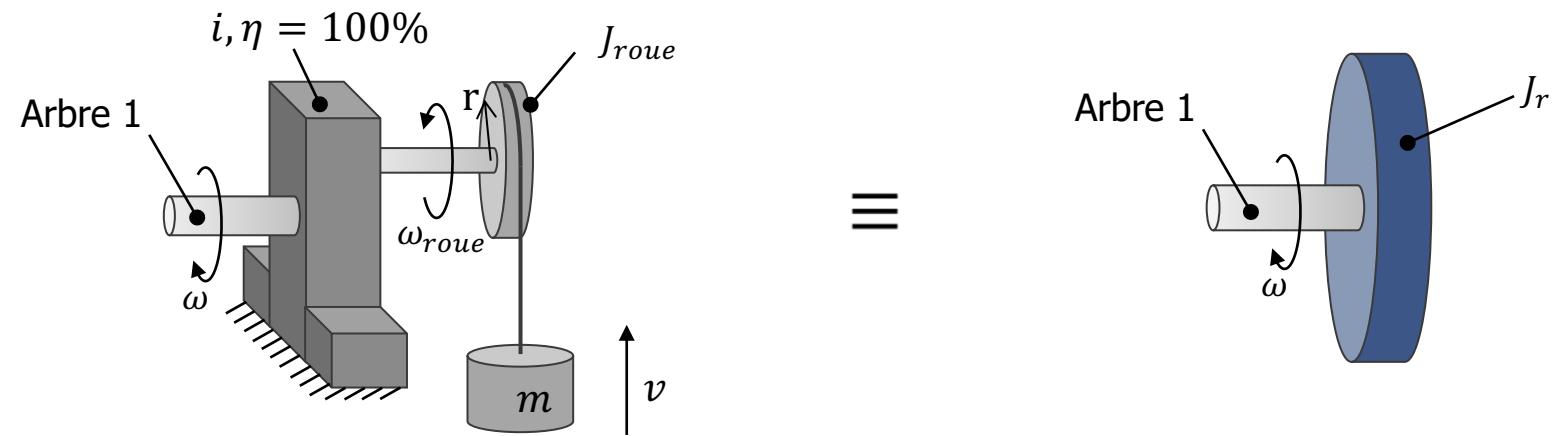
$$M_n = m + m' \left( \frac{l}{l'} \right)^2 + 2 J \left( \frac{v}{l} \right)^2$$

$$3. \dot{v} = \frac{F_m - F_r}{M_m + M_n}$$

$$4. \dot{v}' = \dot{v} \frac{l'}{l}; \quad \dot{\omega} = \frac{\dot{v}}{l}$$

S. Henein, 12.3.13

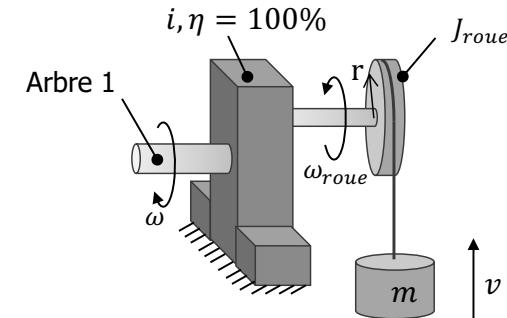
# Exemple 1: Calculer le couple et l'inertie réduits sur l'arbre 1



# Exemple 1: Calculer le couple et l'inertie réduits sur l'arbre 1

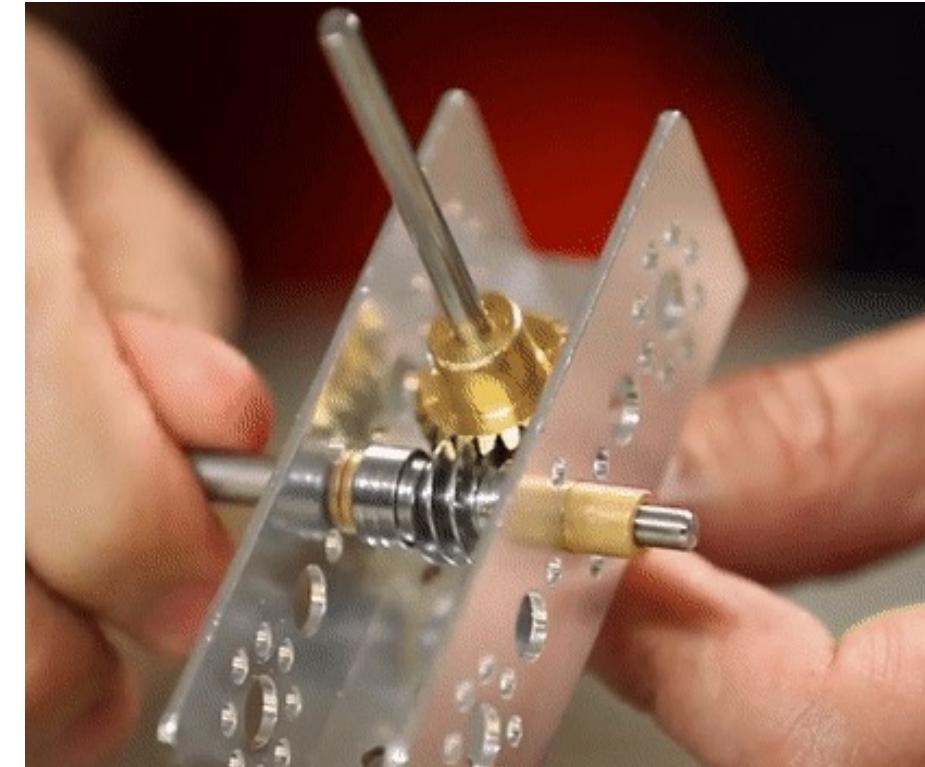
MÉTHODE DE CALCUL DE L'ACCÉLÉRATION D'UN SYSTÈME  
AVEC INERTIES ET CHARGES STATIQUES EXTERNES

1. CALCULER LE COUPLE RÉDUIT  $M_n$  SUR L'ARBRE MOTEUR
2. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE  $J_r$  SUR L'ARBRE MOTEUR
  - a. CALCULER L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TOTALE DU SYSTÈME  $E_{cin}$   
CONSIDÉRER TOUS LES ORGANES MASSIFS, SAUF LE MOTEUR.
  - b. CALCULER L'ÉNERGIE  $E_{in}$  QUE DOIT INJECTER LE MOTEUR  
AU SYSTÈME POUR QU'IL ATTEIGNE  $E_{cin}$  (PRISE EN COMPTE DES PERTES)
  - c. TROUVER LES RELATIONS DE VITESSE ENTRE L'ARBRE MOTEUR ( $\omega$ ) ET LES ORGANES MASSIFS ( $\omega_i, \nu_i$ )
  - d. CALCULER L'INERTIE RÉDUITE A PARTIR DE SA DÉFINITION: 
$$\frac{1}{2} J_r \omega^2 = E_{in}$$
3. CALCULER L'ACCÉLÉRATION  $\ddot{\omega}$  DE L'ARBRE MOTEUR  
À PARTIR DE LA RELATION  $M_m - M_f = (J_m + J_r) \ddot{\omega}$
4. CALCULER ÉVENTUELLEMENT L'ACCÉLÉRATION DES AUTRES ORGANES AVEC LES RELATIONS DU POINT 2c.



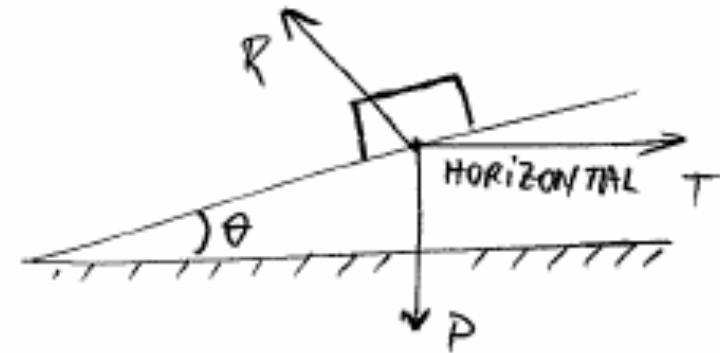
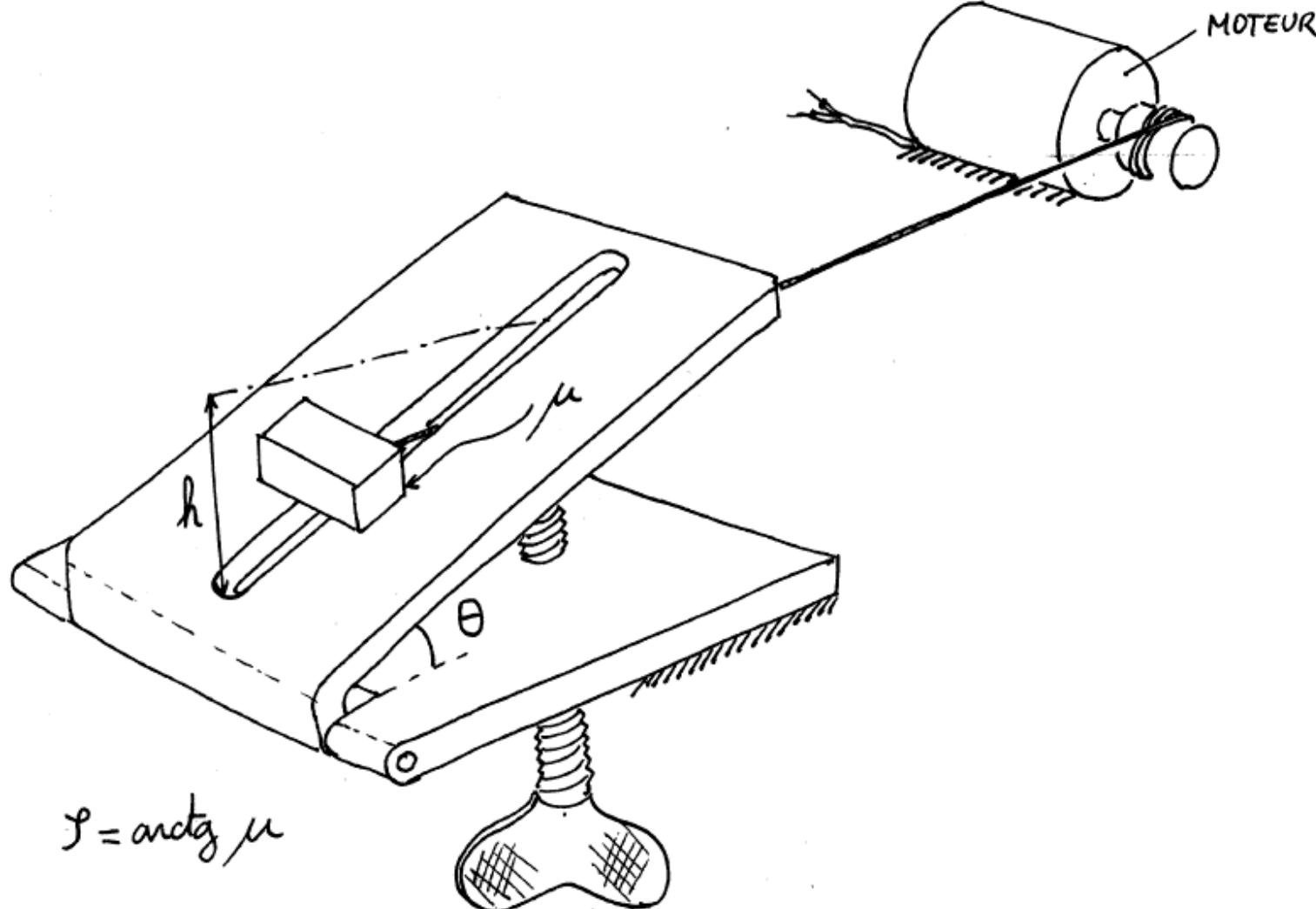
# Irréversibilité

- Un système est dit irréversible si l'énergie ne peut y circuler que dans un seul sens.
- Les systèmes à vis-écrou lisses (a) ou vis tangente et couronne (b) peuvent présenter cette propriété.
- Un mécanisme irréversible basé sur le frottement a un rendement inférieur à 0.5 dans son sens normal d'utilisation, et arc-boute (blocage) dans le sens opposé



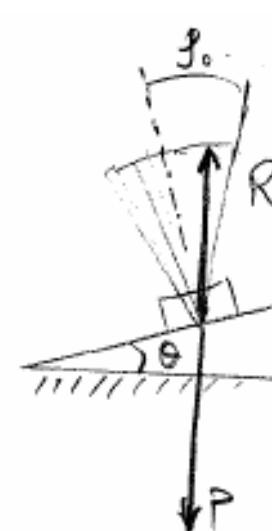
<https://youtu.be/jMhY5OE8E5M>

# Rendement du plan incliné et irréversibilité



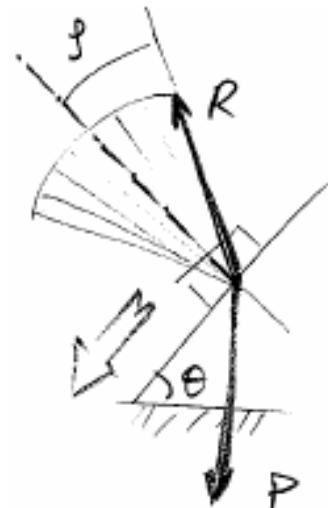
$T = P \cdot \tan(\theta + \vartheta)$  : MONTÉE / AUFWÄRTS

$T = P \cdot \tan(\theta - \vartheta)$  : DESCENTE / ABWÄRTS



$\theta < \vartheta_0$   
 $\vartheta_0 = \arctan h_0$

Irréversible



$\theta > \vartheta$   
 $\vartheta = \arctan \mu$

Réversible

# Rendement du plan incliné

Rendement / Wirkungsgrad :

MONTÉE AUFWÄRTS

$$\eta = \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \varphi)}$$

DESCENTE ABWÄRTS

$$\eta = \frac{\tan(\theta - \varphi)}{\tan \theta}$$

Limites de réversibilité / Reversibilitätsgrenzen :

$$\varphi < \theta < 90^\circ - \varphi$$

$$\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu^2$$

$$\eta = 0$$

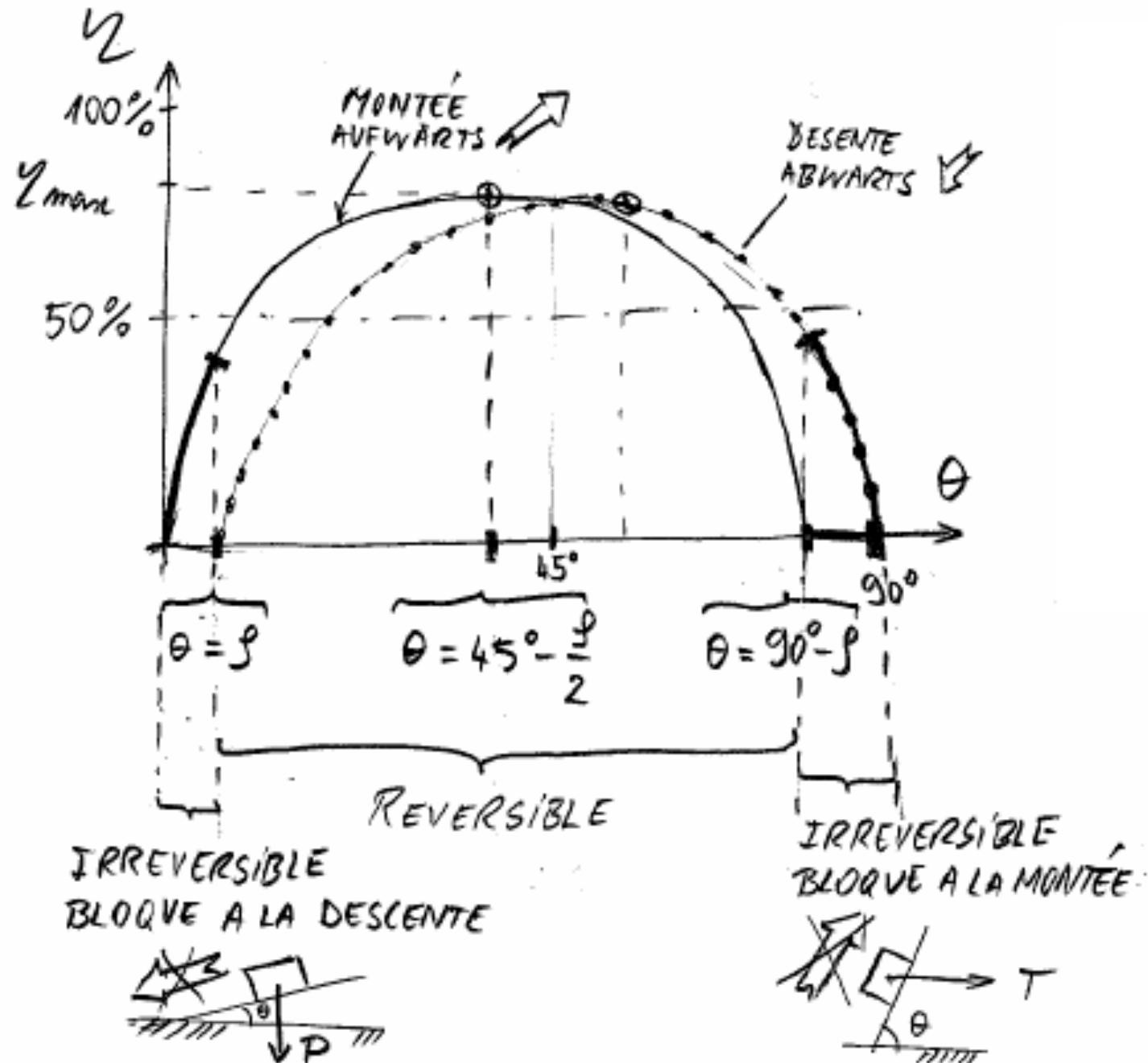
MONTÉE AUFWÄRTS

$$\eta = 0$$

$$\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \mu^2$$

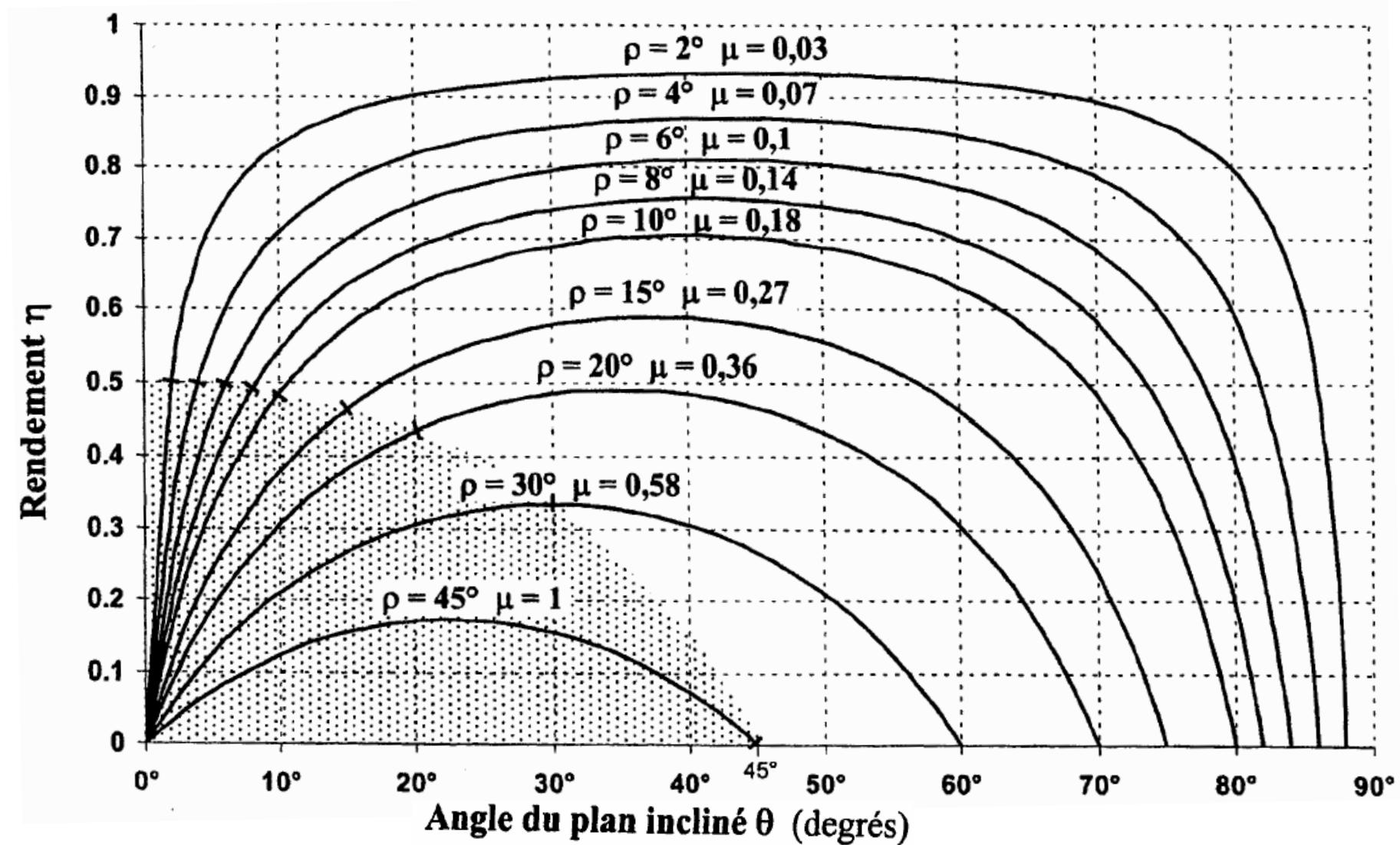
DESCENTE ABWÄRTS

$$\eta \leq 50\%$$



# Rendement du plan incliné

Force de traction horizontale ( $\beta=0$ ), à la montée / Zugkraft Horizontal ( $\beta=0$ ), Aufwärts-Bewegung

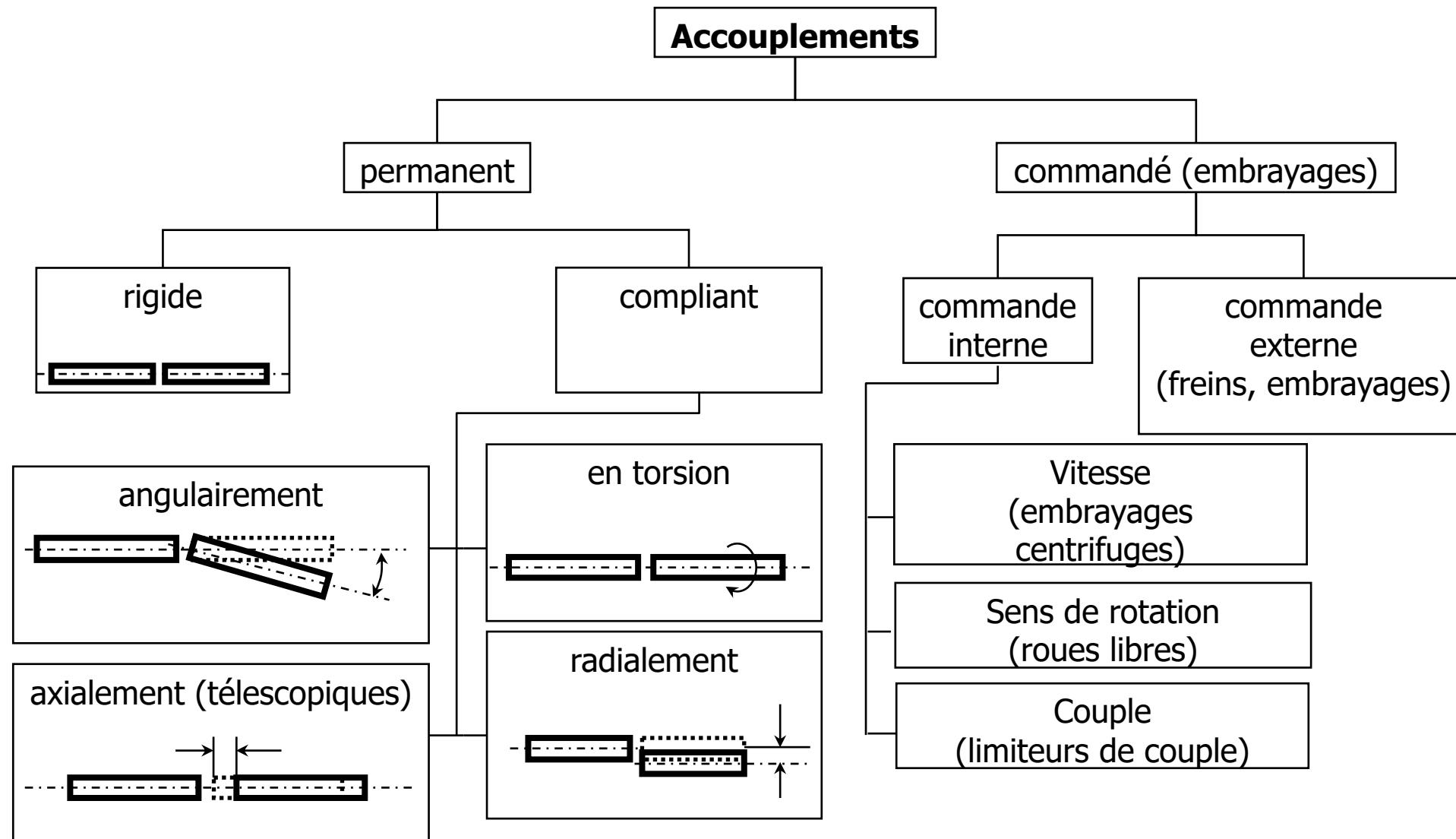


Domaine réversible :  $\theta > \rho$   
 Limite de réversibilité :  $\theta = \rho$   
 Domaine irréversible :  $\theta < \rho$

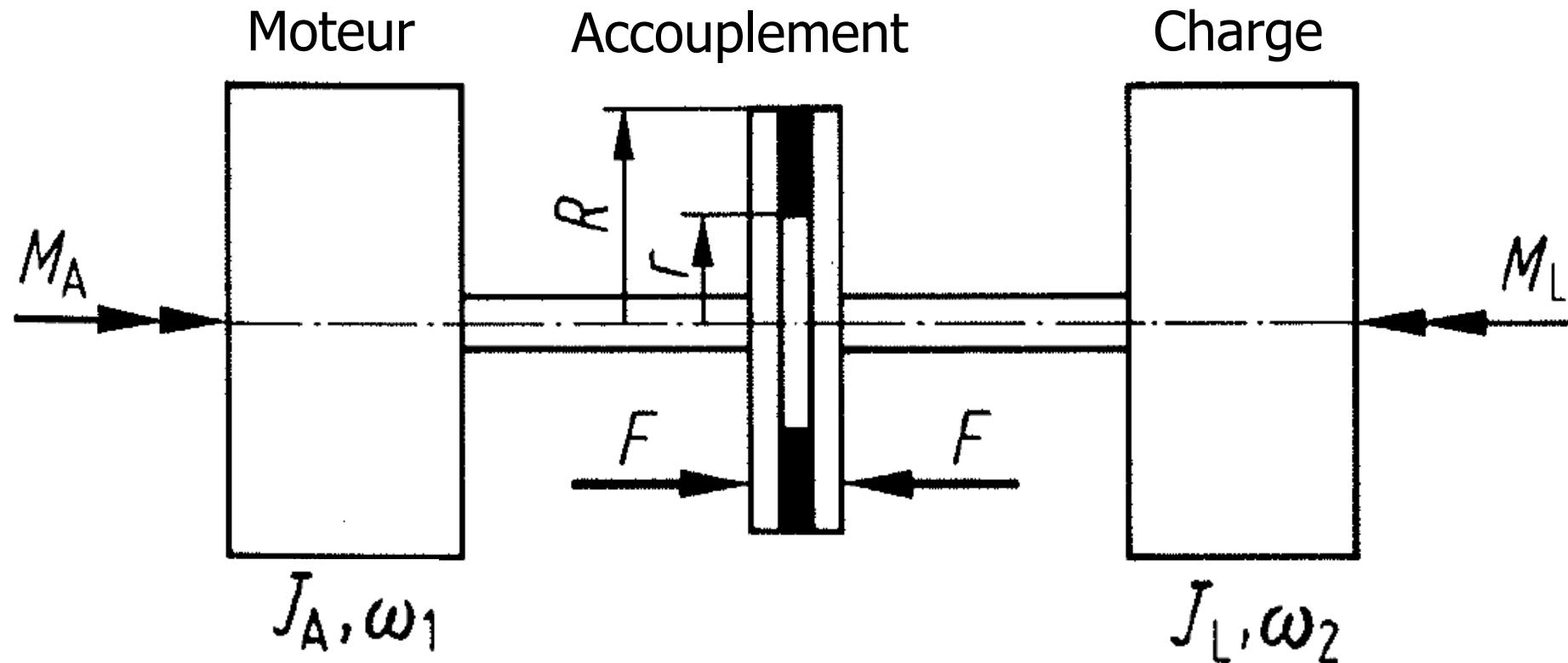
Rendement du plan incliné

$$\eta = \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \rho)}$$

# PARTIE II : Accouplements



# Concept d'accouplement



- Accouplement couplé ou découplé, on a toujours  $M_A = M_L$
- Couplé:  $\omega_2$  tend vers  $\omega_1$ ; Vitesse de glissement:  $s = (\omega_1 - \omega_2)/\omega_1$
- Découplé:  $\omega_2$  indépendant de  $\omega_1$

# Accouplements rigides

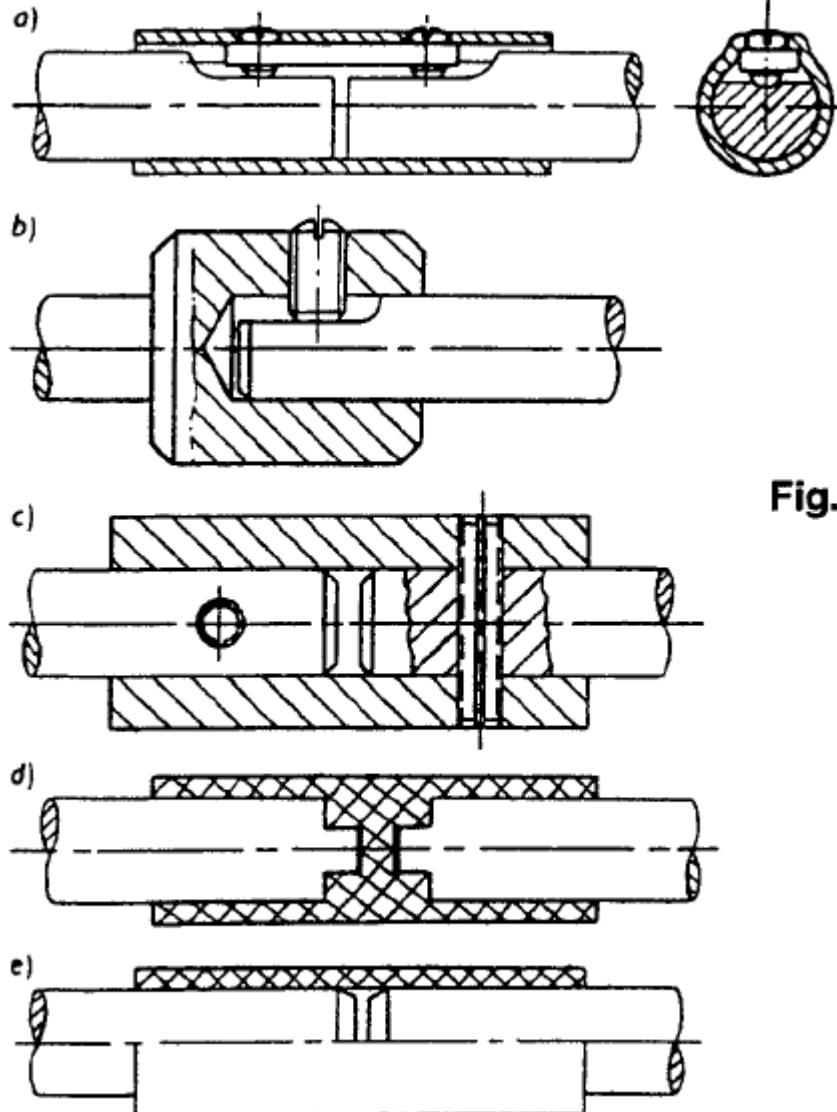
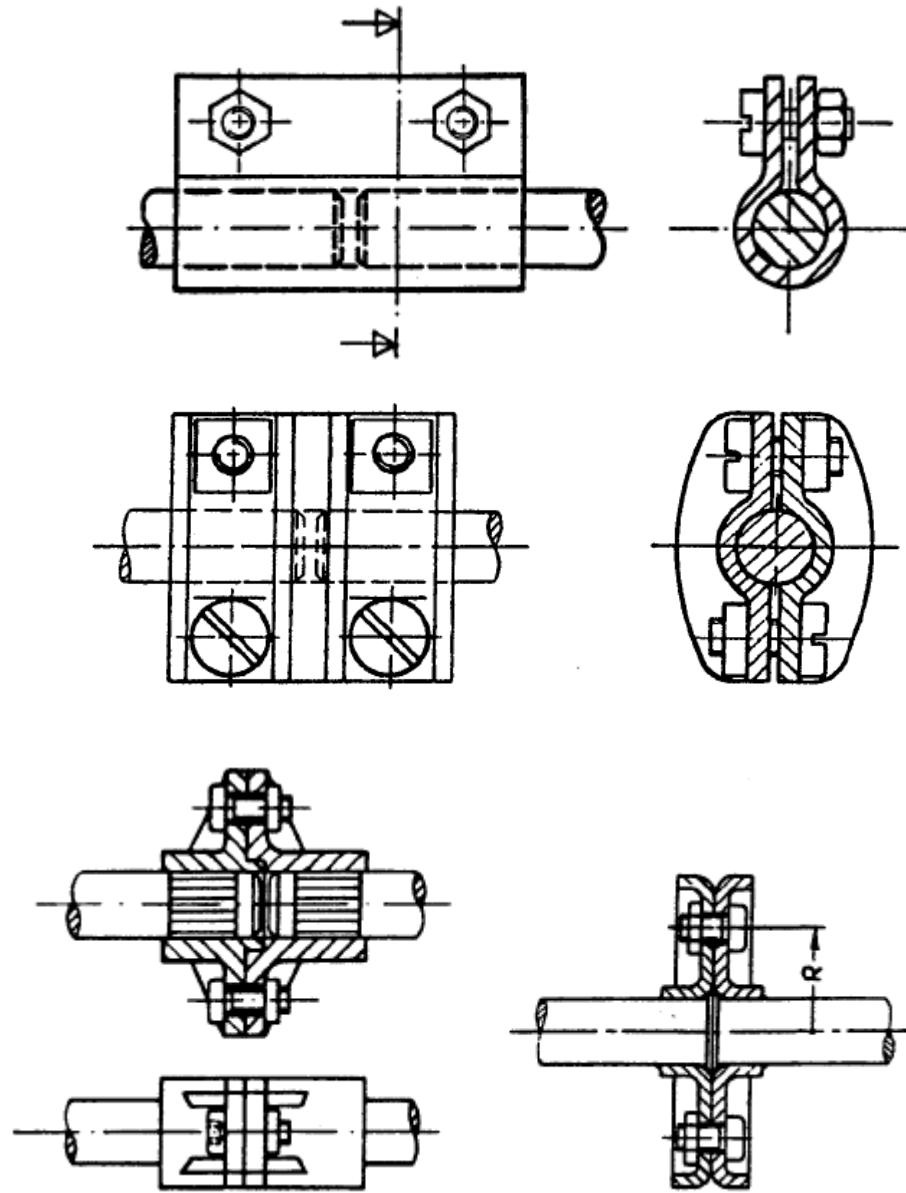
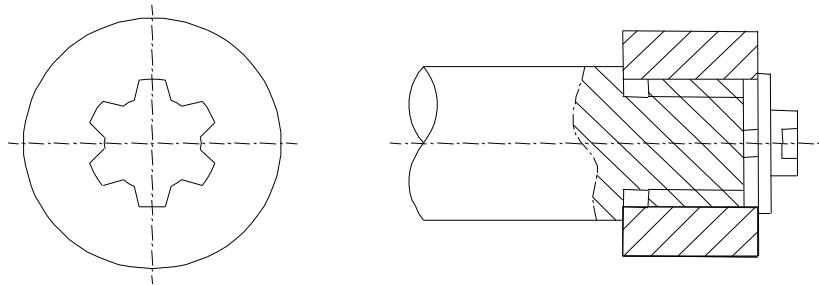


Fig.

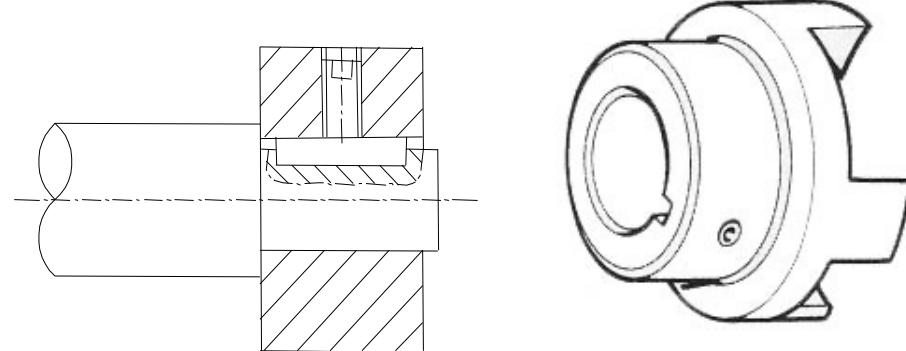


# Accouplements rigides (suite)

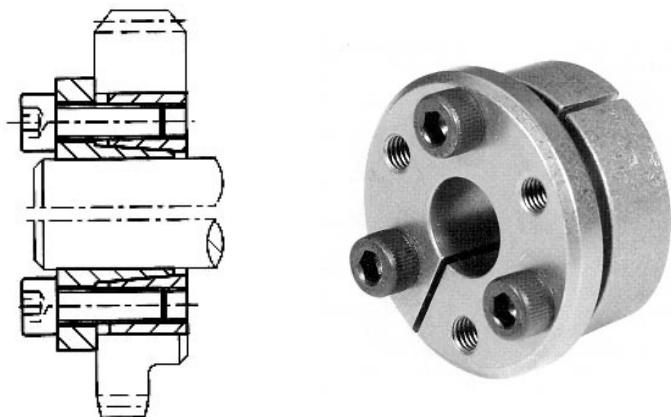
Arbre cannelé



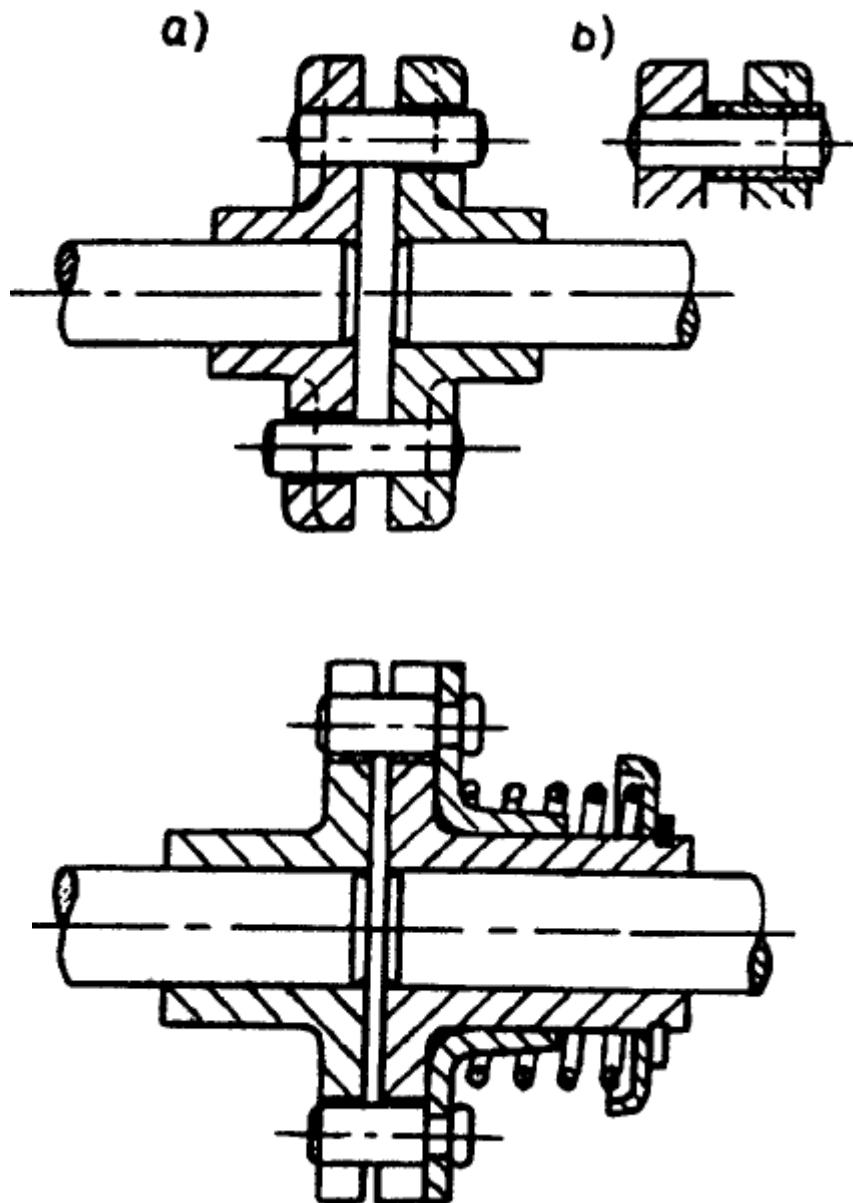
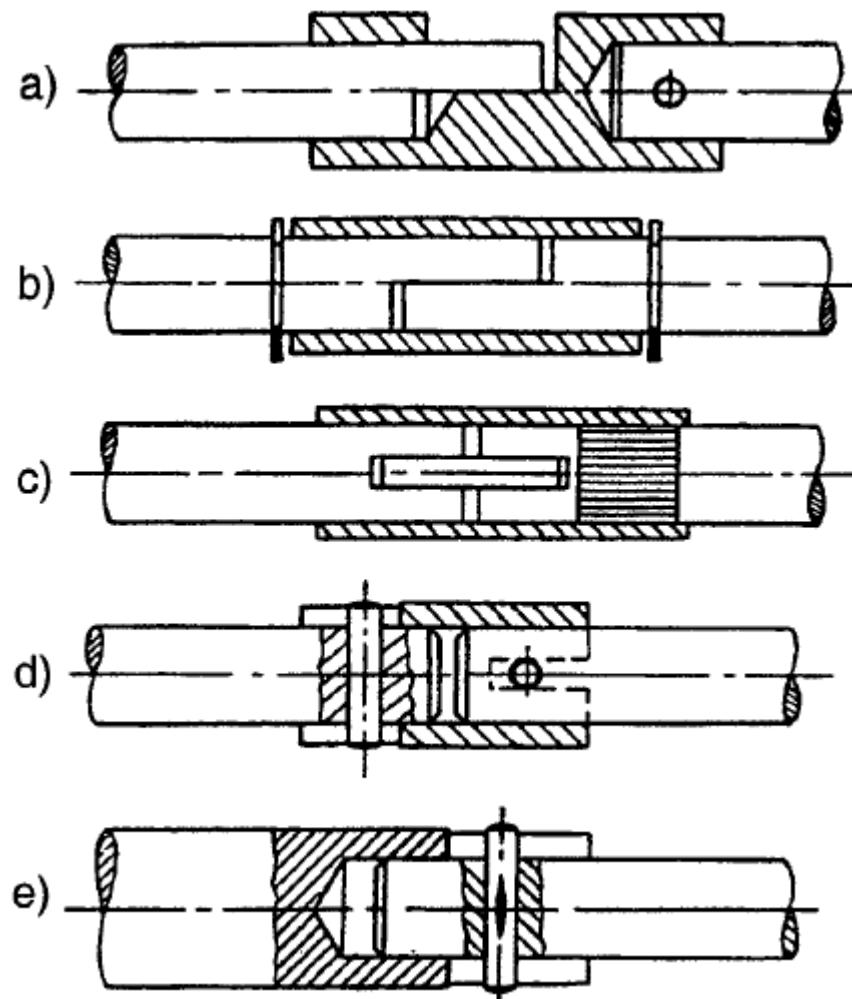
Accouplement à Clavette



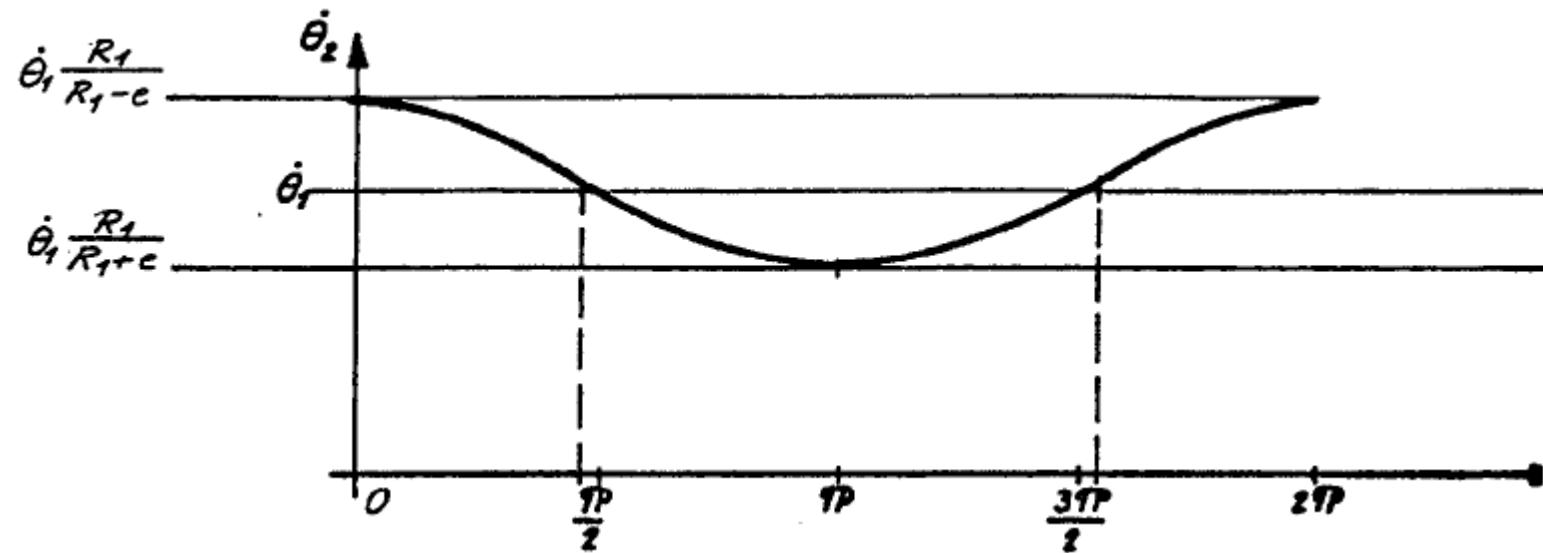
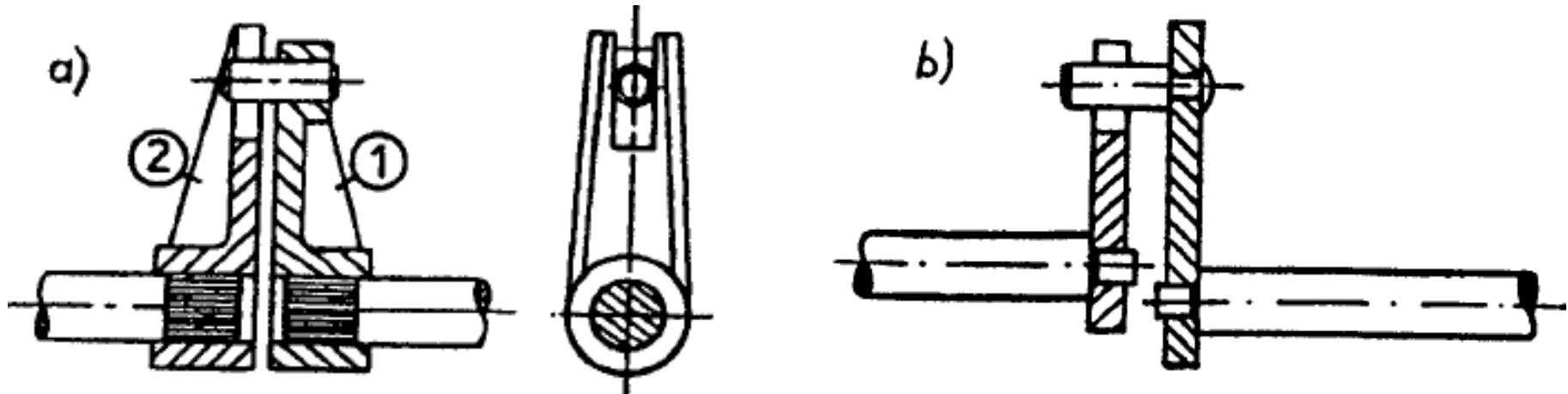
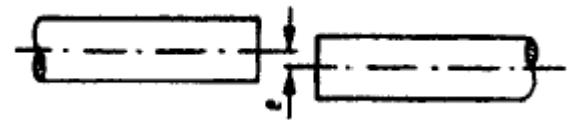
Bague cônique



# Accouplements télescopiques

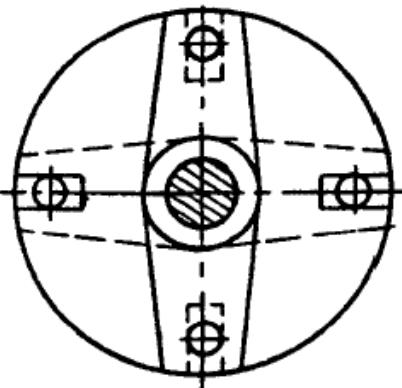
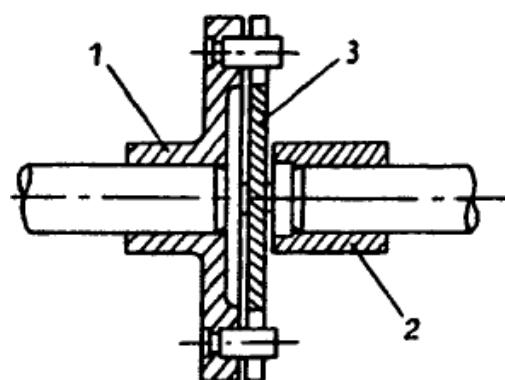
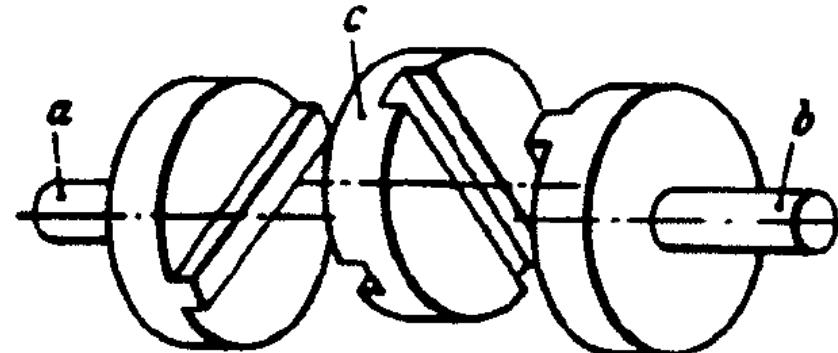
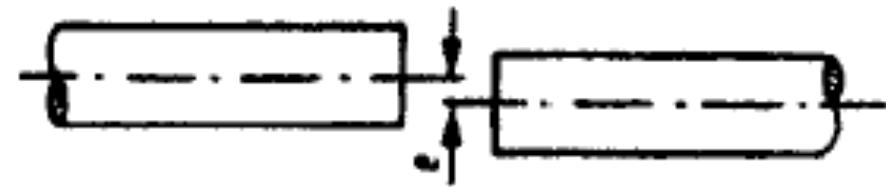


# Accouplements à compliance radiale

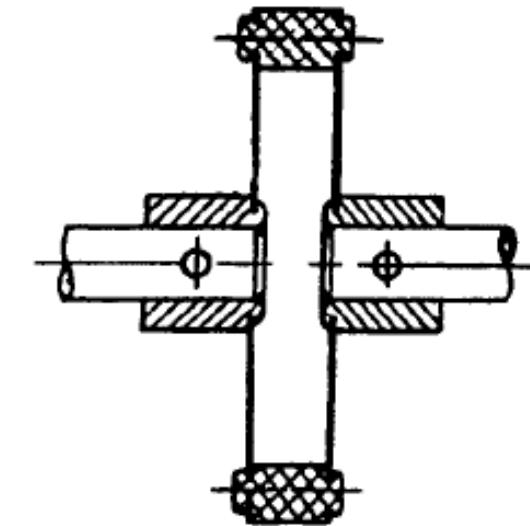
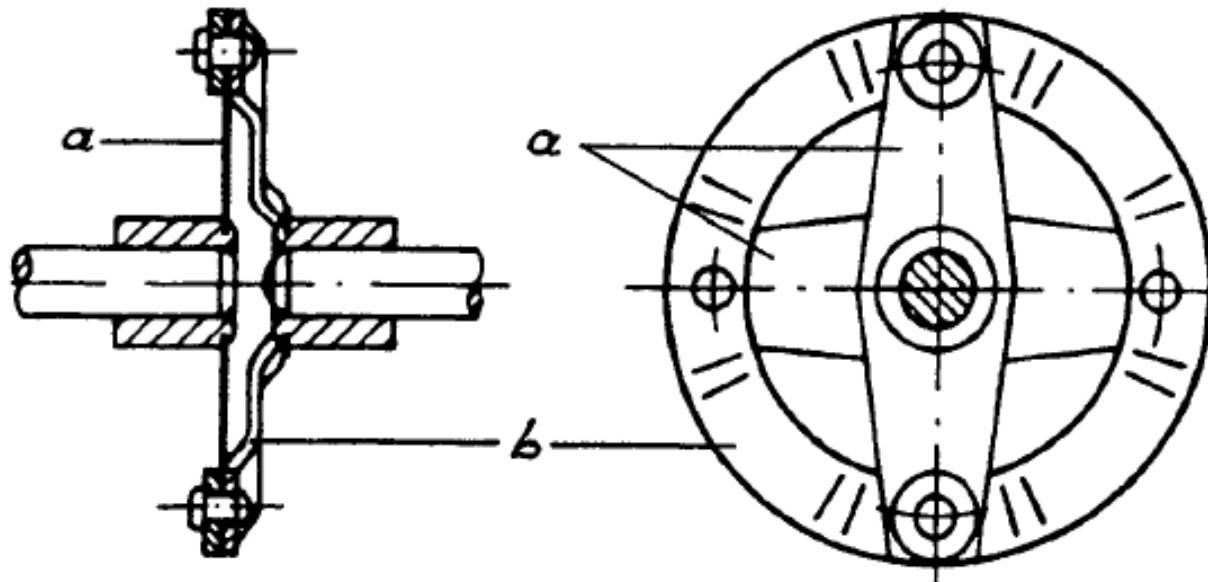
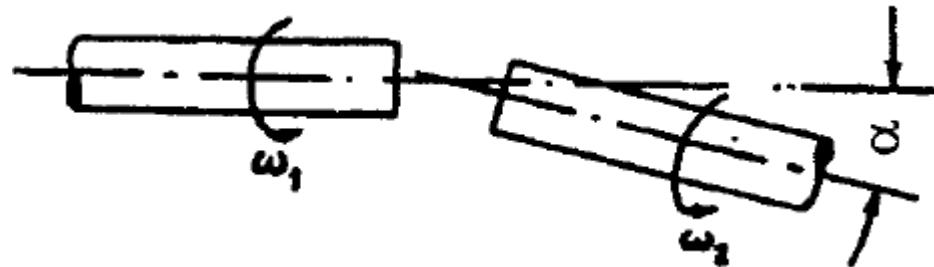


# Accouplements à compliance radiale

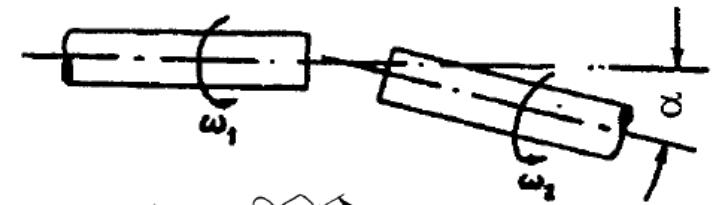
Joint d'Oldham



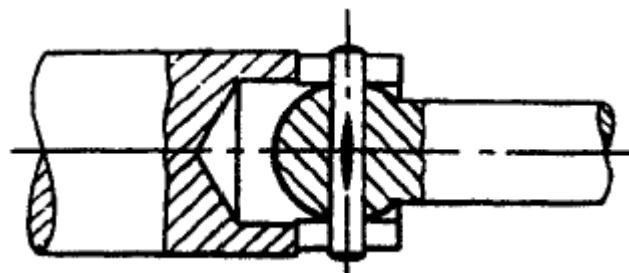
# Accouplements élastiques à compliance angulaire



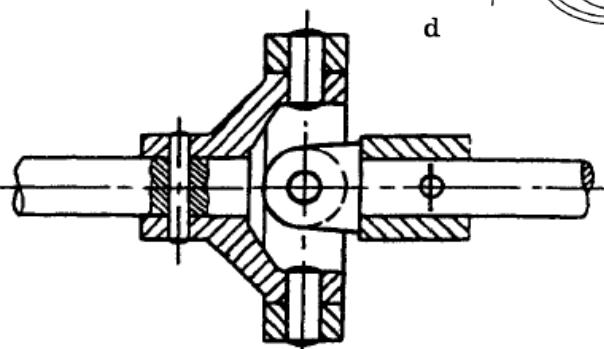
# Accouplements à compliance angulaire



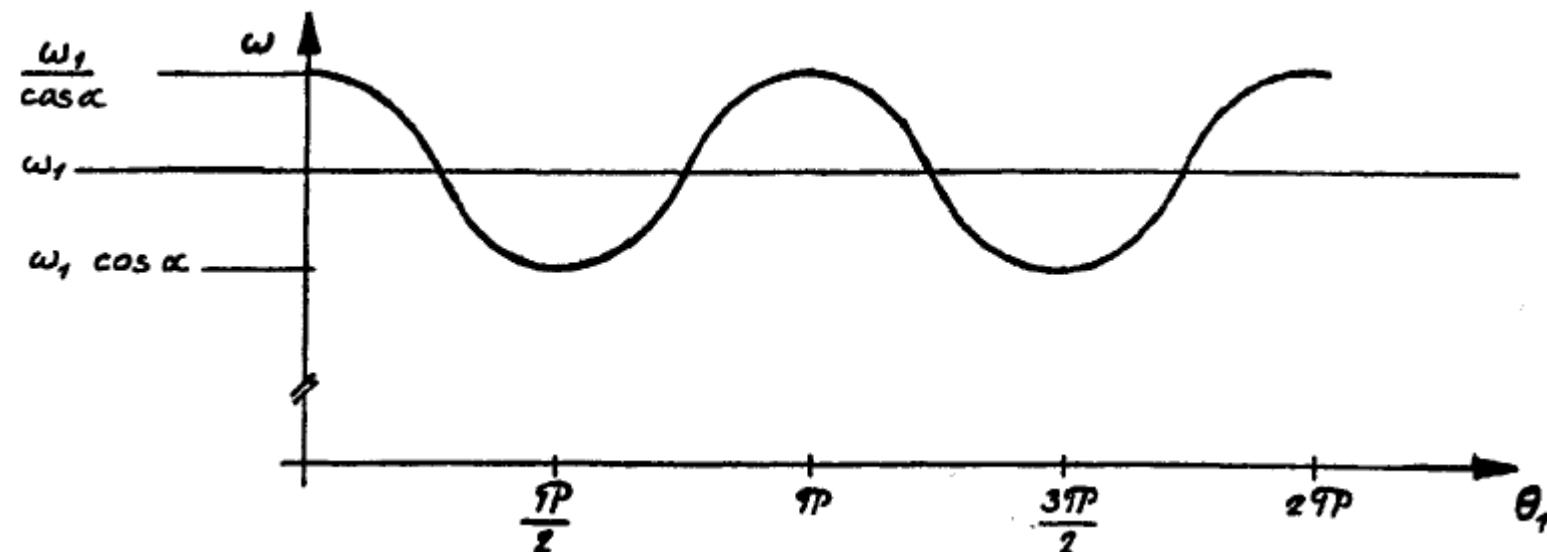
$\alpha < 15^\circ$



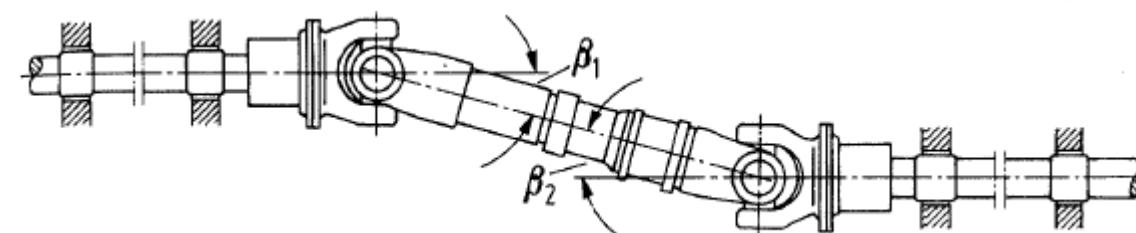
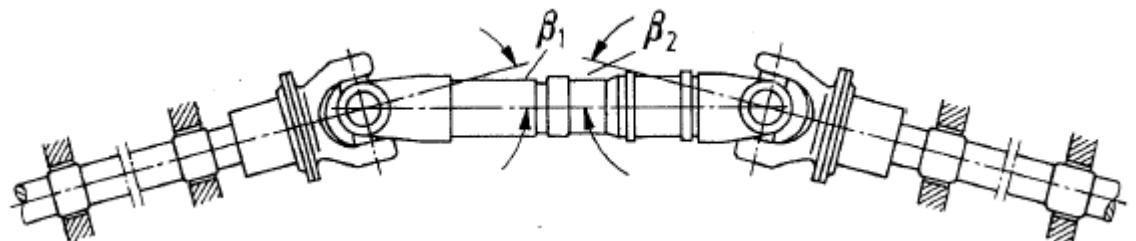
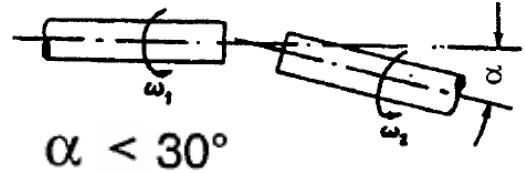
joint sphérique



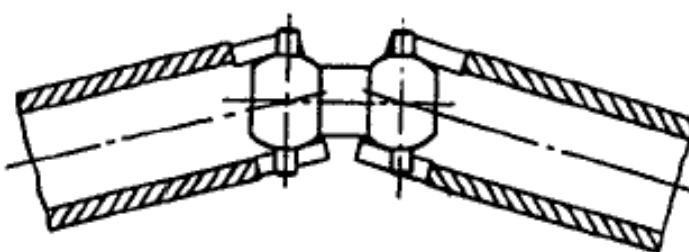
joint de cardan universel



# Accouplements homocinétiques à compliance angulaire

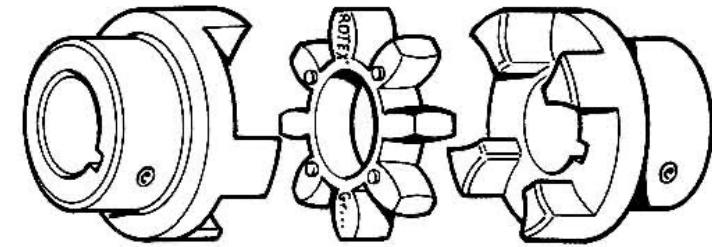
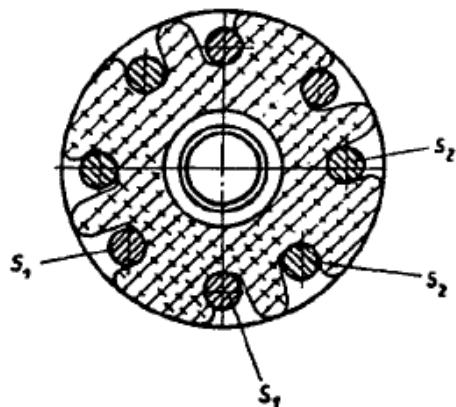
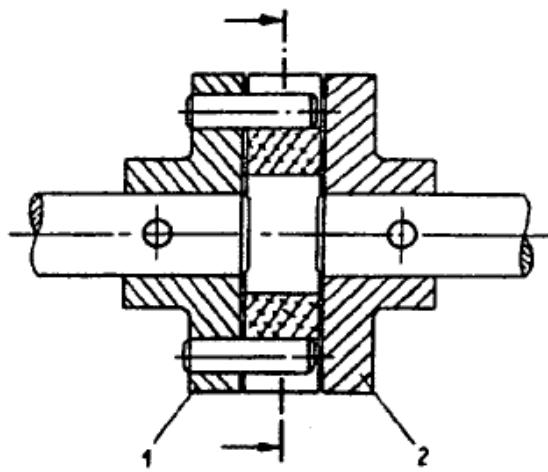


double joint de cardan

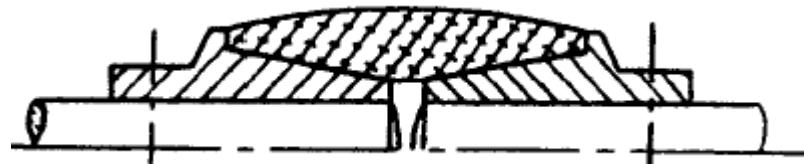


double joint sphérique

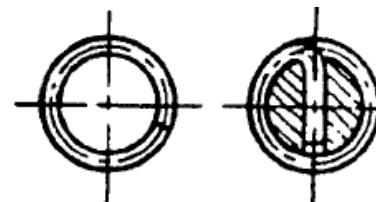
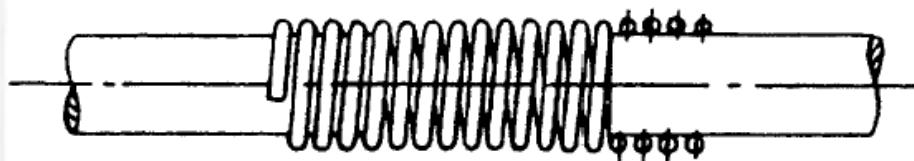
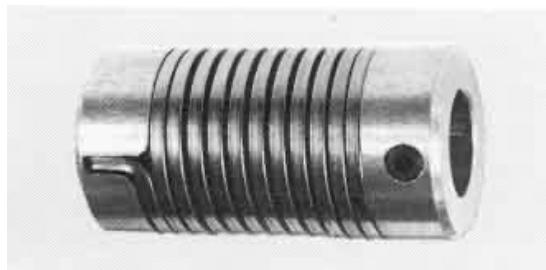
# Accouplements élastiques en torsion



Accouplement élastique Guriflex.

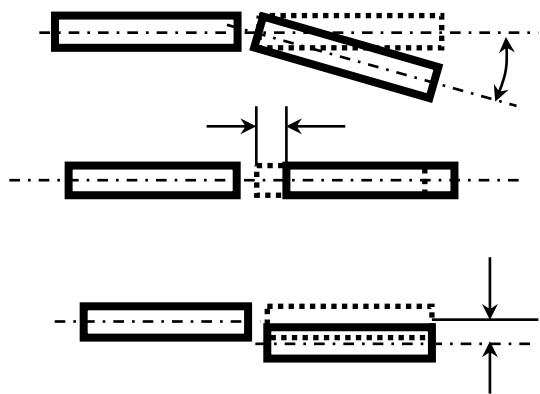


Accouplement élastique avec une pièce de caoutchouc collée.



ressort hélicoïdal.

# Accouplements élastiques rigides en torsion

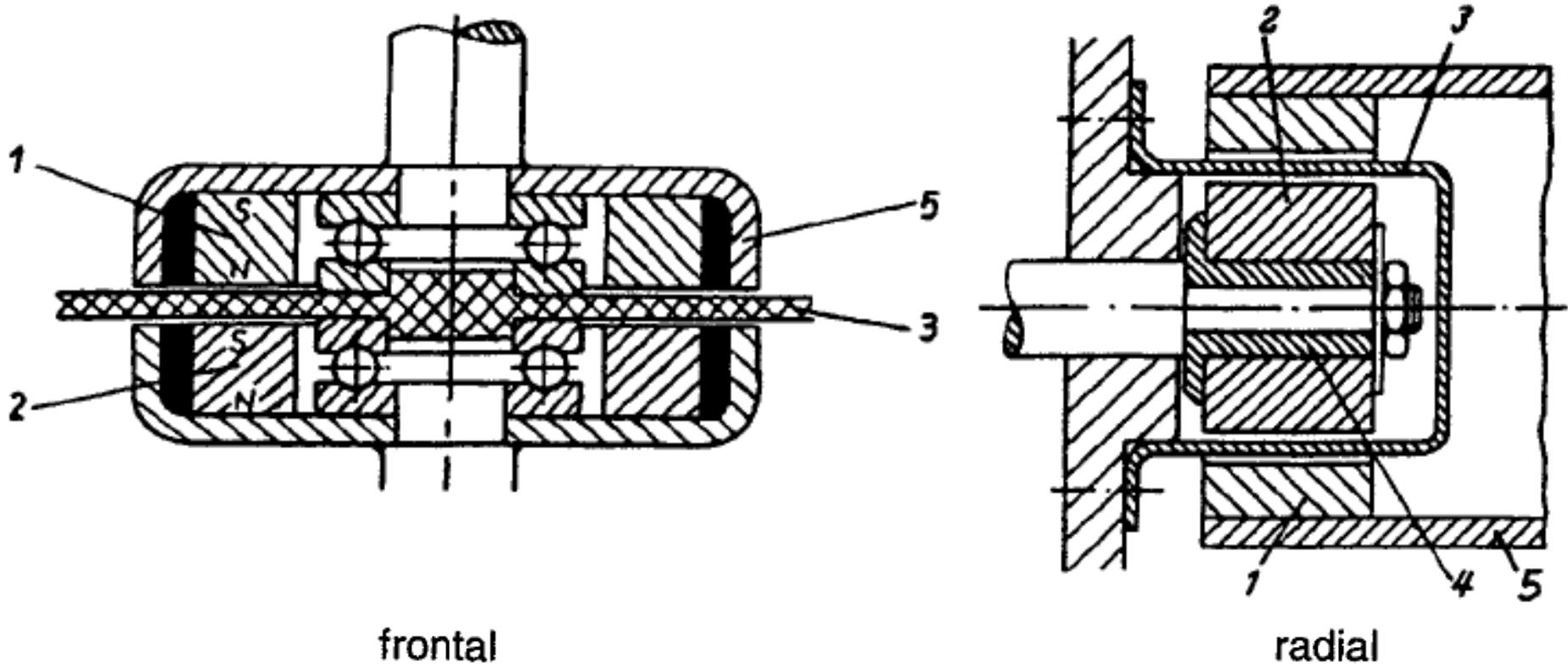


Soufflet



Accouplement à entailles

# Accouplements magnétiques



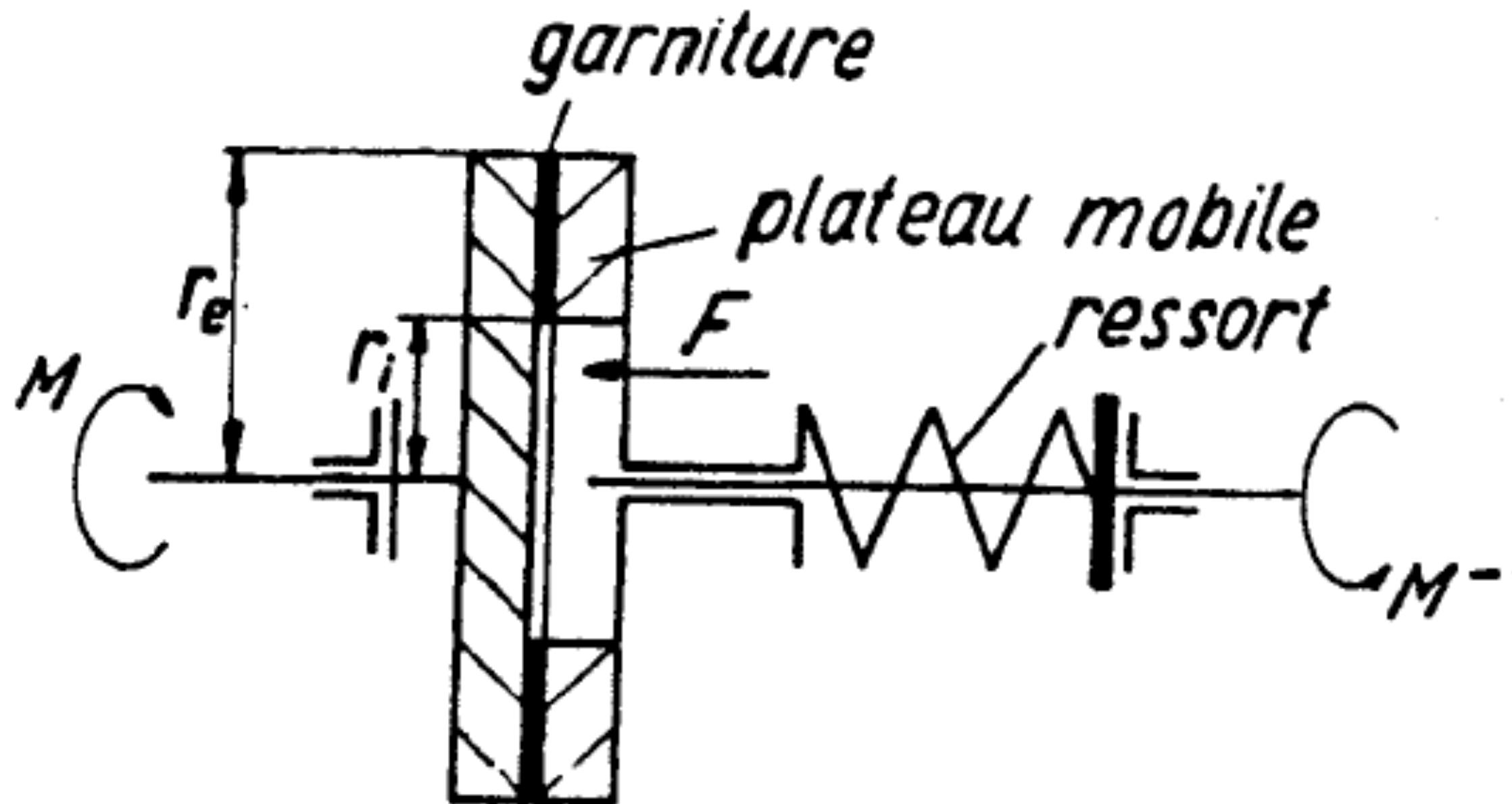
frontal

radial

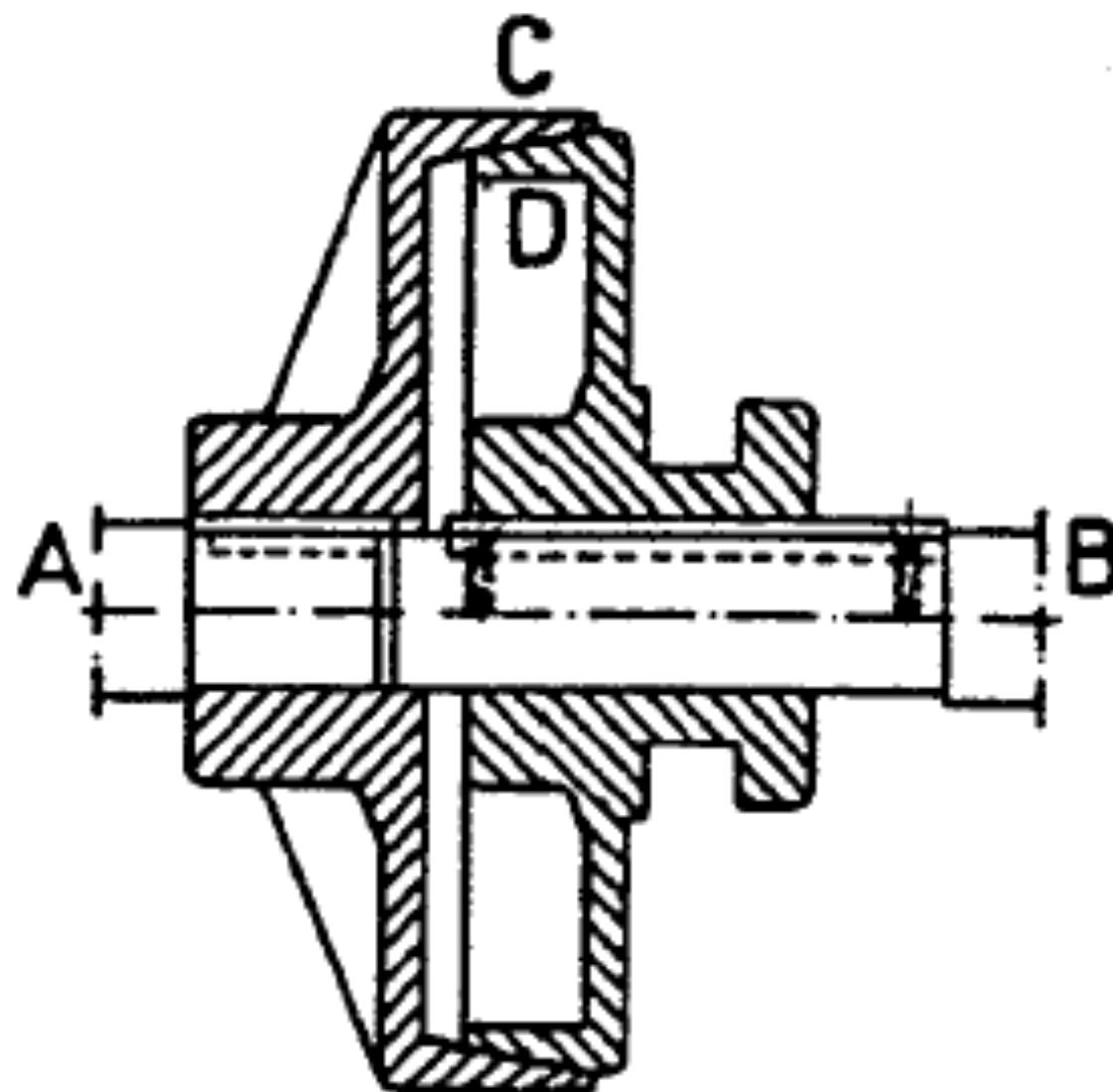
les forces magnétiques  
s'équilibrent

- 1) 2) aimants permanents
- 3) paroi intermédiaire
- 4) tube en fer doux
- 5) boîtier en fer doux

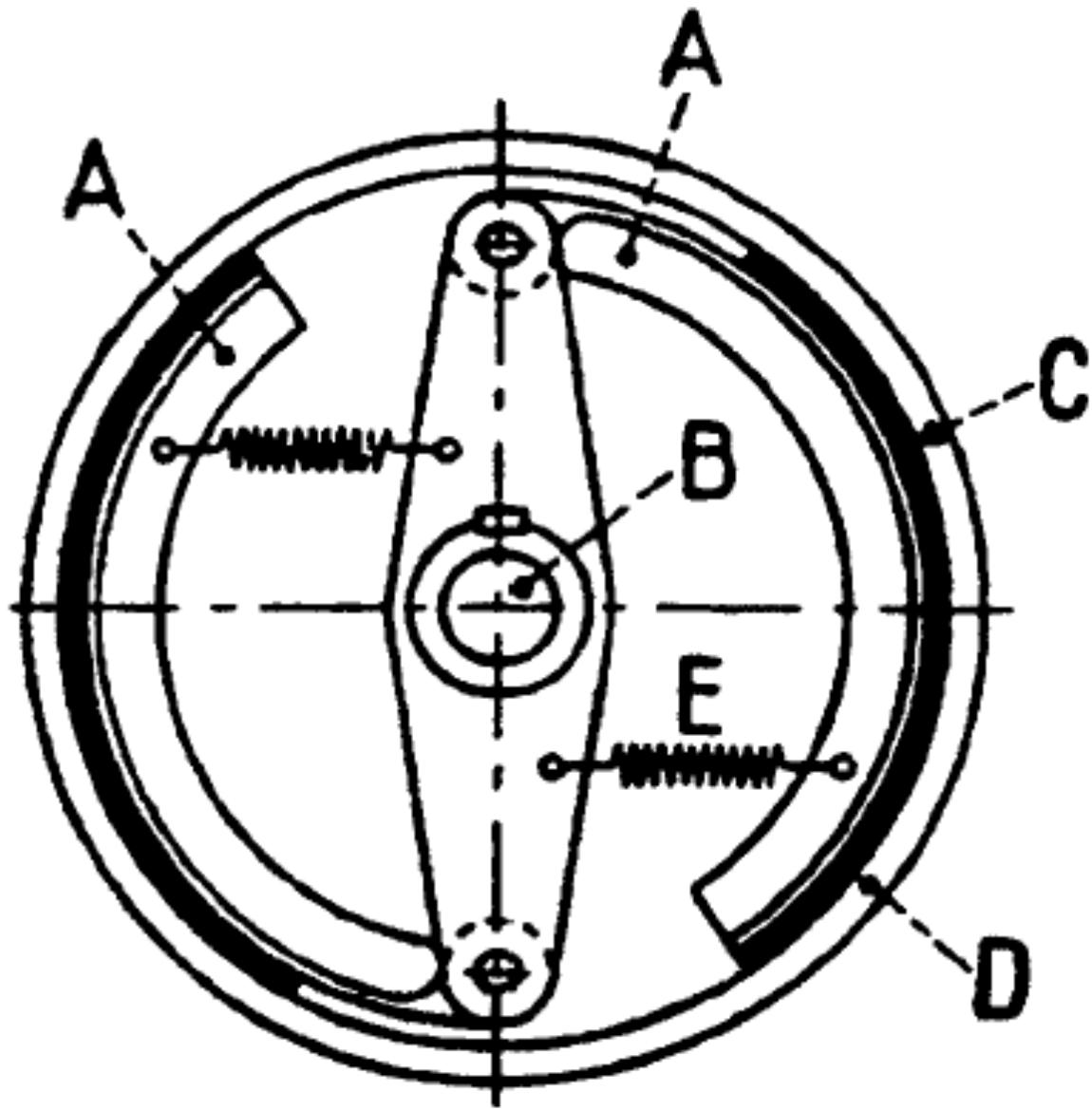
## Embrayage à disque



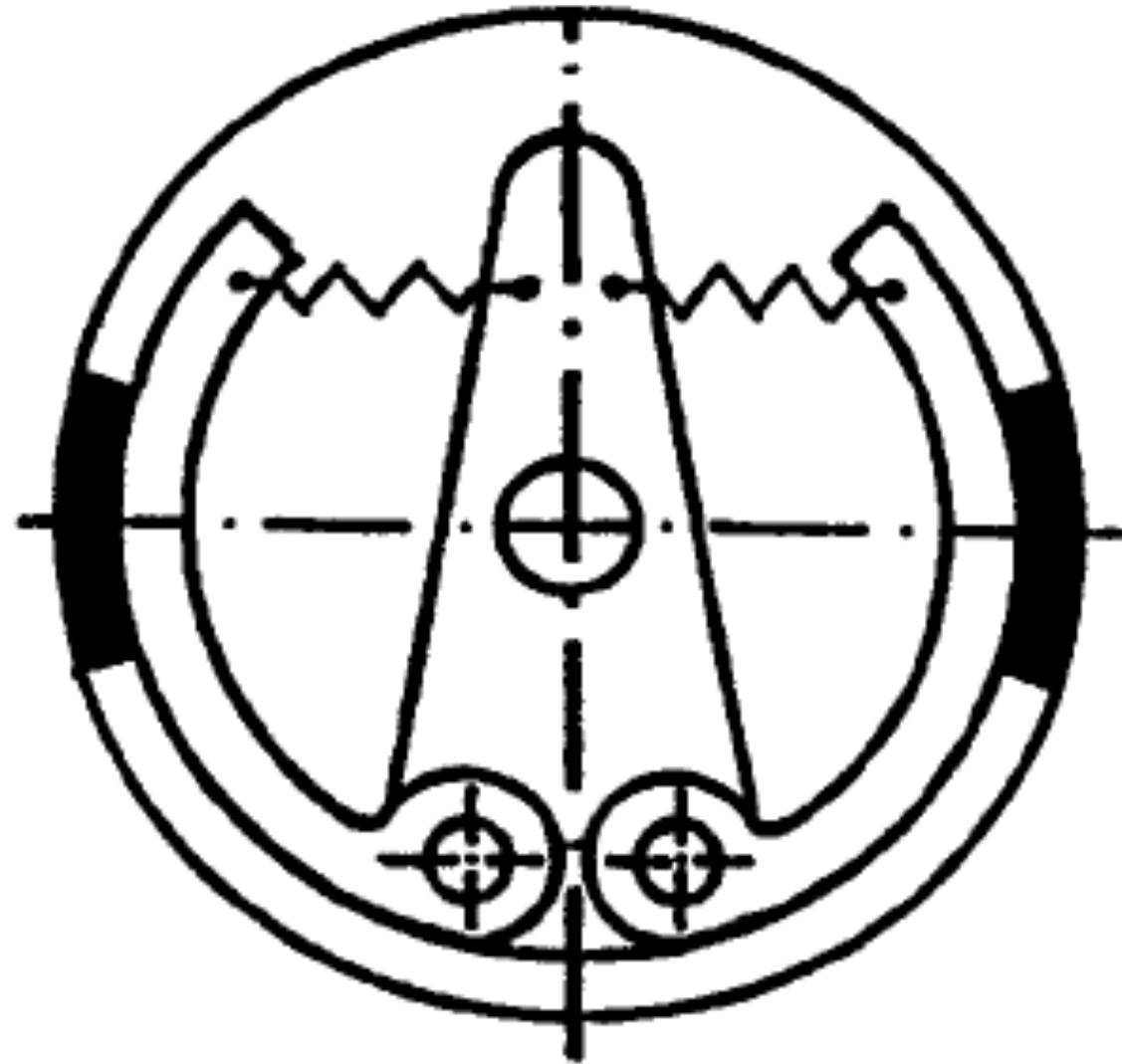
# Embrayage à cônes



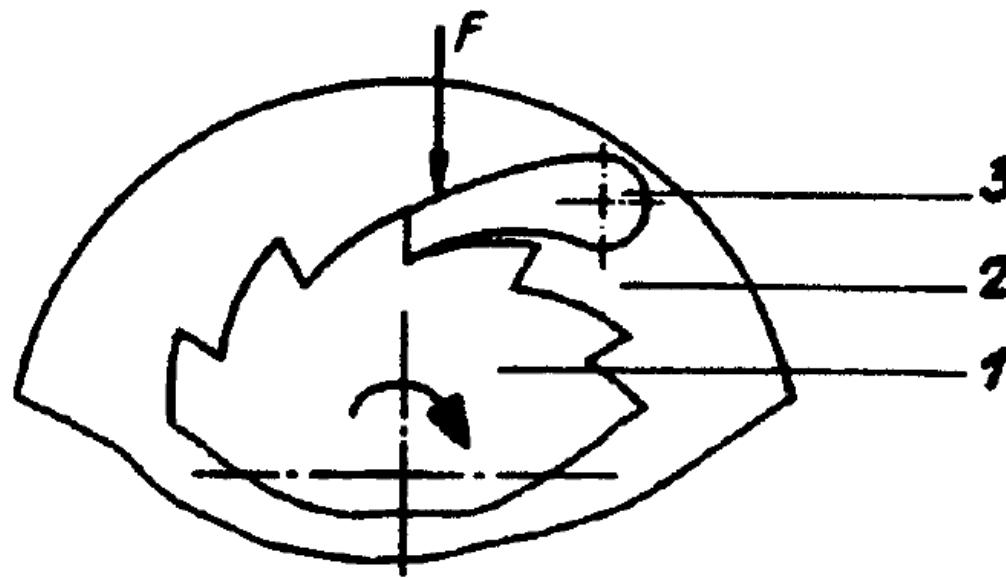
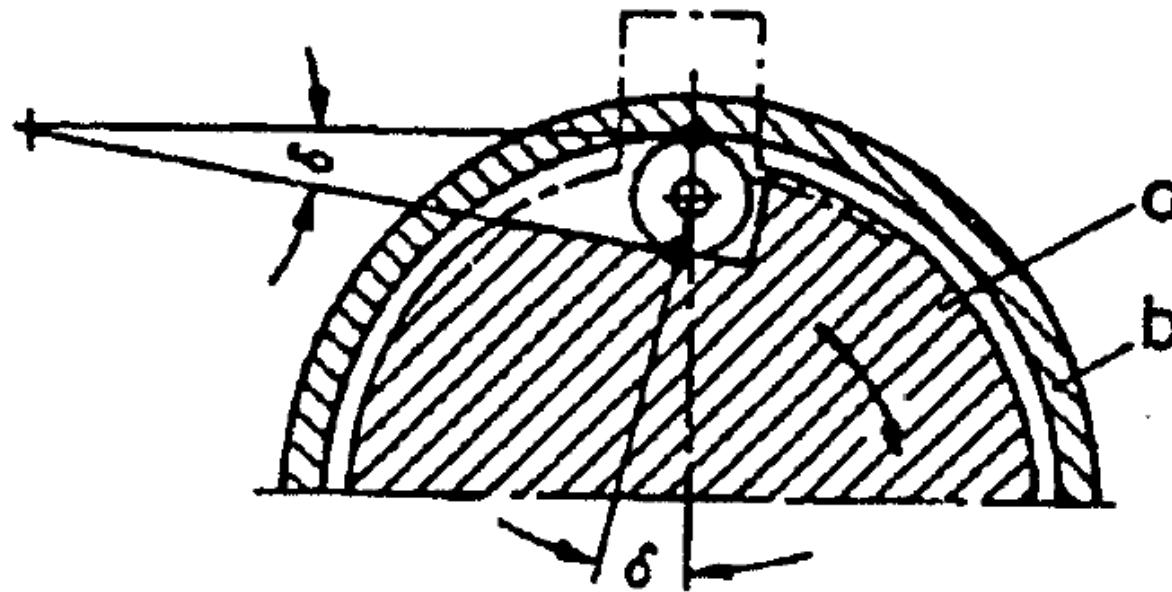
# Embrayages centrifuges



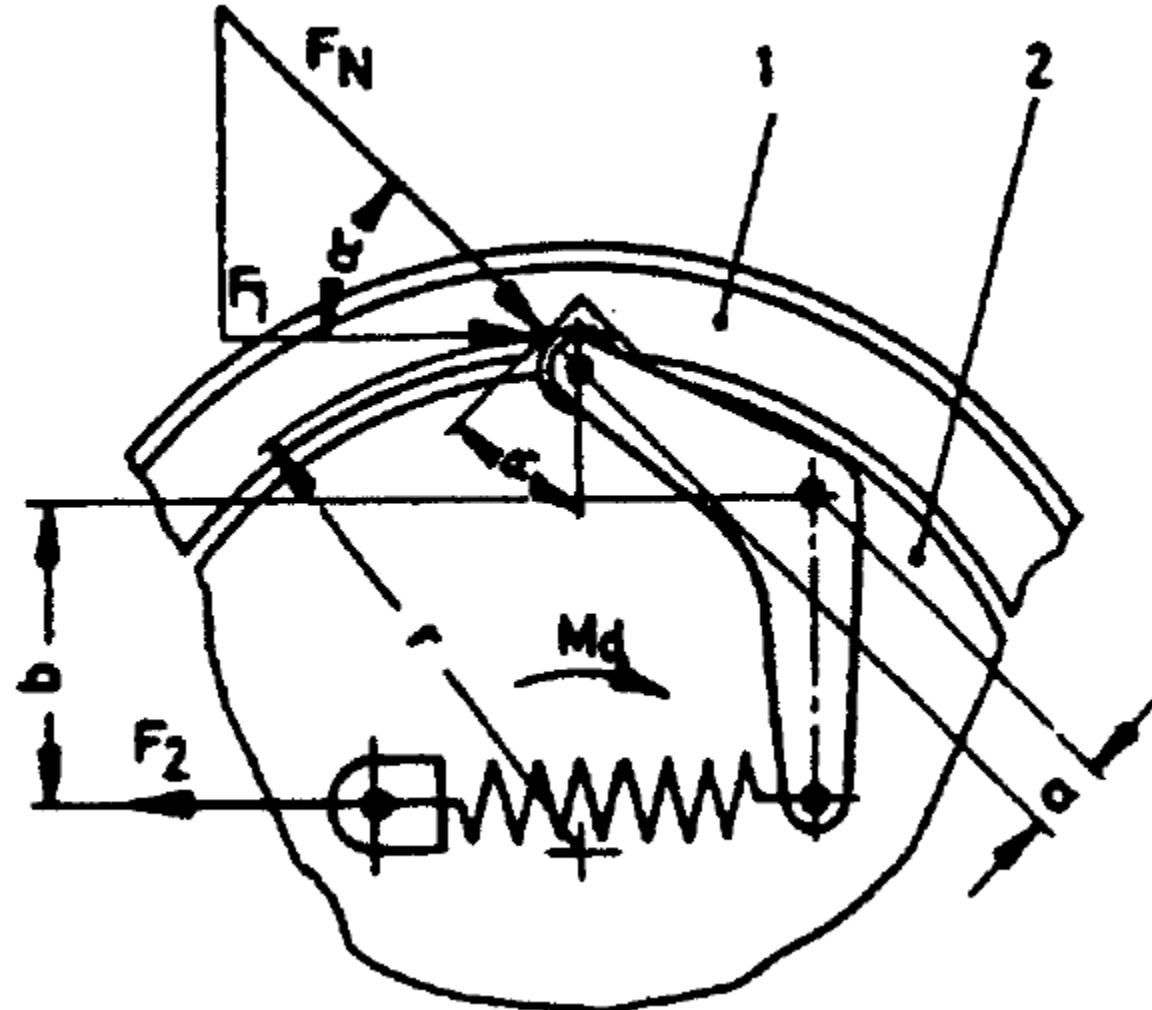
couple symétrique



# Roue libre



# Limiteur de couple



## PARTIE III: Transmission de couple par adhérence tangentielle

Force tangentielle transmissible maximale (à la limite du glissement)

[Clavel, 2010, p. 6.20]:

$$F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

Couple transmissible:  $M = FR$

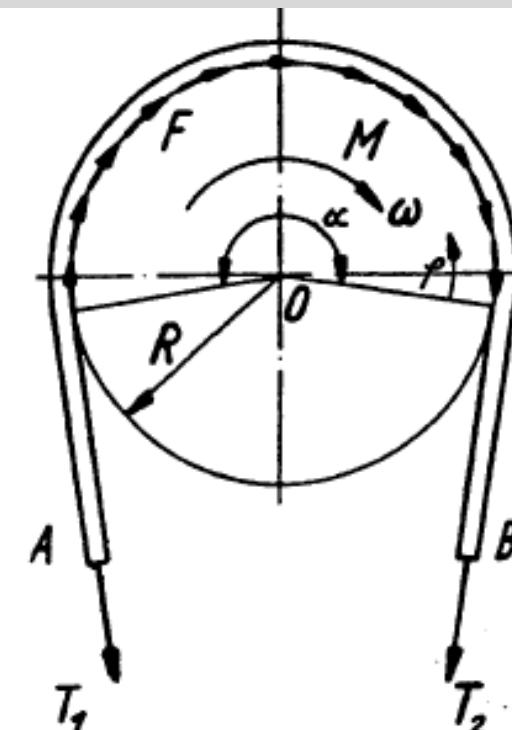
$\alpha$  : angle d'enroulement

$\mu$  : coefficient de frottement

$T_1$  : tension du brin tendu

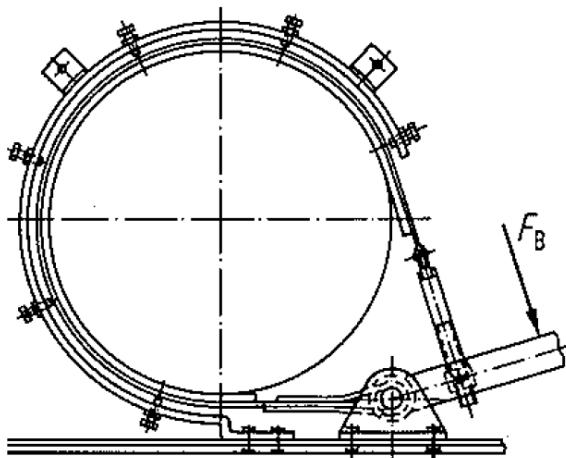
$T_2$  : tension du brin mou

$R$  : Rayon de la poulie

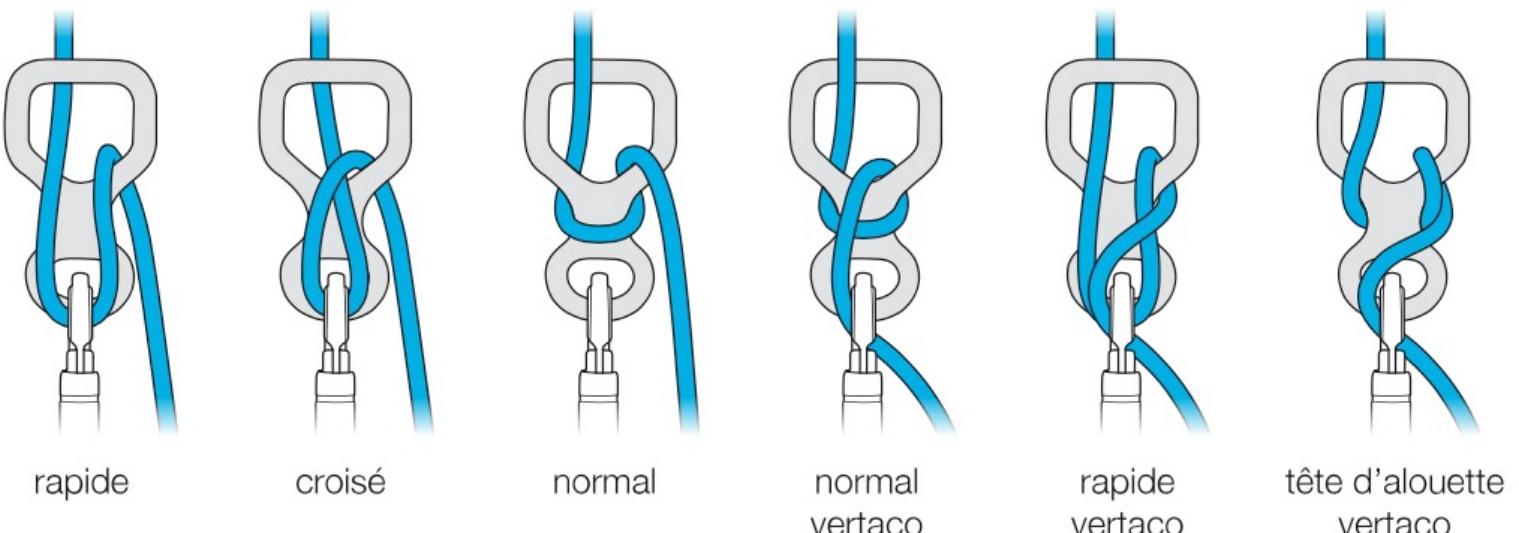


Nature de la courroie	Matière poulie	Coef. de frottement $\mu$
Coton imprégné	Acier	0,2 ... 0,25
Soie	Acier	0,3
Polyester-Néoprène	Acier	0,5 ... 0,6

# Exemples de freins



Frein à bande



Descendeur en huit (escalade)

# Courroies

- Permet de varier la vitesse, le couple et le sens
- Sont utilisées pour des arbres distants

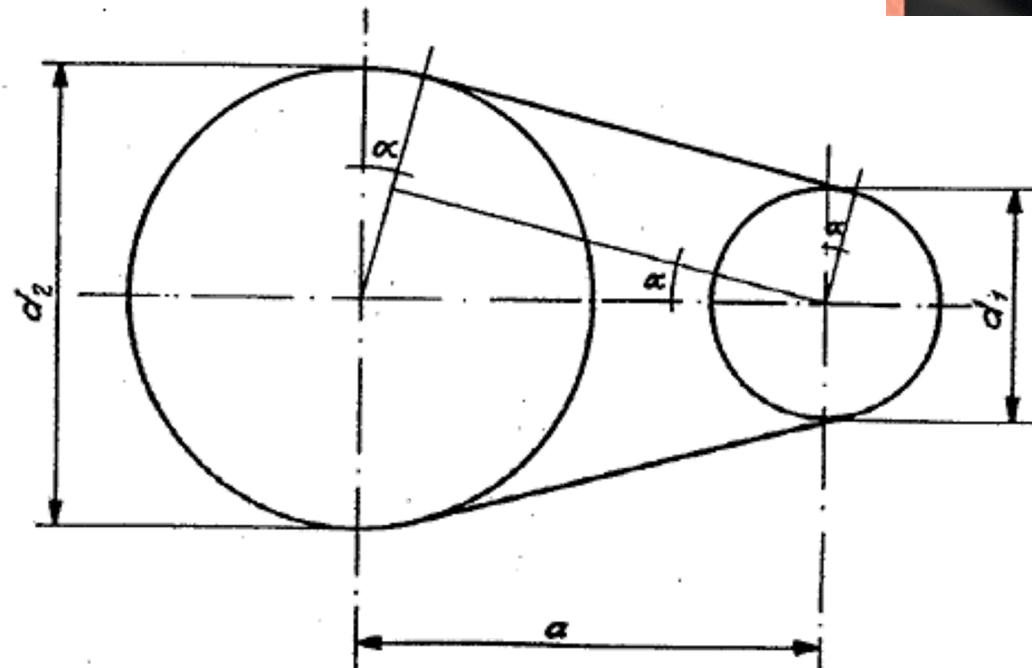
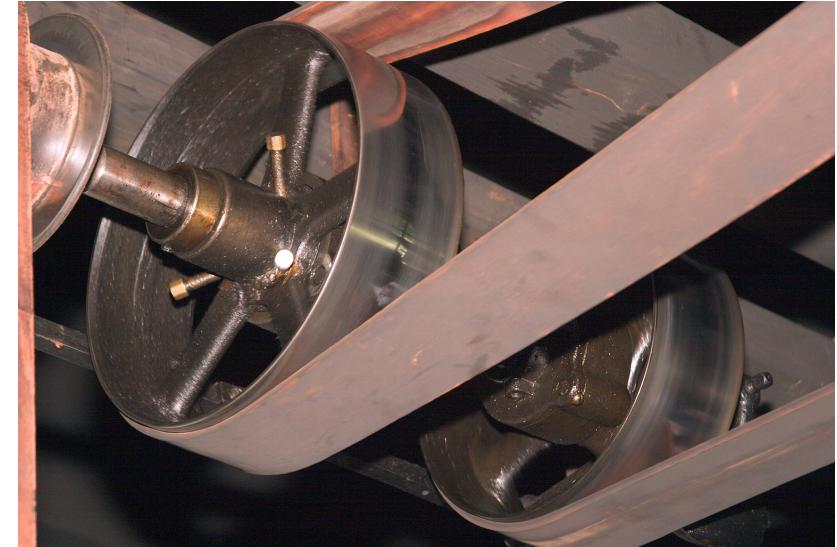
Types de courroies:

- Avec glissement (asynchrone)
  - Le couple transmissible limité par le glissement
  - Ex: Courroies plates, courroies trapézoïdales
- Sans glissements (synchrobes)
  - Le couple transmissible limité par le cisaillement des dents ou la tension maximale dans la courroie
  - Ex: courroie dentée



# Courroies plates

- Adaptées aux vitesses élevées
- Rapport de transmission  $i = \frac{d_2}{d_1}$
- Rendement de la courroie seule  
 $\approx 97\%$  (sans les pertes dans les paliers)



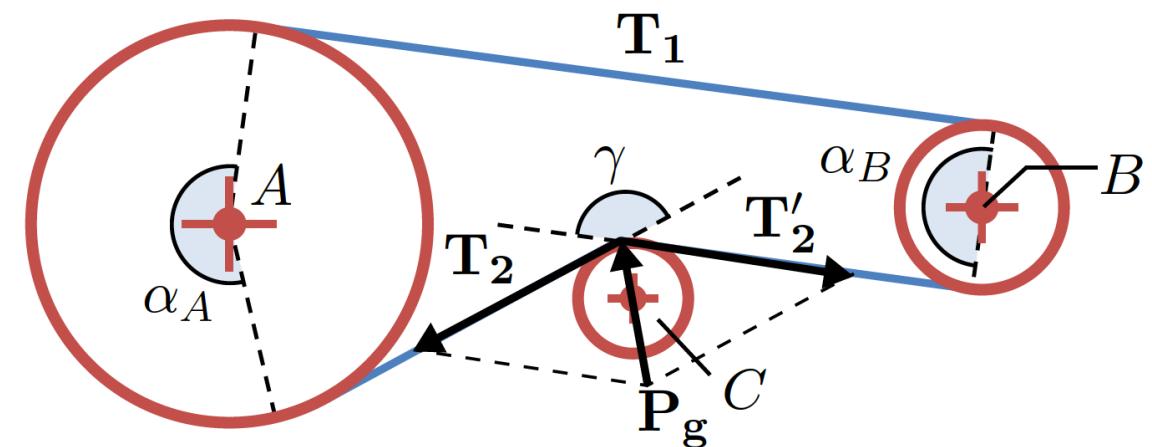
# Couple transmissible

Force tangentielle transmissible maximale :  $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

Couple transmissible:  $M = FR$

Moyens pour augmenter le couple transmissible :

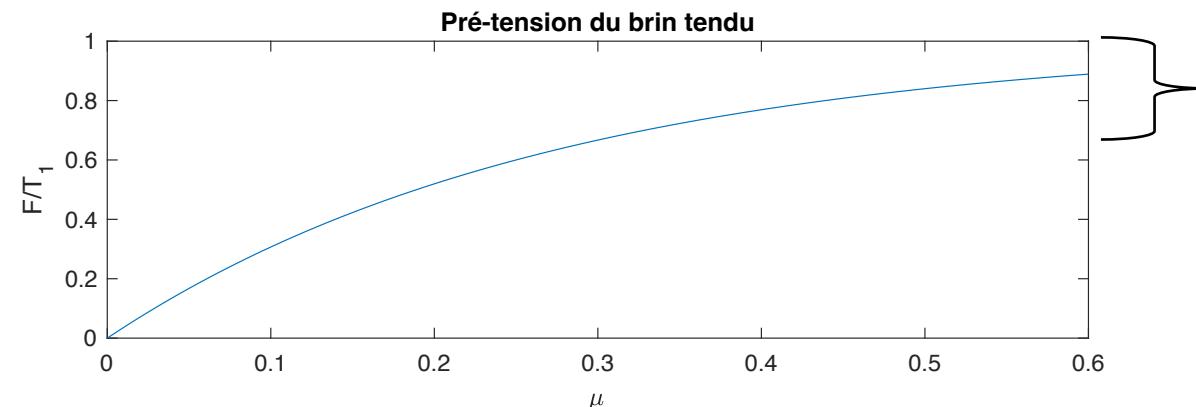
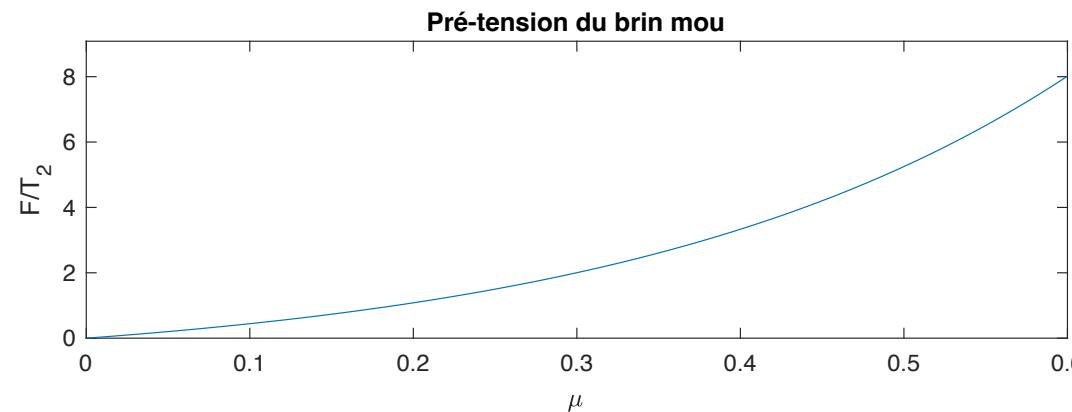
- Augmenter le coefficient de frottement  $\mu$
- Augmenter l'angle d'enroulement  $\alpha$
- Augmenter la tension  $T_2$  du brin mou
- Augmenter le rayon  $R$  de la poulie



# Couple transmissible: influence de $\mu$ et de la pré-tension

Force tangentielle transmissible maximale:  $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

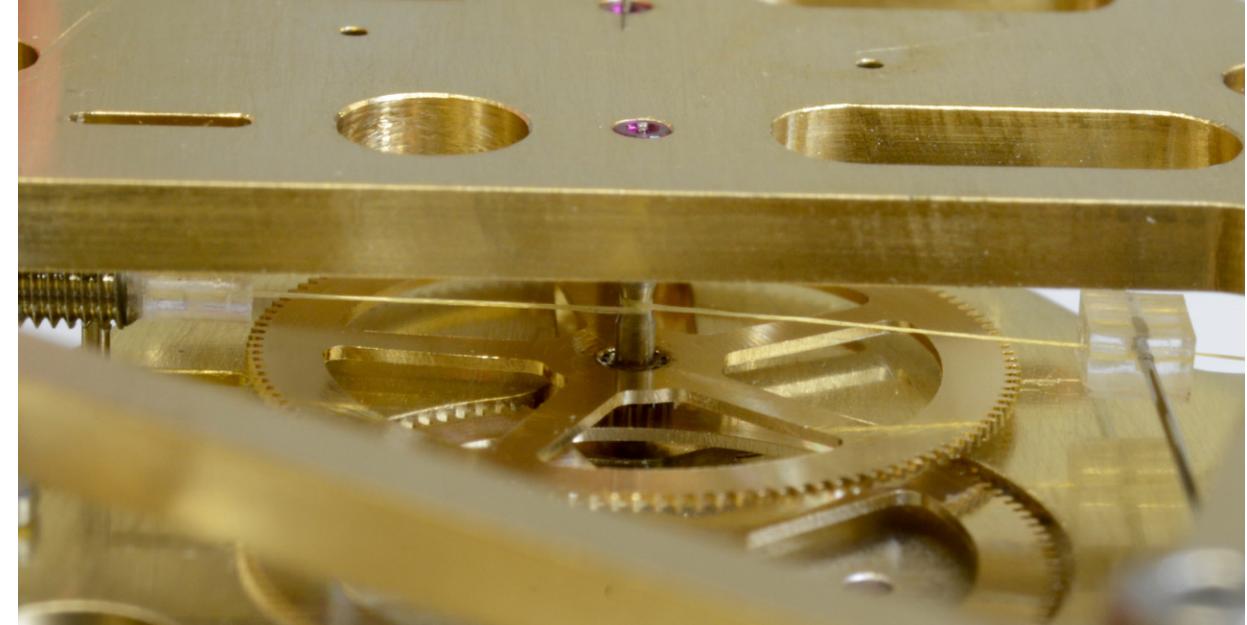
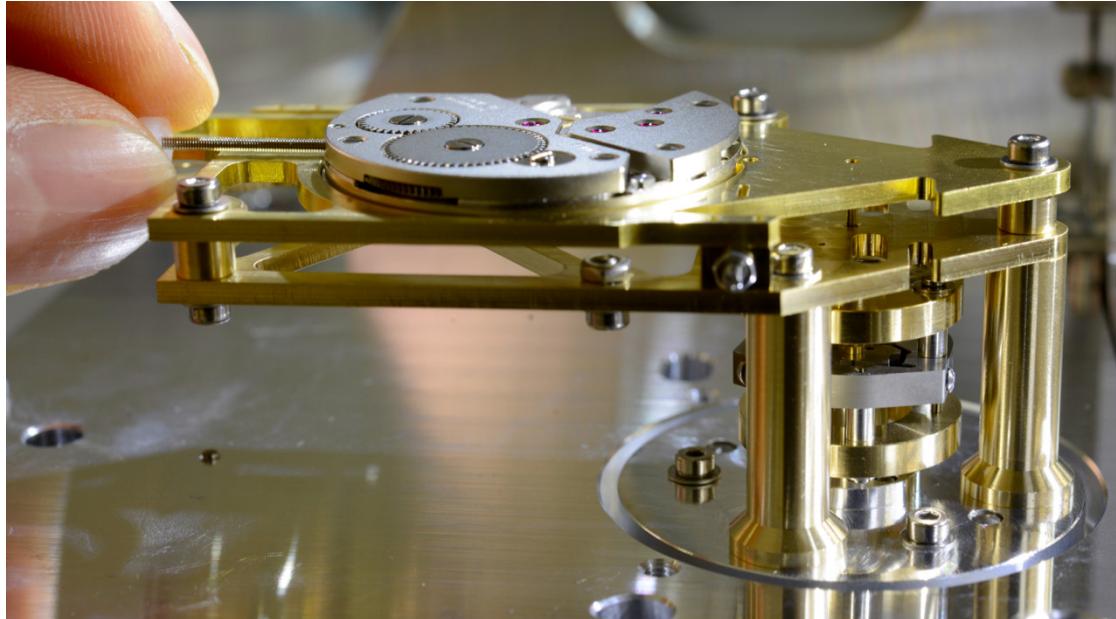
Force tangentielle transmissible en fonction de  $\mu$  ( $\alpha = 210^\circ$ )



Nature de la courroie	Matière poulie	Coef. de frottement $\mu$
Coton imprégné	Acier	0,2 ... 0,25
Soie	Acier	0,3
Polyester-Néoprène	Acier	0,5 ... 0,6

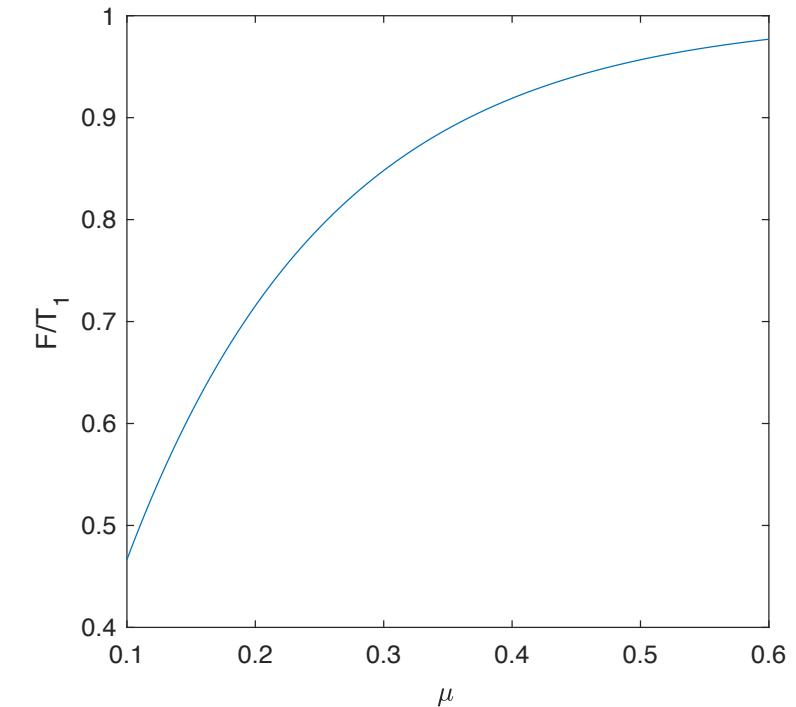
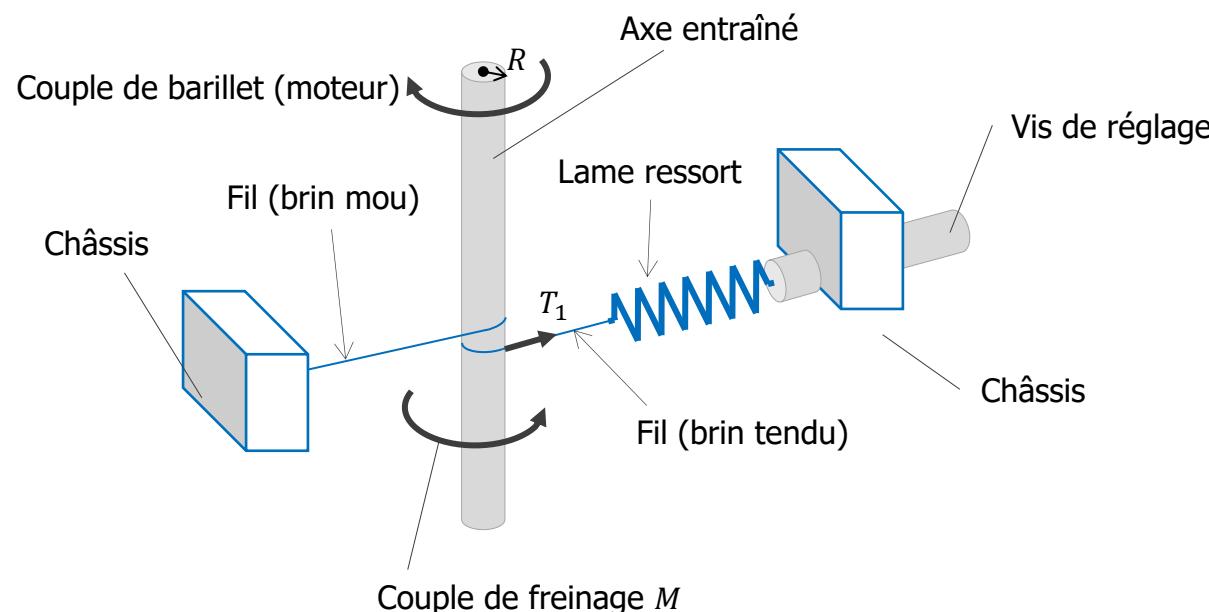
Comportement intéressant pour limiteur de couple

# Exemple 1: Frein pour mobile horloger



# Exemple 1: Frein pour mobile horloger

- Couple de freinage:  $M = FR = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} R$
- $\alpha = 2\pi$
- Le système permet de contrôler le couple de freinage à l'aide de la tension du brin tendu  $T_1$
- Pour  $\mu=0.5$ , environ 1% de variation de couple pour 10% de variation du coefficient de frottement



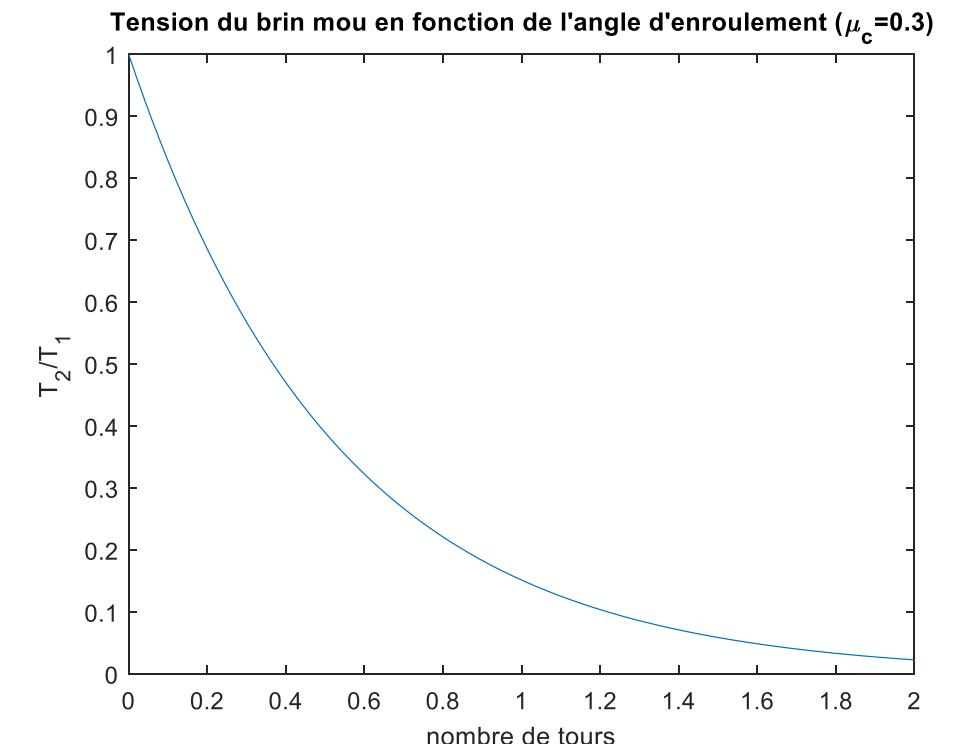
## Exemple 2: Influence de l'angle $\alpha$ sur la tension du brin mou

A la limite du glissement:  $F = (T_1 - T_2) = T_2(e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$

Force dans le brin mou:  $T_2 = \frac{T_1}{e^{\mu\alpha}}$



Hacksaw Ridge, 2016



# Contrainte maximale admissible

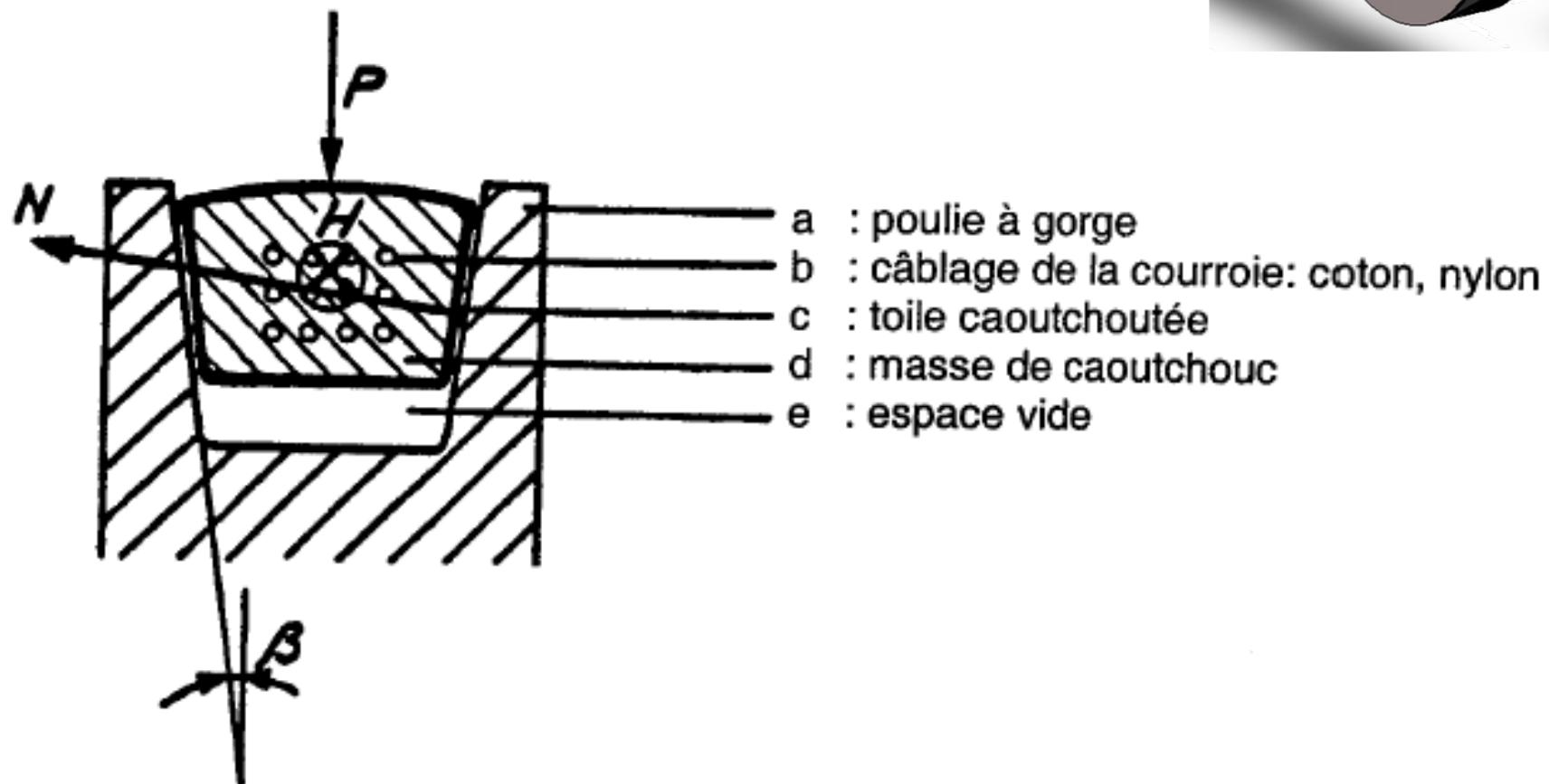
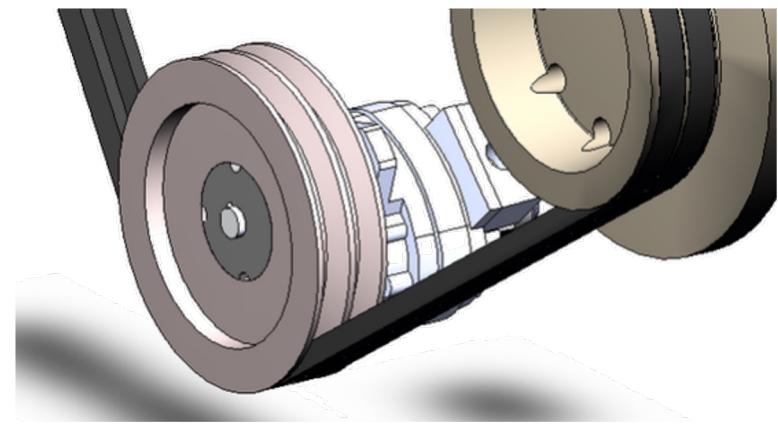
- Contrainte en traction:  $\sigma_{tr} = \frac{T_1}{s}$
  - Contrainte en flexion:  $\sigma_{fl} = \frac{E a}{2 r}$
  - La contrainte totale  $\sigma_{tot} = \sigma_{tr} + \sigma_{fl}$  doit être inférieure à la contrainte admissible  $\sigma_{adm}$
- a* : Epaisseur de la courroie  
*b*: Largeur de la courroie  
*s* = *a*·*b* : Section  
*E*: Module de Young  
*r*: Rayon de courbure de la fibre neutre

Matière courroie	$\sigma_{adm}$ (MN/m <sup>2</sup> )
Coton imprégné	2
Soie	3.5
Polyester – Néoprène	10
Bande d'acier ressort	≈ 200

Si la flexion est alternée (galet tendeur), considérer une contrainte admissible divisée par deux.

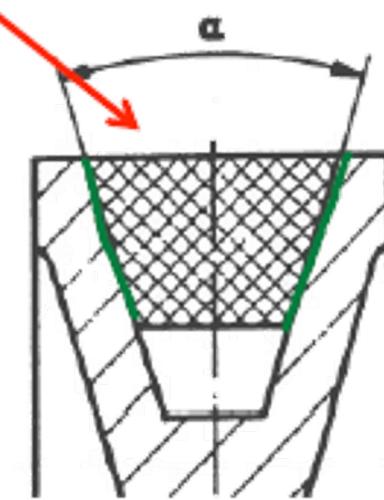
# Courroies trapézoïdales

- Augmentation de la force de frottement par effet de coin
- Permet de diminuer la tension dans la courroie et donc également les charges et le frottement dans les paliers.

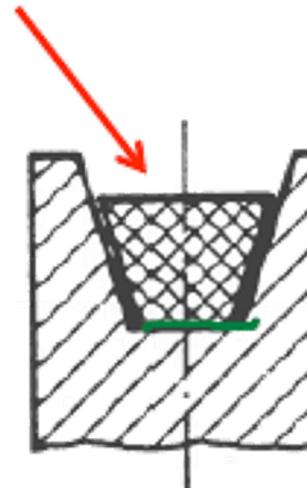


# Courroies trapézoïdales

Position correcte

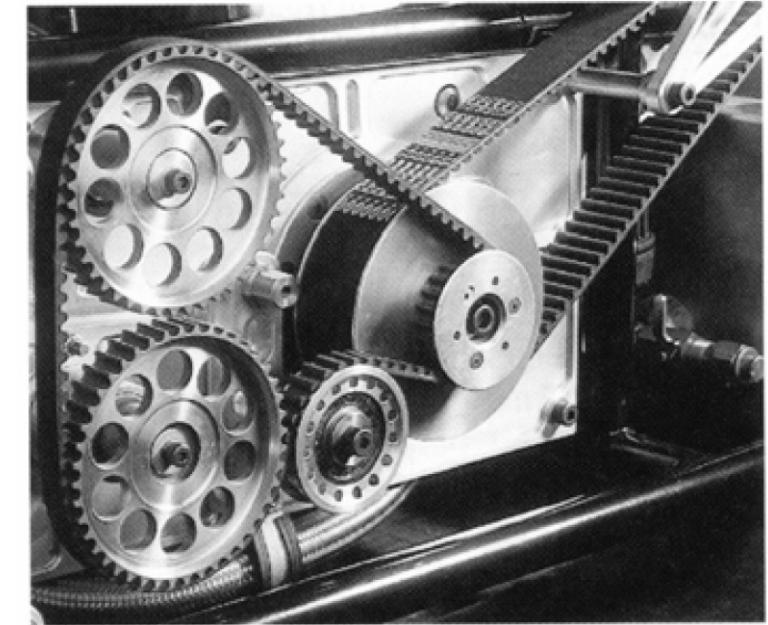


Courroie usée (perte de l'effet de coin)

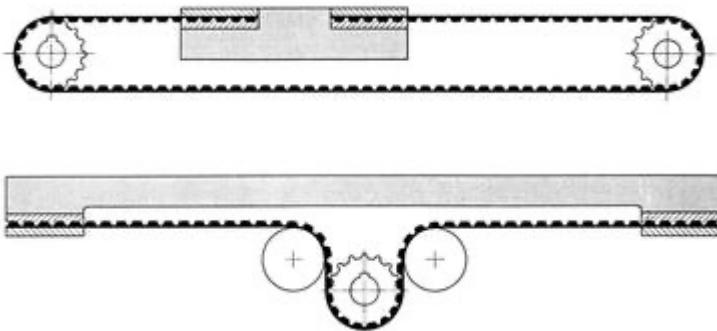


# Courroies dentées (crantées)

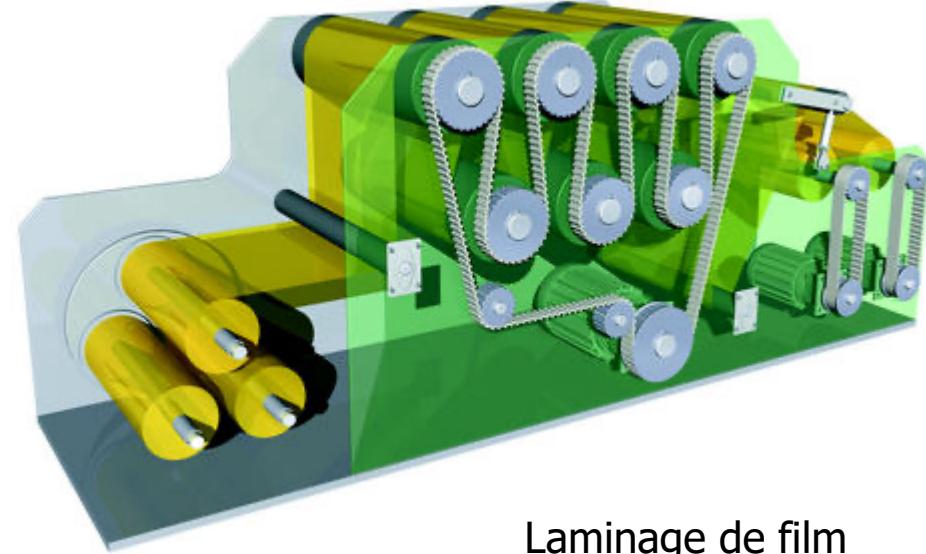
- Transmission synchrone (pas de glissement)
- Poulies avec denture fraisée
- 2 flasques de guidage sur la petite roue, ou une flasque par roue
- Rendement jusqu'à 99%
- Pré-tension inférieure aux courroies plates (moins de charge sur les paliers)
- Critères de dimensionnement dans [Clavel, 2010]



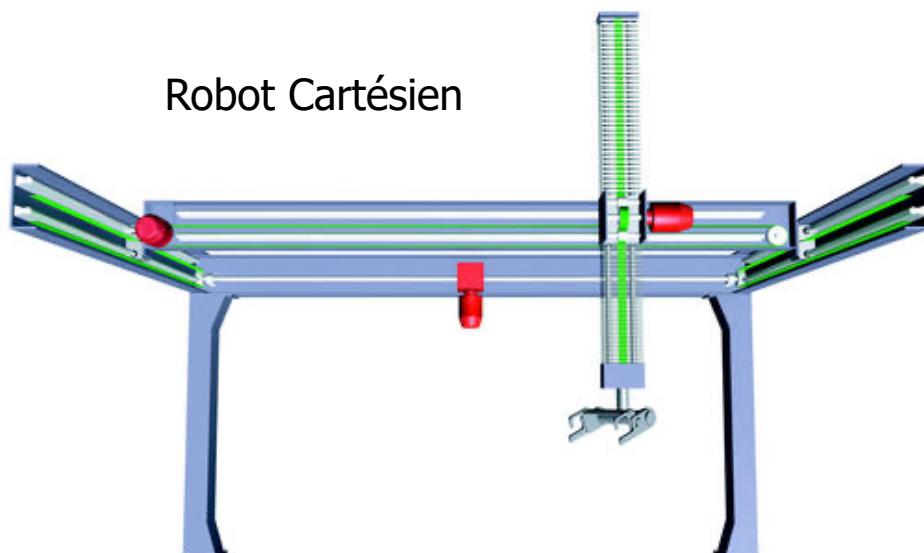
# Courroies dentées : exemples d'application



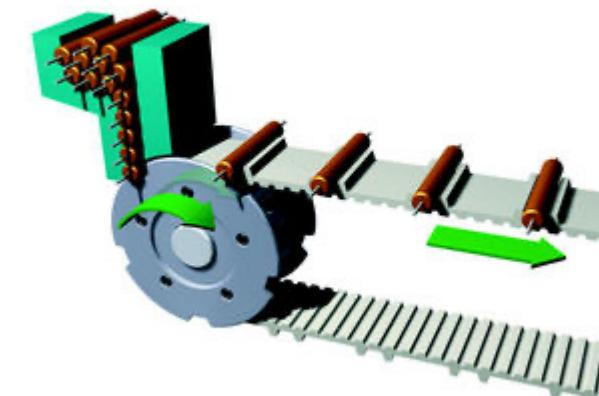
Entraînement linéaire



Laminage de film

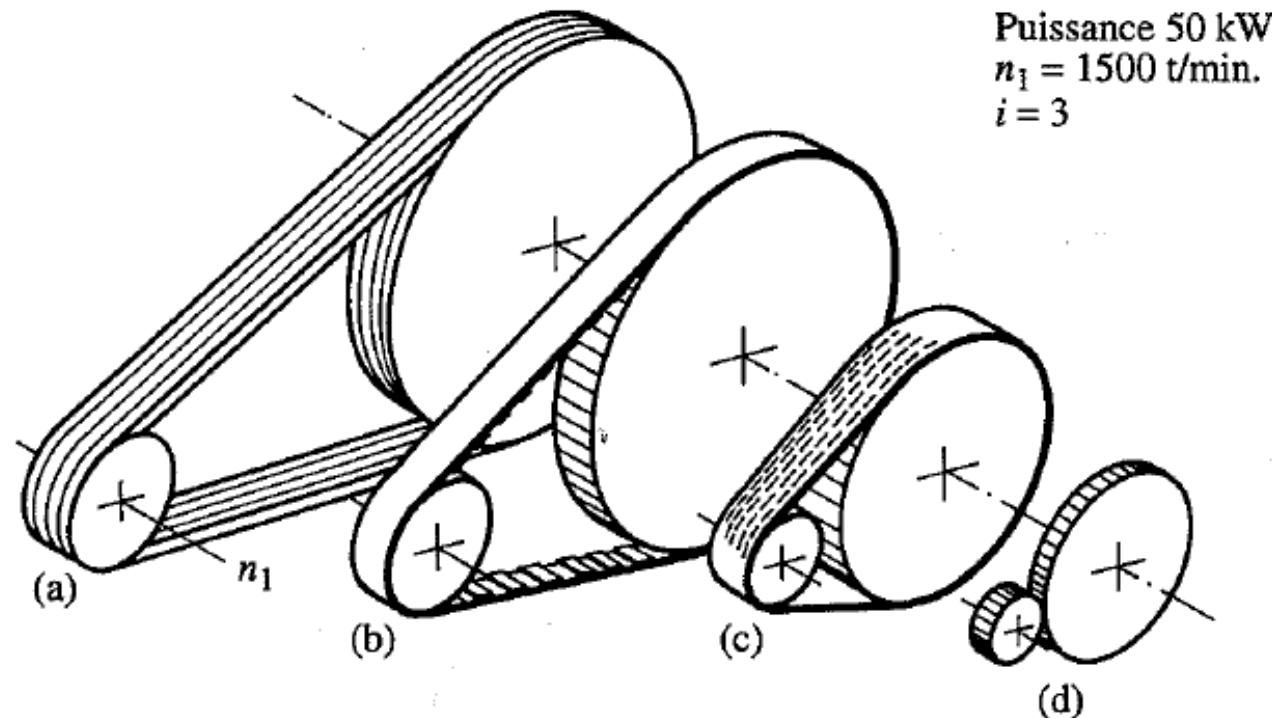


Robot Cartésien



Convoyeur

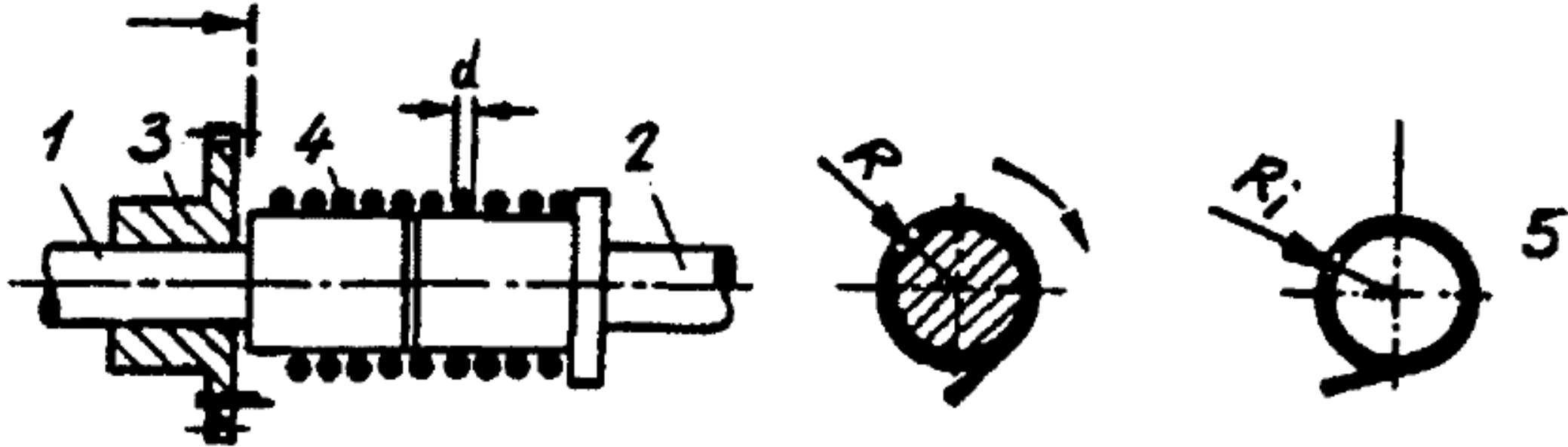
# Comparaison de l'encombrement



Puissance 50 kW  
 $n_1 = 1500$  t/min.  
 $i = 3$

	Type de transmission	Diamètre des roues	Entraxe	Largeur
(a)	courroies trapézoïdales	190 x 570	810	101
(b)	courroie dentée	198 x 594	588	63
(c)	chaîne (Westinghouse)	138 x 412	297	76
(d)	engrenage	90 x 270	180	26

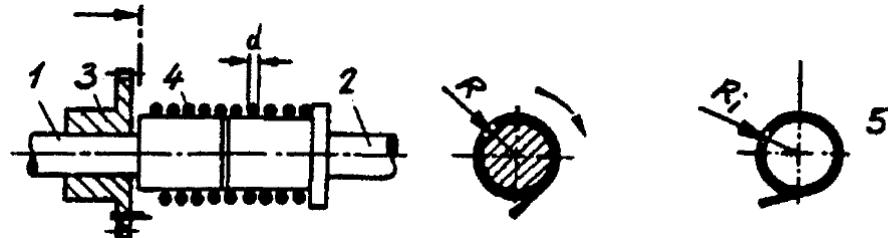
## Embrayages à ressort



- (1) arbre menant
- (2) arbre mené
- (3) roue de commande
- (4) ressort monté ( $\varnothing_{moyen} : D$ )
- (5) ressort non monté ( $\varnothing_{moyen} : D_i$ )  
(ressort enroulé à gauche  
dans cette représentation).

# Embrayage à ressort utilisé comme embrayage

Couple transmissible par friction dans le sens qui serre les spires contre le tambour  
(dans l'hypothèse où le fil ne casse pas en traction):



$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI(e^{\mu\alpha} - 1)$$

$\alpha$  : angle (en rd) d'enroulement de la partie active du ressort sur le tambour

D : diamètre moyen du ressort monté

D<sub>i</sub> : diamètre moyen du ressort détendu

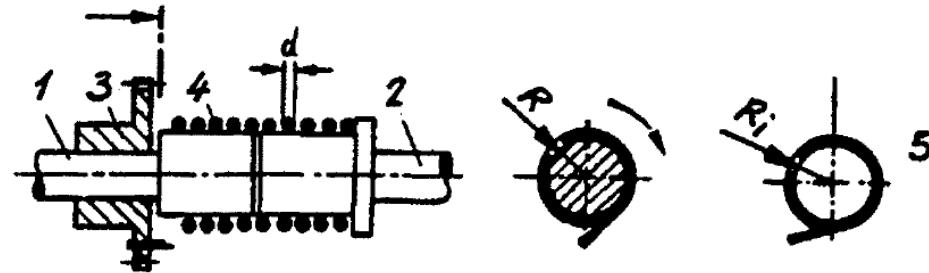
E : module d'élasticité du fil :  $2,1 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> pour acier

I : moment d'inertie du fil

$$\text{Fil rond de diamètre } d : I = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{Fil rectangulaire } b \times h : I = \frac{b h^3}{12}$$

# Embrayage à ressort utilisé comme limiteur de couple

Couple transmissible par friction dans le sens qui desserre les spires du tambour:



$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

$\alpha$  : angle (en rd) d'enroulement de la partie active du ressort sur le tambour

D : diamètre moyen du ressort monté

$D_i$  : diamètre moyen du ressort détendu

E : module d'élasticité du fil :  $2,1 \cdot 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> pour acier

I : moment d'inertie du fil

# Embrayage à ressort utilisé comme limiteur de couple

Faible sensibilité aux variations du coefficient de frottement  $\mu$

$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{DD_i^2} EI \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

Exemple numérique:

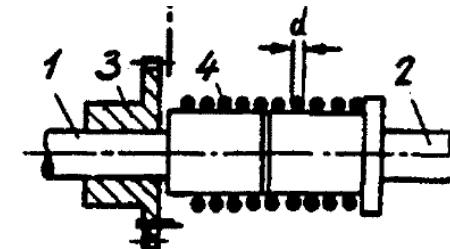
**Limiteur de couple à 4 spires utiles :**

Nombre de spires en travail : 4  $\Rightarrow \alpha = 8\pi$

$\mu$  varie de 0,1 à 0,5 :

- $\mu = 0,1 : \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} = 0,919$

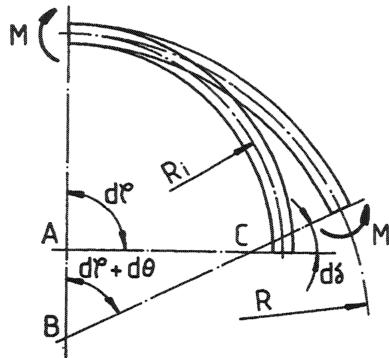
- $\mu = 0,5 : \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} \approx 1$  identique si  $\mu \rightarrow \infty$



On voit donc que lorsque  $\mu$  varie de 0,1 à l'infini, le couple transmis varie de moins 10%.

# Embrayage à ressort : contrôle de la résistance du fil

## Moment de flexion dans le fil



$$M = \frac{R - R_i}{R R_i} EI = 2 \frac{D - D_i}{D D_i} EI$$

Avec E : module d'élasticité du matériau du fil ;  
I : moment d'inertie de la section du fil.

## Contrainte en flexion pour

Fil de section circulaire  
de diamètre d:

$$\sigma = \frac{dM}{2I}$$

Fil de section rectangulaire  
de hauteur h:

$$\sigma = \frac{hM}{2I}$$

## Contrainte en traction dans le fil

Fil de section circulaire de diamètre

$$\sigma = \frac{2C}{D} \cdot \frac{1}{bh}$$

Fil de section rectangulaire

$$\sigma = \frac{2C}{D} \cdot \frac{4}{\pi d^2}$$

La contrainte maximum admissible dans le ressort

Fil rond	
Ø (mm)	σ <sub>adm</sub> (MN/m <sup>2</sup> )
0 ... 0,8	600
0,8 ... 3	500

Embrayage

0 ... 0,8	600
0,8 ... 3	500

Limiteur de Couple

0 ... 0,8	1000
0,8 ... 3	800

Fil rectangulaire

b ou h (mm)	σ <sub>adm</sub> (MN/m <sup>2</sup> )
0 ... 0,8	500
0,8 ... 3	400

Embrayage

0 ... 0,8	500
0,8 ... 3	400

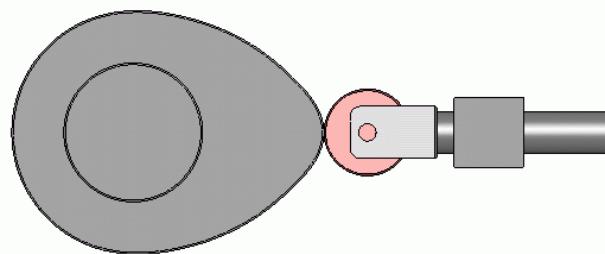
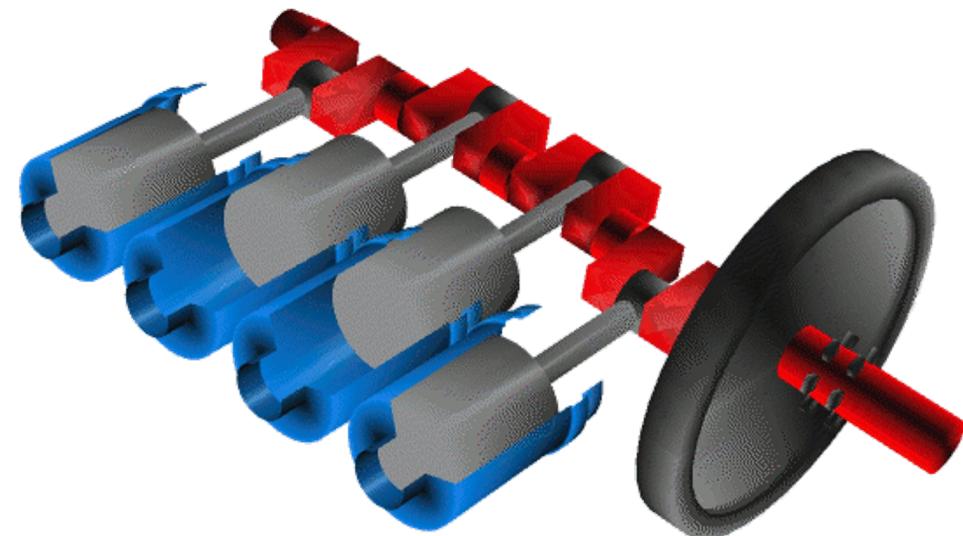
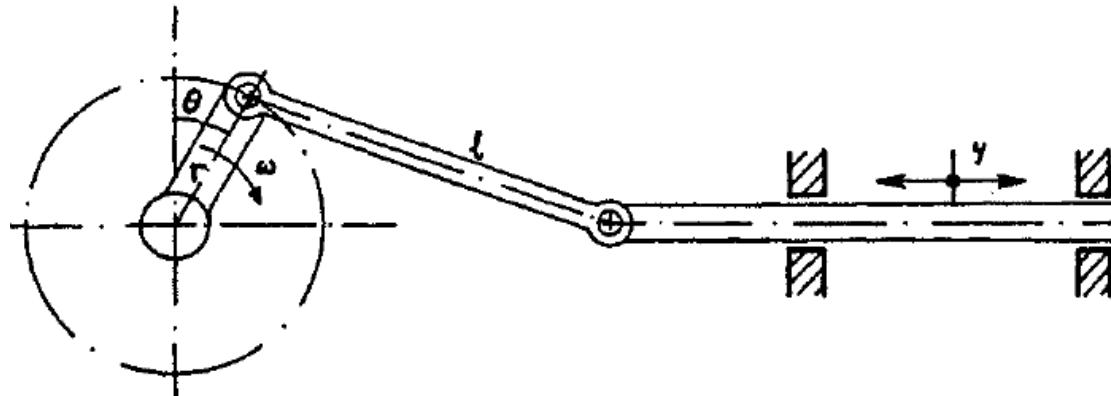
Limiteur de Couple

0 ... 0,8	800
0,8 ... 3	600

# PARTIE IV : Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation ↔ mouvement de rotation

Mécanisme Bielle-manivelle



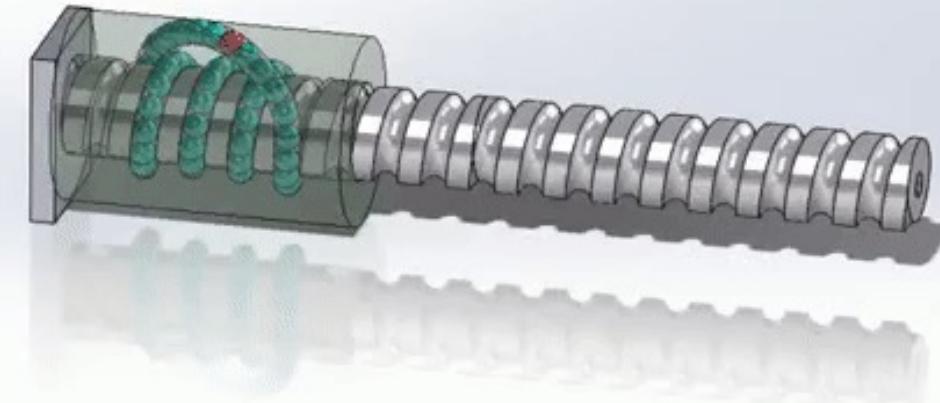
# Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation ↔ mouvement de rotation

Système pignon-crémaillère



Vis de mouvement

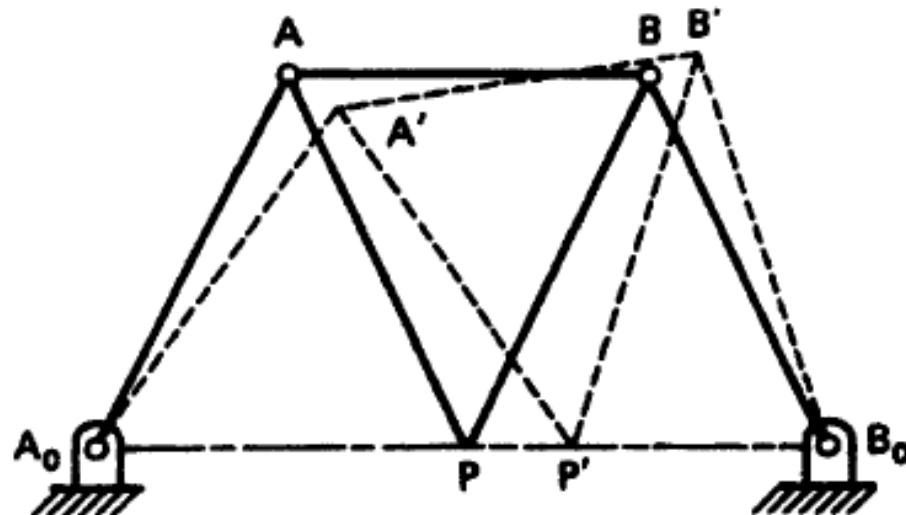


<https://www.youtube.com/watch?v=zjXnv5Uzarw>

# Transformation de mouvement

a) Mouvement de translation  $\leftrightarrow$  mouvement de rotation

Mécanismes à développement rectiligne

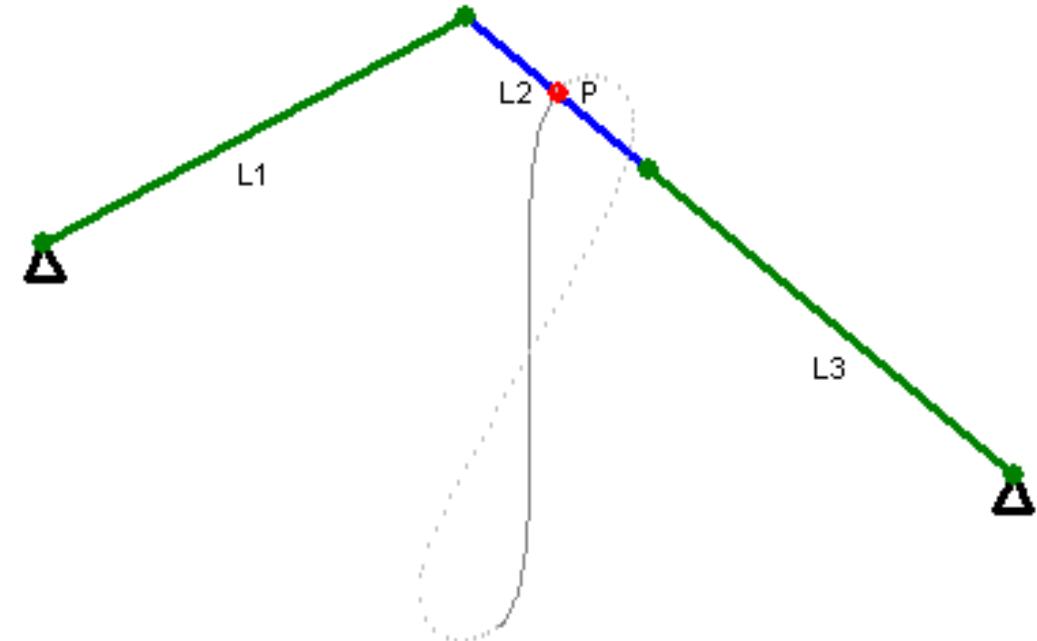


Mécanisme de Robert.

$$A_0A = AP = PB = BB_0, \\ A_0B_0 = 2AB$$

la trajectoire est approximativement droite

By Van helsing,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2691372>

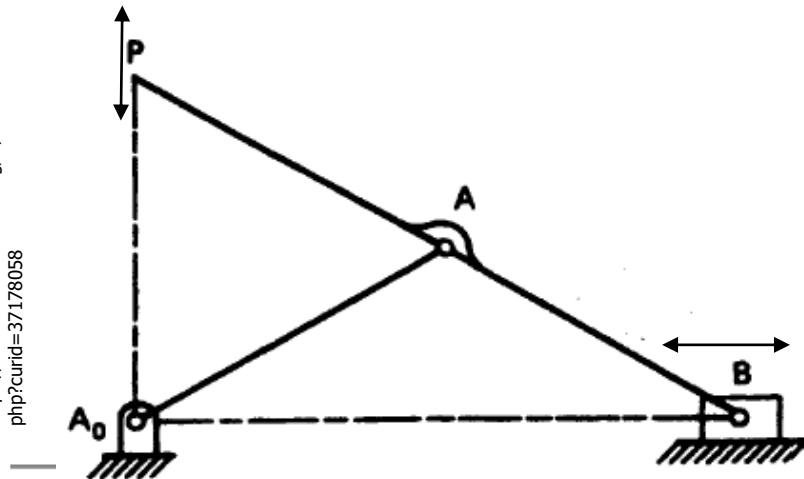


Mécanisme de Watt

# Transformation de mouvement

## b) Changement d'axe de mouvement

By MichaelFrey  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=37178058>

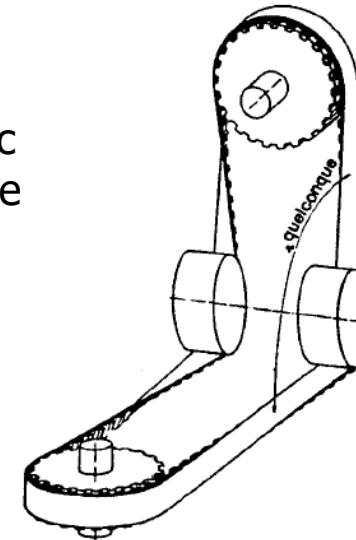


Mécanisme de Scott-Russell.

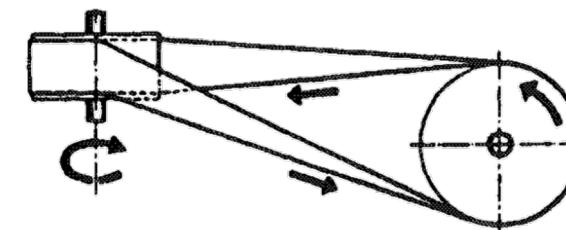
$$A_0A = AB = AP$$

le mouvement de  $P$  est parfaitement rectiligne

Courroie avec  
renvoi d'angle



Courroie semi-croisée

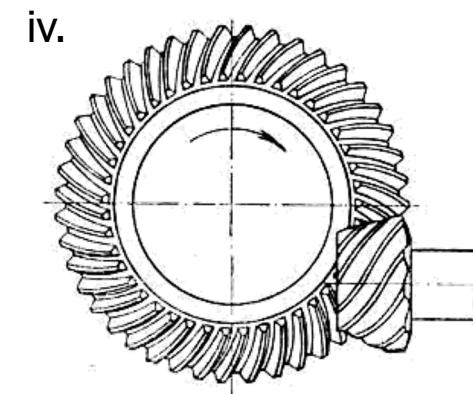
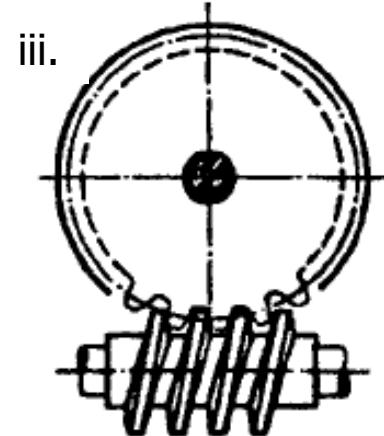
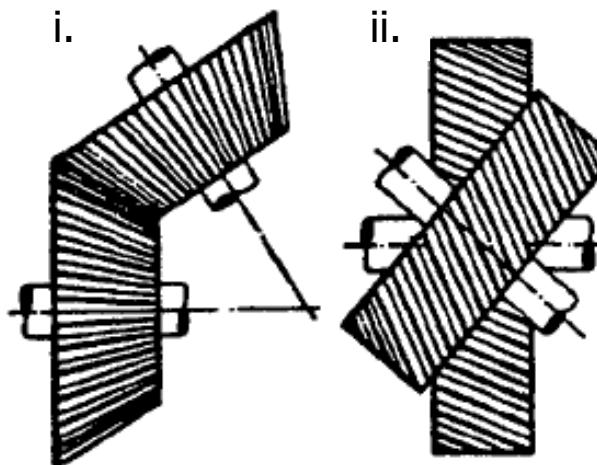


# Transformation de mouvement

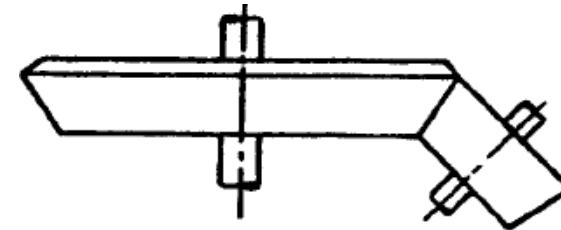
## b) Changement d'axe de mouvement

Engrenage

- i. Conique
- ii. Cylindrique gauche à denture hélicoïdale
- iii. À roue et vis sans fin
- iv. Hypoïde



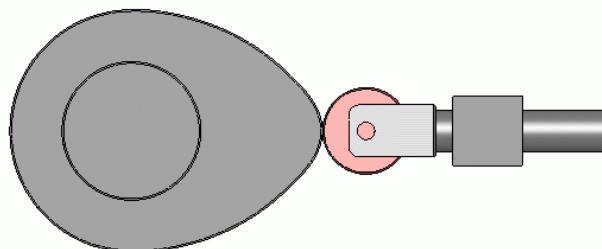
Transmission conique par friction



# Transformation de mouvement

c) Mouvement continu  $\leftrightarrow$  mouvement intermittent

Came



Croix de Malte

