Série 2

1. A l'aide du cercle trigonométrique, mais sans machine à calculer, déterminer les valeurs suivantes :

a) $\cos(\frac{179\pi}{3})$ b) $\sin(-\frac{374\pi}{6})$ c) $\tan(\frac{163\pi}{4})$ d) $\cot(-\frac{67\pi}{3})$

2. Calculer, sans machine, la valeur des fonctions trigonométriques des angles ainsi définis :

a) $\cos x = \pm\frac{4}{5}$, $\frac{15\pi}{2} \leq x \leq 8\pi$

b) $\sin x = \pm\frac{\sqrt{11}}{6}$, $-\frac{7\pi}{2} \leq x \leq -3\pi$

c) $\tan x = \pm\frac{4}{3}$, $-\frac{7\pi}{2} \leq x \leq -3\pi$

d) $\cot x = -\frac{2\sqrt{10}}{7}$, $11\pi \leq x \leq \frac{23\pi}{2}$

3. a) Calculer $A = \sin x - \dfrac{1}{\cos x}$ sachant que $\tan x = -\frac{1}{2}$ et $4\pi \leq x \leq 5\pi$.

b) Soit φ l'angle défini par $\sin\varphi = -\frac{2}{\sqrt{13}}$ et $65\pi < 2\varphi < 67\pi$.

Calculer $B = \dfrac{3\sin\varphi - 2\cos\varphi - 5\tan\varphi}{1 + \sin\varphi\cdot\cos\varphi - 3\tan^2\varphi}$.

4. Comparer, sans machine, les angles α et β dans les trois cas suivants :

a) $\sin\alpha = \frac{3}{4}$, $\alpha \in [\,\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{3\pi}{2}\,]$ et $\beta = \frac{5\pi}{6}$.

b) $\cos\alpha = \frac{2}{5}$, $\alpha \in [\,0\,,\,\pi\,]$ et $\beta = \frac{\pi}{3}$.

c) $\tan\alpha = -2$, $\alpha \in \,]-\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{\pi}{2}\,[$ et $\beta = -\frac{\pi}{3}$.

5. Soit ABC un triangle rectangle en C . Déterminer le sinus et le cosinus de l'angle $\alpha = \widehat{BAC}$ sachant que $AC = 5$ et $BC = 12$.

Déterminer sans calculatrice si α est plus grand ou plus petit que $\frac{\pi}{3}$.

6. Un polygone régulier de n côtés est inscrit dans un cercle de rayon r .

Calculer le périmètre P et l'aire A de ce polygone en fonction de r et de n .

7. Un cône de révolution est défini par son angle au sommet α (angle entre une génératrice et l'axe) et le rayon r du cercle de base.

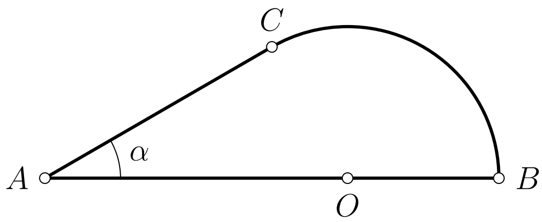
Ce cône de révolution est une surface développable. En le découpant le long d'une génératrice, on obtient son développement : c'est un secteur circulaire.

Calculer l'angle au centre β de ce secteur circulaire.

8. Pour déterminer la hauteur d'une tour, on vise son sommet depuis un point au sol, avec un angle d'élévation α ; puis on s'avance d'une distance d vers le pied de la tour et on effectue une deuxième visée avec un angle β.

Calculer la hauteur h de la tour en fonction de α, β et d.

9. La figure ci-jointe est constituée d'un segment AB, d'un arc de cercle (BC) de centre O et du segment AC tangent à l'arc (BC) en C.



On connaît les mesures suivantes : $AB = 18\,\text{cm}$ et $\alpha = 30°$.

Calculer le périmètre P et l'aire A de cette figure.

Réponses de la série 2

1. a) $\cos(\frac{179\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ c) $\tan(\frac{163\pi}{4}) = -1$

b) $\sin(-\frac{374\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ d) $\cot(-\frac{67\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. a) $\cos x = +\frac{4}{5}$, $\sin x = -\frac{3}{5}$, $\tan x = -\frac{3}{4}$

b) $\sin x = +\frac{\sqrt{11}}{6}$, $\cos x = -\frac{5}{6}$, $\tan x = -\frac{\sqrt{11}}{5}$

c) $\tan x = -\frac{4}{3}$, $\sin x = +\frac{4}{5}$, $\cos x = -\frac{3}{5}$

d) $\cot x < 0$ et $11\pi \leq x \leq \frac{23\pi}{2}$ sont incompatibles.

3. a) $A = \frac{7\sqrt{5}}{10}$. b) $B = -26$.

4. a) $\alpha < \beta$, b) $\alpha > \beta$, c) $\alpha < \beta$.

5. $\sin\alpha = \frac{12}{13}$, $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ et $\alpha > \frac{\pi}{3}$ car $\cos\alpha < \cos\frac{\pi}{3}$.

6. $P = 2\,n\,r\,\sin\frac{\pi}{n}$ et $A = n\,r^2\,\sin\frac{\pi}{n}\,\cos\frac{\pi}{n}$.

7. $\beta = 2\pi\,\sin\alpha$.

8. $h = d \cdot \dfrac{\tan\alpha \cdot \tan\beta}{\tan\beta - \tan\alpha}$.

9. $r = 6\,\text{cm}$, $P \approx 41\,\text{cm}$ et $A \approx 68,9\,\text{cm}^2$.