APPLICATION DES MATHEMATIQUES : Contrôle N° 1

Durée : 1 heures 45 minutes - Barème sur 20 points

NOM : ____________________

PRENOM : ____________________

GROUPE ☐

1. On considère la distribution statistique X suivante :

Classes	Effectifs n_i				
$[10, 60[$	250				
$[60, 90[$	240				
$[90, 130[$	240				
$[130, 190[$	420				
Total					

Remplissez convenablement le tableau ci-dessus en répondant aux questions suivantes.

a) Représenter cette distribution statistique par un histogramme, on prendra pour l'amplitude 1 carreau pour 10 unités, et pour la hauteur 2 carreaux pour 1 unité.

b) Déterminer la médiane $\widetilde{X}$ de X.

5 pts

---

2. Sur une population de 7 individus, on a pour la statistique de leurs âges :
i) le plus jeune a 12 ans ;
ii) l'étendue est de 20 ans ;
iii) la médiane est de 20 ans ;
iv) les premier et troisième quartiles sont de 16 et 25 ans respectivement ;
v) la moyenne est de 21 ans ;
vi) le mode est 20 ans.

a) Tracer le Box-plot ; échelle : 1 carreau pour une année.

b) Trouver l'âge de chaque individu.

5 pts

Tourner la page S. V. P.

3. Les question a) et b) sont indépendantes.

a) Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}, \quad \forall n \geq 1$$

b) *i*) Déterminer les constantes A, B et C vérifiant :

$$\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{A}{k} + \frac{B}{k+1} + \frac{C}{k+2}$$

ii) En utilisant la question b) *i*) et des changements d'indices appropriés, calculer $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}, \quad n \geq 1.$ 5 pts

---

4. a) Pour chacun des 2 ensembles suivants, montrer s'il est minoré, majoré, s'il possède une borne inféreure, une borne supérieure, un minimum, un maximum.

i) $E = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid \exists\, n \in \mathbb{N}\, ; y = \operatorname{tg} \dfrac{n\pi}{5} \right\}$ ***ii)*** $F = \{ x \in \mathbb{R} \mid \; y = (x+2)(x+1)(x-1) \geq 0 \}$

b) *i*) Montrer que 2 est un majorant et $-\frac{1}{2}$ est un minorant de

$$G = \left\{ v_n = (-1)^n + \frac{n}{n+1}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}.$$

ii) $-\dfrac{1}{2}$ est-il l'inf(G) ? Justifier votre réponse.

iii) Montrer que $\sup(G) = 2$. 5 pts

Question bonus (1 pt) :

Calculer $S_2(n) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2$ pour $n \geq 1$ sachant que $S_1(n) = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.