

Série 6

Exercice supplémentaire

On considère la suite (a_n) définie par $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que $a_n = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdots \left(1 - \frac{k-1}{n}\right)$.
2. En déduire que cette suite est croissante et majorée.
3. Soit (e_n) la suite définie par $e_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$. Elle converge vers e .

Montrer que la suite (a_n) converge aussi vers e .
