Série 15

1. Soient deux cercles γ et γ' :

$$\gamma : \ (x+3)^2 + (y+7)^2 = 200\,, \qquad \gamma' : \ (x-6)^2 + (y+4)^2 = 50\,.$$

On appelle d la droite passant par les points d'intersection de γ et γ'.

On considère les tangentes à γ issues d'un point $P \in d$.

Déterminer les coordonnées de P pour que ces tangentes soient de longueur $15\sqrt{2}$.

2. On donne deux cercles γ_1 et γ_2 et une longueur δ (c.f. données graphiques).

Construire le(s) point(s) P du plan tel que les tangentes à γ_1 et γ_2 issues de P soient isométriques et de longueur δ.

3. On donne un cercle γ_1, une droite d et un point A (c.f. données graphiques).

Construire un cercle γ_2 passant par le point A et tel que la droite d soit l'axe radical des deux cercles γ_1 et γ_2.

Indication : Soit P un point de la droite d, utiliser le fait que les puissances de P par rapport à γ_1 et γ_2 coïncident, pour déterminer un deuxième point du cercle γ_2.

4. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne l'équation cartésienne du cercle $\gamma : \ x^2 + y^2 - 1 = 0$.

On note d la tangente au cercle γ en $A(0\,;\,1)$.

Soit P un point variable de la droite d, $(P \not\equiv A)$. On considère la tangente t au cercle γ issue de P $(t \neq d)$, et on note B son point de tangence.

Déterminer l'équation cartésienne du lieu du point H orthocentre (intersection des hauteurs) du triangle PAB.

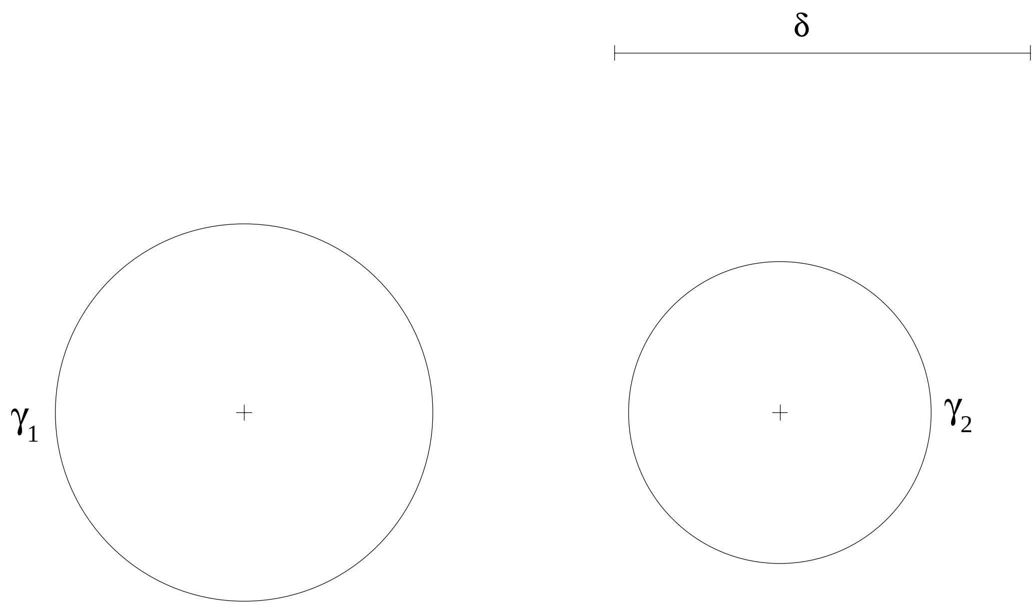
5. Dans le plan, on donne :

- le cercle γ_1 d'équation : $(x+2)^2 + (y-3)^2 - 36 = 0$,
- les points $A\,(16\,;\,12)$ et $B\,(-4\,;\,-5)$.

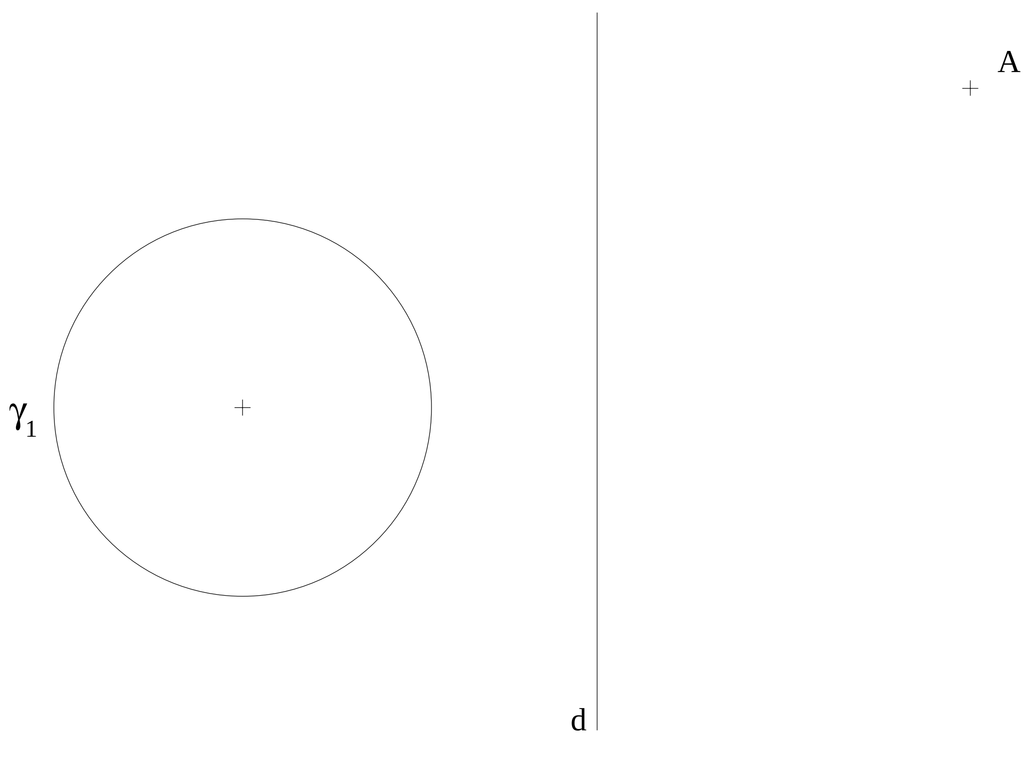
Déterminer l'équation cartésienne du cercle $\gamma\,(\Omega\,,\,r)$ de centre Ω et de rayon r vérifiant les trois conditions suivantes :

- la polaire de Ω par rapport au cercle γ_1 passe par le point A,
- le cercle γ est orthogonal au cercle γ_1,
- le point B appartient au cercle γ.

Donnée graphique de l'exercice **2.**



Donnée graphique de l'exercice **3.**



6. Dans le plan, on donne une droite p, un point P et un cercle γ_1 (c.f. données graphiques).

On considère le cercle $\gamma\,(\Omega,\, r)$ défini par les deux conditions suivantes :

- la polaire du point P par rapport au cercle γ est la droite p,
- le point P appartient à l'axe radical des deux cercles γ et γ_1.

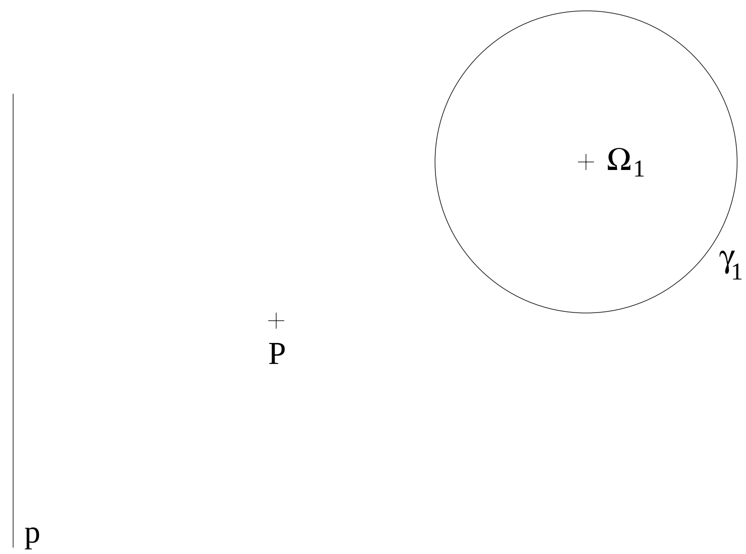
a) Construire rigoureusement, à la règle et au compas, le cercle γ.
Indication : raisonner sur une figure d'étude du problème résolu.

On donne les coordonnées du point P et l'équation cartésienne de la droite p et du cercle γ_1 :

$$P\,(10,\,7)\,,\quad p:\ x+y-3=0\quad \text{et}\quad \gamma_1:\ x^2\ +\ y^2\ -\ 26x\ +\ 8y\ +\ 181\ =\ 0\,.$$

b) Déterminer l'équation cartésienne du cercle γ.

Donnée graphique de l'exercice **6.**



Réponses de la série 15

1. $P\,(2\,;\,18)$ ou $P\,(16\,;\,-24)$.

4. Le lieu du point H est le cercle d'équation : $x^2+(y-1)^2-1=0$.

5. $\gamma:\ (x-4)^2+(y+5)^2-64=0$.

6. L'équation du cercle γ est $(x-1)^2+(y+2)^2-36=0$.