

Contrôle d'analyse I N°3

Durée : 1 heure 40 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe ☐

PRENOM : _____

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^3 + 3x^2} + nx$, $n \in \mathbb{Z}$.

a) Montrer que le graphe de f admet, pour tout n , un point anguleux en $x = 0$.

Puis déterminer les valeurs du paramètre entier n de sorte que ce point soit un extremum.

b) On fixe $n = 0$.

Déterminer et caractériser les points remarquables du graphe de f .

5,5 pts

2. Etudier les branches infinies de l'arc paramétré Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{\sqrt{t^2 + 3}}{t - 1} \\ y(t) = \frac{t^2 + 1}{t - 1} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

3,5 pts

3. On considère l'arc paramétré Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{t^4 - 8t^2}{8} \\ y(t) = \frac{3t^2}{t^2 + t + 1} \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Faire l'étude complète de l'arc paramétré Γ .

Remarque : on ne demande pas de chercher les coordonnées d'un éventuel point double de Γ .

b) Représenter, avec le plus grand soin, l'arc Γ dans un système d'axes cartésien d'unité 2 cm (4 carrés).

6 pts