

## APPLICATIONS DES MATHEMATIQUES: contrôle n° 1

Durée: 1 heure 45'

20 pts donnent la note 6

Nom: .....

Prénom: .....

Groupe: ☐

1. Soit la propriété **P(n)**:  $2^n \geq n^2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
- 1.1. Cette propriété est-elle vraie pour  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  ?
- 1.2. Pour quelles valeurs de  $n$  a-t-on :  $2n^2 \geq (n+1)^2$  ?
- 1.3. Montrer que **P(n)** est vraie pour **tout** entier naturel **différent** de 3. 5 1/2 pts
2. a) Pour chacun des 2 ensembles suivants, **montrer** s'il est minoré, majoré, s'il possède une borne inférieure, une borne supérieure, un minimum, un maximum.
- (i)  $E = \{y \in \mathbb{R}, y = \cos^2 x, x \in ]0; \pi]\}$  (ii)  $F = \{u_n = (n+1)^2 - n^2, n \in \mathbb{N}\}$ ;
- b) **Montrer** que 2 est un majorant de  $G = \{v_n = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}\}$  et que  $\sup(G) = 2$ .
- G** a-t-il un maximum ? 5 1/2 pts
3. Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres **distincts ou non**.
- |   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| A | B | C |
- 3.1. Déterminer le nombres de codes différents qu'on peut former.
- 3.2. Combien y a-t-il de codes ne comportant que des chiffres distincts?
- 3.3. Combien y a-t-il de codes comportant au moins 2 chiffres identiques?
- 3.4. Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1? 5 pts
4. Une urne contient 32 boules sur lesquelles sont inscrits des numéros allant de 1 à 8 comme suit:
- 4 boules portent le numéros 1; 4 boules le numéro 2; ...; 4 boules le numéro 8.
- On tire **simultanément** et **au hasard**, un échantillon de taille **r = 5** boules de l'urne.
- Déterminer
- 4.1. le nombre total **n** d'échantillons possibles;
- 4.2. le nombre d'échantillons comportant 4 boules de même numéro et 1 boule portant un autre numéro;
- 4.3. le nombre d'échantillons comportant 3 boules de même numéro et 2 boules portant des numéros différents et différents du précédent;
- 4.4. le nombre d'échantillons comportant 2 boules de même numéro, 2 boules de même numéro différent du précédent, et 1 boule encore d'un autre numéro;
- 4.5. le nombre d'échantillons comportant 5 boules de numéros différents. 6 pts