

Contrôle d'analyse I N°4

Durée : 1 heure 40 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. Déterminer, sur son domaine de définition, l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{x \ln x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}.$$

5 pts

2. Dans l'espace, muni d'un système d'axes cartésien $(Oxyz)$, on considère un corps dont les sections par des plans parallèles au plan Oyz sont des disques dont le cercle frontière coupe l'axe Ox et dont le centre, dans le plan Oxz , appartient à l'arc d'ellipse Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = 3 \cos t \\ z(t) = \sin t \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Calculer le volume du corps ainsi défini.

3,5 pts

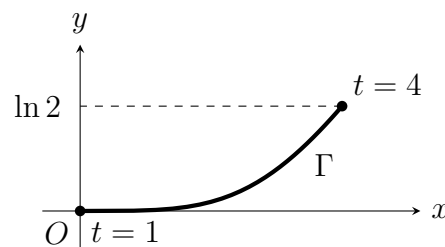
3. Dans le plan, on considère l'arc Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \sqrt{t-1} \\ y(t) = \ln\left(\frac{t^2-2t+10}{9}\right) \end{cases} \quad t \in [1, 4].$$

Ci-joint, l'esquisse de l'arc Γ .

Soit D le domaine fini du plan limité par l'arc Γ , la droite horizontale d'équation $y = \ln 2$ et l'axe Oy .

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe Oy .



3,5 pts

4. On considère un polynôme $P(x)$ de degré trois, à coefficients réels.

Déterminer sa décomposition en polynômes irréductibles dans $\mathbb{R}[x]$, sachant que $P(1 - 2i) = 0$ et que le reste de la division de $P(x)$ par $x - i$ est égal à 5.

3 pts