

(écrire lisiblement s.v.p)

Nom :

Prénom :

Groupe : ...

Question	Pts max.	Pts
1	5	
2	4	
3	5	
4	6	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Trigonométrie circulaire

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sin(x+y) &= \sin x \cos y + \cos x \sin y & \cos(x+y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y \\ \tan(x+y) &= \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}\end{aligned}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \tan x = \frac{2 \tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\begin{aligned}\cos x + \cos y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \cos x - \cos y &= -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \\ \sin x + \sin y &= 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) & \sin x - \sin y &= 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\end{aligned}$$

Trigonométrie hyperbolique

Définitions :

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

Formules d'addition :

$$\begin{aligned}\sinh(x+y) &= \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y & \cosh(x+y) &= \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y \\ \tanh(x+y) &= \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y}\end{aligned}$$

Formules de bisection :

$$\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x - 1}{2} \quad \cosh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x + 1}{2} \quad \tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x - 1}{\sinh x} = \frac{\sinh x}{\cosh x + 1}$$

Dérivée de quelques fonctions

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sinh x$	$\cosh x$	$\arg \sinh x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\cosh x$	$\sinh x$	$\arg \cosh x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$	$\arg \tanh x$	$\frac{1}{1-x^2}$
$\operatorname{arccot} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$	$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2 x}$	$\arg \coth x$	$\frac{1}{1-x^2}$

Question 1 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \sqrt{4e^x - e^{2x}}, \quad x \leq \ln(4).$$

Réponse à la question 1:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 4 points)

Points obtenus: (laisser vide)

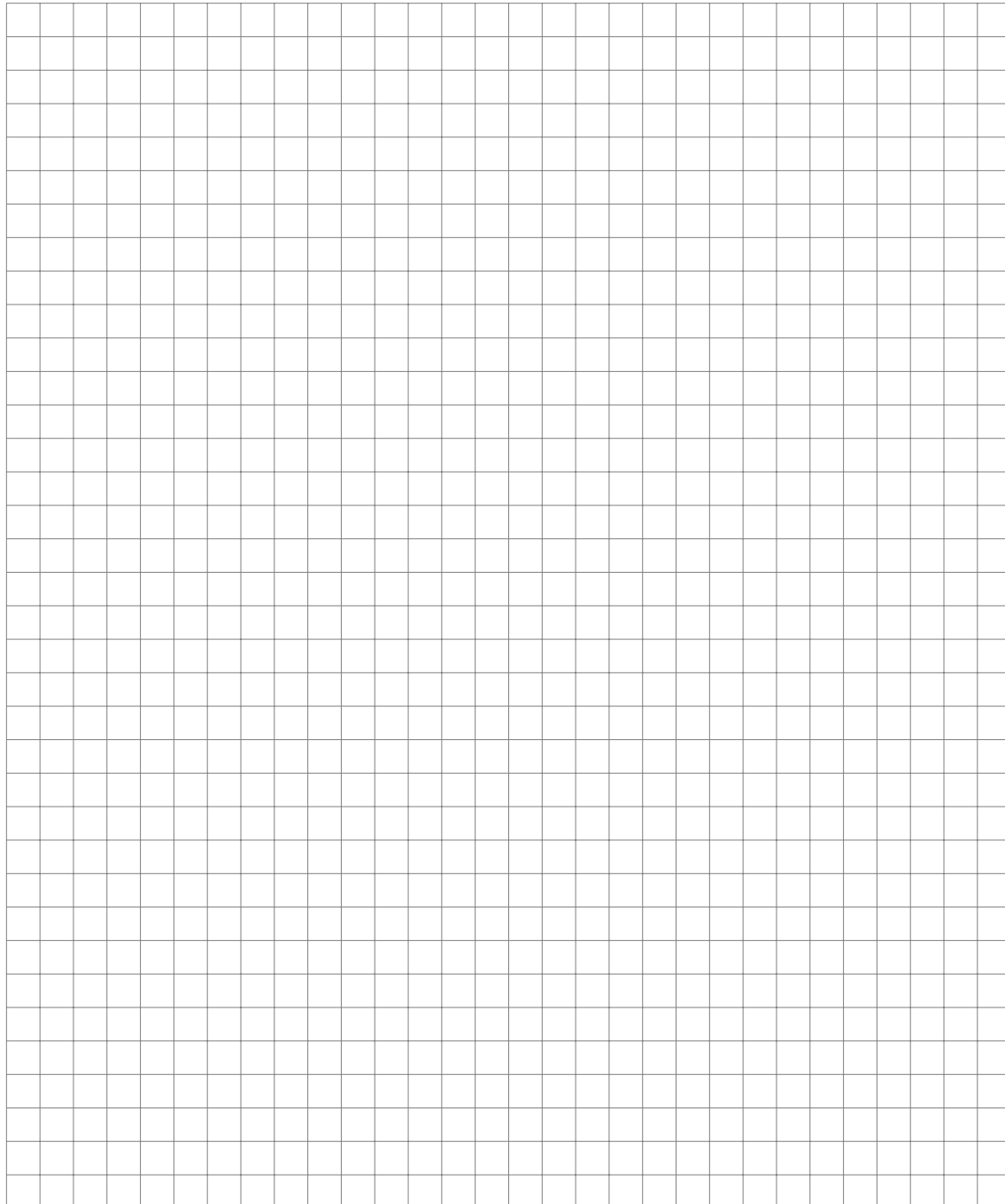
On considère les deux fonctions f et g définies par

$$f(x) = -\ln(x) \quad \text{et} \quad g(x) = \arg \cosh(2x).$$

- a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection des graphes de f et g .
- b) Déterminer l'aire du domaine fini limité par le graphe de ces deux fonctions et l'axe Ox .

Réponse à la question 2:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 5 points)

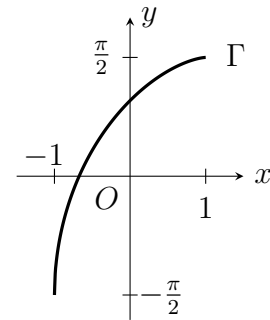
Points obtenus: (laisser vide)

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \arcsin(x) + \sqrt{1 - x^2}, \quad x \in [-1, 1]$$

et la courbe Γ d'équation $y = f(x)$.

- Calculer la longueur de l'arc Γ .
- Calculer l'aire de la surface de révolution engendrée par la rotation de l'arc Γ autour de l'axe $x = 1$.



Réponse à la question 3:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

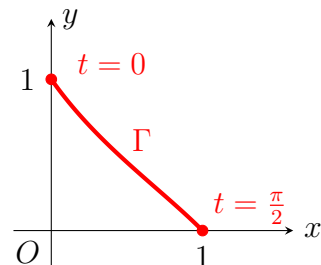
Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 4 (à 6 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Dans l'espace, muni d'un système d'axes cartésien $Oxyz$, on considère un corps dont les sections par des plans perpendiculaires à l'axe Oy sont des carrés $ABCD$ tels que A est sur l'axe Oy et B , dans le plan Oxy , appartient à l'arc Γ , ($z_C, z_D > 0$).

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \sqrt{1 - \cos(t)} \\ y(t) = \frac{\cos(t)}{1 + \sin(t)} \\ z(t) = 0 \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$



Calculer le volume V de ce corps

Réponse à la question 4:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐