Physique

Semestre de printemps 2019

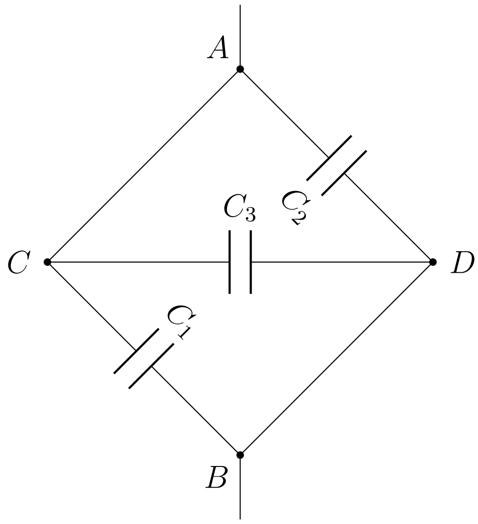
Roger Sauser
https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=15142

Corrigé 21

Exercice 1

Nous allons exploiter la proportionnalité entre charge et tension dans un condensateur ainsi que la loi d'addition des tensions en électrostatique (en particulier le long d'un chemin fermé).

(a) Il suffit d'étudier la manière avec laquelle les trois condensateurs sont reliés :



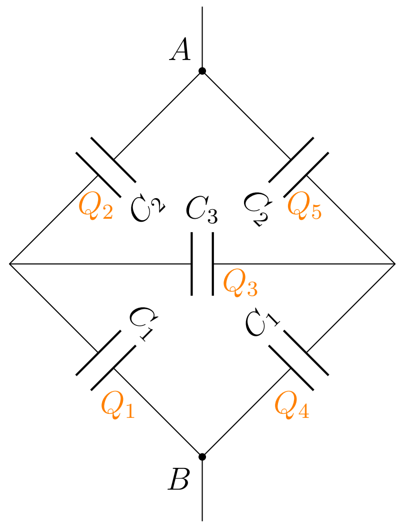
En effet, on constate immédiatement que la tension aux bornes de chacun des condensateurs est identique :

$$U_{AD} = U_{CD} = U_{CB} = U_{AB} = U\,.$$

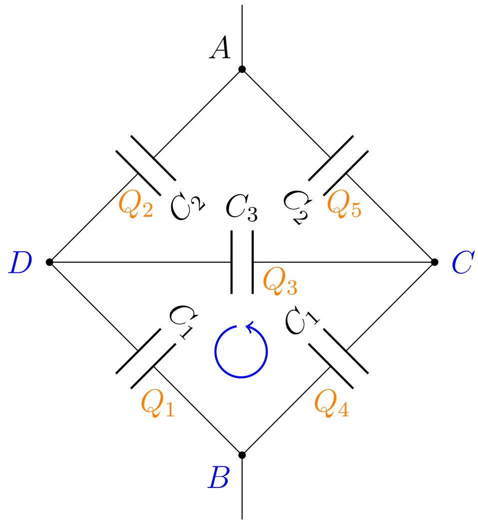
Par conséquent, la charge portée par chacun des trois condensateurs est

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1\,U_{CB} = C_1\,U\,,\\ Q_2 &= C_2\,U_{AD} = C_2\,U\,,\\ Q_3 &= C_3\,U_{CD} = C_3\,U\,. \end{aligned}$$

(b) Pour commencer, nous choisissons (arbitrairement) les armatures positives des condensateurs et nous les indiquons à l'aide des charges correspondantes :



Nous allons étudier la maille inférieure BCD en choisissant un sens de parcours :

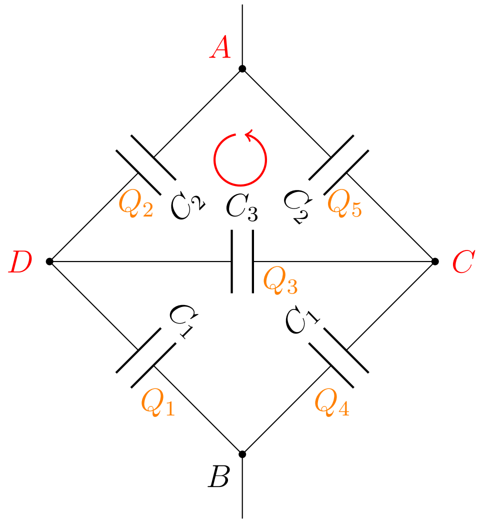


Comme nous sommes en électrostatique, la somme des tensions le long de cette maille doit être nulle :

$$\begin{aligned} U_{BB} &= \frac{Q_4}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} - \frac{Q_1}{C_1} \\ &= 0\,, \end{aligned}$$

où nous avons tenu compte du fait que la tension aux bornes de C_1 est négative pour les choix que nous avons faits (on passe de l'armature négative à l'armature positive).

Nous allons maintenant nous intéresser à la maille supérieure ADC en choisissant un sens de parcours :

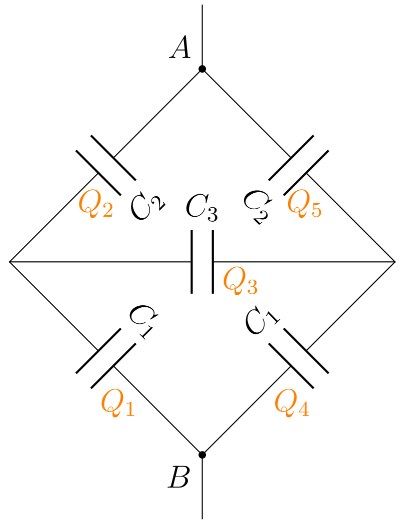


Comme nous sommes en électrostatique, la somme des tensions le long de cette maille doit être nulle :

$$\begin{aligned} U_{AA} &= -\frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_5}{C_2} \\ &= 0\,. \end{aligned}$$

De plus, nous avons également les deux équations

$$Q_1 = Q_2 - Q_3 \quad \text{et} \quad Q_4 = Q_3 + Q_5$$



Les équations ci-dessus permettent de déterminer Q_3 :

$$\frac{Q_4}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3} - \frac{Q_1}{C_1} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad C_3Q_4 + C_1Q_3 - C_3Q_1 = 0 \qquad (1)$$

$$-\frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_3}{C_3} + \frac{Q_5}{C_2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -C_3Q_2 - C_2Q_3 + C_3Q_5 = 0 \qquad (2)$$

En égalant les relations (1) et (2), il vient, après avoir utilisé $Q_1 = Q_2 - Q_3$ et $Q_4 = Q_3 + Q_5$,

$$C_3(Q_3 + Q_5) + C_1Q_3 - C_3(Q_2 - Q_3) = -C_3Q_2 - C_2Q_3 + C_3Q_5$$

$$\Leftrightarrow \quad Q_3(C_3 + C_1 + C_3 + C_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad Q_3 = 0\,\mathrm{C}\,.$$

Remarquons que les condensateurs sont disposés de manière symétrique. Une telle disposition implique nécessairement que $Q_3 = 0\,\mathrm{C}$.

Par conséquent,

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{et} \quad Q_4 = Q_5\,.$$

On a même, en utilisant une des équations des mailles,

$$Q_1 = Q_2 = Q_4 = Q_5 \equiv Q\,.$$

Comme la tension U entre A et B est donnée par exemple par

$$U = -\frac{Q_5}{C_2} - \frac{Q_4}{C_1} = -\frac{Q}{C_2} - \frac{Q}{C_1} = -\frac{C_1 + C_2}{C_1C_2}Q\,,$$

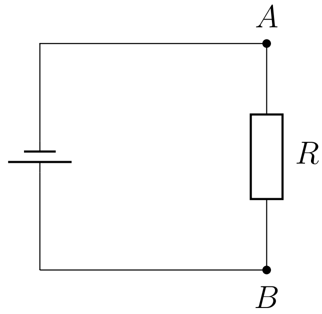
la charge Q a finalement pour expression

$$Q = -\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}U\,.$$

Exercice 2

Nous allons faire un dessin du circuit et exploiter l'expression de la puissance pour une résistance.

Un radiateur transforme de l'énergie électrique en chaleur (énergie thermique). Il s'apparente donc à une grande résistance R et on peut raisonner sur le circuit électrique suivant :



Selon l'énoncé, lorsque le radiateur est branché sur une tension $U = U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$, il dissipe une puissance $P = 1200\,\mathrm{W}$. Cette puissance a pour expression

$$P = UI = \frac{U^2}{R}\,.$$

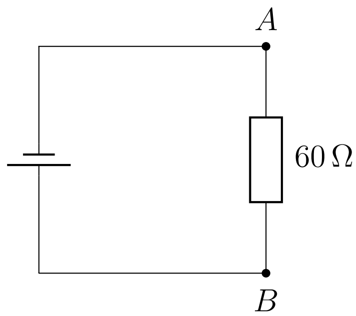
Ainsi, la résistance des fils constituant le bobinage du radiateur est donnée par

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{1200} \cong 40.3\,\Omega.$$

Exercice 3

Nous allons faire un dessin du circuit et exploiter l'expression de la puissance pour une résistance. Nous aurons également besoin de la relation donnant la chaleur nécessaire pour faire passer la température du fer à repasser de 20°C à 130°C (section 6.4 du cours de Physique).

Le corps de chauffe du fer à repasser se comporte comme une grande résistance $R = 60\,\Omega$ et on peut donc raisonner sur le circuit électrique suivant :



La puissance électrique fournie par le générateur est

$$P = UI = \frac{U^2}{R}\,,$$

où $U = U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$.

Pour augmenter la température du fer à repasser de ΔT, il faut fournir à ce dernier une chaleur

$$Q = C\Delta T\,,$$

où $C = 200\,\mathrm{cal\,K^{-1}} \cong 4.185 \cdot 200\,\mathrm{J\,K^{-1}} = 837\,\mathrm{J\,K^{-1}}$ est la chaleur spécifique (capacité calorifique) du fer à repasser.

Cette chaleur Q est apportée sous forme d'énergie électrique pendant le temps Δt :

$$Q = P\Delta t\,.$$

Ainsi,

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{C\Delta T R}{U^2} \cong \frac{837 \cdot (130 - 20) \cdot 60}{220^2} \cong 114.1\,\mathrm{s}.$$

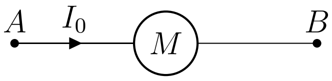
Si le fer est branché sur une tension deux fois plus faible, $U' = U/2$, le temps de chauffe quadruple :

$$\Delta t' = \frac{C\Delta T R}{U'^2} = \frac{C\Delta T R}{\left(\frac{U}{2}\right)^2} = 4\Delta t \cong 456.4\,\mathrm{s}\,.$$

Exercice 4

Il convient de se représenter le bilan énergétique du moteur.

(a) Commençons par dessiner le schéma électrique de l'alimentation du moteur :

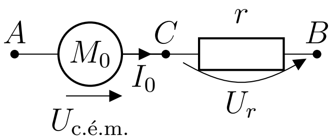


Notons A et B les bornes du moteur et I_0 le courant le traversant : $U_{AB} = 220\,\mathrm{V}$, $I_0 = 3.5\,\mathrm{A}$.

Le moteur est alimenté en énergie électrique et transforme celle-ci en énergie mécanique (utile) et énergie thermique (non utile). Par unité de temps,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}}.$$

L'énergie thermique est dissipée par effet Joule à travers la résistance interne du moteur (bobinage...).



$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + U_r$

- M_0 : moteur sans perte (toute l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique), de tension aux bornes $U_{\text{c.é.m.}} = U_{AC}$.
- r : résistance interne r (dissipation thermique), de tension aux bornes $U_r = U_{CB} = rI_0\,$.

Alors,

$$P_{\text{méc}} = U_{\text{c.é.m.}} I_0 \quad \Rightarrow \quad U_{\text{c.é.m.}} = \frac{P_{\text{méc}}}{I_0} = \frac{736\,\mathrm{W}}{3.5\,\mathrm{A}} = 210.3\,\mathrm{V}\,,$$

et

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}} \quad \Leftrightarrow \quad U_{AB} I_0 = U_{\text{c.é.m.}} I_0 + rI_0^2$$

$$\Leftrightarrow \quad U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + rI_0 \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{U_{AB} - U_{\text{c.é.m.}}}{I_0} = \frac{220\,\mathrm{V} - 210.3\,\mathrm{V}}{3.5\,\mathrm{A}} = 2.78\,\Omega.$$

Le rendement est le rapport entre la puissance utile et la puissance consommée :

$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}} = \frac{P_{\text{méc}}}{U_{AB} I_0} = \frac{736\,\mathrm{W}}{220\,\mathrm{V} \cdot 3.5\,\mathrm{A}} = 0.9558 \cong 96\%\,.$$

(b) Si le moteur est bloqué, il consomme de l'énergie électrique mais ne fournit plus d'énergie mécanique. Alors,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}} = P_{\text{therm}} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} I = rI^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{220\,\mathrm{V}}{2.78\,\Omega} = 79.26\,\mathrm{A}.$$

Toute l'énergie électrique est transformée en chaleur : le moteur chauffe et risque d'être endommagé !

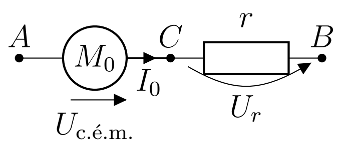
Exercice 5

Il convient de se représenter le bilan énergétique du moteur.

(a) Commençons par dessiner le schéma électrique (détaillé) de l'alimentation du moteur. Le moteur est alimenté en énergie électrique et transforme celle-ci en énergie mécanique (utile) et énergie thermique (non utile). Par unité de temps,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{méc}} + P_{\text{therm}}.$$

L'énergie thermique est dissipée par effet Joule à travers la résistance interne du moteur (bobinage. . .).



$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + U_r$

- M_0 : moteur sans perte (toute l'énergie électrique est convertie en énergie mécanique), de tension aux bornes $U_{\text{c.é.m.}} = U_{AC}$.
- r : résistance interne r (dissipation thermique), de tension aux bornes $U_r = U_{CB} = rI_0$.

Si le moteur est bloqué, il consomme de l'énergie électrique mais ne fournit plus d'énergie mécanique. Alors,

$$P_{\text{él}} = P_{\text{therm}} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} = rI \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{30\,\text{V}}{5\,\Omega} = 6\,\text{A}\,.$$

Toute l'énergie électrique est transformée en chaleur : le moteur chauffe et risque d'être endommagé !

(b) En fonctionnement normal,

$$U_{AB} = U_{\text{c.é.m.}} + rI_0 \quad \Rightarrow \quad U_{\text{c.é.m.}} = U_{AB} - rI_0 = 30\,\text{V} - 5\,\Omega \cdot 1\,\text{A} = 25\,\text{V}$$

et

$$P_{\text{méc}} = U_{\text{c.é.m.}} I_0 = 25\,\text{V} \cdot 1\,\text{A} = 25\,\text{W}\,.$$

(c) Le rendement est le rapport entre la puissance utile et la puissance consommée :

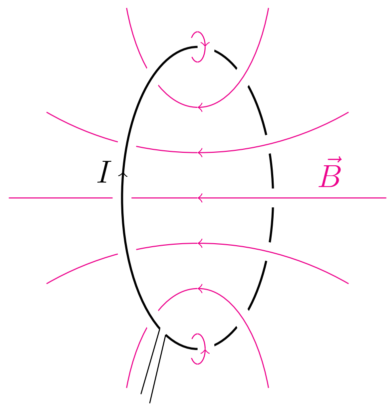
$$\eta = \frac{P_{\text{méc}}}{P_{\text{él}}} = \frac{P_{\text{méc}}}{U_{AB} I_0} = \frac{25\,\text{W}}{30\,\text{V} \cdot 1\,\text{A}} = 0.8333 \cong 83\%\,.$$

Exercice 6

Une spire étant formé d'un fil, on peut adapter la situation du fil rectiligne à celle d'un fil courbé.

Considérons la spire comme formée de petits bouts de fils traversés par le courant. Le champ magnétique est la superposition des champs dus à chacun de ces petits bouts. Son sens est déterminé en appliquant la règle du tire-bouchon.

Dans la spire, tous les champs individuels sont de même sens : selon la règle du tire-bouchon, pour le cas où la partie gauche de la spire est en avant, les lignes de champ traversent la spire de la droite vers la gauche (voir esquisse en page suivante).

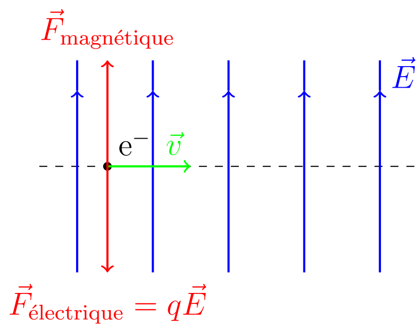


Hors de la spire, les champs individuels se compensent partiellement. Le champ dû aux bouts de fil les plus proches est dominant.
Selon la règle du tire-bouchon, pour le cas où la partie gauche de la spire est en avant, les lignes de champ se referment hors de la spire, de gauche à droite dans le plan de la spire.

Exercice 7

Comme d'habitude, il convient de faire un dessin et de répertorier les forces s'exerçant sur l'électron ainsi que les caractéristiques de ces dernières.
Nous allons négliger la force de la gravitation.

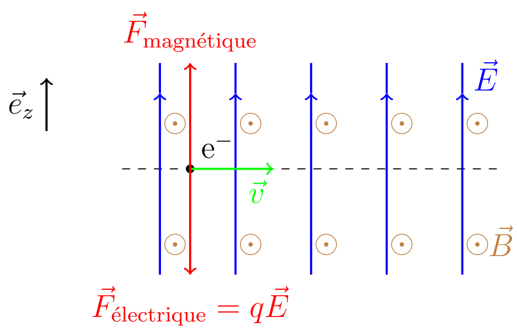
Supposons que le champ électrique est dirigé vers le haut. La force électrique que ressent l'électron pousse ce dernier vers le bas (un électron est chargé négativement : $q = -e$). La force magnétique doit donc être dirigée vers le haut :



L'électron suit alors une trajectoire rectiligne (mouvement rectiligne uniforme à vitesse constante $\vec{v}$).
La force magnétique (force de Lorentz) que ressent l'électron a pour expression :

$$\vec{F}_{\text{magnétique}} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}\,.$$

Par conséquent, si la vitesse $\vec{v}$ de l'électron est dirigée vers la droite, le champ magnétique $\vec{B}$ doit être perpendiculaire au plan de la feuille et sortant : $\odot\vec{B}$



L'intensité $B = ||\vec{B}||$ du champ magnétique est donnée par la deuxième loi de Newton projetée selon la verticale $\vec{e}_z$:

$$q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{E}{v}\,.$$

Exercice 8

Nous allons considérer la particule et les forces qu'elle subit.

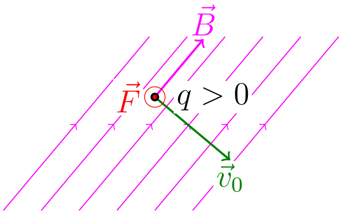
Il est important de choisir un point de vue adéquat pour faire le dessin.

Considérons la particule chargée dans le champ magnétique : la seule force qu'elle subit est la force de Lorentz

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}\,.$$

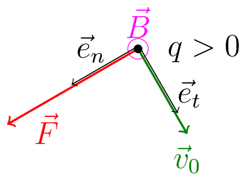
Cette force est toujours normale et à la vitesse et au champ magnétique.

Vue normale au champ $\vec{B}$:



Lorsque la vitesse de la particule est dans ce plan, la force de Lorentz est normale au plan et la particule sort du plan. Ce point de vue n'est donc pas très pratique…

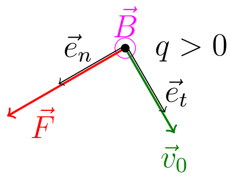
Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



La vitesse de la particule, tout comme la force de Lorentz, reste dans ce plan. Le mouvement de la particule a lieu dans ce plan.

Appliquons la deuxième loi de Newton à la particule chargée :

Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



Objet : particule

Force : Lorentz

$$q\,\vec{v} \times \vec{B} = m\vec{a}\,.$$

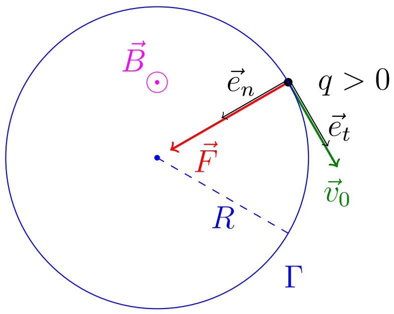
Selon $\vec{e}_t$: $0 = ma_t \quad \Rightarrow \quad v = \text{cte} = v_0$.
La norme de la vitesse de la particule est conservée (mouvement uniforme).

Selon $\vec{e}_n$: $|q|vB = ma_n = m\dfrac{v^2}{R}$

$$\Rightarrow \quad R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv_0}{|q|B} = \text{cte}\,.$$

Le rayon de courbure est donc également constant.

Vue parallèle au champ $\vec{B}$:



Le mouvement est circulaire et uniforme !