Exercice 1* (15 min) **: Théorème du moment cinétique**

On s'intéresse au mouvement d'une bille considérée comme un masse ponctuelle m qui se déplace sur la surface intérieure d'un cône de demi angle au sommet θ. Montrez que la composante L_z du moment cinétique le long de l'axe du cône est constante.

Exercice 2** (30 min) **: Tout sur le moment cinétique**

On s'intéresse au mouvement d'une particule de masse m dans le repère (Oxy). On considérera que le mouvement de m a lieu uniquement dans le plan (Oxy)

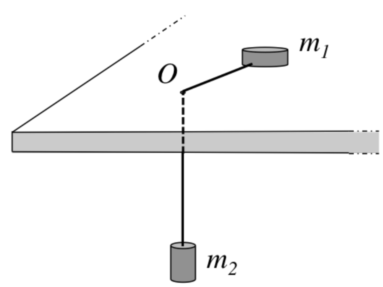
1. Rappelez la définition du moment cinétique et l'exprimer pour la particule par rapport à O, en coordonnées cylindriques.
2. Calculez la dérivée de ce moment cinétique. En déduire la relation entre la dérivée et le moment par rapport à O des forces s'appliquant sur la particule $\boldsymbol{m}$. Que peut-on dire de cette dérivée quand la particule est soumise à une force centrale (dirigée vers O) ?
3. Exprimez en coordonnées cylindriques l'aire infinitésimale dA balayée par $\vec{r}$ pendant le temps infinitésimal dt. En déduire que la vitesse aréolaire $\frac{dA}{dt}$ est constante dans le cas d'un mouvement à force centrale.

Exercice 3* (10 min) **: Troisième loi de Kepler**

A partir de la troisième loi de Kepler, donnez la valeur de la masse du Soleil sachant que la Terre décrit une ellipse peu différente d'un cercle de 150 millions de kilomètres de rayon en 365,25 jours.

<u>Indication</u> : G = 6.67×10^{-11} S.I.

Exercice 4** (45 min) **: Deux masses et une table trouée**



On considère deux masses ponctuelles m_1 et m_2, reliées par un fil inextensible de longueur l, toujours tendu et de masse négligeable. m_1 glisse sans frottement sur la surface d'une table horizontale. Le fil passe par un petit trou dans la table en O, où il glisse sans frottement. m_2 est soumise au champ de gravitation et ne se déplace que verticalement. La masse m_1, quant à elle, a un mouvement de rotation autour de O.

a) Trouvez les équations différentielles du mouvement pour la masse m_1 et m_2 en coordonnées polaires en utilisant directement les lois de Newton (ne pas utiliser la conservation du mouvement cinétique pour cette question).
b) Ecrivez l'expression du moment cinétique de m_1 en O, en utilisant les coordonnées cylindriques.
c) Pourquoi peut-on affirmer que le moment cinétique de m_1 en O est constant pendant le mouvement? Montrez que l'une des équations trouvées en a) exprime cette conservation.
d) Sous quelle condition la masse m_1 peut-elle avoir un mouvement circulaire uniforme autour de O?

Formulaire : coordonnées cylindriques

$$\vec{v} = \dot{\rho}\vec{e}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{e}_\varphi + \dot{z}\vec{e}_z$$
$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\vec{e}_\rho + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\vec{e}_\varphi + \ddot{z}\vec{e}_z$$

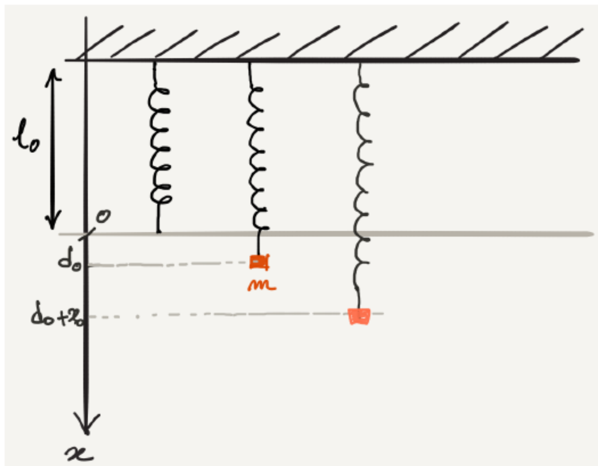
*Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile*

Le temps est indicatif et correspond au temps qui considéré en conditions d'examen

***

Exercice S11.1* (25 min) **: Révision ressort et masse**

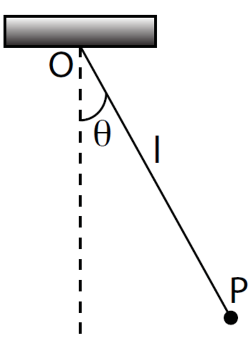
On considère le montage suivant :



On considère le montage suivant : Une masse m est accrochée à un ressort de constante de raideur k suspendu au plafond. Le ressort a une longueur au repos l_0.
On prend un repère orienté vers le bas, l'origine étant définie par le ressort sans masse.

1. On accroche la masse, quel est l'allongement d_0 du ressort quand il est immobile ?
2. Maintenant, on prend la masse, on la tire vers le bas de x_0 en plus de d_0 et on la lâche sans vitesse initiale.
   a) Déterminer l'équation du mouvement de 2 manières : en utilisant les forces et l'énergie.
   b) Resoudre l'équation et montre que le système oscille autour de la nouvelle position d'équilibre donnée par d_0.

Exercice S11.2* (20 min) **: Pendule et moment cinétique**



Un pendule est constitué d'une masse m accrochée au point P à un fil de masse négligeable et de longueur l. Le fil est repéré par rapport à la verticale par l'angle orienté θ. Le mouvement s'effectue sans frottements.

1. établir l'équation du mouvement en utilisant le théorème du moment cinétique. Retrouver cette équation en utilisant la conservation de l'énergie mécanique
2. En considérant des oscillations d'amplitude θ_0, donner la condition sur la tension du fil pour que celui-ci ne casse pas.