

## Série 4

1. Calculer sans machine les valeurs suivantes :

a)  $\cos(\frac{7\pi}{12})$

c)  $\tan(\frac{5\pi}{12})$

b)  $\sin(\frac{\pi}{12})$

d)  $\tan(\frac{\pi}{8})$

2. Calculer le sinus et le cosinus de l'angle  $2x$  dans les deux cas suivants :

a)  $\sin x = \pm \frac{3}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$

b)  $\cot x = \pm 2\sqrt{2}$ ,  $3\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$

3. Calculer le sinus et le cosinus de l'angle  $\frac{x}{2}$  dans les deux cas suivants :

a)  $\cos x = \pm \frac{3}{5}$ ,  $-\frac{7\pi}{2} < x < -3\pi$

b)  $\tan x = -\frac{4}{3}$ ,  $\frac{7\pi}{2} < x < \frac{9\pi}{2}$

4. Si  $\tan x = \frac{1}{3}$  et  $\tan y = -\frac{1}{7}$ , calculer sans machine, l'angle  $\varphi = 2x - y$

a) sachant que  $x$  et  $y$  sont compris entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$ ,

b) sachant que  $x$  et  $y$  sont compris entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{3\pi}{2}$ .

5. Calculer sans calculatrice la valeur de  $\tan(x + y)$  sachant que  $\tan x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  et que  $y$  est défini par  $\sin y = \cos(\frac{y}{3})$  avec  $\frac{19\pi}{4} \leq y \leq 5\pi$ .

6. Factoriser les expressions suivantes :

a)  $\sin(5x) - \sin x$

b)  $\cos^2(3x) - \cos^2 x$

7. Factoriser avant de résoudre les équations suivantes :

a)  $\sin(3x) + \sin x = \sin(2x)$

c)  $\sin^2(5x) = \sin^2 x$

b)  $\cos(3x) + \cos(5x) = \cos x$

d)  $(1 + \tan x) [\cos(7x) + \cos x] = 0$

8. Démontrer l'identité suivante :  $\tan(\frac{x}{2}) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ .

---

## Réponses de la série 4

1. a)  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$  c)  $\tan\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 2 + \sqrt{3}$   
b)  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1)$  d)  $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2} - 1$
2. a)  $\sin(2x) = -\frac{24}{25}$ ,  $\cos(2x) = \frac{7}{25}$ . b)  $\sin(2x) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ ,  $\cos(2x) = \frac{7}{9}$ .
3. a)  $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ . b)  $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .
4. a)  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  b)  $\varphi = \frac{5\pi}{4}$
5.  $\tan(x + y) = \sqrt{2} - 3$
6. a)  $\sin(5x) - \sin x = 2 \sin(2x) \cos(3x)$   
b)  $\cos^2(3x) - \cos^2 x = -4 \sin x \cos x \sin(2x) \cos(2x) = -\sin(2x) \sin(4x)$
7. a)  $S = \left\{ \frac{k\pi}{2}, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
b)  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
c)  $S = \left\{ \frac{k\pi}{6}, \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\} = \left\{ \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$   
d)  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
-