(écrire lisiblement s.v.p)

Nom : ....

Prénom : ....

Groupe : ....

Question	Pts max.	Pts
1	3	
2	3	
3	8	
4	6	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
  Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom**, **prénom**, **n° du contrôle**, **branche**, **groupe**, **ID** et **date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Dovi, Huruguen, Tissot

Question 1 (à 3 points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Dans le plan, muni d'un repère orthonormé, on considère un rectangle $ABCD$ vérifiant les conditions suivantes :

- $D\,(3\,;\,5)$,
- $C \in d$ où $d : x + 2y + 11 = 0$,
- B est le symétrique de D par rapport à la droite g passant par les deux points $M\,(17\,;\,-3)$ et $N\,(-5\,;\,-9)$.

Déterminer les coordonnées des sommets A , B et C . Retenir la solution pour laquelle $x_C > 0$.

Réponse à la question 1: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 3 points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct, on donne les trois points non alignés suivants :

$$A\,(-2\,;\,0\,;\,0\,)\,,\,B\,(0\,;\,5\,;\,1\,)\text{ et }C\,(1\,;\,0\,;\,4\,)$$

(a) Déterminer l'équation cartésienne du plan α défini par A, B et C.

Soit la droite d d'équation cartésienne :

$$d : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-2} = z+1\,.$$

(b) Déterminer le point d'intersection I entre le plan α et la droite d.

(c) Déterminer les équations paramétriques de la droite g vérifiant les conditions suivantes :

- g est contenue dans le plan α,
- g est orthogonale et sécante à la droite d.

Réponse à la question 2: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 8 points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

On considère dans l'espace deux points distincts P et Q et deux plans ρ et σ distincts et non parallèles. On recherche un plan π vérifiant les deux conditions suivantes :

- les points P et Q appartiennent à π.
- l'intersection $\rho \cap \sigma \cap \pi$ est vide.

(a) Décrire une marche à suivre permettant la construction d'un tel plan π en fonction des données.

(b) Soit $m \in \mathbb{R}$. Dans un repère orthonormé de l'espace, les points P et Q ont pour coordonnées :

$$P(-1, 2, 1) \text{ et } Q(0, 3, m+2)$$

et les plans ρ et σ ont pour équations cartésiennes :

$$\rho : x + y - z = 1 \text{ et } \sigma : (m-1)x + (m+1)y - mz = m.$$

On suppose $m \neq 1$. Donner si c'est possible une équation cartésienne d'un plan π solution du problème. Justifier rigoureusement votre réponse.

(c) On reprend les hypothèses du (b), mais on suppose maintenant que $m = 1$. Donner si c'est possible une équation cartésienne d'un plan π solution du problème. Justifier rigoureusement votre réponse.

Réponse à la question 3: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 4 (à 6 points) Points obtenus: (laisser vide) .....

On munit l'espace d'une origine notée O. On considère deux plans α et β passant par O et définis par les vecteurs normaux $\vec{n}_\alpha$ et $\vec{n}_\beta$ unitaires, ainsi qu'un point D situé dans le plan β. On suppose $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta \neq 0$. On note $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$.

(a) On considère la droite d passant par D et orthogonale à β.
En fonction des données $\vec{d}$, $\vec{n}_\alpha$ et $\vec{n}_\beta$, déterminer depuis l'origine O le point A, intersection de d et α.

Soit i la droite d'intersection des plans α et β.

(b) En fonction des données, localiser depuis l'origine O le point K projection orthogonale de D sur la droite i.

(c) En fonction des données, déterminer depuis l'origine le point B sur la droite i tel que le triangle OAB soit isocèle de base OB.

Réponse à la question 4: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Réponses

Question 1. $A(-3,1)$, $B(9,-17)$ $C(15,-13)$.

Question 2. (a) $\alpha : 4x - y - 3z + 8 = 0$

(b) $I(-3,2,-2)$.

(c) $g : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix} \ \lambda \in \mathbb{R}$.

Question 3. (b) $\pi : x - y + 3 = 0$.

(c) Il y a une infinité de solutions comme par exemple le plan d'équation $x-y+3 = 0$, ou celui d'équation $-2y + z + 3 = 0$.

Question 4. (a) $\overrightarrow{OA} = \vec{d} - \dfrac{\vec{d} \cdot \vec{n}_\alpha}{\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta}\ \vec{n}_\beta$.

(b) $\overrightarrow{OK} \ = \ \vec{d} \cdot (\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta)\ \dfrac{\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta}{||\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta||^2}$.

(c) $\overrightarrow{OB} = \ 2\,\vec{d} \cdot (\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta)\ \dfrac{\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta}{||\vec{n}_\alpha \times \vec{n}_\beta||^2}$