Contrôle d'analyse II N°1

Durée : 1 heure 30 minutes Barème sur 15 points

NOM : ____________________

PRENOM : ____________________

Groupe ☐

1. Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné.

$$\cos\left(\tfrac{7\pi}{12} - x\right) - \sin\left(\tfrac{5\pi}{12} + 3x\right) = 0\,, \qquad x \in \left[-\tfrac{3\pi}{2}\,,\, -\tfrac{\pi}{2}\right].$$ 3,5 pts

$S = \left\{-\frac{4\pi}{3}\,,\, -\frac{5\pi}{4}\,,\, -\frac{5\pi}{6}\right\}$

2. On considère l'angle α défini par

$$\tan(\alpha) = \frac{5}{12} \qquad \text{et} \qquad \alpha \in [\,\pi\,,\,2\pi\,]\,.$$

Déterminer, sans machine à calculer, la valeur exacte de l'expression A définie par

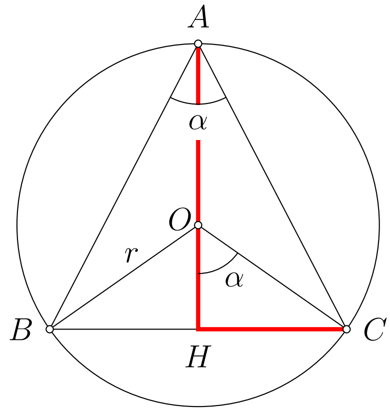
$$A = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\cdot\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \sin(\alpha) + \cos(\alpha)}\,. \qquad A = -39$$ 3,5 pts

3. On considère le triangle isocèle ABC de base BC et d'angle α en A.

Soient r le rayon du cercle circonscrit et L la somme des longueurs des segments AH et HC.

On donne le rapport $\dfrac{L}{r} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$.

Calculer la mesure de l'angle α. $\alpha = \frac{7\pi}{12}$



4 pts

4. Il est midi. Sur une montre analogique, l'aiguille des heures et celle des minutes sont superposées.

a) A quel instant (heures, minutes, secondes), après midi, l'angle orienté positivement entre l'aiguille des heures et celle de minutes sera-t-il de $+\frac{2\pi}{3}$ pour la première fois ? $t = 43'38''$

b) Même question avec la condition supplémentaire que ce temps soit un nombre entier de minutes. $t = 240' = 4h.$ 4 pts

Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x\ \cos y + \cos x\ \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x\ \cos y - \sin x\ \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\ \tan y}$$

Formules de bissection :

$$\sin^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{2} \qquad \cos^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1+\cos x}{2} \qquad \tan^2(\tfrac{x}{2}) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\ [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\sin(y) = -\frac{1}{2}\ [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\sin(x)\cdot\cos(y) = \frac{1}{2}\ [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \cos x - \cos y = -2\sin(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\tfrac{x+y}{2})\cos(\tfrac{x-y}{2}) \qquad \sin x - \sin y = 2\cos(\tfrac{x+y}{2})\sin(\tfrac{x-y}{2})$$