Contrôle de géométrie analytique N°1

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 20 points

NOM :

PRENOM :

Groupe

1. Dans le plan, muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$, on donne les points $A(-6\,;\,4)$, $B(12\,;\,-20)$ et $C(4\,;\,-1)$.

On considère le triangle AST.

Déterminer, en le justifiant, les coordonnées des points S et T sachant que

- le point S est le 4ième sommet du parallélogramme $ABCS$,
- le point T est sur la droite (SC),
- l'aire du triangle AST vaut $\frac{75}{2}$,
- $\overrightarrow{ST}$ et $\overrightarrow{SC}$ ont même sens.

7 pts

2. Dans le plan, on considère un parallélogramme $OABC$ orienté positivement.

On pose $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$.

Soit le point L défini par le rapport de section $(L\,C;\,B) = \frac{1}{4}$.

On considère la droite m, bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{AOC}$ et la droite l passant par A et L.

On pose $\|\vec{c}\| = 3\,\|\vec{a}\|$.

A l'aide du calcul vectoriel et en fonction des données $\vec{a}$ et $\vec{c}$ **uniquement**, déterminer l'équation vectorielle de la droite m et celle de la droite l.

Puis exprimer en fonction de $\vec{a}$ et $\vec{c}$ le vecteur $\overrightarrow{OK}$ où K est le point d'intersection des droites m et l.

Soit le point M tel que $\{M\} = m \cap (AB)$.

Déterminer dans quel intervalle varie le paramètre de l'équation vectorielle de m pour que le point courant de cette droite décrive le segment KM. 6,5 pts

3. Dans le plan, on considère le rectangle de sommets les points $OADE$ et le triangle de sommets les points ABC (voir la figure ci-dessous).

a) Soit la **plaque** homogène de forme polygonale $OABCDE$. La surface du rectangle vaut 63 unités et celle du triangle vaut 14 unités.

Exprimer le centre de gravité G de cette plaque à l'aide de la notion de barycentre.

En le justifiant par un rapport de section, construire le point G rigoureusement et avec soin (règle, équerre, compas) sur le plan ci-dessous.

b) On considère le point K tel que $K = \text{Bar}\{(A,\ 3);(B,\ 2);(C,\ 0);(D,\ -1);(E,\ 8)\}$.

Le point B est défini par le rapport de section $(B\,A;\,O) = \frac{5}{2}$.

A l'aide du **calcul vectoriel uniquement**, exprimer le vecteur $\overrightarrow{OK}$ en fonction de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OE}$.

Montrer que le point K appartient à la droite (OD) et déterminer le rapport de section $(O\,D;\,K)$.

6,5 pts