

Contrôle d'analyse II N°1

Durée : 1 heure 30 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. La figure ci-jointe est inscrite dans un cercle de centre O et de rayon r .

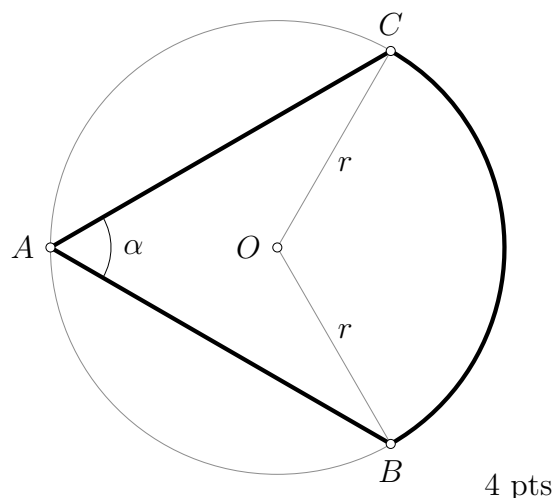
Elle est symétrique d'axe OA et elle est constituée de l'arc (BC) et des deux segments AB et AC .

L'angle en A est de mesure α (rad).

Calculer, en fonction de α et r , le périmètre et l'aire de cette figure.

Rappel : Théorème de l'angle inscrit.

La mesure de l'angle au centre est le double de la mesure de l'angle inscrit correspondant.



4 pts

2. Résoudre l'inéquation suivante sur l'intervalle donné.

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) > \sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right), \quad x \in [-2\pi, 0].$$

3 pts

3. On considère l'angle α défini par

$$\sin(\alpha) = -\frac{24}{25} \quad \text{et} \quad \alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right].$$

Calculer $A = \frac{\cos(\frac{\alpha}{2}) - \sin(\frac{\alpha}{2})}{\operatorname{tg}(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})}$.

4 pts

4. a) Factoriser l'expression suivante : $\sin^2(x + \frac{\pi}{3}) - \sin^2(x)$.

b) Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné.

$$\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin^2(x) = \frac{3}{4}, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

4 pts

 Tourner la page

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
