(écrire lisiblement s.v.p)

Nom : ....

Prénom : ....

Groupe : ...

Question	Barème	Points
1	$2\frac{1}{2}$	
2	$3\frac{1}{2}$	
3	$3\frac{1}{2}$	
4	6	
5	$4\frac{1}{2}$	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
  Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom**, **prénom**, **n° du contrôle**, **branche**, **groupe**, **ID** et **date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Bronstein, Burmeister, Woringer

Question 1 (à 2½ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Déterminer, si elle existe, la limite suivante :

$$\lim_{x\to-\infty}\left[x+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+x}}\right].$$

Réponse à la question 1: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 3½ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

La fonction f définie par

$$f(x) = \left[\,\cos(2x) + \sin(x)\,\right] \cdot \tan^2(x)$$

est-elle prolongeable par continuité en $x_0 = \frac{\pi}{2}$?

Réponse à la question 2: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 3½ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Pour quelles valeurs du paramètre $p \in \mathbb{Z}$, la fonction g définie par

$$g(x) = \left(x + \sqrt[3]{x}\,\right)^p \cdot \sin\left(\tfrac{1}{x^2}\right) \quad \text{si} \ x \neq 0 \qquad \text{et} \qquad g(0) = 0\,,$$

est-elle dérivable en $x_0 = 0$?

Réponse à la question 3:

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 4 (à 6 points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

On considère la courbe Γ décrite ci-dessous paramétriquement :

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) &= \dfrac{t}{\sqrt{2t-3}} \\ y(t) &= \dfrac{2}{\sqrt{2t-3}}\,. \end{cases}$$

Déterminer les équations cartésiennes des normales à Γ passant par l'origine.

Réponse à la question 4: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 5 (à 4½ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

On considère la parabole Γ_1 d'équation

$$\Gamma_1 : \quad y = f(x) = x^2$$

et la courbe Γ_2 définie implicitement par

$$\Gamma_2 : \quad y^2 + 4\frac{y}{x} + c = 0 \qquad (x \neq 0)\,,$$

où c est un paramètre réel.

Déterminer c tel que Γ_1 et Γ_2 soient tangentes l'une à l'autre.

Réponse à la question 5: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Réponses

1. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x+\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+x}}\right]=\dfrac{1}{2}\,.$

2. Oui : $\widehat{f}\left(\frac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3}{2}\,.$

3. $p\geq 4\,.$

4. Equation de la normale : $x-2y=0\,.$

5. $c=3\,.$