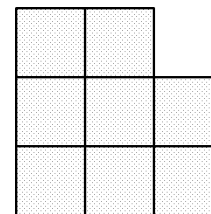
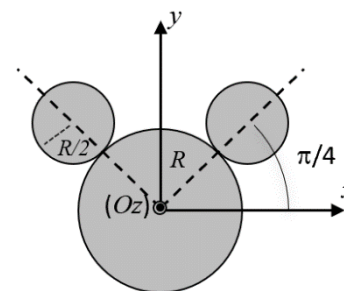


**Exercice 1\*** (5 min) : Centre de masse

Déterminez la position du centre de masse de la figure suivante. Chaque carré plein de côté  $a$  est homogène et a une masse de 1 kg. On pose l'origine du repère au coin inférieure gauche.

**Exercice 2\*** (10 min) : Moment d'inertie de la tête de Mickey

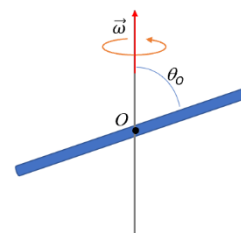
La tête de Mickey est composée de trois disques de densité  $\rho$  constante et d'épaisseur  $e$ . Le rayon de sa figure est  $R$  et le rayon de ses oreilles est  $\frac{R}{2}$ . On note  $(Oz)$  l'axe passant par le milieu de la figure de Mickey (voir schéma ci-contre). Calculez le moment d'inertie de la tête de Mickey autour de  $(Oz)$ , en fonction de  $R$  et de sa masse  $M$ .



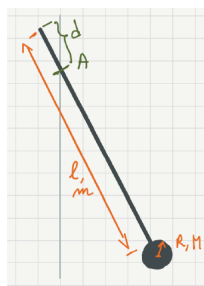
Le moment d'inertie d'un disque homogène de rayon  $R$  et de masse  $M$  autour de son axe de révolution :  $I_z = \frac{1}{2} M R^2$

**Exercice 3\*\*** (30 min) : Moment cinétique d'une barre

Une barre homogène de masse  $m$ , de longueur  $l$ , et de section négligeable, tourne à la vitesse angulaire constante  $\omega$  autour d'un axe vertical fixe passant par son centre de masse. La barre et l'axe forment à tout instant un angle constant  $\theta_0$  dans le plan vertical.



1. Calculez, en fonction de  $\theta_0$  et de  $\omega$ , le moment cinétique  $\vec{L}_O$  de la barre dans le repère lié à la barre.
2. Soient  $\vec{L}$  le moment cinétique de la barre dans le repère fixe et  $\vec{\omega}$  la vitesse angulaire de rotation. Ces deux vecteurs sont-ils colinéaires pour un angle  $\theta_0$  quelconque ? Pour quelle(s) valeur(s) le sont-ils ?

**Exercice 4\*\*** (35 min) : Pendule pesant

Un pendule pesant est constitué d'une barre de masse  $m$  et de longueur  $l$  accrochée par une de ses extrémités à un pivot, et avec à l'autre extrémité un disque de rayon  $R$  et de masse  $M$ . L'attache du pivot est à la distance  $d$  du bord de la barre, A  $t = 0$  on l'écarte d'un angle  $\alpha$  de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale. Etablir l'équation du mouvement et la résoudre dans le cas de petites oscillations. Que devient l'équation si on peut négliger  $m$ ,  $R$  et  $d$  ?

Le moment d'inertie d'un cylindre par rapport à son axe de symétrie est  $\frac{1}{2} M R^2$ . Le moment d'inertie d'une barre homogène par rapport à un axe perpendiculaire à la barre passant par G est  $\frac{1}{12} m l^2$ , G étant son centre de masse.

**Exercice 5 \*\*(\*) (35 min) : Force exercée sur un axe pour une roue mal équilibrée**

La barre verticale (I) de la figure ci-dessous, maintenue à ses extrémités par des roulements à billes sans frottements, peut tourner librement autour de son axe horizontal. Deux masses égales, maintenues en place comme l'indique la figure, par des tiges rigides de masse négligeable, sont disposées symétriquement par rapport au centre de la barre.

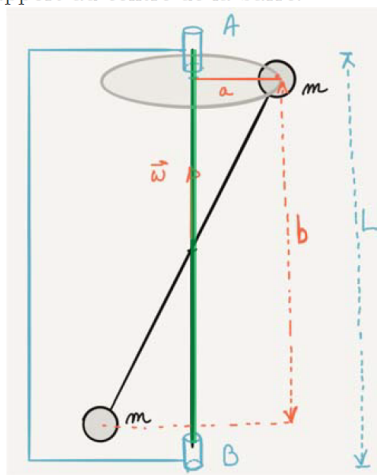
Trouver :

1. le moment cinétique du système par rapport au centre de gravité quand le système tourne avec une vitesse angulaire  $\omega$  ;
2. les forces qui s'exercent sur les roulements à billes.
3. Evaluer la force sur l'axe d'une voiture roulant à 150 km/h si il y a un déséquilibre de 50 grammes dans le pneu.

Le rayon de la roue est de 32 cm.

La largeur est de 19,5 cm.

On suppose la masse sur le flanc extérieur du pneu de telle sorte que  $L \approx b$ .



\*\*\*

**Exercice S13.1\* (40 min) : Satellite et choc (Examen 2011)**

On souhaite mettre en orbite autour de la terre un satellite de masse  $m_1$  à une altitude  $h$  de la surface de la terre. On note  $G$  la constante de gravitation universelle,  $M_T$  la masse de la terre, et  $R_T$  le rayon de la terre. On ne considérera dans cet exercice que des trajectoires circulaires et on suppose le repère géocentrique comme étant galiléen (référentiel d'inertie).

1. A l'aide de l'expression de la force de gravitation  $\vec{F}_G = -\frac{GM_T m_1}{(R_T + h)^2} \vec{e}_r$ , exprimer la période de rotation et la vitesse du satellite en fonction de l'altitude et des constantes  $G$ ,  $M_T$  et  $R_T$ .

2. Calculer l'énergie mécanique  $E_m$  du satellite. Montrer que  $E_m = -E_c$  où  $E_c$  est l'énergie cinétique.

Un autre satellite de masse  $m_2 (\neq m_1)$  évolue sur la même orbite que le premier, mais tourne dans le sens opposé. Les deux objets entrent en collision frontale. On suppose le choc parfaitement mou (les deux satellites restent collés l'un à l'autre).

3. Calculer la vitesse  $v'$  après le choc, et en déduire l'énergie perdue par le système. Indication : l'altitude étant suffisamment élevée, on peut supposer que les trajectoires sont rectilignes juste avant le choc. Que peut-on dire de l'évolution de l'orbite du système (sans calcul) ?