



ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

---

## Projet Dynabal

### Conception de mécanismes II

---

*Auteur :*  
YILMAZ FATIH  
GOS JONATHAN  
ÖZBEKLER EROL  
ZAMMOURI SLOAN

*N° Sciper :*  
314970  
341127  
316477  
346080

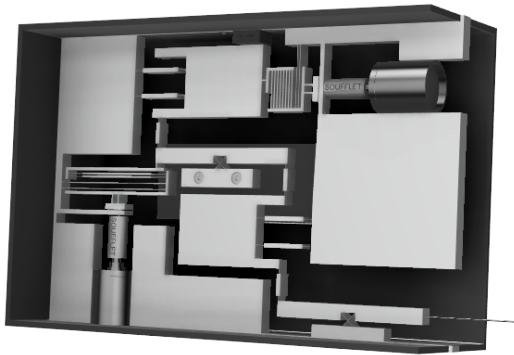


FIGURE 1 – Rendu réaliste de notre produit



# Table des matières

<b>1 Présentation du projet</b>	<b>1</b>
1.1 Sujet . . . . .	1
1.2 Cahier des charges . . . . .	2
<b>2 Principe de fonctionnement</b>	<b>3</b>
2.1 Explication du principe de fonctionnement . . . . .	3
2.1.1 Architecture générale du capteur . . . . .	3
2.1.2 Principe de compensation de rigidité . . . . .	3
2.1.3 Principe de l'équilibrage . . . . .	4
2.1.4 Principe de réglage du zéro . . . . .	5
2.1.5 Principe du système vis-écrou . . . . .	6
2.2 Schéma cinématique du corps d'épreuve en guidages idéaux . . . . .	6
2.3 Analyse de la mobilité du corps d'épreuve . . . . .	7
2.3.1 Calcul de la mobilité selon Grübler . . . . .	7
2.3.2 Discussion des hyperstatismes . . . . .	7
2.4 Implémentation de la cinématique du corps d'épreuve en guidages flexibles . . . . .	7
2.5 Discussion sur la linéarité du rapport de transmission . . . . .	8
2.6 Explications spécifiques à la solution retenue . . . . .	8
<b>3 Dimensionnement du mécanisme</b>	<b>9</b>
3.1 Hypothèses . . . . .	9
3.2 Choix des dimensions . . . . .	9
3.3 Débattement des articulations en idéale . . . . .	10
3.3.1 Sous-système sonde et bielle . . . . .	10
3.3.2 Sous-système glissière et bielle . . . . .	12
3.4 Énergie potentielle des articulations en fonction de x, p et z . . . . .	15
3.4.1 Énergie des pivots à lames croisées non séparées . . . . .	15
3.4.2 Énergie potentielle des tables à lames à cols prismatiques . . . . .	15
3.4.3 Énergie potentielle des bielles à cols prismatiques . . . . .	16
3.4.4 Énergie potentielle des ressorts de réglages . . . . .	16
3.4.5 Énergie potentielle totale . . . . .	16
3.5 Réglage du zero . . . . .	17
3.6 Réglage de la rigidité . . . . .	18
3.6.1 Dérivée de l'énergie totale du système . . . . .	18
3.6.2 Rigidité totale du système . . . . .	19
3.6.3 Précharge $N_{max}$ nécessaire pour obtenir $K_{tot} = 0$ . . . . .	19
3.6.4 Dimensionnement du ressort de précharge . . . . .	19
3.7 Plage de rigidité . . . . .	20
3.8 Applications numériques(explication programme matlab) . . . . .	20
3.9 Vérifications . . . . .	20
3.10 Trace de l'énergie $V(x)$ pour $p_{min}, p_{max}$ . . . . .	21
3.11 Trace de $F, F_{poly_3}, F_{lin}$ . . . . .	21
3.11.1 Expressions $F(x)$ implémentées dans Matlab . . . . .	21
3.11.2 Trace de $F(x), F_{poly3}(x), F_{lin}(x)$ . . . . .	23
3.12 Non-linéarité relative . . . . .	24
3.13 Résolution de mesure $R_f$ pour $p_{min}$ et $p_{max}$ . . . . .	24
3.14 $F_{max}$ mesurée par le capteur pour $p_{min}$ et $p_{max}$ . . . . .	25
3.15 Gamme dynamique virtuelle $D_{FV}$ . . . . .	25
3.16 Couple moteur $m_p$ et $m_z$ maximaux requis pour couvrir la plage de fonctionnement . . . . .	25

<b>4 Discussion</b>	<b>27</b>
4.1 Séquence de réglage pour obtenir une gamme dynamique optimale . . . . .	27
4.2 Non-conformités avec le cahier des charges . . . . .	27
4.3 Effets des tolérances de fabrications sur la performance du capteur . . . . .	28
<b>5 Construction</b>	<b>29</b>
5.1 Choix de construction . . . . .	29
5.1.1 Electroérosion . . . . .	29
5.1.2 Perçage . . . . .	29
5.1.3 Assemblage . . . . .	31
5.2 Choix des matériaux . . . . .	33
5.2.1 Corps du mécanisme . . . . .	33
5.2.2 Vis pour le zéro et la précharge . . . . .	33
5.2.3 Boite . . . . .	33
<b>6 Conclusion</b>	<b>0</b>
<b>7 Annexes</b>	<b>2</b>



# Chapitre 1

## Présentation du projet

### 1.1 Sujet

Dans le cadre du cours Conception de mécanismes II enseigné par le Prof. Simon Henein à l'EPFL et d'un partenariat avec l'entreprise Imina Technologies, nous avons dû réaliser un projet mettant en avant les connaissances que nous avons acquises sur les guidages flexibles et leur implémentation en microtechnique. Le projet est de réaliser un capteur de force à rigidité réglable, insensible aux accélérations en translation et rotation.

L'objectif est de pouvoir mesurer avec une haute précision la force appliquée sur du matériel fragile (e.g. un transistor), afin de connaître ses propriétés physiques.



FIGURE 1.1 – Photographie tirée des travaux d'Imina technologies, *nanoprobing*

## 1.2 Cahier des charges

### A. Composants imposés :

1. Capteur de position capacitif Micro-Epsilon CSH05FL avec une résolution  $R_d = 10 \text{ nm}$  et plage de mesure  $X_{max} = 0,5 \text{ mm}$  ;
2. Sonde de mesure à monter sur le bloc mobile du corps d'épreuve ;
3. Actionneurs pour le réglage de la rigidité et le réglage du zéro : deux moteurs Maxon EC-max 16dia16 mm, brushless, 5 W avec réducteur planétaire GP 16 dia16mm, 29 :1 et codeur optique MR, Type ML à 512 traits par tour. (Fiches techniques en annexe : Fig. 4,5 et 3) ;
4. Ensembles vis-écrou pour la conversion des mouvements des moteurs en mouvements de translation : filets métriques à pas fin, dont les diamètres et les pas sont à déterminer ;
5. Roulement pour le guidage des vis à choisir dans le catalogue SKF mis à disposition ;
6. Accouplements entre moteurs et vis à trouver dans le commerce ;
7. Aucun autre composant commercial n'est autorisé ;

### B. Encombrement :

1. Le capteur de force doit idéalement s'inscrire à l'intérieur d'un parallélépipède (Fig. 2) avec  $l = 150 \text{ mm}$ ,  $h = 100 \text{ mm}$  et  $b = 50 \text{ mm}$ . Des excroissances sont autorisées pour autant que le volume total reste inférieur à  $l \times h \times b$  ;
2. Orientation de la sonde (Fig. 2) : l'axe de la sonde en position nominale ( $x=0$ ) est parallèle à l'axe Y. Les forces à mesurer sont parallèles à l'axe X et ne s'appliquent que dans un seul sens ( $F \geq 0$ ) ;
3. Dégagement de la sonde (Fig.2) :  $lp = 28 \text{ mm}$  et  $hp \leq 10 \text{ mm}$  ;

### C. Enquilibrage : (à considérer dans la position nominale : $x = 0$ et $F = 0$ )

1. Capteur insensible à l'orientation de la gravité ;
2. Capteur insensible aux accélérations en translation dans toutes les directions ;
3. Capteur insensible aux accélérations en rotation dans toutes les directions ;
4. (Equilibrage inertiel : insensibilité du capteur aux vitesses angulaires de son référentiel) ;

### D. Performance :

1. Plage de mesure :  $F_{max} \geq 50 \text{ mN}$  ;
2. Résolution de mesure :  $R_F \leq 500 \text{ nN}$ . Il s'agit du principal critère d'optimisation du capteur qui consiste à minimiser la valeur  $R_F(k_{eq,min})$ .
3. Correction du zéro : le système de réglage doit permettre de corriger des forces parasites selon l'axe X dans l'intervalle suivant :  $-1 \text{ mN} \leq F_{parasite} \leq 1 \text{ mN}$  ;
4. Corps d'épreuve réalisé dans des matériaux électriquement conducteurs pour permettre des mesures électriques ;
5. Corps d'épreuve réalisé dans des matériaux amagnétiques pour éviter les forces parasites ;
6. (Le système doit supporter des forces parasites dans toutes les directions autres que X allant jusqu'à  $\pm 2 \text{ N}$  sans dommage irréversibles) ;
7. (Nombre de cycles indicatif : 1000 cycles par jour, durant 10 ans) ;
8. (Prix de fabrication indicatif inférieure à 8000.- CHF pour petites séries \* 100 par année) ;
9. (Température de fonctionnement :  $T_{fonc} = 20 \pm 30 \text{ [U+25E6] C}$ ) ;

# Chapitre 2

## Principe de fonctionnement

### 2.1 Explication du principe de fonctionnement

Notre mécanisme se base sur un système qui transmet un moment généré par une force en un mouvement en translation devant un capteur de position. Le déplacement de la sonde permet la translation d'une première bielle, qui tire sur une masse pouvant translater. Cette translation vers le bas permet de générer un moment dans le sens opposé à celui de la sonde, grâce à un pivot placé au centre avec un bras de levier. Cette rotation pousse à son tour une bielle, qui pousse en translation vers le haut la masse devant le capteur. En résumé, les deux masses ont une translation de direction opposée et la pièce centrale, appelée bras de levier, pivote dans le sens opposé à la sonde.

#### 2.1.1 Architecture générale du capteur

Le mécanisme est constitué de trois bielles (éléments verticaux fins liés par des pivots), de deux masses en forme de U qui coulissent sur des glissières et de deux bras de levier (les segments horizontaux). À cela s'ajoute un capteur de position sur le haut du mécanisme et deux ressorts permettant de régler le mécanisme. Celui qui est verticale sert à régler le niveau zéro du mécanisme (fonction *tare*) et l'autre à varier la rigidité totale du mécanisme implémenté en guidages flexibles.

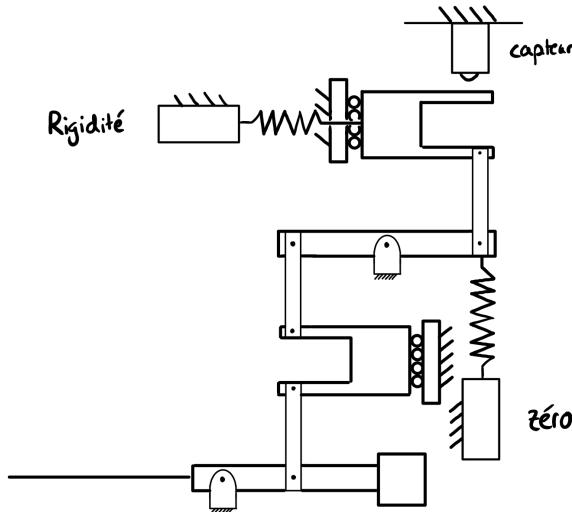


FIGURE 2.1 – Schéma du mécanisme général idéal

#### 2.1.2 Principe de compensation de rigidité

Rigidité à vide du système :

Sans apports d'énergie externe tels que la pré-charge et le calibrage, notre système possède une rigidité "à vide" au niveau de la sonde, dénotée  $K_{eq}$ . Pour des petits déplacements, avec l'approximation des petits angles,

nous avons pu exprimer l'énergie potentielle du système en fonction du déplacement  $x$ , soit  $V_{tot}(x)$ . Comme attendu, nous obtenons une fonction du second ordre du déplacement. Pour trouver la caractéristique force-déplacement, nous avons dérivé par rapport à  $x$  une première  $V_{tot}(x)$  afin de trouver  $F(x)$ . Enfin, pour trouver la rigidité équivalente du système, nous avons à nouveau dérivé par rapport à  $x$  la fonction  $F(x)$ . La rigidité à vide au niveau de la sonde est donc indépendante de  $x$ .

#### Apport d'énergie dans le but de dérigidifier :

L'équation de la rigidité d'une table préchargée peut être approximée comme suit :

$$K_{tot} \simeq K_0 - \frac{N}{l}$$

Où  $K_0$  est la rigidité en translation,  $N$  la force de précharge et  $l$  la longueur des lames

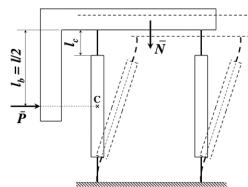


FIGURE 2.2 – Table à quatre cols prismatiques, *Conception des guidages flexibles, S. Henein*

Nous avons décidé de précharger la table 2 située au niveau du capteur afin de trouver une force  $N$  à apporter de façon à minimiser la rigidité totale du système. Les équations et démonstrations relatives sont situées dans la section xxx de la partie "dimensionnement". Une fois cette force calculée théoriquement, nous vérifions si le système peut supporter une telle précharge sans flamber en tenant compte du facteur de sécurité. Nous avons comparé la précharge  $N$  avec la précharge critique que peut supporter une table avec nos dimensions avant de pouvoir admettre une telle force. Un programme matlab regroupant données de dimensions , de matériau, mais également de vérification est expliqué en section xxx.Ce programme est également chargé de dériver numériquement l'énergie potentielle du système 2 fois afin d'avoir une bonne estimation numérique de la rigidité.

#### 2.1.3 Principe de l'équilibrage

Notre mécanisme est censé être un mécanisme FSM, c'est-à-dire qu'il est équilibré en statique, en force et en moment.

Pour que notre mécanisme soit équilibré statiquement, il faut que l'énergie potentielle totale soit constante. Afin que cette condition soit respectée, nous devons avoir des masses équivalentes qui se compensent dans leurs mouvements lorsque le mécanisme est sollicité. Ceci permet d'avoir une énergie potentielle constante car si, par exemple, une masse monte, son énergie potentielle va augmenter mais vu qu'une masse équivalente va descendre de la même hauteur, ceci permet ainsi d'avoir une énergie potentielle qui diminue. C'est pour cette raison que nous avons placé une masse équivalente à la sonde à l'extrémité du bras maintenant la sonde. Les tables à lames étant les mêmes sont donc bien équilibré statiquement car le mouvement de l'un entraîne le mouvement opposé de l'autre. Ainsi, nous pouvons donc considérer que l'énergie potentielle est constante et que le mécanisme est équilibré statiquement.

Concernant l'équilibrage en force, la condition à respecter est que la quantité de mouvement doit être constante ce qui implique que la somme des forces est nulle. Les forces présentes dans notre mécanisme, lorsque le capteur est sollicité, sont les forces exercées sur les tables à lames. Ces forces sont opposées dans leur direction et sont les mêmes en intensité. Nous considérons donc que la somme des forces est nul et donc que la quantité de mouvement est constante. Donc, notre mécanisme est équilibré en force.

Pour l'équilibrage en moment, il faut que la somme des moments de force soit nulle. Lors du mouvement, notre mécanisme subit des moments. Il subit 4 moments qui sont chacun opposés à un autre. Le premier moment ( $M_1$ ) que subit la membrane liée à la sonde doit être opposé et égal au moment ( $M_3$ ) présent au niveau de la deuxième membrane supporté par le deuxième pivot. Le moment ( $M_2$ ) qui est présent sur la première table à lames doit être opposé en direction et égal en norme au moment ( $M_4$ ) présent sur la deuxième table à lames.

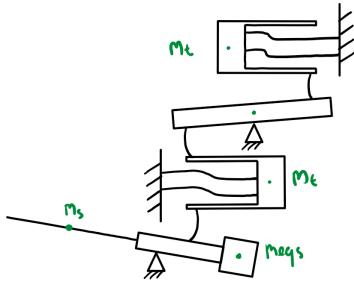


FIGURE 2.3 – Equilibre statique

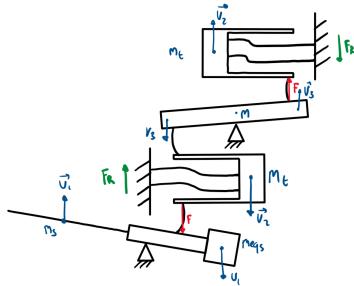


FIGURE 2.4 – Equilibre en force

Les moments  $M_4'$  et  $M_2'$  sont des moments qui s'opposent au moment  $M_2$  et  $M_4$ , ces moments sont en réaction aux moments appliqués aux bâtis.

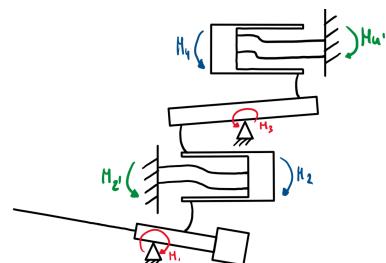


FIGURE 2.5 – Equilibre en moment

#### 2.1.4 Principe de réglage du zéro

Le système de réglage du zéro se fait grâce au système vis-écrou qui est précédé par un encodeur, un moteur, un soufflet et des fixations de vis. Ce système est composé à son extrémité d'un ressort (dans le système vis-écrou, Fig. 2.7) qui se lie aux bras de levier du haut du système (voir Fig. 2.1). Il est placé dans la direction verticale contre le bâti.

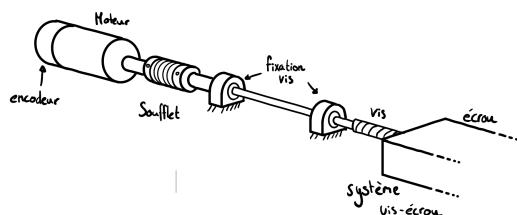


FIGURE 2.6 – Système du réglage du zéro

Le moteur permet à la vis de tourner et les fixations de la vis permettent de bloquer la translation axiale de la vis mais n'empêche pas la vis de tourner autour de son axe de révolution. Cette rotation de la vis permet ensuite à l'écrou d'avancer ou reculer, ce qui permet de régler le zéro ou encore la rigidité (le même système est utilisé pour le réglage de la rigidité).

### 2.1.5 Principe du système vis-écrou

Le système de vis-écrou ne doit pas comporter de jeu radial ou axial afin de garder une bonne précision et fonctionnalité de la rigidité. Nous avons décidé d'avoir un système vis-écrou où des lames placées à l'extrémité de l'écrou qui sont elles-mêmes liés à une membrane en "L". Sur cette membrane, nous avons également deux lames liés au bâti et un ressort en guidage flexible. Le ressort est lié grâce à une lame à la table à lames du haut du capteur. La vis est fixée, ainsi c'est le mouvement du bloc *écrou* qui va être déplacer le long de la vis. Ceci va permettre d'exercer une force sur le ressort et ainsi régler la rigidité ou le zéro du mécanisme. Il est important de faire attention que ce genre de ressort en flexible peut se comporter comme en traction ou en compression, c'est pourquoi il faut légèrement pré-déplacer le système afin de ne pas atteindre une rigidité de zéro et éviter un jeu axial sur le système.

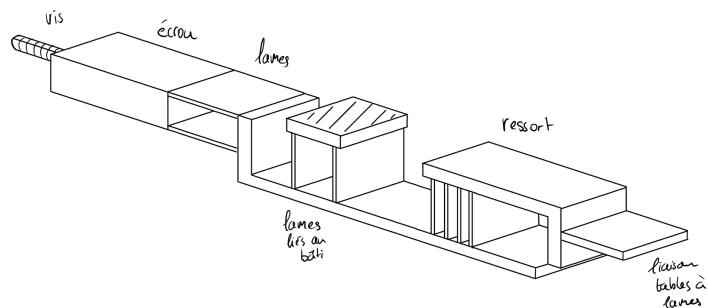


FIGURE 2.7 – Système vis-écrou

## 2.2 Schéma cinématique du corps d'épreuve en guidages idéaux

Voici un schéma de notre mécanisme en guidage idéal :

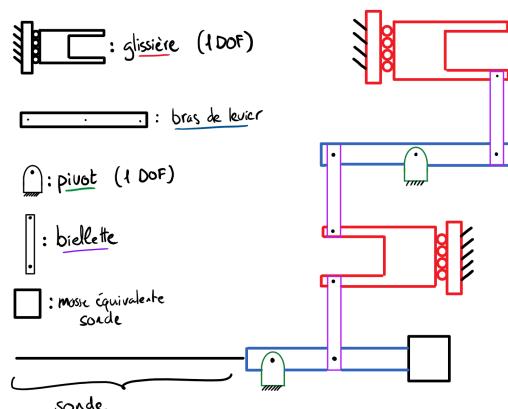


FIGURE 2.8 – Schéma du mécanisme idéal avec légendes

## 2.3 Analyse de la mobilité du corps d'épreuve

### 2.3.1 Calcul de la mobilité selon Grübler

Le mouvement du système étant uniquement dans un plan, nous avons utilisé la formule de Grübler en 2D comme une approximation de la cinématique 3D.

$n$  : nombre de segments  
 $k$  : nombre de joints

$b$  : nombre de boucles  
 $di$  : nombre de degré de liberté de la  $i$ ème articulation

$$b = k - n + 1 = 10 - 8 + 1 = \mathbf{3}$$

$$M = \sum di - 3b = 10 - 3 \cdot 3 = \mathbf{1}$$

$$DOH = DOF - M = 1 - 1 = \mathbf{0}$$

### 2.3.2 Discussion des hyperstatismes

D'après nos calculs et selon Grübler, nous ne trouvons pas d'hyperstatismes dans notre mécanisme.

## 2.4 Implémentation de la cinématique du corps d'épreuve en guidages flexibles

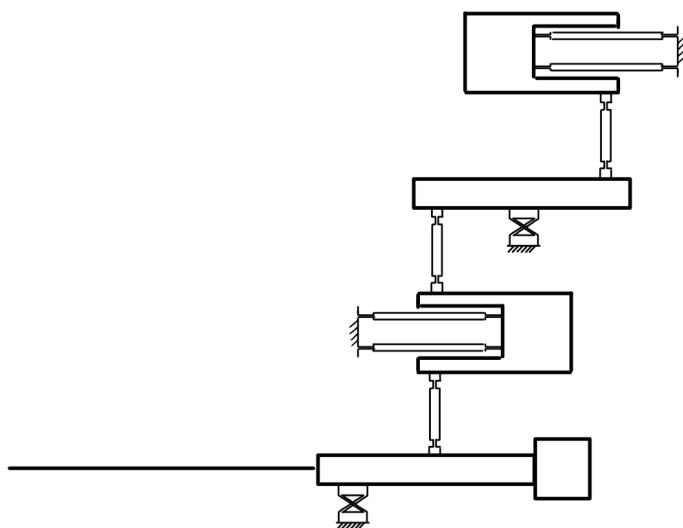


FIGURE 2.9 – Schéma du mécanisme flexible

Concernant le mécanisme en guidage flexible, nous avons dû faire des choix entre plusieurs pivots, tables à lames et bielettes. En effet, pour les pivots nous avons choisis la lame croisée car elle comporte la rigidité la plus faible, la meilleure course admissible. Elle est facilement accessible dans le marché et a une meilleure robustesse.

A propos des tables à lames, nous avons fait le choix de prendre les tables à cols prismatiques. Effectivement, cette catégorie de table à lames a la rigidité la plus faible et elle a comme avantage d'avoir une bonne résistance à la compression. L'aspect-ratio étant aussi plus petite, cela permet d'avoir une taille de table à cols plus petite. Les cols prismatiques prennent moins de place que les cols circulaires.

Finalement, les bielettes choisis sont les bielettes à cols. Les raisons qui nous ont poussé à faire ce choix sont les mêmes que les tables à lames.

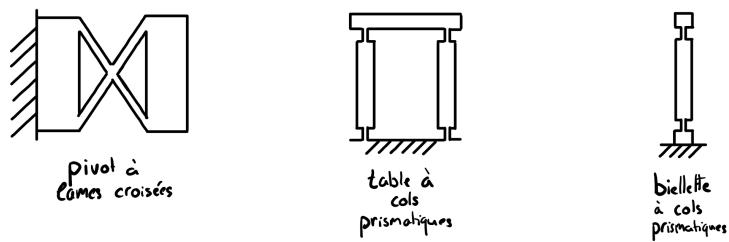


FIGURE 2.10 – Schéma des éléments en guidage flexible choisis

## 2.5 Discussion sur la linéarité du rapport de transmission

En théorie notre rapport de transmission n'est pas constant dû à la non linéarité de la rigidité. Cependant, l'approximation linéaire du mouvement justifiée par la présence d'un mouvement très petit peut nous permettre d'affirmer qu'il reste constant à travers nos mesures.

## 2.6 Explications spécifiques à la solution retenue

Parmi les trois solutions que nous avons pensé, nous avons décidé de retenir la solution intitulé *Snake*. En effet, cette solution est la plus convaincante car elle était la plus simple, la plus précise et a un équilibrage plus aisé. Concernant d'autres facteurs comme l'encombrement ou encore le potentiel d'équilibrage inertiel, nous avons considéré que les autres mécanismes n'étaient pas meilleur en terme de difficulté mais plutôt équivalentes.

# Chapitre 3

## Dimensionnement du mécanisme

### 3.1 Hypothèses

### 3.2 Choix des dimensions

Pour le choix des dimensions, il est intéressant de remarquer certains choix. Notamment que nos dimensions sont symétriques pour simplifier au maximum les équations de déplacement.

On peut voir que  $L_{b_1} = L_{b_2} = L_{b_3}$ . Cela veut dire qu'il n'y a pas de bras de levier entre les deux rotations principales qui ont lieux dans notre mécanisme. Ou encore  $b_1 = b_2 = b_3$ , c'est à dire que les bielles ont les mêmes dimensions, permettant d'avoir le même déplacement pour les deux tables à lames principales.

Noms de longueurs	Commentaire	valeur en millimètres
b meca	épaisseur du mécanisme flexible 1	5
Lp1	Distance entre le bout de la sonde et le pivot 1	63
Lb1	Distance entre le pivot 1 et la bielle 1	24.5
Lb2	Distance entre la bielle 2 et le pivot 2	24.5
Lb3	Distance entre le pivot 2 et la bielle 3	24.5
b1	longueur de la bielle 1	10
b2	longueur de la bielle 2	10
b3	longueur de la bielle 3	10
Lc bielle	longueur des cols des bielles	1.5
h segment	hauteur des segments en rotation	5
h pivot	largeur des lames des pivots	0.1
L pivot	longueur des lames des pivots	5.9 (59*h pivot)
e pivot	distance entre les lames des pivots	5
h table	largeur des lames des tables à cols	0.1
Lc table	longueur des cols des lames des tables à cols	5.9 (59* h table)
L table	longueur des lames des tables à cols	20 (Lc table /0.15)
e table	distance entre les lames des tables à cols	4.25
e lames	largeur des parties rigides des lames et bielles	1.5
hlame ressort prech	épaisseur lame ressort précharge	0.4
longueur lame ressort precharge	longueur lame ressort précharge	12
valeurs ressort zero	épaisseur lame ressort zéro	0.08
valeurs ressort zero	longueur lame ressort zéro	40
FS	Facteur de sécurité	2

FIGURE 3.1 – Tableau récapitulatif des dimensions

### 3.3 Débattement des articulations en idéale

Pour simplifier la caractérisation du mouvement de notre mécanisme, nous nous appuyons sur l'hypothèse que la cinématique en guidages idéaux est dans l'ensemble très proche de la cinématique en guidages flexibles. Les déplacements parasites étant de plusieurs ordres de grandeur inférieurs aux déplacements des divers éléments massifs du système, nous pouvons les négliger. De plus, nous considérons les divers sous systèmes ci-dessous, afin de mieux visualiser chaque transmission.

image

#### 3.3.1 Sous-système sonde et bielle

Le premier sous-système composé de la sonde et de la première bielle effectue la transformation du déplacement angulaire  $\alpha(x)$  autour du premier pivot en une translation le long de l'axe x, nommée  $\Delta x_1$ .

Afin de relier  $\Delta x_1$  à  $x$ , il est nécessaire de déterminer la relation entre le déplacement de la sonde selon l'axe  $x$  et  $\alpha(x)$ . Cette relation est donnée :

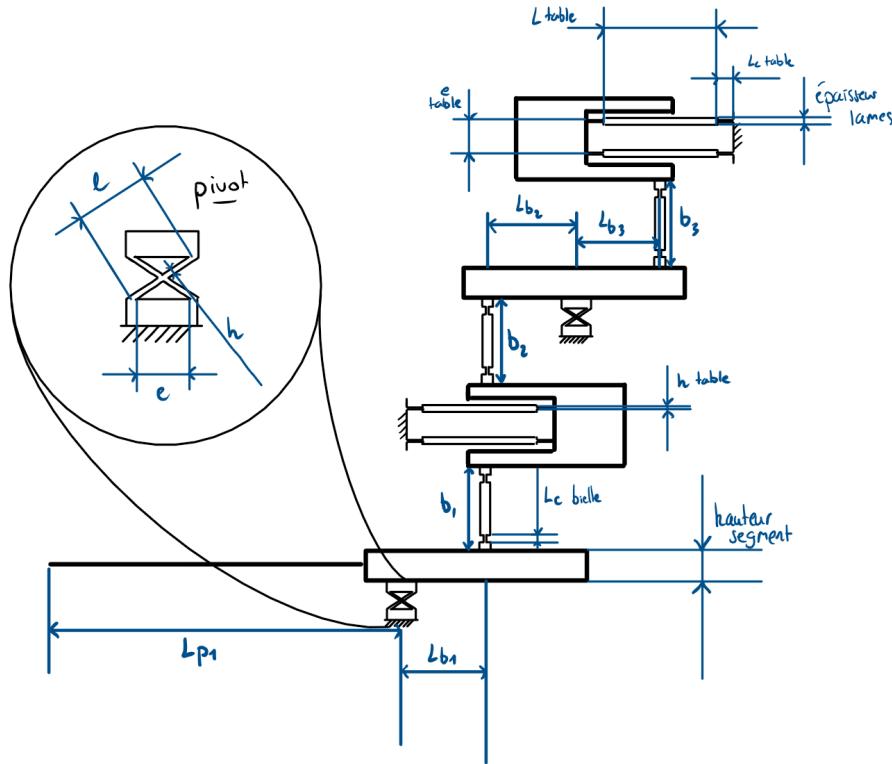


FIGURE 3.2 – Schéma du mécanisme avec les dimensions

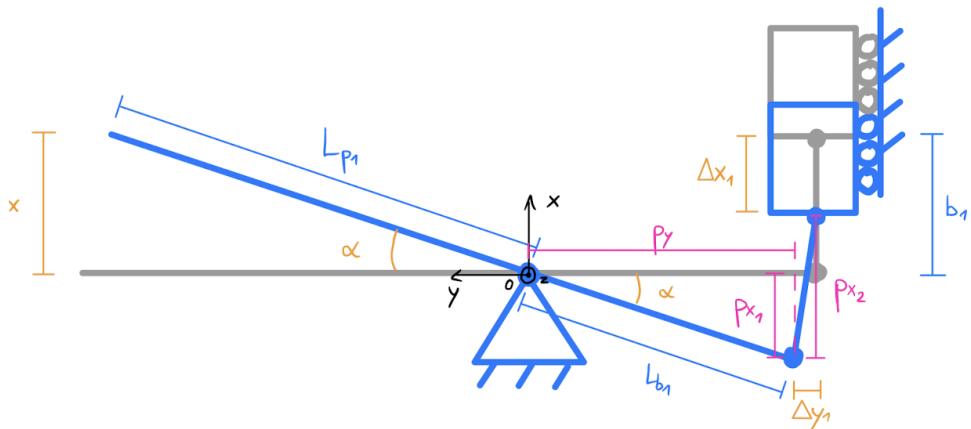


FIGURE 3.3 – Schéma du sous-système sonde et bielle

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{L_{p1}} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{x}{L_{p1}}\right) \quad (3.1)$$

Ainsi, il nous est possible de calculer  $p_{y_1}$ ,  $\Delta y_1$  et  $p_{x_1}$  :

$$\cos(\alpha) = \frac{p_{y_1}}{L_{b1}} \Rightarrow p_{y_1} = L_{b1} \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Delta y_1 = L_{b1} - p_{y_1} = L_{b1} - L_{b1} \cdot \cos(\alpha) = L_{b1} \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

$$\sin(\alpha) = \frac{p_{x_1}}{L_{b1}} \Rightarrow p_{x_1} = L_{b1} \cdot \sin(\alpha) = \frac{L_{b1}}{L_{p1}} x$$

Par le théorème de Pythagore, nous trouvons  $p_{x_2}$  :

$$b_1^2 = \Delta y_1^2 + p_{x_2}^2 \Rightarrow p_{x_2} = \sqrt{b_1^2 - \Delta y_1^2} \Rightarrow p_{x_2} = \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 \cdot (1 - \cos(\alpha))^2}$$

Nous avons ainsi tout les éléments pour calculer  $\Delta x_1$  en fonction de  $x$  :

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= b_1 - (p_{x_2} - p_{x_1}) = b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 \cdot (1 - \cos(\alpha))^2} + L_{b_1} \cdot \sin(\alpha) \\ &= b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 \cdot (1 - \cos(\arcsin(\frac{x}{L_{p_1}})))^2} + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} \cdot x \end{aligned} \quad (3.2)$$

### 3.3.2 Sous-système glissière et bielle

Le deuxième sous-système transforme le déplacement  $\Delta x_1$  de la glissière du sous-système précédent en un déplacement angulaire  $\beta$ . Il s'agit donc de la transformation inverse à celle produite par la sonde.

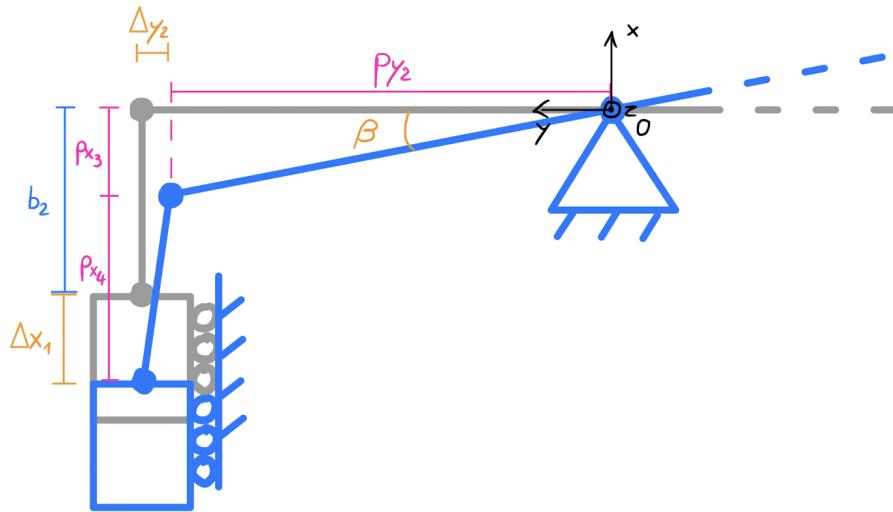


FIGURE 3.4 – Schéma du sous-système glissière et bielle du côté sonde

De même que pour le premier sous-système, nous cherchons à trouver la relation reliant  $x$  à l'angle  $\beta(x)$ . Pour ce faire, nous utilisons les mêmes relations trigonométriques que précédemment et nous trouvons :

$$\cos(\beta) = \frac{p_{y_2}}{L_{b_2}} \Rightarrow p_{y_2} = L_{b_2} \cdot \cos(\beta)$$

$$\Delta y_2 = L_{b_2} - p_{y_2} = L_{b_2} - L_{b_2} \cdot \cos(\beta) = L_{b_2} \cdot (1 - \cos(\beta))$$

$$\sin(\beta) = \frac{p_{x_3}}{L_{b_2}} \Rightarrow p_{x_3} = L_{b_2} \cdot \sin(\beta)$$

Par le théorème de Pythagore, on obtient :

$$b_2^2 = \Delta y_2^2 + p_{x_4}^2 \Rightarrow p_{x_4} = \sqrt{b_2^2 - \Delta y_2^2} \Rightarrow p_{x_4} = \sqrt{b_2^2 - L_{b_2}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2}$$

Pour finir, nous obtenons la relation :

$$\Delta x_1 + b_2 = p_{x_3} + p_{x_4} \Rightarrow \Delta x_1 + b_2 = L_{b_2} \cdot \sin(\beta) + \sqrt{b_2^2 - L_{b_2}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2} \quad (3.3)$$

Or,  $\Delta x_1$  est connu. Cependant, l'extraction de la variable  $\beta(x)$  paraît compromise par la présence des fonctions sinusoïdales. Bien sûr, ce n'est pas impossible et d'ailleurs en utilisant l'outil wolframalpha<sup>1</sup>, nous obtenons le résultat :

Cependant, ce résultat n'est pas souhaitable pour unifier le déplacement  $s(x)$  à  $x$  sans rendre l'analyse trop compliquée. Donc plutôt que d'extraire  $\beta(x)$ , nous allons exprimer  $s(\beta(x))$  et résoudre le système en éliminant

1. Les variables de l'équation écrites dans wolframalpha ne sont pas identiques à celles utilisées dans ce rapport pour des raisons pratiques. Mais, il est possible de trouver la correspondance pas identification.

Input interpretation

solve  $\delta + b = L \sin(\beta) + \sqrt{b^2 - L^2 (1 - \cos(\beta))^2}$  for  $\beta$

Results

$\beta = -\cos^{-1}\left(-\sqrt{(4b^4L^4 - 4b^4\delta^2L^2 + 8b^3\delta L^4 - 12b^3\delta^3L^2 + 4b^2\delta^2L^4 - 13b^2\delta^4L^2 - 6b\delta^5L^2 + \delta^6(-L^2))} + 2b\delta L^2 + 2L^4 + \delta^2L^2\right)/(2(b^2L^2 + 2b\delta L^2 + L^4 + \delta^2L^2))\right)$

$\beta = \cos^{-1}\left(\left(-\sqrt{(4b^4L^4 - 4b^4\delta^2L^2 + 8b^3\delta L^4 - 12b^3\delta^3L^2 + 4b^2\delta^2L^4 - 13b^2\delta^4L^2 - 6b\delta^5L^2 + \delta^6(-L^2))} + 2b\delta L^2 + 2L^4 + \delta^2L^2\right)/(2(b^2L^2 + 2b\delta L^2 + L^4 + \delta^2L^2))\right)\right)$

$\beta = -\cos^{-1}\left(\left(\sqrt{(4b^4L^4 - 4b^4\delta^2L^2 + 8b^3\delta L^4 - 12b^3\delta^3L^2 + 4b^2\delta^2L^4 - 13b^2\delta^4L^2 - 6b\delta^5L^2 + \delta^6(-L^2))} + 2b\delta L^2 + 2L^4 + \delta^2L^2\right)/(2(b^2L^2 + 2b\delta L^2 + L^4 + \delta^2L^2))\right)\right)$

$\beta = \cos^{-1}\left(\left(\sqrt{(4b^4L^4 - 4b^4\delta^2L^2 + 8b^3\delta L^4 - 12b^3\delta^3L^2 + 4b^2\delta^2L^4 - 13b^2\delta^4L^2 - 6b\delta^5L^2 + \delta^6(-L^2))} + 2b\delta L^2 + 2L^4 + \delta^2L^2\right)/(2(b^2L^2 + 2b\delta L^2 + L^4 + \delta^2L^2))\right)\right)$

$\cos^{-1}(x)$  is the inverse cosine function

Download Page

POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE

FIGURE 3.5 – Résultats de *wolframalpha* pour  $\beta(x)$

si possible la variable  $\beta(x)$ .

Le second et le troisième sous-systèmes partagent une certaine symétrie. En effet, le mouvement induit par  $\beta(x)$  est transformé par une glissière en une translation, nommé  $s(x)$ , ce qui est exactement l'inverse de ce qui se passe dans le second sous-système.

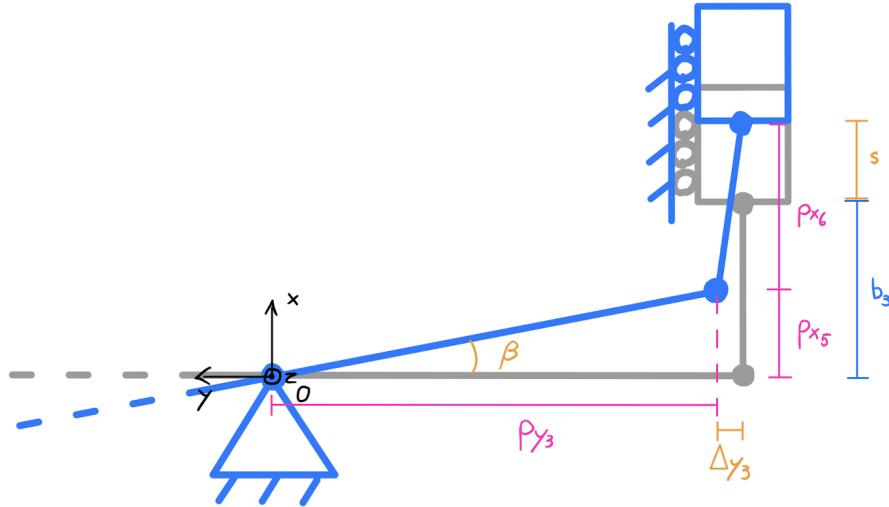


FIGURE 3.6 – Résultats de *wolframalpha* pour  $\beta(x)$

Par conséquents, nous cherchons à exprimer  $s(\beta)$ . En utilisons les calculs précédents, nous pouvons directement établir le système suivant :

$$\begin{cases} s + b_3 = p_{x_5} + p_{x_6} \Rightarrow s + b_3 = L_{b_3} \cdot \sin(\beta) + \sqrt{b_3^2 - L_{b_3}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2} \\ \Delta x_1 + b_2 = p_{x_3} + p_{x_4} \Rightarrow \Delta x_1 + b_2 = L_{b_2} \cdot \sin(\beta) + \sqrt{b_2^2 - L_{b_2}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2} \end{cases}$$

Or, en posant les conditions  $b_3 = b_2 = b$  et  $L_{b_3} = L_{b_2} = L_b$ , le système devient :

$$\begin{cases} s + b_2 = L_{b_2} \cdot \sin(\beta) + \sqrt{b_2^2 - L_{b_2}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2} \\ \Delta x_1 + b_2 = L_{b_2} \cdot \sin(\beta) + \sqrt{b_2^2 - L_{b_2}^2 \cdot (1 - \cos(\beta))^2} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$(3.5)$$

En soustrayant la deuxième équation à la première, nous pouvons finalement exprimer  $s(x)$  :

$$s - \Delta x_1 = 0 \Rightarrow s(x) = \Delta x_1 \Rightarrow s(x) = b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 \cdot (1 - \cos(\arcsin(\frac{x}{L_{p_1}})))^2} + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} \cdot x \quad (3.6)$$

$$\Rightarrow \beta = \alpha \quad (3.7)$$

Pour finir, il peut également être utile de connaître la forme de  $x(s)$  :

The screenshot shows the WolframAlpha interface. In the input field, the user has typed "solve s = b - sqrt(b^2 - l^2 \* (1 - cos(sin^-1(x/L))^2)) + l/L x for x". A note below the input says "sin^-1(x) is the inverse sine function". The results section displays two complex solutions for x, involving square roots and powers of b, l, and s. At the bottom left is a "Download Page" button, and at the bottom right is a "POWERED BY THE WOLFRAM LANGUAGE" footer.

FIGURE 3.7 – Résultats de *wolframalpha* pour  $x(s)$

Malheureusement, la solution n'est pas triviale. Néanmoins, il est possible de remarquer que les deux solutions proposées par *wolframalpha*<sup>2</sup> diffèrent uniquement par le signe de la racine qui est négatif dans la première et positif dans la seconde. En les écrivant avec les variables définies précédemment, nous obtenons la solution après simplification :

$$x(s) = \begin{cases} -\frac{L_{p_1}(L_{b_1}\sqrt{(2b_1(L_{b_1}-s)+s^2)(2b_1(L_{b_1}+s)-s^2)}+(b_1-s)(s(s-2b_1)+2L_{b_1}^2))}{2L_{b_1}((b_1-s)^2+L_{b_1}^2)} \\ \frac{L_{p_1}(L_{b_1}\sqrt{(2b_1(L_{b_1}-s)+s^2)(2b_1(L_{b_1}+s)-s^2)}-(b_1-s)(s(s-2b_1)+2L_{b_1}^2))}{2L_{b_1}((b_1-s)^2+L_{b_1}^2)} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$(3.9)$$

Pour déterminer laquelle des solution est correcte, nous prenons la condition  $x(s) = 0$ , ce qui respecte l'équation 3.6 et notre condition de la position initiale du système. Or, uniquement 3.9 respecte cette condition, donc on a la certitude que :

$$x(s) = \frac{L_{p_1}(L_{b_1}\sqrt{(2b_1(L_{b_1}-s)+s^2)(2b_1(L_{b_1}+s)-s^2)}-(b_1-s)(s(s-2b_1)+2L_{b_1}^2))}{2L_{b_1}((b_1-s)^2+L_{b_1}^2)} \quad (3.10)$$

Ainsi, nous pouvons trouver la limite supérieure de  $x$  en calculant  $x(s_{max}) = x(0.5)$ , on obtient :

$$x(0.5) \approx 1.286 \text{ mm} \Rightarrow x \in [0, 1.286] \text{ mm} \quad (3.11)$$

2. Une fois de plus, les variables de l'équation écrites dans *wolframalpha* ne sont pas identiques à celles utilisées dans ce rapport pour des raisons pratiques. Mais, il est possible de trouver la correspondance pas identification.

## 3.4 Énergie potentielle des articulations en fonction de x, p et z

### 3.4.1 Énergie des pivots à lames croisées non séparées

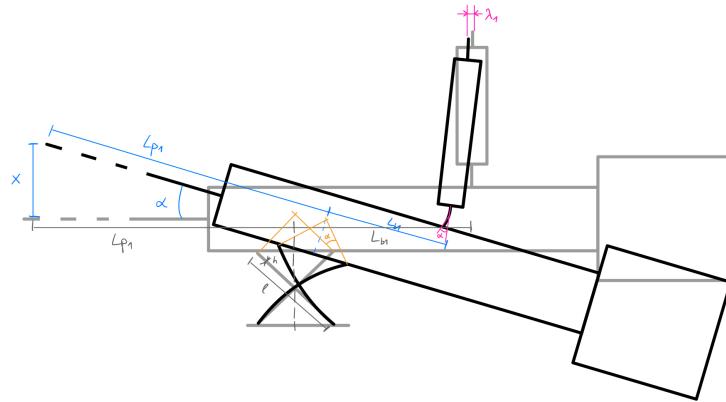


FIGURE 3.8 – Schéma de la déformation du premier pivot

Le débattement du premier pivot est directement lié au déplacement de la sonde par les relations trigonométriques 3.1. De plus, nous avons fixé précédemment que  $L_{b_1} = L_{b_2} = L_{b_3}$  et  $b_1 = b_2 = b_3$ , ce qui impose  $\beta = \alpha$ . Nous avons également posé que les deux pivots sont identiques. Par conséquents, la rigidité et l'énergie potentielle qu'ils accumulent est donnée par :

$$K_p = \frac{2Ebh^3}{3L_p} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (100 \cdot 10^{-6})^3}{3 \cdot 5.9 \cdot 10^{-3}} \approx 4.07 \cdot 10^{-2} \text{ N/m} \quad (3.12)$$

$$V_{p_{tot}} = V_{p_1} + V_{p_2} = 2V_{p_1} = 2 \cdot \frac{1}{2} K_p \alpha^2 = \frac{2Ebh^3}{3L} \alpha^2 = \frac{2Ebh^3}{3L} \arcsin^2\left(\frac{x}{L_{p_1}}\right) \quad (3.13)$$

### 3.4.2 Énergie potentielle des tables à lames à cols prismatiques

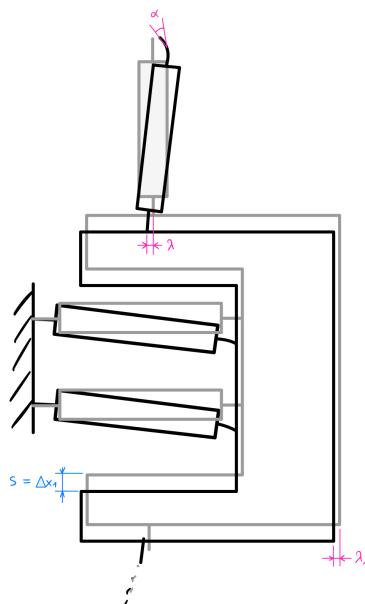


FIGURE 3.9 – Schéma de la déformation d'une des tables à lames

Le déplacement et la rigidité des tables à lames sont donnés par l'équation 3.6 et les tables ont toutes deux les mêmes paramètres de fabrication. Cependant, l'une d'entre elles est préchargée pour inclure un terme négatif. Donc la rigidité et l'énergie potentielle des tables est donnée par :

$$K_T = \frac{2bh^3E}{\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2)l^3} = \frac{2 \cdot 72 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (100 \cdot 10^{-6})^3}{0.3 \cdot (3 - 3 \cdot 0.3 + 0.3^2) \cdot (20 \cdot 10^{-3})^3} \approx 136.99 \text{ N/m} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} V_{T_{tot}} &= V_{T_1} + V_{T_2} \approx \frac{1}{2} K_T s^2(x) + \frac{1}{2} (K_T - \frac{N}{L_{table}}) s^2(x) = (K_T - \frac{N}{2L_{table}}) s^2(x) \\ &= (\frac{2bh^3E}{\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2)l^3} - \frac{N}{2L_{table}})(b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2(1 - \cos(\arcsin(\frac{x}{L_{p_1}})))^2} + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}}x)^2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

### 3.4.3 Énergie potentielle des bielles à cols prismatiques

Les bielles subissent un mélange du déplacement angulaire des pivots et un léger déplacement parasite selon l'axe  $y$ . Le comportement résultant de la bielle étant compliqué à déterminer, nous avons estimer que l'énergie potentielle contenue dans les bielles est négligeable en comparaison des autres énergies potentielles du système. Nous pouvons le vérifier :

$$\lambda \approx \frac{3f^2}{5l} \approx \frac{3s(x)^2}{5l} \Rightarrow \lambda_{max} \approx \frac{3s_{max}^2}{5l} \approx \frac{3 \cdot 0.5^2}{5 \cdot 39.33} \approx 3.81 \mu\text{m} \quad (3.16)$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{x}{L_{p_1}}\right) \Rightarrow \alpha_{max} = \arcsin\left(\frac{x_{max}}{L_{p_1}}\right) = \arcsin\left(\frac{1.286}{63}\right) \approx 2.04 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_b &= 3 \cdot \left( \frac{1}{2} K_{\alpha_M} \alpha_{max}^2 + \frac{1}{2} K_{f_P} \lambda_{max}^2 \right) = \frac{Eb h^3}{8l} \alpha_{max}^2 + \frac{3Eb h^3}{8l^3} \lambda_{max}^2 \\ &= \frac{72 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (100 \cdot 10^{-6})^3}{8 \cdot 1.5 \cdot 10^{-3}} \cdot (2.04 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{3 \cdot 72 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (100 \cdot 10^{-6})^3}{8 \cdot (1.5 \cdot 10^{-3})^3} \cdot (3.81 \cdot 10^{-6})^2 \\ &\approx 1.31 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

En comparaison :

$$V_{T_1}(x_{max}) = \frac{1}{2} K_T s_{max}^2 = \frac{bh^3E}{\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2)l^3} s_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 136.99 \cdot (0.5 \cdot 10^{-3})^2 \approx 1.71 \cdot 10^{-5}$$

Nous pouvons remarquer que l'énergie des trois bielles correspond à l'énergie d'une des tables. Elles participent donc de manière relativement importante à l'énergie potentielle totale. Maintenant, il faut prendre en considération que nous avons fait l'hypothèse que le déplacement de la lame était la somme du déplacement d'une lame encastrée qui subit  $\alpha$  et d'une autre lame encastrée qui subit  $\lambda$ , ce qui n'est peut être pas vrai. C'est pourquoi, nous avons décidé de les négliger.

### 3.4.4 Énergie potentielle des ressorts de réglages

Les ressorts de réglage de précharge et du zéro ont tout deux une énergie potentielle proportionnelle au réglage, mais seul l'énergie potentielle du réglage du zéro va varier avec  $x$  par la relation :

$$V_z = \frac{1}{2} K_{zero} (x_z + z)^2 \quad (3.18)$$

Où  $K_z$  est la rigidité du ressort (détaillé à la section 3.5) et  $x_z(x)$  la déplacement selon l'axe  $x$  de la position d'attache du ressort. La constante  $z$  est le réglage d'entrée émit par l'utilisateur pour remettre à zéro le mécanisme avant utilisation.

### 3.4.5 Énergie potentielle totale

L'énergie potentielle élastique totale du système est :

$$V_{tot_{el}} = V_{T_{tot}} + V_{p_{tot}} + V_z = K_p \alpha^2 + (K_T - \frac{N}{2L_{table}}) s^2(x) + \frac{1}{2} K_{zero} (x_z + z)^2 \quad (3.19)$$

Nous connaissons les différentes liaisons reliant tout les déplacements par la section 3.3 ( $x_z = p_{x_5} = p_{x_1}$ ), donc nous pouvons remplacer :

$$V_{totel} = K_p (\arcsin(\frac{x}{L_{p_1}}))^2 + (K_T - \frac{N}{2L_{table}}) \left( b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 (1 - \cos(\arcsin(\frac{x}{L_{p_1}})))^2} + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} \right)^2 + \frac{1}{2} K_{zero} (\frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x + z)^2 \quad (3.20)$$

Avec l'approximation des petits angles ( $\equiv$  à approximation linéaire) :

$$V_{totel} = K_p \frac{x^2}{L_{p_1}^2} + (K_T - \frac{N}{2L_{table}}) \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} x^2 + \frac{1}{2} K_{zero} (\frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x + z)^2 \quad (3.21)$$

### 3.5 Réglage du zero

Le réglage du zéro doit être capable de corriger des forces parasites comprises entre  $\pm 1 mN$  selon l'axe  $x$ , autrement dit il doit pouvoir couvrir une plage de  $2 mN$ . De plus, nous savons que la résolution du capteur de position est de  $10 nm$ , ce qui représente la précision de réglage que nous aimerais atteindre. En effet, en faisant l'approximation des petits angles, nous trouvons la relation  $s \approx z$ . Donc si  $R_z \approx R_s$ , nous pouvons régler n'importe quel défaut de position de la sonde détecté par le capteur. Cependant, cela nous impose la contrainte de déplacer l'écrou du système vis-écrou de seulement une dizaine de nanomètres.

Pour ce faire, nous avons à notre disposition le moteur *Maxon EC-max 16 Ø16 mm*, l'encodeur optique *MR Type ML* à 512 traits et le réducteur planétaire *GP 16 A Ø16 mm*, qui nous permettent d'atteindre le facteur de réduction :

$$1 \text{ step du moteur} \rightarrow f_r = \frac{1}{29 \cdot 512} \text{ tour de la vis}$$

En effet, en associant l'encodeur au moteur, un tour peut être divisé en 512 step et à cela s'ajoute le facteur 29 : 1 du réducteur. Si maintenant nous prenons le plus petit pas fin métrique normalisé de  $0.2 mm$  et de diamètre  $1 mm$ , nous obtenons une résolution de :

$$1 \text{ step du moteur} \rightarrow R_z = f_r \cdot pas = \frac{1}{29 \cdot 512} \cdot 0.2 \approx 1.35 \cdot 10^{-5} = 13.5 nm \quad (3.22)$$

La résolution angulaire équivalente est :

$$R_{\alpha z} = \frac{2\pi R_z}{pas} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 13.5 \cdot 10^{-9}}{0.2 \cdot 10^{-3}} \approx 4.24 \cdot 10^{-4} rad \quad (3.23)$$

C'est la meilleure précision que nous pouvons atteindre en utilisant une vis normalisée. Pour la longueur on usinera une vis de  $10 mm$  avec  $5 mm$  de partie filetée pour des raisons d'encombrement et de simplicité.

Pour trouver la rigidité du réglage du zéro, nous voulons compenser des forces parasites au maximum de  $\pm 1 mN$  ( $\equiv \pm F_{max_p}$ ), qui imposent le déplacement maximum :

$$F_{max_p} = 1 mN = K_{tot} x_{max_p} \rightarrow x_{max_p} = \frac{F_{max_p}}{K_{tot}}$$

Où  $x_{max_p}$  est le déplacement parasite maximum induit par  $F_{max_p}$ .

Or, par les conditions de la page [14], nous avons la conséquence  $\beta = \alpha$  et donc le déplacement à l'endroit du réglage est :

$$x_{z_{max}} = L_{b_1} \sin(\alpha_{max_p}) = \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x_{max_p} \Rightarrow x_{z_{max}} = \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1} K_{tot}}$$

La force de correction à appliquer est :

$$F_{corr} = K_{tot} x_{z_{max}} = K_{tot} \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1} K_{tot}} = \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1}}$$

Nous allons appliquer cette force grâce à un ressort en guidage flexible de rigidité  $K_{zero}$  et avec un réglage  $z$ , ce qui donne la relation :

$$K_{zero} z = \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1}} \quad (3.24)$$

Puisque notre ressort est composé de lames flexibles à cols prismatiques et qu'il va être étiré ou compressé quand la sonde va mesurer un déplacement  $x$ , nous avons une condition de course admissible à respecter, ce qui nous donne la relation :

$$\begin{aligned} z + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x_{max} < f_{adm} &= \frac{\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2)l^2\sigma_{adm}}{3Eh} \\ &= \frac{0.3 \cdot (3 - 3 \cdot 0.3 + 0.3^2)(40 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 120 \cdot 10^6}{6 \cdot 72 \cdot 10^9 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} \approx 3.65 \text{ mm} \end{aligned} \quad (3.25)$$

De même, on peut trouver  $K_{zero}$  en fonction des paramètres de fabrication :

$$K_{zero} = \frac{2bh^3E}{\zeta(3 - 3\zeta + \zeta^2)l^3} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (80 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 72 \cdot 10^9}{0.3 \cdot (3 - 3 \cdot 0.3 + 0.3^2)(40 \cdot 10^{-3})^3} \approx 8.767 \text{ N/m} \quad (3.26)$$

Il reste à vérifier que les paramètres de fabrication que nous avons choisi remplissent la condition 3.25 :

$$\begin{aligned} K_{zero}(f_{adm} - \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x_{max}) &> \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1}} \\ 8.767 \cdot 10^{-3} (3.65 - \frac{24.5}{63} \cdot 1.286) &\approx 2.762 \cdot 10^{-2} \text{ N} > \frac{24.5}{63} \cdot 10^{-3} \approx 3.889 \cdot 10^{-4} \text{ N} \end{aligned}$$

Le ressort rempli nos critères, il reste à déterminer si la longueur de vis de 5 mm est suffisante :

$$z = \frac{L_{b_1} F_{max_p}}{L_{p_1} K_{zero}} = \frac{24.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{63 \cdot 10^{-3} \cdot 8.767} \approx 44.358 \mu\text{m} \quad (3.27)$$

Donc l'intervalle du réglage est  $z \in [-44.358, 44.358] \mu\text{m}$ , ce qui correspond à seulement à 88  $\mu\text{m}$  de déplacement sur les 5 mm.

De plus, nous pouvons exprimer la résolution en force :

$$R_{F_z} = K_{zero} R_z = 8.767 \cdot 13.5 \cdot 10^{-9} \approx 118 \text{ nN} \quad (3.28)$$

On trouve les dimensions indiquées sur le dessin 2D du mécanisme en annexe :

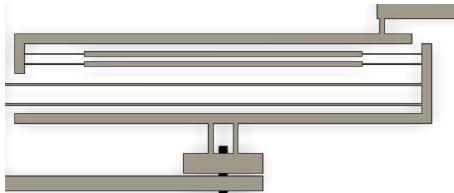


FIGURE 3.10 – Aperçu du dimensionnement de la rigidité du réglage du zéro

## 3.6 Réglage de la rigidité

Pour extraire la force de précharge nécessaire à la variabilité de la rigidité de notre système, nous allons dériver l'énergie potentielle totale de notre système, isoler la force de précharge et dimensionner le ressort de précharge en conséquence.

### 3.6.1 Dérivée de l'énergie totale du système

Pour simplifier les calculs, nous considérons uniquement l'énergie potentielle approximée pour de petits angles, i.e. la formule 3.21. En dérivant une première fois par rapport à  $x$  :

$$\begin{aligned} F(x) = K_{tot}x &= \frac{d}{dx} V_{tot_{el}}(x) = 2K_p \frac{x}{L_{p_1}^2} + \left(2K_T - \frac{N}{L_{table}}\right) \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} x + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} K_{zero} \left(\frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} x + z\right) \\ &= \left[ \frac{2K_p}{L_{p_1}^2} + \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} \left(2K_T - \frac{N}{L_{table}}\right) + \frac{L_b^2}{L_{p_1}^2} K_{zero} \right] x + \frac{L_b}{L_{p_1}} K_{zero} z \end{aligned} \quad (3.29)$$

### 3.6.2 Rigidité totale du système

En dérivant une deuxième fois par rapport à  $x$ , nous obtenons la rigidité :

$$\frac{d^2}{dx^2} V_{tot}(x) = K_{tot} = \frac{2K_p}{L_{p_1}^2} + \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} (2K_T - \frac{N}{L_{table}}) + \frac{L_b^2}{L_{p_1}^2} K_{zero} \quad (3.30)$$

Nous cherchons à minimiser cette valeur en agissant sur la précharge  $N$ , qui peut être ajuster par le ressort de précharge (détailé dans la section 3.6.4). Pour déterminer les réglages de la précharge, nous avons besoin de la valeur  $N$  tel que  $K_{tot} = 0$ , c'est-à-dire la précharge nécessaire pour annuler la rigidité du système.

### 3.6.3 Précharge $N_{max}$ nécessaire pour obtenir $K_{tot} = 0$

Nous posons  $K_{tot} = 0$  pour isoler  $N_{max}$ , ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} N_{max} &= \frac{L_{p_1}^2 L_{table}}{L_{b_1}^2} \left[ \frac{2K_p}{L_{p_1}^2} + 2 \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} K_T + \frac{L_b^2}{L_{p_1}^2} K_{zero} \right] = K_{prepmax} = L_{table} \left[ \frac{2K_p}{L_{b_1}^2} + 2K_T + K_{zero} \right] = K_{prepmax} \\ &= 20 \cdot 10^{-3} \cdot \left[ \frac{2 \cdot 0.04}{(24.5 \cdot 10^{-3})^2} + 2 \cdot 136.99 + 8.767 \right] \approx 8.32 \text{ N} \end{aligned} \quad (3.31)$$

### 3.6.4 Dimensionnement du ressort de précharge

Par simplicité, nous avons décidé d'utiliser la même vis pour le réglage de la rigidité que celle utilisé pour le réglage du zéro, i.e une vis M1 avec un pas de  $q_p = 0.2 \text{ mm}$ . Nous connaissons la précharge, donc nous avons deux inconnue  $K_{pre}$  et  $p$  relié par :

$$K_{prep} = N \quad \Rightarrow \quad K_{prepmax} = N_{max} = 8.32 \text{ N} \quad (3.32)$$

Pour dimensionner notre ressort en guidage flexible, nous devons vérifier que  $p_{max} < f_{adm}$  avec  $f_{adm}$ , c'est-à-dire :

$$p_{max} < f_{adm} = \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Eh} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_{max}}{K_{pre}} = p_{max} < \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Eh} \quad (3.33)$$

Or, nous savons que :

$$K_{pre} = \frac{nEbh^3}{l^3} \quad \Rightarrow \quad N_{max} < \frac{nEbh^3}{l^3} \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Eh} = \frac{nbh^2 \sigma_{adm}}{3l} \quad (3.34)$$

Si cette condition n'est pas respecté, les lames du ressort se briseront car l'allongement  $x$  serait plus grand que la course admissible  $f_{adm}$  où  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{rupt}}{FS}$ . Par tâtonnement, nous avons fixé  $l = 30h$ ,  $h = 0.4 \text{ mm}$  et  $b = 5 \text{ mm}$ , ce qui implique :

$$n > \frac{90 \cdot N_{max}}{\frac{\sigma_{rupt}}{2} \cdot bh} \approx 7.92 \quad (3.35)$$

Nous pouvons ainsi fixer la valeur  $n = 8$  et  $l = 30h = 12 \text{ mm}$ <sup>3</sup>.

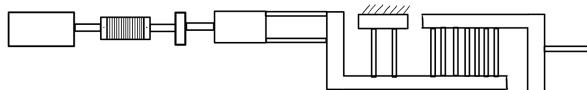


FIGURE 3.11 – Schéma illustratif du mécanisme de réglage de la rigidité et du zéro

Comme pour le réglage du zéro, la résolution est :

$$R_p = f_{rpas} = \frac{0.2 \cdot 10^{-3}}{512 * 29} \approx 13.5 \text{ nm} \quad (3.36)$$

$$R_{\alpha_p} = \frac{2\pi R_p}{pas} \approx 4.24 * 10^{-4} \text{ rad} \quad (3.37)$$

3. Les dimensions du réglage de précharge sont aussi définies sur le dessin 2D du mécanisme en annexe.

### 3.7 Plage de rigidité

En reprenant la relation (3.40), nous pouvons maximiser  $K_{tot}$  afin d'obtenir  $k_{eq,max}$ . Il suffit de poser N égal à 0, Afin de minimiser  $K_{tot}$  pour d'obtenir  $k_{eq,min}$ , il faut injecter la plus grande force de précharge N que notre mécanisme supporte. Il s'agit de N = 8.32 N. Ceci nous donne :

$$k_{eq,max} = 62,27N/m \quad \text{et} \quad k_{eq,min} = 0,9N/m \quad (3.38)$$

Nous pouvons remarquer que  $k_{eq,min}$  est proche de 0, nous pensons que les erreurs d'arrondis lors des calculs nous donnent une rigidité  $k_{eq,min}$  un peu plus grande que la valeur théorique zéro, mais cela nous arrange car sinon le mécanisme pour tomber dans un état bistable.

### 3.8 Applications numériques(explication programme matlab)

#### Approximations aux petits angles afin d'alléger l'expression du déplacement

Les forces sondées par notre capteur ne produiront que de très petits déplacements des pivots, dont les angles d'inclinaison seront très faibles. Nous pouvons le constater dans l'implémentation numérique de  $\alpha_{max}$  dans la relation 3.17 qui est de l'ordre de déci-radians pour un déplacement maximal.

Toutes les relations de déplacements en fonction de x trouvées à la section 3.3 donnent, en prenant en compte le choix du dimensionnement  $L_{b_1} = L_{b_1} = L_{b_1} \equiv L_b$  donnent :

nom	expression brute	expression après dimensionnement
$\alpha$	$x \cdot \frac{1}{L_{p_1}}$	$x \cdot \frac{1}{L_{p_1}}$
$\Delta x_1$	$x \cdot \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}}$	$x \cdot \frac{L_b}{L_{p_1}}$
$\beta$	$x \cdot \frac{L_{b_1}}{L_{p_1} \cdot L_{b_2}}$	$x \cdot \frac{1}{L_{p_1}}$
$s$	$x \cdot \frac{L_{b_3}}{L_{b_2}} \cdot \frac{L_b}{L_{p_1}}$	$x \cdot \frac{L_b}{L_{p_1}}$

#### Approximations supplémentaires : négligence de $K_{zero}$

Pour nos applications numériques, nous avons également négligé la contribution due au ressort de réglage du zéro tiré de l'expression ?? . En effet , étant donné la rigidité très faible du ressort qui est de 8.76 (N/m) , elle n'influence que très légèrement la rigidité équivalente du système :

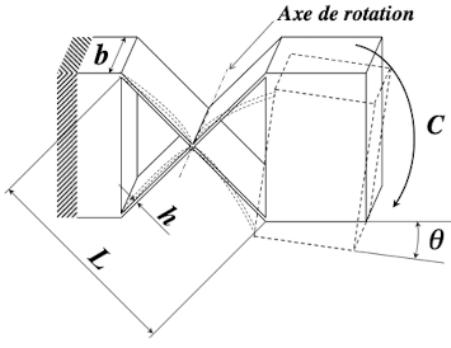
	avec $K_{zero}$	sans $K_{zero}$
$K_{eq,max}$ (sans précharge)	$\frac{2}{L_{p_1}^2} \cdot K_p + (\frac{L_b}{L_{p_1}})^2 \cdot (2 \cdot K_{t_1}) + K_{zero}(\frac{L_b}{L_{p_1}})^2$	$\frac{2}{L_{p_1}^2} \cdot K_p + (\frac{L_b}{L_{p_1}})^2 \cdot (2 \cdot K_{t_1})$
A.N	$62.27 [\frac{N}{m}]$	$60.97 [\frac{N}{m}]$

En effet, nous constatons que les deux expressions diffèrent de moins de  $2[\frac{N}{m}]$ . Le ressort de réglage rigidifie donc la sonde que très légèrement, mais nous préférions ne pas le considérer lors des calculs qui vont suivre pour le calcul de F(x).

### 3.9 Vérifications

Afin de s'assurer de la résistance à la rupture de notre mécanisme , nous avons vérifié si toutes les articulations flexibles auxquelles nous allons appliquer des contraintes résistent à la rupture sur toute la plage de fonctionnement. Pour cela, nous avons extrait  $\sigma_D$  , la limite d'endurance du matériau en question pour 10 millions de cycles, puis nous y avons ajouté un facteur de sécurité de 2 et comparé le déplacement maximal avec le déplacement admissible calculé avec le facteur de sécurité.  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_D}{FS}$

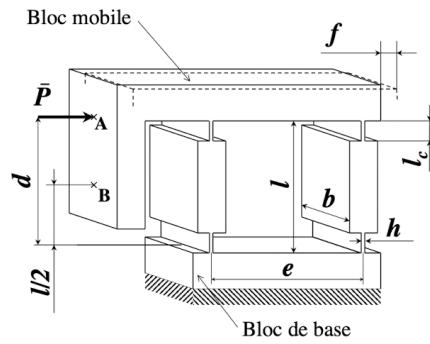
#### Récapitulatif avec valeurs numériques



$$\text{Course angulaire admissible : } \theta_{adm} = \frac{\sigma_{adm} L}{2Eh}$$

$$\text{Course angulaire maximale : } \theta_{max} = \frac{x_{max}}{L_{p_1}}$$

FIGURE 3.12 – TAB. B.10 : *Pivot à deux lames croisées non séparées (sect. 6.2) Conception des guidages flexibles, Simon Henein*



$$\text{Course admissible : } f_{adm} = \frac{\xi(3-3\xi+\xi^2)l^2\sigma_{adm}}{3Eh}$$

$$\text{Course maximale : } f_{max} = s_{max} = x_{max} \cdot \frac{L_b}{L_{p_1}}$$

FIGURE 3.13 – TAB. B.6 : *Table à quatre cols prismatiques (sect. 5.3) Conception des guidages flexibles, Simon Henein*

	$\sigma_D$ [MPa]	$\sigma_{adm}$ [MPa]	FS	$Deplacement_{adm}$	$Deplacement_{max}$
Tables	120	60	2	$f_{adm} = 0.73$ [mm]	$f_{max} = 0.50$ [mm]
Pivots	120	60	2	$\theta_{adm} = 0.024$ [rad]	$\theta_{max} = 0.020$ [rad]
Précharge critique	Précharge sans $K_{zero}$				Précharge avec $K_{zero}$ tiré de (3.31)
$N_{crit} = 65.80$ [N]	$N = 8.19$ [N]				$N = 8.32$ [N]

dimensions prises depuis TAB. 3.1 *récapitulatif des dimensions*

*Observations* : Même avec un facteur de sécurité de 2, nous obtenons un déplacement maximal inférieur au déplacement admissible.

Il n'y a pas de facteur de sécurité pour les précharges  $N$  servant à compenser la rigidité du mécanisme étant donné qu'elles ne dépendent pas de  $\sigma_D$ , mais il est important de noter qu'elles sont tout de même plus de 8x plus petite que la charge critique que peut supporter la table dans les 2 cas.

### 3.10 Trace de l'énergie $V(x)$ pour $p_{min}, p_{max}$

Nous avons implémentés la formule du potentiel (approximée par les petits angles avec  $K_{zero}$  négligé) dans matlab et avons dérivés 2 fois cette expression numériquement afin de pouvoir visualiser les graphes :

### 3.11 Trace de $F$ , $F_{poly3}$ , $F_{lin}$

#### 3.11.1 Expressions $F(x)$ implémentées dans Matlab

Expression du potentiel total :

$$V_{tot}(x) = \frac{1}{2} \cdot K_{tot}x^2 = \frac{1}{2} \cdot K_{p_1} \cdot \alpha^2 + \frac{1}{2} \cdot K_{t_1} \cdot \Delta x_1^2 + \frac{1}{2} \cdot K_{p_2} \cdot \beta^2 + \frac{1}{2} \cdot K_{t_2} \cdot s^2 \quad (3.39)$$

Rappel : Par nos relations de symétrie, nous avons les égalités suivantes :

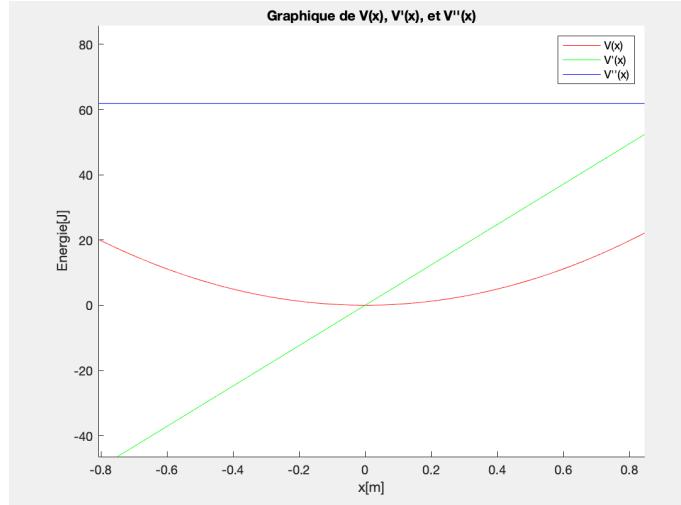


FIGURE 3.14 –  $E(x)_{p_{min}} = K_p \frac{x^2}{L_{p_1}^2} + K_T \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} x^2$

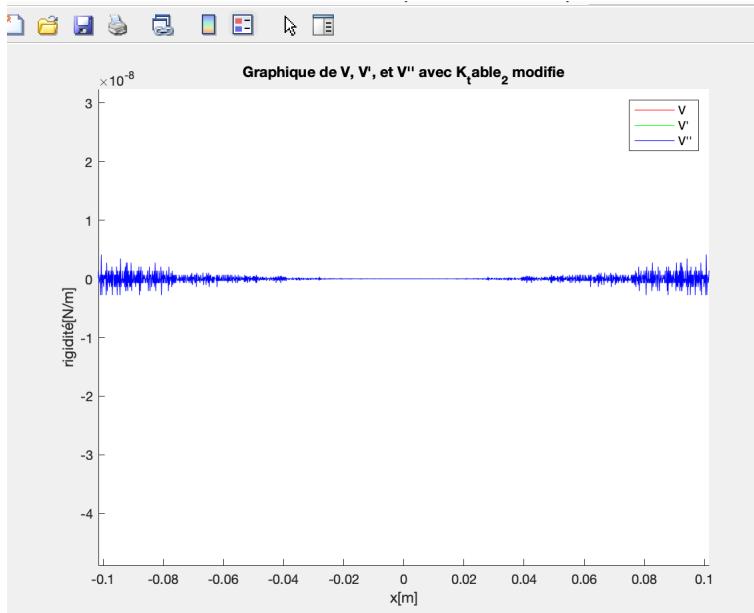


FIGURE 3.15 –  $E(x)_{p_{max}} = K_p \frac{x^2}{L_{p_1}^2} + (K_T - \frac{N}{2L_{table}}) \frac{L_{b_1}^2}{L_{p_1}^2} x^2$

Remarque : Energie et Force sont très proches de zéro, ce qui résulte en une rigidité quasiment nulle attendue théoriquement

1.  $\alpha = \beta$
2.  $\Delta x_1 = s$
3.  $K_{t_2} = K_{t_1} \equiv K_t$
4.  $K_{p_1} = K_{p_2} \equiv K_p$

$$V_{tot}(x) = \frac{1}{2} \cdot K_{tot} x^2 = K_t \cdot \alpha^2 + K_p \cdot \Delta x_1^2 \quad (3.40)$$

en y insérant les valeurs de  $\alpha$  et  $\Delta x_1$  :

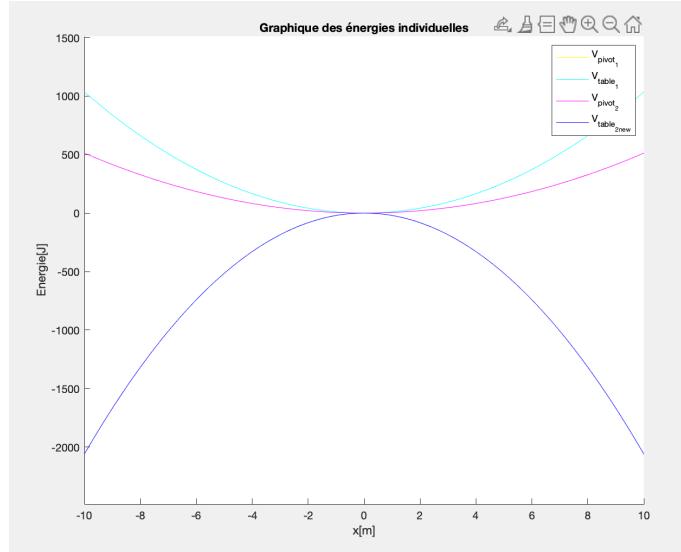


FIGURE 3.16 – Energies individuelles,  $V_{table2new}$  est la nouvelle énergie de la table 2 préchargée de façon à annuler la rigidité du système

$$V_{tot}(x) = \frac{1}{2} \cdot K_{tot} x^2 = \left( K_t \cdot \left( \arcsin\left(\frac{x}{L_{p_1}}\right) \right)^2 + K_p \cdot \left( b_1 - \sqrt{b_1^2 - L_{b_1}^2 \cdot \left(1 - \cos\left(\arcsin\left(\frac{x}{L_{p_1}}\right)\right)\right)^2} + \frac{L_{b_1}}{L_{p_1}} \cdot x \right)^2 \right) \quad (3.41)$$

#### Dérivée du potentiel total :

Pour trouver l'expression  $F(x)$ , nous avons dérivés l'expression  $V_{tot}(x)$  obtenue précédemment par rapport à  $x$ .

#### 3.11.2 Trace de $F(x), F_{poly3}(x)$ , $F_{lin}(x)$

Dans le graphique ci-dessous,  $F_{lin}$  est obtenu avec l'approximation des petits angles,  $F(x)$  est la vraie fonction non simplifiée et  $F_{poly3}$  est obtenue par approximation numérique :

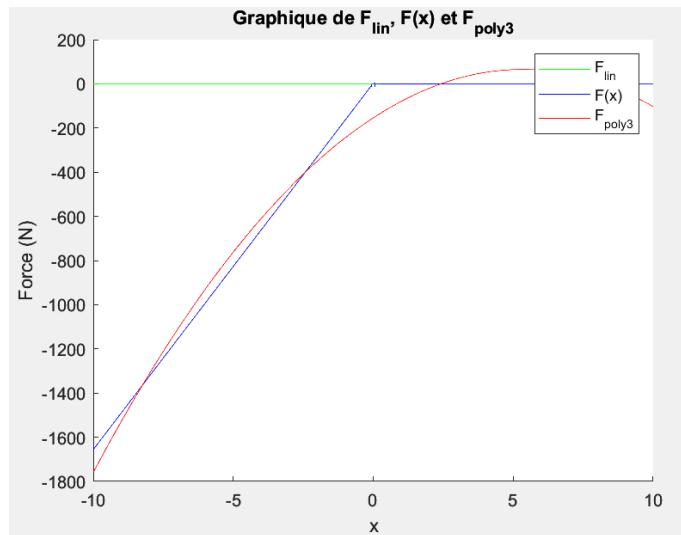


FIGURE 3.17 – Différentes expressions de la force à  $p_{min}$

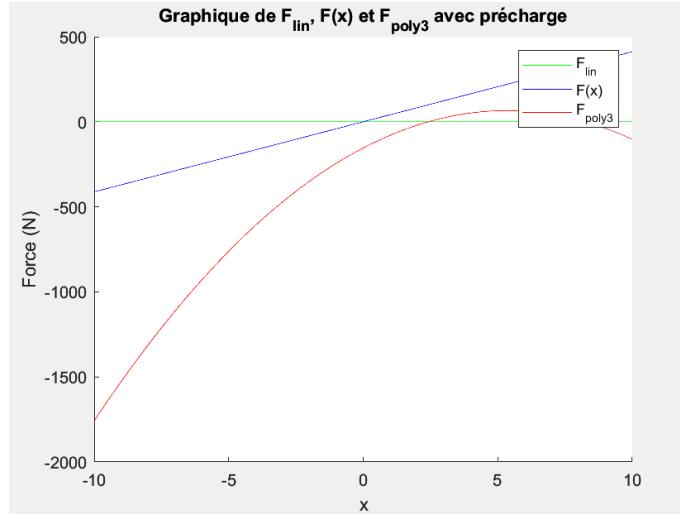


FIGURE 3.18 – Différentes expressions de la force à  $p_{max}$

Nous remarquons plusieurs choses :

- $F_{lin}$  n'est pas égal à zéro, c'est l'échelle qui la rend si petite.
- Proche de 0 (en x) les trois courbes sont semblables, puis pour de plus grandes valeurs de x, les deux autres courbes divergent significativement par rapport à  $F_{lin}$ .
- Autour de 0,  $F_{poly3}$  peut être approximé comme un polynôme de degré 2.

### 3.12 Non-linéarité relative

La non-linéarité relative  $\mu_r$  est défini par la formule suivante :

$$\mu_r = \frac{a_3}{a_1} \quad (3.42)$$

où  $a_3$  et  $a_1$  sont les coefficients de :

$$F_{poly3}(x) = a_0 + a_1 * x + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 \quad (3.43)$$

Selon  $p_{min}$ , la valeur de  $a_3$  est de et la valeur de  $a_1$  est de, ce qui nous donne :

$$\mu_r = \frac{a_3}{a_1} = \frac{-1.04}{-1.77} = 0.58 \quad (3.44)$$

Selon  $p_{max}$ , la valeur de  $a_3$  est de et la valeur de  $a_1$  est de, ce qui nous donne :

$$\mu_r = \frac{a_3}{a_1} = \frac{2.03}{0.89} = 2.28 \quad (3.45)$$

### 3.13 Résolution de mesure $R_F$ pour $p_{min}$ et $p_{max}$

$R_F$  peut être trouvé par :

$$R_F = R_s * k \quad (3.46)$$

où  $R_s$  (la résolution du capteur de position) est égal à 10 nm.

$R_F$  est différent selon si on considère  $k$  égal à  $k_{eq,min}$  ou à  $k_{eq,max}$ .

$$R_F(k_{eq,min}) = R_s * k_{eq,min} \quad \text{ou} \quad R_F(k_{eq,max}) = R_s * k_{eq,max} \quad (3.47)$$

Et donc :

$$R_F(k_{eq,min}) = 9 * 10^{-9} \quad N \quad \text{et} \quad R_F(k_{eq,max}) = 6.22 * 10^{-7} \quad N \quad (3.48)$$

Les valeurs de  $k_{eq,min}$  et  $k_{eq,max}$  ont été déterminé au point 3.5.

### 3.14 $F_{max}$ mesurée par le capteur pour $p_{min}$ et $p_{max}$

La plus grande force que peut mesurer notre capteur est donnée par la relation :

$$- F_{max} = k_{eq,max} * x_{capteur} \quad (p_{min}) \quad (3.49)$$

$$- F_{max} = k_{eq,min} * x_{capteur} \quad (p_{max}) \quad (3.50)$$

La valeur de  $x_{capteur}$  est de 0.5 mm. Ayant déterminé  $k_{eq,min}$  et  $k_{eq,max}$  au point 3.5, nous pouvons calculer les  $F_{max}$ .

$$F_{max} = k_{eq,min} * x_{capteur} = 1.15 * 10^{-3} N \quad F_{max} = k_{eq,max} * x_{capteur} = 0.08 N \quad (3.51)$$

Nous respectons bien la condition  $F_{max} > 50\text{mN}$ .

### 3.15 Gamme dynamique virtuelle $D_{FV}$

Le calcul de la gamme dynamique virtuelle est donné par la formule :

$$D_{FV} = \frac{F_{max}(k_{eq,max})}{R_F(k_{eq,min})} \quad (3.52)$$

$R_F(k_{eq,min})$  peut être trouvé par :

$$R_F(k_{eq,min}) = R_s * k_{eq,min} \quad (3.53)$$

où  $R_s$  (la résolution du capteur de position) est égal à 10 nm. Nous avons calculé la valeur de  $F_{max}(k_{eq,max})$  au point précédent et  $k_{eq,min}$  est calculé au point 3.5.

Nous obtenons ainsi un  $D_{FV}$  :

$$D_{FV} = \frac{F_{max}(k_{eq,max})}{R_F(k_{eq,min})} = 8,8 * 10^6 \quad (3.54)$$

### 3.16 Couple moteur $m_p$ et $m_z$ maximaux requis pour couvrir la plage de fonctionnement

Chacun des deux moteurs doit fournir une force, que ce soit pour la rigidité variable ou le réglage du zéro. Si on montre que les couples induits par ces forces sont inférieurs au couple maximal du moteur à disposition, on couvre alors toute la plage de fonctionnement.

Rappelons que le moteur Maxon ECmax 16 Ø16 mm a un couple maximal de 3.33 mNm selon sa datasheet.

<b>5 Couple nominal (couple permanent max.)</b>	<b>mNm</b>	<b>3.33</b>
---	------------	-------------

FIGURE 3.19 – Couple du moteur issu de sa datasheet

On a couplé ce moteur au réducteur planétaire. Cette réduction d'un facteur 29 nous augmente donc le couple maximal à 96.57 mNm.

On a :

$$M = rP\tan(\theta + \varphi) + \mu_bPr_m \quad \theta = \arctan(pas/2) \quad \varphi = \arctan(\mu/\cos(\beta/2)) \quad (3.55)$$

On a le pas = 0.2mm,  $\beta = 60^\circ$ ,  $\mu = 0.47$  (friction acier sur aluminium),  $\mu_b = 0.74$  (friction acier sur acier),  $d2 = 0.9$  mm,  $r = d2/2 = 0.45$ ,  $r_e = 1$  mm,  $r_i = 0$ ,  $r_m = (r_e^3 - r_i^3)/r_e^2 - r_i^2 = 1$  mm

Pour le moteur du réglage du zéro, on veut corriger une force de 1 mN sur le bout de la sonde, soit 30 mN là où appuie le réglage du zéro (ou trouve cela en passant deux fois par  $F = kx$ ) :

$$M_z = 3.84 * 10^{-2} \text{mNm} \quad (3.56)$$

Pour le moteur du réglage de la précharge, la précharge maximale est de 8.32 N :

$$M_p = 10.8mNm \quad (3.57)$$

Dans les deux cas on voit que le moteur pourra largement fournir les couples nécessaires.

# Chapitre 4

## Discussion

### 4.1 Séquence de réglage pour obtenir une gamme dynamique optimale

Pour obtenir une gamme dynamique optimale nous conseillons de suivre ces étapes :

- Positionnez le capteur pour que l'axe de la sonde soit parallèle à l'axe Y.
- Une fois la capteur immobile, procédez au réglage du zéro.
- Préchargez le mécanisme jusqu'à obtenir une rigidité nulle.
- Vous bénéficiez maintenant d'une plage dynamique optimale.

### 4.2 Non-conformités avec le cahier des charges

Objectif	Respecté ?	Commentaire
Composants imposés	Oui	
Ensemble vis-écrou, filets métriques à pas fin	Oui	
Roulement SKF	Oui	
Accouplement moteurs/vis du commerce	Oui	
Aucun autre composant commercial	Oui	
Encombrement du mécanisme	Non si on compte les moteurs	L'encodeur de droite dépasse (3 mm) et le moteur du bas dépasse de 2 cm
Orientation de la sonde	Oui	
Dégagement de la sonde	Oui	10 mm de dégagement
Capteur insensible à l'orientation de la gravité	Oui	
Capteur insensible aux accélérations en translation	Oui	
Capteur insensible aux accélérations en rotation	Oui	
Equilibrage inertiel	Non	aurait pu être implémenter avec plus de temps
Plage de mesure	Oui	
Résolution de mesure	Oui	
Correction du zéro	Oui	
Matériaux électriquement conducteurs	Oui	
Matériaux amagnétiques	Oui	
Supporter forces parasites 2 N	Oui	
Nombre de cycles indicatif	Oui	avec un facteur de sécurité de 2 ce qui correspond à $10^9$ cycles
Prix < 8000 chf	Oui	
Température de fonctionnement	Oui	

FIGURE 4.1 – Tableau des non conformités avec le cahier des charges

### 4.3 Effets des tolérances de fabrications sur la performance du capteur

Pour se rendre compte de l'effet des tolérances sur la performance de notre capteur reprenons la définition de la résolution de mesure.

$$Rf = 1/K_{eq,min} \quad (4.1)$$

Ce  $K_{eq,min}$  dépend de notre précharge N qui vaut :

$$N = (K_{table1} + K_{table2} + (K_{pivot1}/(Lb1^2)) + (K_{pivot2}/(Lb2^2))) * L_{table2} \quad (4.2)$$

Ou encore si on l'expression en fonction de h avec les autres termes pris pour constants :

$$N = C * (a * h + b * h^3) \quad (4.3)$$

On voit bien que N dépend de h au cube. Cela veut dire que pour une modification de 3 micro mètres (erreur commune à l'électroérosion) on aurait une modification 3 pour cents sur N et donc sur la rigidité et la résolution.

Cette erreur parait acceptable mais, comme elle est dépendante de h au cube, il est préférable de mettre des tolérances plus précises pour la fabrication.

# Chapitre 5

## Construction

### 5.1 Choix de construction

La construction du capteur de force ce fait en trois étapes : l'électroérosion, le perçage et l'assemblage.

#### 5.1.1 Electroérosion

Nous commençons l'usinage avec un parallélépipède d'acier contal de 150\*100\*50 mm. Grâce au dessin 2D des dimensions donné en annexe, nous usinons de manière monolithique le corps du capteur de force. Nous conseillons une tolérance globale ISO 2768 - mK, +- 0.1mm pour les longueurs et +- 0.1° pour les angles. On rajoute une tolérance plus fine pour toutes les épaisseurs de lames : +- 3 microns. Cela permet de minimiser la dépendance aux tolérances du capteur de force.

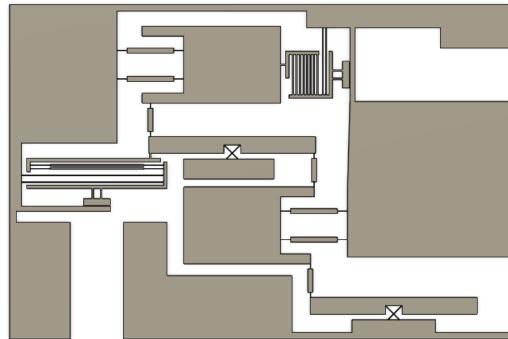


FIGURE 5.1 – Pièce obtenue après électroérosion

#### 5.1.2 Perçage

On doit percer 7 trous en tout.

Premièrement deux trous de passage pour les vis (m2) qui tiendront le bâti du pivot au milieu du mécanisme :

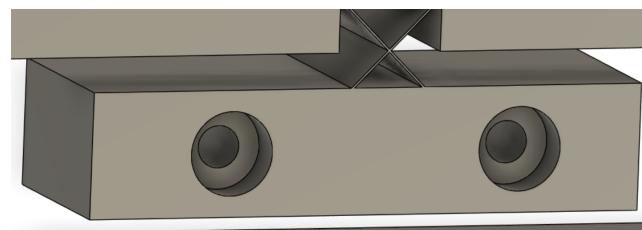


FIGURE 5.2 – Trous de passage pour vis du bâti

Ensuite au niveau du réglage du zéro, on va fabriquer le logement du roulement. On fait trou de 3 mm et de 1 mm de profondeur comme sur l'image ci-dessous :

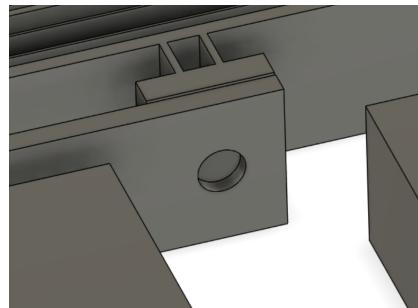


FIGURE 5.3 – Trous se situant proche du réglage du zéro

On perce ensuite jusqu'au bout avec un diamètre 2.3 mm pour n'appuyer que sur la bague externe du roulement lors de la charge :

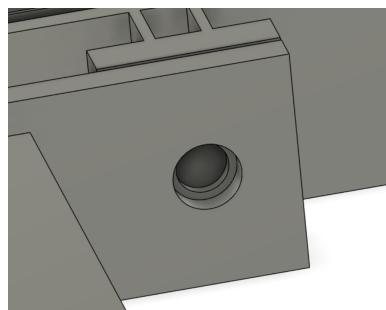


FIGURE 5.4 – Continuité du trou pour loger le roulement

Finalement on crée un trou taraudé pour le passage de la vis m1\*0.2. On perce d'abord la matière qui se trouve dans la continuité du trou pour le roulement (diamètre de 1 mm), puis on procède à un taraudage d'un pas de 0.2 mm :

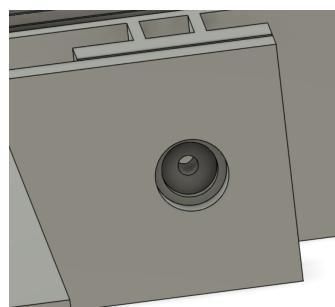


FIGURE 5.5 – Trou taraudé pour le passage de la vis

On procède aux mêmes étapes pour le logement du roulement et le passage de la vis de la précharge :

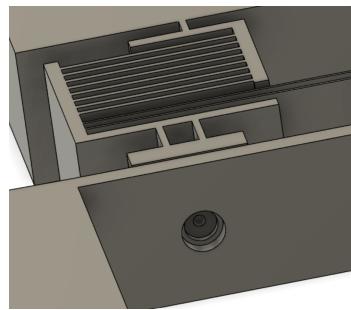


FIGURE 5.6 – Trou pour le réglage de la précharge

Il reste un perçage optionnel qui est du côté du capteur pour le passage des fils. Un trou de 5 mm de diamètre permet de sortir les fils su sytème :

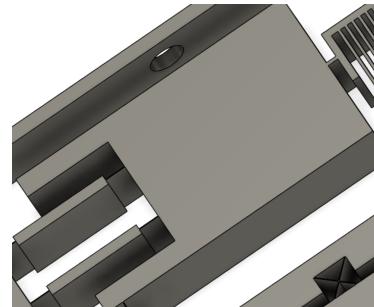


FIGURE 5.7 – Trou pour le passage des fils du capteur

### 5.1.3 Assemblage

Il ne reste plus que l'assemblage. Un schéma d'ensemble est disponible en annexe mais on détaillera brièvement ici l'assemblage pour plus de clarté.

D'abord on loge les roulements, nous conseillons un jeu H7 pour que le roulement soit serré mais que le montage puisse se faire sans forces excessives qui endommagerait le mécanisme assez fin :

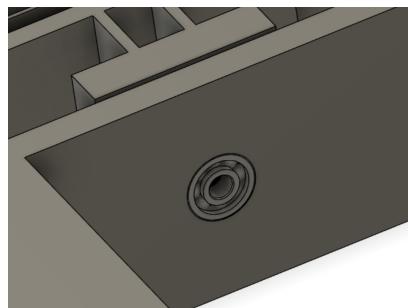


FIGURE 5.8 – Logement du roulement

Ensuite assemblez l'ensemble qui sert de motorisation. Dans l'ordre la vis est serré dans le soufflet, puis le soufflet serré sur l'arbre du moteur. On peut ici utiliser des jeux jusqu'à H9 qui permettront un solide maintient de l'ensemble :



FIGURE 5.9 – Assemblage de la motorisation

On peut maintenant assembler les éléments de motorisation et le capteur au reste du capteur de force :

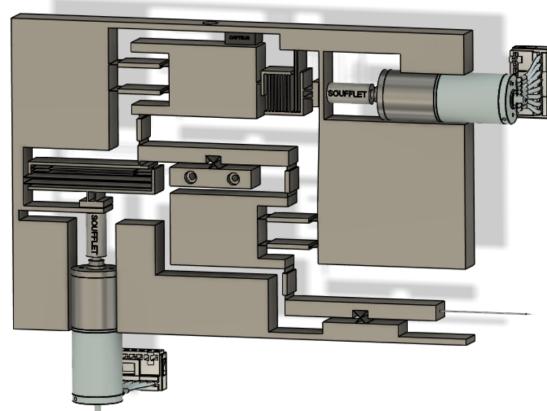


FIGURE 5.10 – Assemblage du capteur et de la motorisation

Enfin, on peut fixer le mécanisme dans sa boîte via deux vis :

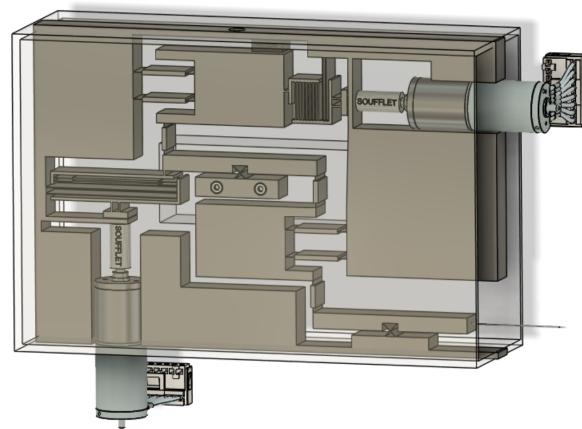


FIGURE 5.11 – Mécanisme mis dans sa boîte, avec rendu transparent de la boîte pour visibilité

Pour la boîte on envisage facilement d'utiliser la fabrication additive, du plastique serait suffisant vu les faibles forces que la structure doit supporter. On ne s'attardera pas ici sur sa fabrication car ce n'est pas le sujet qui nous intéresse.

Alliage	DIN	$E$ [GPa]	G [GPa]	$R_m$ [MPa]	$R_{0.2}$ [MPa]	$\sigma_D(10^7)$ [MPa]		$\sigma_D/E$ [%]	$\alpha^\circ$ [ $10^{-6}$ ]	$\rho$ [Kg/dm <sup>3</sup> ]
Acier Böhler K190	X220CrVMo13-4	196	80	2350	2050	800*	trac. rep.	0.41	12.2	7.6
Acier Maraging W720	X3NiCoMoTi18-9-5	193	72	2000	1815	735	flex. alt.	0.38	10.2	
Alu. Perunal-215 (7075)	AlZnMgCu1.5	72	27	530	480	110	flex. alt.	0.15	23.6	2.81
Alu. Anticorodal 110-112	AlMgSi1	69	26	310	250	80	flex. alt.	0.12	23.4	2.7
Alu Avional 660-662	AlCuSiMn	73	28	450	380	100	flex. alt.	0.14	23	2.79
Alu Contal	EN AW-7010	72		590	520	120	flex. alt.	0.16	23.6	2.81
Titane 6Al-4V	Ti Al6 V4	114	41	900	830	500		0.44	8.9	4.45
Bronze Pfinodal CN8TM04	Cu Ni 15 Sn 8	127	44	1300	1100	225	flex. alt.	0.14	16	8.94

FIGURE 5.12 – TAB B.14 : Quelques matériaux appropriés à la réalisation de structures flexibles, Conception des guidages flexibles, Simon Henein

## 5.2 Choix des matériaux

### 5.2.1 Corps du mécanisme

Pour réaliser notre mécanisme nous avons choisi d'utiliser de l'Aluminium Contal, EN AW-7010, car il nous permettait au mieux de réduire la force de précharge nécessaire et donc en conséquence le couple du moteur à fournir. En effet, dans l'expression (xxx) de nprecharge, nous voyons une forte dépendance avec les rigidités des articulations qui elles-mêmes dépendent linéairement de du module E. De plus, ce matériaux est électriquement conducteur et amagnétique ce qui répond parfaitement au cahier des charges.

### 5.2.2 Vis pour le zéro et la précharge

Nous avons fait le choix d'usiner nos vis en acier car c'est un matériaux commun pour ce genre d'applications et qu'il répondait à deux critères que nous voulions :

- sa rigidité élevée nous garantie que les vis ne casseront pas même si elle sont fine
- le coefficient de frottement acier sur aluminium contal est assez faible pour que le couple du moteur suffise

### 5.2.3 Boite

Le choix du matériaux pour la boite est assez libre. Pour plus de simplicité nous partirions sur un plastique comme le Polyéthylène téréphthalate glycolisé (PETG) pour l'utiliser en fabrication additive.

# Chapitre 6

## Conclusion

Le développement de ce capteur de force pour Imina Technologies fut une vraie épreuve de conception et d'ingénierie pour nous. En effet, c'est la première fois que nous sommes confrontés à un problème original qui ne trouve pas encore de solution dans la littérature ou sur internet.

Après étude de la conformité de notre système avec le cahier des charges, nous pouvons affirmer avec certitude que la solution développée répond aux besoins imposés et pourrait être reprise de manière plus poussée pour le développement d'un réel capteur de force à l'échelle du micron.

Nous sommes conscients des simplifications ou libertés qui ont étées prises pendant la conception faute de temps, mais nous avons fait tout notre possible pour aborder chaque partie du projet de la manière la plus profonde qui soit. Nous avons appris énormément en peu de temps. Que ce soit sur des concepts passionnantes comme l'équilibrage, sur le domaine de la microtechnique et ses particularités, l'analyse numérique et la conception assistée par ordinateur, ou encore la gestion humaine et la prise de décision en équipe.

## **Remerciements**

Nous tenons à remercier chaleureusement M. Brahim BEN HAMOUDA qui nous a accompagnés dans ce projet, guidés et mis en confiance même quand nous étions au plus bas. Merci au Prof. Simon HENEIN qui était toujours là pour répondre à nos questions et nous transmettre cette passion de l'ingénierie. Merci également aux nombreux assistants qui ont pris de leur temps pour nous aider. Ce projet nous a passionné et nous sommes fiers du travail que nous avons accompli.

# Bibliographie

- [1] Simon Henein. *Conception des guidages flexibles*. Presss Polytechniques et Universitaires Romandes.
- [2] Wikipédia. Tungstène. <<https://fr.wikipedia.org/wiki/Tungstène>>, 2022. [En ligne ; accédé le 16-mai-2023].

# Chapitre 7

## Annexes

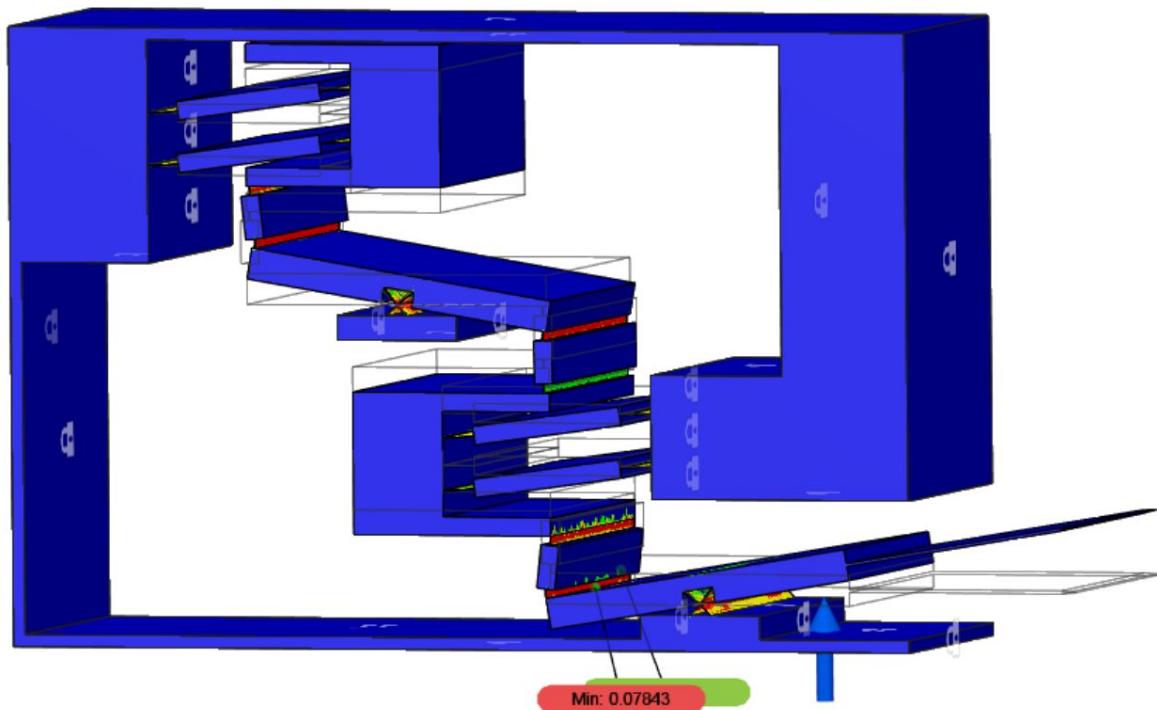
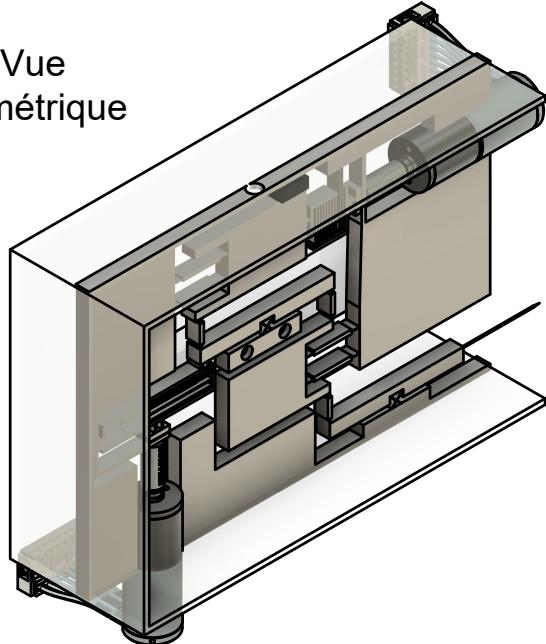


FIGURE 7.1 – Visualisation de la déformation avec méthode d’éléments finis numérique

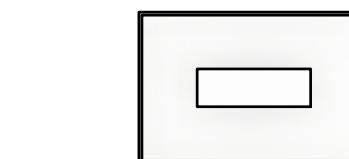
Vue  
isométrique



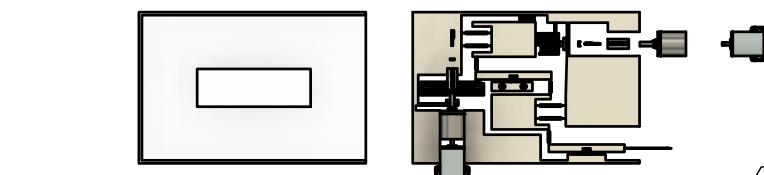
Item	Part Number	Material
Parts List		
11	Corps principal	Aluminum
10	Vis m2 12mm	
9	Sonde	Steel
8	Ensemble motorisation	Steel
7	Vis m1*0.2	Steel
6	Roulement	Steel
5	Soufflet	Steel
4	Capteur	Steel
3	Réducteur	Steel
2	Boite	Steel
1	Moteur	Steel

**EPFL**

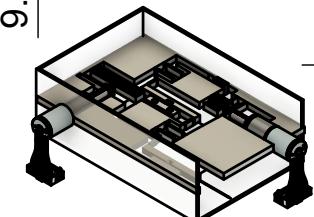
Dept.	Technical reference	Created by	Approved by
		Sloan Zammouri 19/05/2023	
		Document type	Document status
		Assembly drawing	+0.1
		Title	DWG No.
		Snake mechanism	1
Rev.	Date of issue	Sheet	
62	19/05/23	1/1	



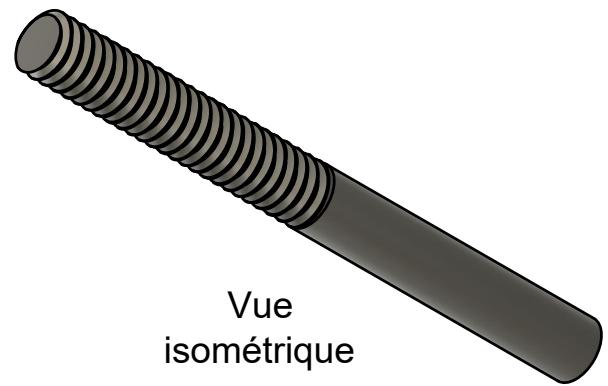
Vue explosée



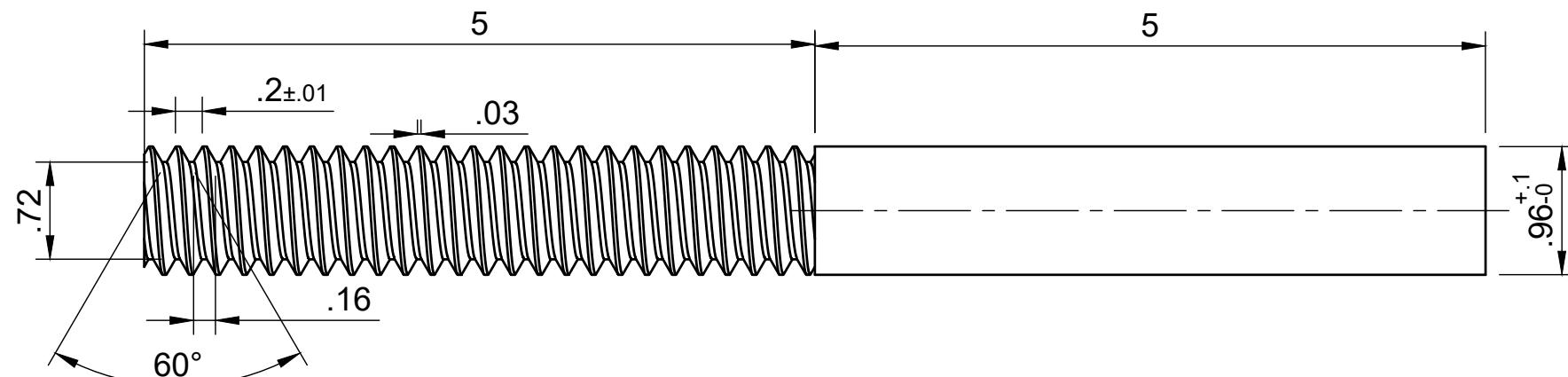
Ra 3.2  
+0.1 -0.1



Vue isométrique



Vue  
isométrique



Ra 3.2

Dept.	Technical reference	Created by Sloan Zammouri 19/05/2023	Approved by
EPFL	Document type Dessin 2D	Document status	
	Title Vis m1*0.2	DWG No.	1
		Rev.	Date of issue
		2	19/05/23
		Sheet	1/1

```

function dynabal()
$déplacement maximal du capteur (max 0.5 [mm]);
s_max = 0.5*(1/10^3);

$facteur de securité
FS= 2.4;

$contrainte rupture materiau [Pa]
sigma_rupture = 0.120*10^9;

$contrainte avec facteur de sécurité
sigma_adm = sigma_rupture/FS;

$ Variables de longueurs (en[m])
Lp1 = 63*(1/10^3);
Lb1 = 24.5*(1/10^3);
Lb2 = 24.5*(1/10^3);
Lb3 = 24.5*(1/10^3);

b1 = 10*(1/10^3);
$ b2 = b1;
$ b3 = b2;

$déplacement x maximal (s avec rapport de réduc) en [m]
x_maximum = s_max *((Lb2/Lb1)*(Lp1/Lb3));

$ Variables de rigidité
b = 5*(1/10^3);
b_pivot = b;

h_pivot_1 = 1*(1/10^4);
L_pivot_1 = 59*h_pivot_1 ;

h_pivot_2 = 1*(1/10^4);
L_pivot_2 = 59*h_pivot_2;

h_table_1 = 1*(1/10^4);
Lc_table_1 = 30*h_table_1;
L_table_1 = Lc_table_1/0.15;

h_table_2 = 1*(1/10^4)
Lc_table_2 = 30*h_table_2
L_table_2 = Lc_table_2/0.15

$ module de Young
E = 72*10^9;

$ Rigidités pivots et tables
K_pivot_1 = (2*E*b_pivot*(h_pivot_1)^3)/(3*L_pivot_1);      $Rigidité lames croisées fixe
K_pivot_2 = (2*E*b_pivot*(h_pivot_2)^3)/(3*L_pivot_2);

eps_1 = (2*Lc_table_1)/L_table_1 ;
eps_2 = (2*Lc_table_2)/L_table_2 ;

K_table_1 = (2*E*b*(h_table_1)^3)/(eps_1*(3-3*eps_1+(eps_1)^2)*(L_table_1)^3) ;
K_table_2 = (2*E*b*(h_table_2)^3)/(eps_2*(3-3*eps_2+(eps_2)^2)*(L_table_2)^3) ;

$ Déplacements pour l'approximation des petits angles
alpha_1 = @(x) x/Lp1 ;
delta_x1 = @(x) (Lb1/Lp1)*x ;
alpha_2 = @(x) (Lb1/(Lb2*Lp1))*x ;
S = @(x) ((Lb3*Lb1)/(Lb2*Lp1))*x ;

$Déplacements maximaux ; angles en [rad], longueurs en [m]
delta_x1_max = s_max;
alpha_1_max = x_maximum/Lp1 ;
alpha_2_max = alpha_1_max;

$Déplacements admissibles ; angles en [rad], longueurs en [m]
delta_x1_adm = ((eps_1^(3-3*eps_1+(eps_1)^2)*(L_table_1)^2)*sigma_adm) / (3*E*h_table_1)
alpha_1_adm = (sigma_adm*L_pivot_1)/(2*E*h_pivot_1)      $nouvelle course adm avec pivot
alpha_2_adm = (sigma_adm*L_pivot_2)/(2*E*h_pivot_2);    $nouvelle course adm avec pivot
S_adm = ((eps_2^(3-3*eps_2+(eps_2)^2)*(L_table_2)^2)*sigma_adm) / (3*E*h_table_2);

$ Traçage des courbes pour approximation petits angles ie linéaire -----
$ Energies individuelles
V_pivot_1 = @(x) (1/2)*K_pivot_1*(alpha_1(x)).^2 ;
V_table_1 = @(x) (1/2)*K_table_1*(delta_x1(x)).^2 ;
V_pivot_2 = @(x) (1/2)*K_pivot_2*(alpha_2(x)).^2 ;
V_table_2 = @(x) (1/2)*K_table_2*(S(x)).^2 ;

$ Energie à vide V
V = @(x) V_pivot_1(x) + V_table_1(x) + V_pivot_2(x) + V_table_2(x) ;

$ Courbes des énergies individuelles
figure;
hold on;
x_min = -10;
x_max = 10;
x = x_min:0.01:x_max;
plot(x, V_pivot_1(x), 'y');
plot(x, V_table_1(x), 'c');
plot(x, V_pivot_2(x), 'm');
plot(x, V_table_2(x), 'b');
plot(x, V(x), 'r');
xlabel('x');
ylabel('Energie');
title('Graphique des énergies individuelles');
legend('E_(pivot_1)', 'E_(table_1)', 'E_(pivot_2)', 'E_(table_2)', 'E_(tot)');
hold off;

$ Courbes de V(x), V'(x) et V''(x)
figure;
hold on;
x = x_min:0.01:x_max;
plot(x, V(x), 'r');
plot(x, gradient(V(x), x), 'g');
plot(x, gradient(gradient(V(x), x), x), 'b');
xlabel('x');
ylabel('Energie');
title('Graphique de V(x), F(x), et K(x)');
legend('E(x)', 'F(x)', 'K(x)');
hold off;

$ Calculs de N et K_table_2

```

```

N = (K_table_1 + K_table_2 + (K_pivot_1/(Lb1^2)) + (K_pivot_2/(Lb2^2))) * L_table_2
K_table_2_new = K_table_2 - (N/L_table_2);
% Calcul des nouvelles énergies V_table_2, V, V', V'''
V_table_2_new = @(x) (1/2)*K_table_2_new*(S(x)).^2;
V_new = @(x) V_pivot_1(x) + V_table_1(x) + V_pivot_2(x) + V_table_2_new(x);
V_derivative_new = @(x) gradient(V_new(x), x);
V_second_derivative_new = @(x) gradient(V_derivative_new(x), x);
% Nouvelles courbes
figure;
hold on;
plot(x, V_new(x), 'r');
plot(x, V_derivative_new(x), 'g');
plot(x, V_second_derivative_new(x), 'b');
xlabel('x');
ylabel('Energie (J), Force (N), Rigidité (N/m)');
title('Graphique de E, E'', et E''' avec K_table_2 modifié');
legend('E', 'E''', 'K');
hold off;

% Courbes des énergies individuelles apres precharge
figure;
hold on;
x_min = -10;
x_max = 10;
x = x_min:0.01:x_max;
plot(x, V_pivot_1(x), 'y');
plot(x, V_table_1(x), 'c');
plot(x, V_pivot_2(x), 'm');
plot(x, V_table_2_new(x), 'b');
plot(x, V_new(x), 'r');
xlabel('x');
ylabel('Energie (J)');
title('Graphique des énergies individuelles avec K_table_2 modifié');
legend('E_(pivot_1)', 'E_(table_1)', 'E_(pivot_2)', 'E_(table_2_(new))', 'E_(tot_(new))');
hold off;

% Traçage des courbes pour sans approximation-----
% Déplacements
alpha_1 = @(x) asin(x/Lb1);
delta_x1 = @(x) b1 -sqrt(b1^2 - (Lb1^2)*(1-cos(alpha_1(x))).^2) + Lb1*alpha_1(x);
alpha_2 = @(x) alpha_1(x);
S = @(x) delta_x1(x);

% Force à vide
L_1 = Lb1;
p_1 = Lb1;
b_1 = b1;
F = @(x) K_table_1*(2*((L_1^2*x.*((1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)))) ./ (p_1^2*sqrt(1-x.^2/p_1^2).*sqrt(b_1^2-L_1^2*(1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)).^2))+L_1/p_1).*(-sqrt(b_1^2-L_1^2*(1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)).^2));
+ K_pivot_1*((2*asin(x/p_1))./(p_1*sqrt(1-x.^2/p_1^2)));
% Degré du polynome pour l'approximation
degree = 3;

% créer les points de samples pour l'approximation
x = linspace(-10, 10, 2000);

% Create the Vandermonde matrix for the polynomial
V = vander(x);
V = V(:, end-degree:end); % Select the last degree+1 columns

% Solve the linear system to obtain the polynomial coefficients
coefficients = V \ F(x);

% Evaluate the polynomial approximation
approximation = polyval(coefficients, x);

figure;
hold on;
plot(x, V_derivative_new(x), 'g');
plot(x, F(x), 'b');
plot(x, approximation, 'r');
xlabel('x');
ylabel('Force (N)');
title('Graphique de F_(lin), F(x) et F_(poly3)');
legend('F_(lin)', 'F(x)', 'F_(poly3)');
hold off;

% Calcul de N et K_table_2
N = ((K_table_1*(2*((L_1^2*x.*((1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)))) ./ (p_1^2*sqrt(1-x.^2/p_1^2).*sqrt(b_1^2-L_1^2*(1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)).^2))+L_1/p_1).*(-sqrt(b_1^2-L_1^2*(1-sqrt(1-x.^2/p_1^2)).^2));
K_table_2_new = K_table_2 - (N/L_table_2);
% Calcul des nouvelles énergies V_table_2, V, V', V'''
V_table_2_new = @(x) (1/2)*K_table_2_new*(S(x)).^2;
V_new = @(x) V_pivot_1(x) + V_table_1(x) + V_pivot_2(x) + V_table_2_new(x);
G = @(x) gradient(V_new(x), x);

% Degré du polynome pour l'approximation
degree = 3;

% créer les points de samples pour l'approximation
x = linspace(-10, 10, 2000);

% Create the Vandermonde matrix for the polynomial
V = vander(x);
V = V(:, end-degree:end); % Select the last degree+1 columns

% Solve the linear system to obtain the polynomial coefficients
coefficients = V \ F(x);

% Evaluate the polynomial approximation
approximation = polyval(coefficients, x);

% Nouvelles courbes
figure;
hold on;
plot(x, V_derivative_new(x), 'g');
plot(x, G(x), 'b');
plot(x, approximation, 'r');
xlabel('x');
ylabel('Force (N)');
title('Graphique de F_(lin), F(x) et F_(poly3) avec précharge');
legend('F_(lin)', 'F(x)', 'F_(poly3)');
hold off;

-----verifications -----
$ L/H

```

```

if Lc_table_1/h_table_1 < 60
end
if Lc_table_1/h_table_1 == 60
    disp('ATTENTION L1/H1 = 60');
elseif Lc_table_1/h_table_1 > 60
    disp('ERREUR L/H TABLE 1');
end

if Lc_table_2/h_table_2 < 60
end
if Lc_table_2/h_table_2 == 60
    disp('ATTENTION L2/H2 = 60');
elseif Lc_table_2/h_table_2 >60
    disp('ERREUR L/H TABLE 2');
end

$Deplacements max ne depassent pas deplacement admissible
if delta_x1_max > delta_x1_adm
    disp('RUPTURE TABLE 1');
end

if alpha_1_max > alpha_1_adm
    disp('RUPTURE PIVOT 1');
end

if alpha_2_max > alpha_2_adm
    disp('RUPTURE PIVOT 2');
end

if s_max > s_adm
    disp('RUPTURE TABLE 2');
end

$if max plus grande ou égale à 50mn
$if x_max * K_tot max qui sera trouvé ppur le p le plus faible donc keq le plus eleve < 50
    %disp('Force maximale trop petite');
$end

N_crit = (8*pi^2 * E * b*(h_table_2)^3)/(l2*(eps_2^2)*(L_table_2^2))
if N> N_crit
    disp('N_prech plus élevé que N_crit');
end

```