Physique
Semestre d'automne 2018

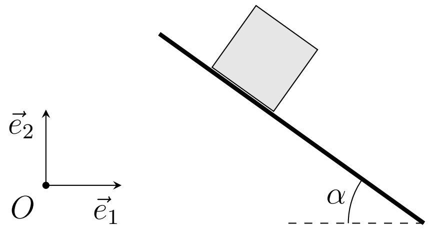
Simon Bossoney
Guido Burmeister

moodle.epfl.ch

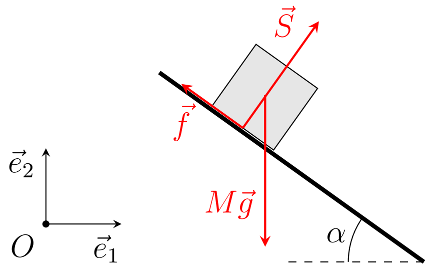
Corrigé 4

Exercice 1

On choisit un repère horizontal-vertical et on détermine les forces en les décomposant selon ce repère.



Les forces extérieures exercées sur l'objet de masse M sont le poids $M\vec{g}$ et la force de contact avec le plan incliné. On peut décomposer cette dernière en une force de soutien $\vec{S}$ et une force de frottement $\vec{f}$.



La masse M étant immobile, son accélération est nulle. Ainsi, la deuxième loi de Newton s'écrit

$$M\vec{g} + \vec{S} + \vec{f} = \vec{0}\,.$$

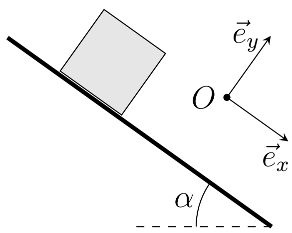
Pour déterminer les forces, on les décompose selon le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_1 : &\quad 0 + S\sin\alpha - f\cos\alpha = 0\,,\\ \text{selon } \vec{e}_2 : &\quad -Mg + S\cos\alpha + f\sin\alpha = 0\,. \end{aligned}$$

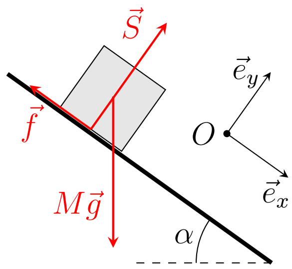
On obtient alors les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

Alternativement, on choisit un repère parallèle-perpendiculaire au plan incliné et on détermine les forces en les décomposant selon ce repère.



Les forces extérieures exercées sur l'objet de masse M sont le poids $M\vec{g}$ et la force de contact avec le plan incliné. On peut décomposer cette dernière en une force de soutien $\vec{S}$ et une force de frottement $\vec{f}$.



La masse M étant immobile, son accélération est nulle. Ainsi, la deuxième loi de Newton s'écrit

$$M\vec{g} + \vec{S} + \vec{f} = \vec{0}\,.$$

Pour déterminer les forces, on les décompose selon le repère $O\vec{e}_x\vec{e}_y$:

$$\begin{aligned} \text{selon } \vec{e}_x : &\quad Mg\sin\alpha + 0 - f = 0\,, \\ \text{selon } \vec{e}_y : &\quad -Mg\cos\alpha + S + 0 = 0\,. \end{aligned}$$

On obtient alors immédiatement les expressions recherchées :

$$S = Mg\cos\alpha \quad \text{et} \quad f = Mg\sin\alpha\,.$$

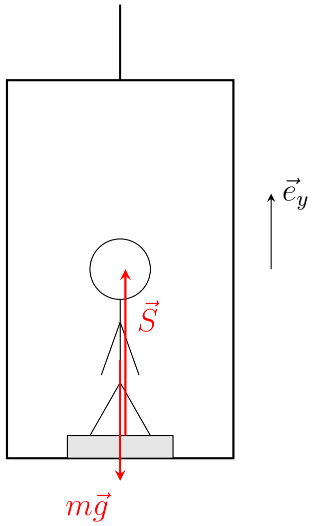
Le repère $O\vec{e}_x\vec{e}_y$ est manifestement ici plus approprié que le repère $O\vec{e}_1\vec{e}_2$.

Exercice 2

On applique la méthode générale :

(a) faire un dessin
(b) choisir un objet
(c) déterminer les forces extérieures
(d) écrire les lois de la dynamique
(e) choisir un repère
(f) faire les projections en vue des calculs.

Après avoir déterminé les forces extérieures qui s'exercent sur l'homme, on écrit la deuxième loi de Newton. On peut alors répondre à la question posée en projetant selon un repère choisi.
Les forces s'exerçant sur l'homme de masse $m = 60\,\text{kg}$ sont le poids et la force de soutien (exercée par la balance sur l'homme) :



La deuxième loi de Newton appliquée à l'homme s'écrit donc

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Comme l'homme et l'ascenseur bougent ensemble, ils ont la même accélération.
La balance indique la force qu'elle exerce sur l'homme, c'est-à-dire la norme de $\vec{S}$. Cette norme est donnée par la projection de la deuxième loi de Newton selon $\vec{e}_y$:

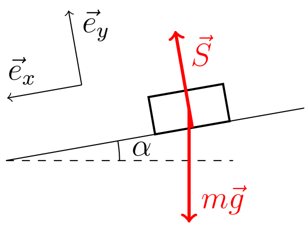
$$-mg + S = ma \quad \Rightarrow \quad S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 708.6\,\mathrm{N}\,.$$

Approximativement,

$$S = m(a+g) = 60\,\mathrm{kg}\,(2\,\mathrm{m\,s^{-2}} + 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}) = 720\,\mathrm{N}\,.$$

Exercice 3

Faire un dessin soigné et choisir un repère judicieusement choisi pour la description.
Notons α l'angle d'inclinaison de la pente, à déterminer.



Objet : masse m

Forces : poids, soutien

Newton :

$$m\vec{g} + \vec{S} = m\vec{a}\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement selon $\vec{e}_y$.

Selon $\vec{e}_x$:

$$mg\sin\alpha = ma_x \Longrightarrow a_x = g\sin\alpha\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg\cos\alpha + S = ma_y = 0\,.$$

L'accélération étant constante, on écrit les équations horaire sans difficulté.
En choisissant l'origine à l'endroit du lâcher et $t = 0$ à l'instant du lâcher, les équations horaire s'écrivent

$$\begin{aligned} a_x(t) &= g\sin\alpha \\ v_x(t) &= g\sin\alpha\, t \\ x(t) &= \frac{1}{2} g\sin\alpha\, t^2\,. \end{aligned}$$

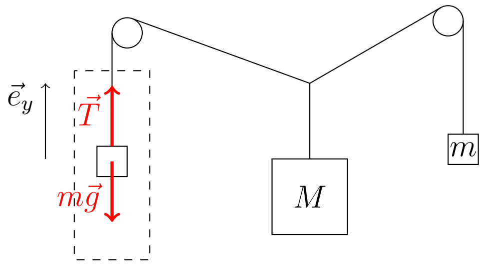
Exploiter la donnée sur la distance parcourue pendant la durée donnée pour déterminer l'angle α.
Après $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, la distance parcourue est $d = 1.5\,\mathrm{m}$:

$$x(t_1) = d = \frac{1}{2} g \sin\alpha\, t_1^2 \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{2d}{g t_1^2} = \frac{2 \cdot 1.5\,\mathrm{m}}{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (5\,\mathrm{s})^2} = 0.0122 \Longrightarrow \alpha = 0.7°.$$

Approximativement,

$$\sin\alpha = \frac{2d}{g t_1^2} = \frac{2 \cdot 1.5\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (5\,\mathrm{s})^2} = \frac{3}{250} = 0.012 \Longrightarrow \alpha = 0.012\,\mathrm{rad}.$$

Exercice 4
Objet m de gauche : faire un dessin soigné et choisir un repère judicieusement choisi pour la description.
Remarque : la masse de droite se traite de manière identique.



Objet : m

Forces : poids et tension

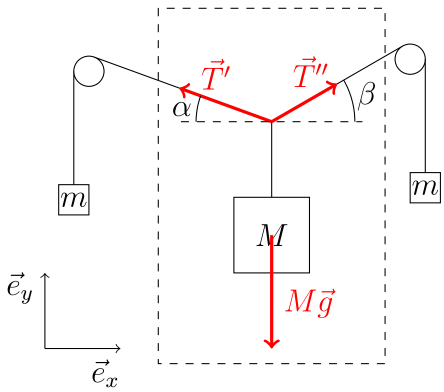
Newton (statique) :

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_m = \vec{0}\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg + T = 0\,.$$

Objet nœud + fil vertical + M : faire un dessin soigné et choisir un repère judicieusement choisi pour la description.



Objet : nœud + fil vertical + M

Forces : poids et tensions

Newton (statique) :

$$M\vec{g} + \vec{T}' + \vec{T}'' = M\vec{a}_M = \vec{0}\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$-T'\cos\alpha + T''\cos\beta = 0\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$-Mg + T'\sin\alpha + T''\sin\beta = 0\,.$$

Les deux objets choisis sont liés par le fil de gauche passant sur la poulie. Celle-ci modifie la direction de la tension mais pas son intensité.
Ainsi, les normes des tensions sont toutes égales entre elles. Notons cette valeur T :

$$||\vec{T}|| = ||\vec{T}'|| = ||\vec{T}''|| = T\,.$$

Il ne reste qu'à résoudre le système d'équations.
De $-mg + T = 0$ nous avons la valeur de T

$$T = mg\,.$$

De $T\cos\alpha = T\cos\beta$ nous tirons

$$\alpha = \beta$$

(car, $0 < \alpha, \beta < \frac{\pi}{2}$). Les angles que forment les fils avec l'horizontale sont égaux, indépendamment du point de fixation des poulies !
Enfin, nous obtenons

$$-Mg + mg\sin\alpha + mg\sin\alpha = 0 \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{M}{2m}\,.$$

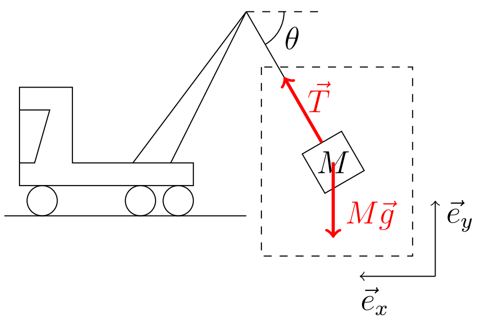
Remarque : $\sin\alpha$ n'existe que si $\frac{M}{2m} \leq 1$, c'est-à-dire si $M \leq 2m$. Dans le cas contraire, il ne peut y avoir équilibre.

Exercice 5

On applique la méthode générale :

(a) faire un dessin
(b) choisir un objet
(c) déterminer les forces extérieures
(d) écrire les lois de la dynamique
(e) choisir un repère
(f) faire les projections en vue des calculs.

Il convient de choisir un objet dans l'étude duquel intervient l'angle θ.
La charge M a le même mouvement que le camion : faire un dessin soigné et choisir un repère judicieusement choisi pour la description.
On admet que la charge M n'est pas en train d'osciller, mais que l'angle θ est bien défini (et constant).



Objet : M

Forces : poids et tension

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T} = M\vec{a}_M\,.$$

Selon $\vec{e}_x$:

$$T\cos\theta = Ma_M\,.$$

Selon $\vec{e}_y$ (pas de mouvement) :

$$-Mg + T\sin\theta = 0\,.$$

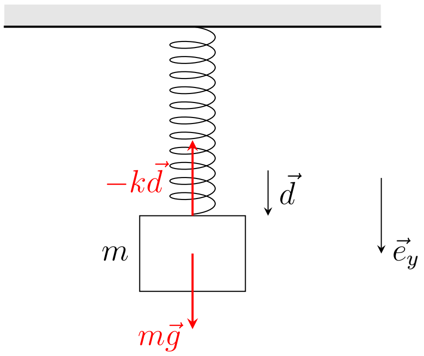
On élimine T.
Le quotient pris membre à membre donne

$$\frac{T\cos\theta}{T\sin\theta} = \cot\theta = \frac{a_M}{g} \Longrightarrow a_M = g\cot\theta = \frac{g}{\sqrt{3}} = \frac{9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}}{\sqrt{3}} = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}} \approx \frac{10}{\sqrt{3}}\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

L'accélération du camion, égale à celle de M vaut donc $a_c = 5.66\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ et est dirigée vers la gauche.

Exercice 6

Après avoir fait un dessin, on détermine les forces extérieures qui s'exercent sur la masse. Puis, on écrit les lois de la dynamique avant de les projeter selon un repère choisi.
Les forces s'exerçant sur la masse m sont le poids $m\vec{g}$ de cette dernière et la force de rappel $-k\vec{d}$ du ressort.



La masse ne bouge pas. Son accélération est donc nulle (la masse est statique) et la deuxième loi de Newton s'écrit

$$\vec{F} = m\vec{g} - k\vec{d} = m\,\vec{0} = \vec{0}\,.$$

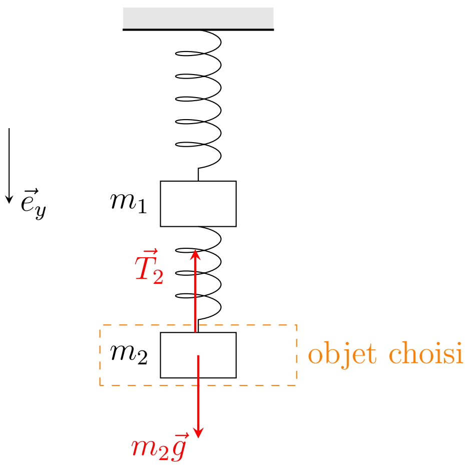
On en déduit l'allongement du ressort en projetant la deuxième loi de Newton selon le repère choisi (ici, $\vec{e}_y$ est choisi vers le bas) :

$$\vec{d} = \frac{m\vec{g}}{k} \quad \longrightarrow \quad d = \|\vec{d}\| = \frac{mg}{k}\,.$$

Remarque : si l'on perturbe la masse alors qu'elle est en équilibre, elle va osciller autour de la position de repos (d'équilibre).

Exercice 7

On choisit un objet et on détermine les forces extérieures qui s'exercent sur ce dernier. Puis, on écrit les lois de la dynamique avant de les projeter selon un repère choisi. L'objectif est d'obtenir suffisamment de relations pour pouvoir déterminer l'allongement de chacun des ressorts.
Dans un premier temps, on choisit de s'intéresser à la masse m_2. L'objet m_2 subit deux forces extérieures : son poids $m_2\vec{g}$ et la force de rappel $\vec{T}_2 = -k\vec{d}_2$.



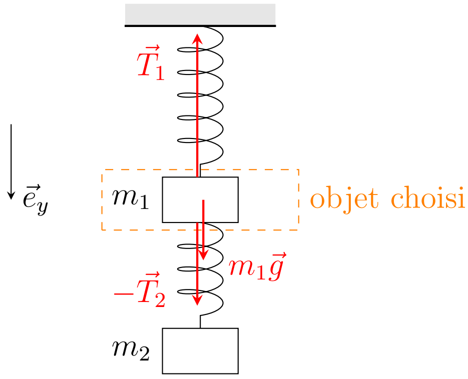
A l'équilibre, la deuxième équation de Newton s'écrit ainsi

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = \vec{0}\,.$$

On projette alors selon $\vec{e}_y$ de manière à déterminer l'expression de l'allongement du second ressort :

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = \vec{0} \quad \longrightarrow \quad -T_2 + m_2\,g = -kd_2 + m_2 g = 0 \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{m_2 g}{k}\,.$$

Dans un second temps, on choisit de s'intéresser à la masse m_1. L'objet m_1 subit trois forces extérieures : son poids $m_1\vec{g}$ et les forces de rappel $\vec{T}_1 = -k\vec{d}_1$ et $-\vec{T}_2$.



A l'équilibre, la deuxième équation de Newton s'écrit ainsi

$$\vec{T}_1 - \vec{T}_2 + m_1\vec{g} = \vec{0}\,.$$

On projette alors selon $\vec{e}_y$ de manière à déterminer l'expression de l'allongement du premier ressort :

$$\vec{T}_1 - \vec{T}_2 + m_1\vec{g} = \vec{0} \quad\longrightarrow\quad -T_1 + T_2 + m_1 g = -kd_1 + m_2 g + m_1 g = 0 \quad\Rightarrow\quad d_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k}\,.$$

Exercice 8

On choisit un objet et on détermine les forces extérieures qui s'exercent sur ce dernier. Puis, on écrit les lois de la dynamique avant de les projeter selon un repère choisi. On répète éventuellement cette démarche avec plusieurs objets différents de manière à obtenir suffisamment de relations pour pouvoir répondre aux deux questions posées.
Tout d'abord, on note que l'accélération est la même pour tous les wagons (tous les wagons du train et la locomotive se déplacent de manière solidaire).

En l'absence de frottement, le dernier wagon (objet considéré) subit son poids, la force de réaction des rails (soutien) et la force de norme F exercée par l'avant-dernier wagon. Les deux premières forces sont verticales et se compensent. La troisième force est horizontale, et la deuxième loi de Newton, appliquée au dernier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, s'écrit

$$F = ma\,,$$

où m est la masse d'un wagon (les wagons sont supposés identiques).
Supposons que le train est constitué d'un nombre N de wagons. L'ensemble de ces wagons (objet considéré) subit une seule force horizontale : la force de traction de la locomotive qui, en norme, vaut $50F$.

La deuxième loi de Newton, appliquée à l'ensemble des wagons et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, permet donc de déterminer le nombre de wagons formant le train :

$$50F = Nm\,a \quad\Rightarrow\quad N = \frac{50F}{ma} = \frac{50F}{F} = 50\,.$$

On isole par la pensée le premier wagon (objet considéré). Ce wagon subit deux forces horizontales : une force de norme $50F$ vers l'avant et une force de norme F_2 vers l'arrière.

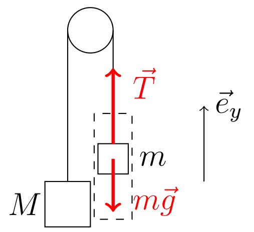
La deuxième loi de Newton, appliquée au premier wagon et projetée selon $\vec{e}_x$ vers l'avant, fournit l'expression de F_2 :

$$50F - F_2 = ma \quad \Rightarrow \quad F_2 = 50F - ma = 50F - F = 49F\,.$$

Remarque : le premier wagon subit également deux forces verticales qui se compensent (son poids et la force de soutien des rails).

Exercice 9

Concernant (a): on cherche l'accélération de m. Il faut donc considérer l'objet m!



Objet : m

Forces : poids, tension

Newton :

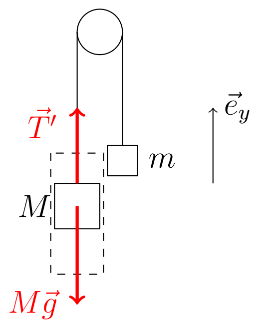
$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}_m\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement horizontal.

Selon $\vec{e}_y$:

$$-mg + T = ma_m\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.
Le mouvement de m est lié à celui de M. Il convient alors de considérer l'objet M.



Objet : M

Forces : poids, tension

Newton :

$$M\vec{g} + \vec{T}' = M\vec{a}_M\,.$$

Remarque : il n'y a pas de mouvement horizontal.

Selon $\vec{e}_y$:

$$-Mg + T' = Ma_M\,.$$

Remarque : il n'y a qu'une équation pour deux inconnues.
La liaison entre m et M s'exprime à deux niveaux :

- dans la norme de la tension (le fil transmet la tension en conservant la norme et en changeant la direction)
- dans la relation géométrique entre les mouvements de m et M (vitesse et donc accélération).

La tension est de même norme dans tout le fil :

$$||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||\,.$$

Si M avance avec une vitesse $\vec{v}_M$, m avance avec une vitesse $\vec{v}_m$ égale et opposée :

$$\vec{v}_m = -\vec{v}_M \quad \forall\, t\,.$$

Il en est donc de même pour les accélérations :

$$\vec{a}_m = -\vec{a}_M \quad \forall\, t\,.$$

Selon $\vec{e}_y$:

$$a_m = -a_M \,.$$

Ecrire et résoudre le système d'équations.
Notons T la norme de la tension dans le fil,

$$T = ||\vec{T}|| = ||\vec{T}'||$$

et a l'accélération de m selon $\vec{e}_y$,

$$a = a_m = -a_M \,.$$

Ainsi

$$\left\{ \begin{array}{rcl} -mg + T &=& ma \\ -Mg + T &=& -Ma \,. \end{array} \right.$$

Par soustraction membre à membre, nous éliminons T :

$$-mg + Mg = ma + Ma \Longrightarrow a = \frac{M-m}{M+m}\, g \,.$$

Nous trouvons T soit en remplaçant a dans l'une des équations, soit en amplifiant et additionnant les deux équation comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{rcl|l} -mg + T &=& ma & \cdot M \\ -Mg + T &=& -Ma & \cdot m \end{array} \right.$$

d'où

$$-2mMg + (M+m)T = 0 \Longrightarrow T = \frac{2mMg}{M+m} \,.$$

Remarque :

- si $M > m$, $a = a_m > 0$ et l'accélération de m est de même sens que $\vec{e}_y$, i.e. vers le haut.
- si $M = m$, $a = a_m = 0$ et l'accélération de m est nulle. Soit m est au repos, soit en mouvement uniforme.
- si $M < m$, $a = a_m < 0$ et l'accélération de m est opposée à $\vec{e}_y$, i.e. vers le bas.

Dans tous les cas, la norme de la tension est bien positive !
Concernant (b): que donnent les relations trouvées pour $M \to \infty$?

Dans cette limite, intuitivement, m devient négligeable devant M : $M \pm m \approx M$. Alors

$$\lim_{M\to\infty} a = \lim_{M\to\infty} \frac{M-m}{M+m}\, g = \lim_{M\to\infty} \frac{M}{M}\, g = g \,.$$

et

$$\lim_{M\to\infty} T = \lim_{M\to\infty} \frac{2mMg}{M+m} = \lim_{M\to\infty} \frac{2mMg}{M} = 2mg \,.$$

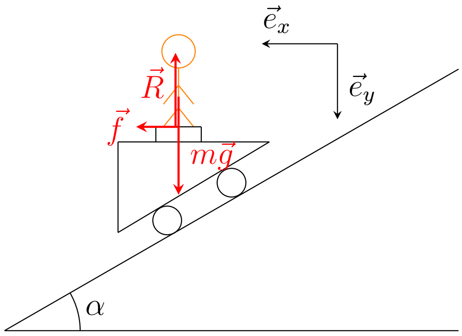
En effet, la présence de m ne vas pas affecter la chute libre de M qui tombe donc avec une accélération égale à $\vec{g}$, soit vers le bas. Comme M entraîne m, celle-ci a la même accélération, de norme g , mais vers le haut ! Pour avoir une telle "chute libre vers le haut", la tension doit faire le double du poids, en norme.

Exercice 10

Il paraît judicieux de commencer par étudier un objet subissant la force liée à l'indication de la balance. Ainsi, nous allons tout d'abord nous intéresser à l'objet "passager" (nous aurions également pu nous pencher sur l'objet "chariot").

Nous verrons qu'il sera nécessaire de considérer un autre objet. Nous allons alors décrire l'objet "chariot+passager".

Remarquons que le chariot et le passager sont solidaires. Ils ont donc la même accélération.



- Objet : passager (masse m)
- Forces (externes) : poids $m\vec{g}$, soutien $\vec{R}$ et frottement $\vec{f}$ de la balance.
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_m\,.$$

  L'accélération $\vec{a}_m$ (de norme $||\vec{a}_m|| = a_m$) du passager est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_x$:

$$f = ma_{m,x} = ma_m \cos\alpha\,.$$

  selon $\vec{e}_y$:

$$mg - R = ma_{m,y} = ma_m \sin\alpha$$
$$\Rightarrow \quad R = m(g - a_m \sin\alpha)\,.$$

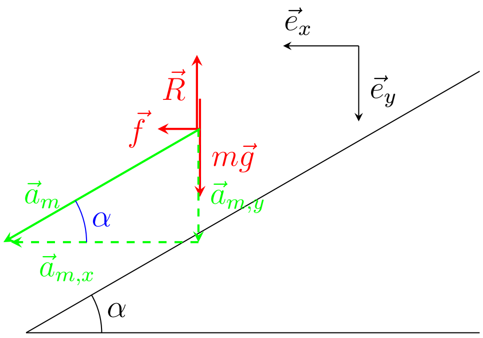
  Le soutien R n'est pas complètement caractérisé. Il convient encore de déterminer l'expression de l'accélération a_m.

Remarques

Le soutien $\vec{R}$ correspond à l'indication de la balance.

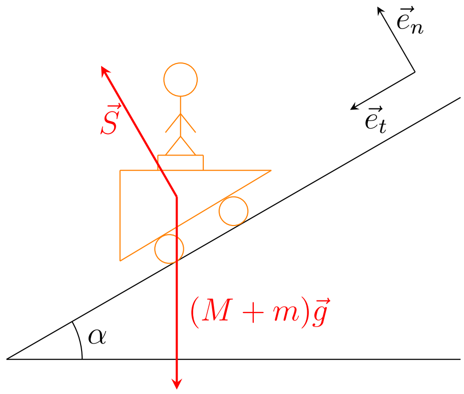
Le frottement $\vec{f}$ exercé par le chariot est dirigé vers l'avant.

Pour déterminer les deux projections de l'accélération dans le repère choisi, il faut s'aider des triangles semblables :



On a ainsi

$$a_{m,x} = a_m \cos\alpha \quad \text{et} \quad a_{m,y} = a_m \sin\alpha\,.$$



- Objet : chariot + passager (masse $M+m$)
- Forces (externes) : poids $(M+m)\vec{g}$ et soutien $\vec{S}$ du sol
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$(M+m)\vec{g}+\vec{S}=(M+m)\vec{a}_{M+m}\,.$$

L'accélération $\vec{a}_{M+m}$ (de norme $||\vec{a}_{M+m}||=a_{M+m}$) de l'objet est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.

- Projections par rapport au repère choisi :

selon $\vec{e}_t$:

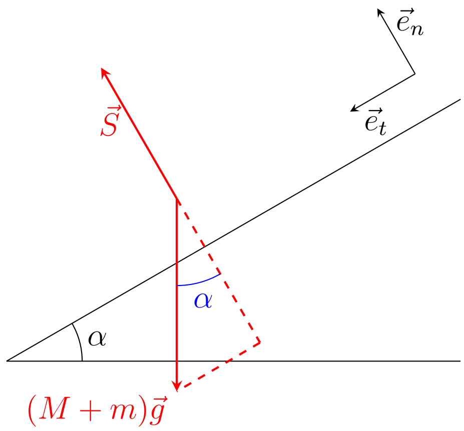
$$(M+m)g\sin\alpha=(M+m)a_{M+m}$$
$$\Rightarrow\quad a_{M+m}=g\sin\alpha\,.$$

selon $\vec{e}_n$:

$$S-(M+m)g\cos\alpha=0\quad\Rightarrow\quad S=(M+m)g\cos\alpha\,.$$

Remarque

Pour déterminer les deux projections du poids, il faut s'aider des triangles semblables :



D'autre part, comme l'accélération est selon la droite inclinée, les composantes de cette dernière selon $\vec{e}_t$ et $\vec{e}_n$ s'écrivent :

$$a_{M+m,t}=||\vec{a}_{M+m}||=a_{M+m}\quad\text{et}\quad a_{M+m,n}=0\,.$$

Le passager et le chariot étant solidaires, ils ont la même accélération :

$$\vec{a}_m=\vec{a}_{M+m}\,.$$

Ainsi, $a_m=a_{M+m}=g\sin\alpha$ et le soutien R devient

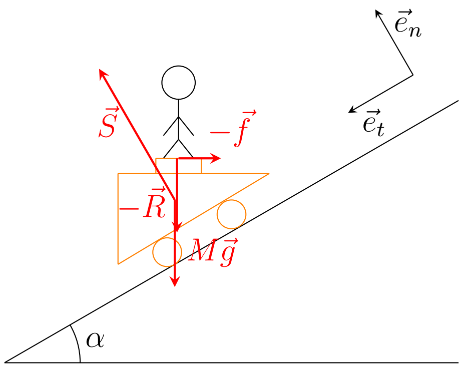
$$R = m(g - a_m \sin\alpha) = mg(1 - \sin^2\alpha) = mg\cos^2\alpha = 588.6\,\mathrm{N}\,,$$

où l'on a pris $g = 9.81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Avec $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$: $R = mg\cos^2\alpha = 80\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 600\,\mathrm{N}\,.$

Remarque

On peut aussi étudier l'objet "chariot" (en fait, "chariot + balance") :



- Objet : chariot (masse M)
- Forces (externes) : poids $M\vec{g}$, soutien $\vec{S}$, frottement $-\vec{f}$ et réaction $-\vec{R}$
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} + \vec{S} - \vec{f} - \vec{R} = M\vec{a}_M\,.$$

  L'accélération $\vec{a}_M$ (de norme $||\vec{a}_M|| = a_M$) du chariot est dirigée vers le bas, parallèlement à la droite inclinée.
- Projections par rapport au repère choisi :

  selon $\vec{e}_t$:
$$(Mg + R)\sin\alpha - f\cos\alpha = Ma_M\,.$$
  selon $\vec{e}_n$:
$$-(Mg + R)\cos\alpha + S - f\sin\alpha = 0$$
$$\Rightarrow \quad S = (Mg + R)\cos\alpha + f\sin\alpha\,.$$

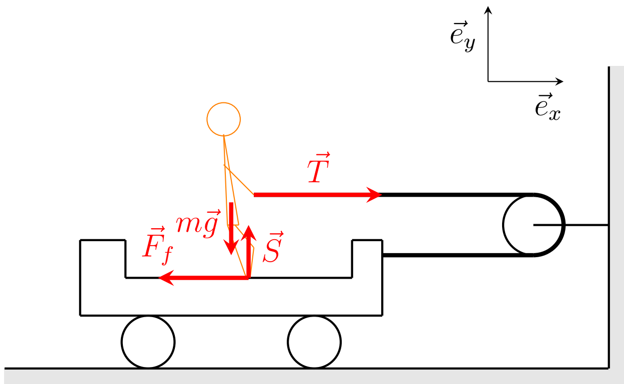
Pour répondre à la question posée, il suffit de considérer deux des trois systèmes (objets) décrits plus haut. On obtient alors

$$R = mg\cos^2\alpha\,, \quad S = (M + m)g\cos\alpha \;\text{ et }\; f = mg\sin\alpha\cos\alpha\,.$$

Exercice 11

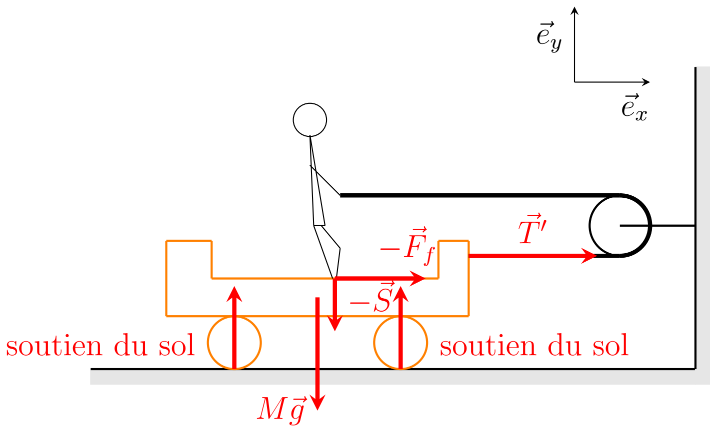
Comme le passager et le chariot sont solidaires, ils ont la même accélération $\vec{a}$. Celle-ci est dirigée vers la droite.

Nous allons décrire successivement le passager et le chariot.



- Objet : passager de masse m ;
- Forces (extérieures) : poids $m\vec{g}$, soutien du chariot $\vec{S}$, traction du fil $\vec{T}$, et frottement sur le chariot $\vec{F}_f$;
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$m\vec{g} + \vec{S} + \vec{T} + \vec{F}_f = m\vec{a}\,.$$



- Objet : chariot de masse M ;
- Forces (extérieures) : poids $M\vec{g}$, poussée du passager $-\vec{S}$, soutien du sol $\vec{S}'$, traction du fil $\vec{T}'$, frottement sur le passager $-\vec{F}_f$;
- Deuxième loi de Newton (sous forme vectorielle) :

$$M\vec{g} - \vec{S} + \vec{S}' + \vec{T}' - \vec{F}_f = M\vec{a}\,,$$

où $\vec{T}' = \vec{T}$ (les masses du fil et de la poulie sont négligeables).

L'accélération étant parallèle à $\vec{e}_x$, les poids sont compensés par les forces de soutien. En projetant selon $\vec{e}_x$ (en écrivant $\vec{F}_f = F_f\,\vec{e}_x$), on obtient donc

$$\begin{aligned} T + F_f &= ma\,, \\ T - F_f &= Ma\,, \end{aligned}$$

d'où

$$a = -\frac{2F_f}{M-m} = \frac{120\,\mathrm{N}}{120\,\mathrm{Kg}} = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,.$$

Remarques

- Le chariot et son passager se déplacent vers la poulie $(a > 0)$. Comme $M > m$, la force de frottement retenant le passager l'empêche de glisser vers l'avant du chariot $(F_f < 0)$.

  Si $M < m$, la force de frottement empêcherait le passager de glisser vers l'arrière du chariot.
- Notons également qu'en considérant l'objet "chariot + passager", les forces extérieures seraient le poids total $(m + M)\vec{g}$, le soutien du sol $\vec{S}'$, et la traction dans le fil $2\vec{T}$. La deuxième loi de Newton s'écrirait alors

  $$(m + M)\vec{g} + \vec{S}' + 2\vec{T} = (m + M)\vec{a}\,.$$

  Comme la force de traction vers la droite est la seule force agissant horizontalement sur l'objet, l'accélération de ce dernier est bien vers la droite ($a > 0$ dans le repère choisi).