## Contrôle 2: Analyse II

Cours de mathématiques spéciales (CMS)

12 janvier 2018 Semestre d'automne ID: -999

| (écrire lisiblement s.v.p) |
|----------------------------|
| Nom:                       |
| Prénom :                   |
| Groupe:                    |

| Question | Barème | Points |
|----------|--------|--------|
| 1        | 5      |        |
| 2        | 5      |        |
| 3        | 41/2   |        |
| 4        | 51/2   |        |
| Total    | 20     |        |



### **Indications**

- Durée de l'examen : 105 minutes.
- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée à l'encre sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
  - Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants; chaque feuille supplémentaire doit porter nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date. Elle ne peut être utilisée que pour une seule question.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues agrafées.

# Quelques formules de trigonométrie

#### Formules d'addition:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \qquad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

#### Formules de bissection:

$$\sin^2(\frac{x}{2}) = \frac{1 - \cos x}{2} \qquad \cos^2(\frac{x}{2}) = \frac{1 + \cos x}{2} \qquad \tan^2(\frac{x}{2}) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

#### Formules de transformation produit-somme :

$$\cos(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} \left[ \cos(x+y) + \cos(x-y) \right]$$
$$\sin(x) \cdot \sin(y) = -\frac{1}{2} \left[ \cos(x+y) - \cos(x-y) \right]$$
$$\sin(x) \cdot \cos(y) = \frac{1}{2} \left[ \sin(x+y) + \sin(x-y) \right]$$

#### Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2\cos(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin(\frac{x+y}{2})\sin(\frac{x-y}{2})$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin(\frac{x+y}{2})\cos(\frac{x-y}{2})$$

$$\sin x - \sin y = 2\cos(\frac{x+y}{2})\sin(\frac{x-y}{2})$$

### Expression des fonctions trigonométriques en fonction de $z = \tan(\frac{x}{2})$ :

$$\sin(x) = \frac{2z}{1+z^2}, \qquad \cos(x) = \frac{1-z^2}{1+z^2}, \qquad \tan(x) = \frac{2z}{1-z^2}.$$

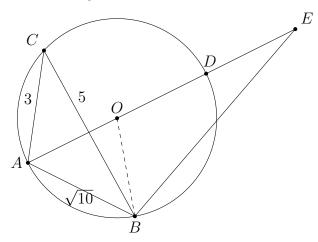
#### Question 1 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

On considère la figure ci-dessous. Dans le triangle ABC, on connait les longueurs des trois côtés :

$$AB = \sqrt{10}, \ AC = 3 \text{ et } BC = 5.$$

Par ailleurs, on sait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC et que les longueurs AO, OD et DE sont égales.



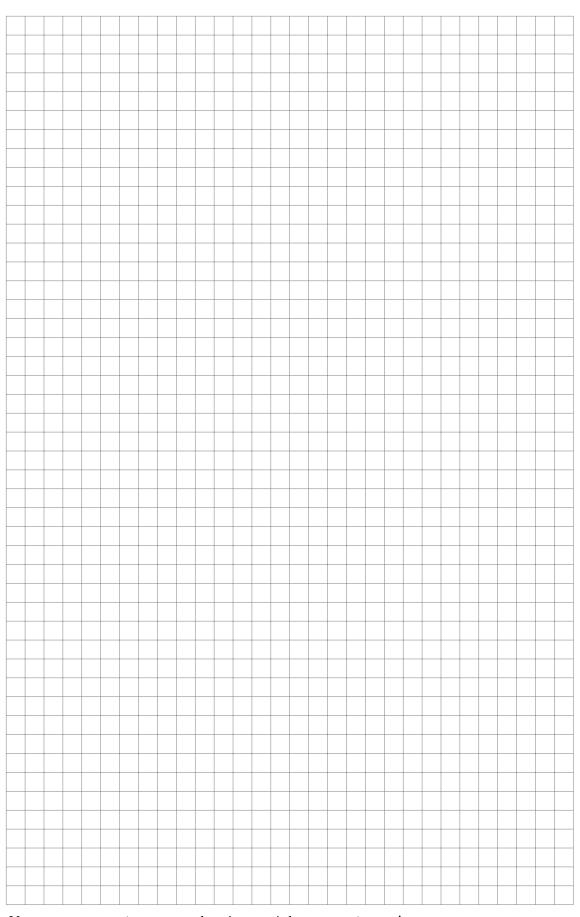
Sans utiliser de machine à calculer,

- a) calculer le cosinus de l'angle  $\gamma = \widehat{ACB}$ ,
- b) calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC,
- c) calculer la longueur BE.

R'eponse à la question 1:

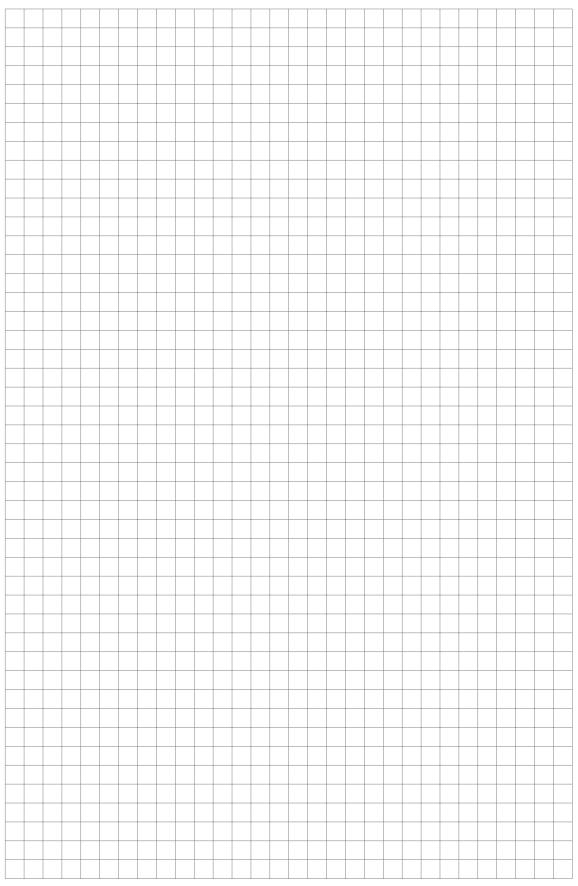
laisser la marge vide





ID: -999

laisser la marge vide



#### Question 2 (à 5 points)

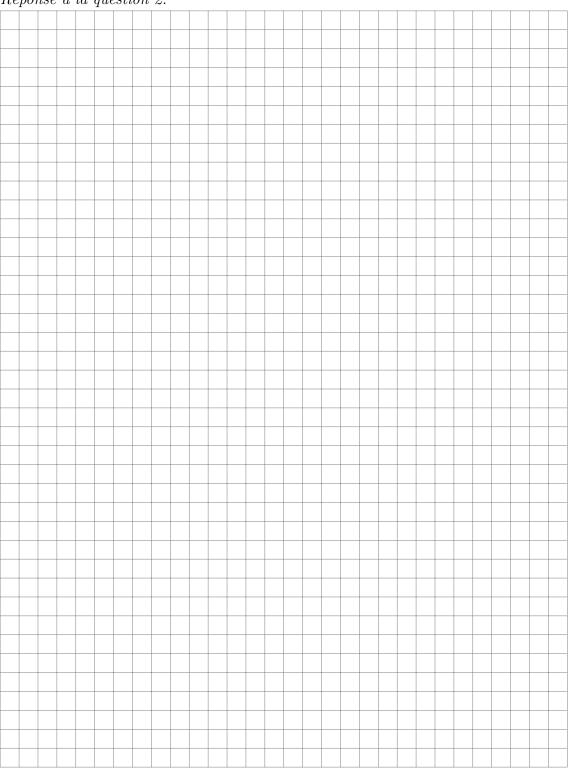
Points obtenus: (laisser vide) ....

Résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné :

$$\frac{2\sin^2(x)}{1+\sin(2x)} + \tan(2x) - 2 = 0, \qquad x \in \left[ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right].$$

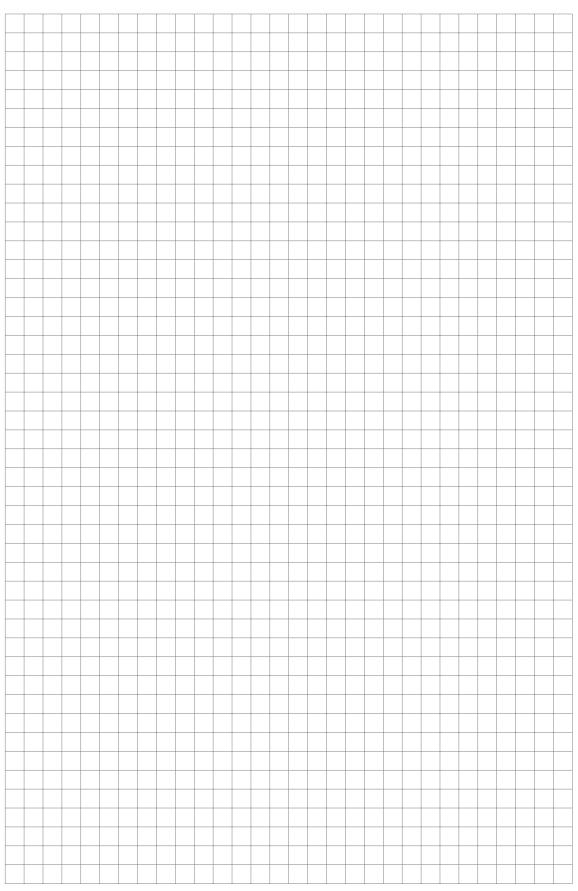
Réponse à la question 2:

laisser la marge vide





ID: -999



### Question 3 (à $4 \frac{1}{2}$ points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

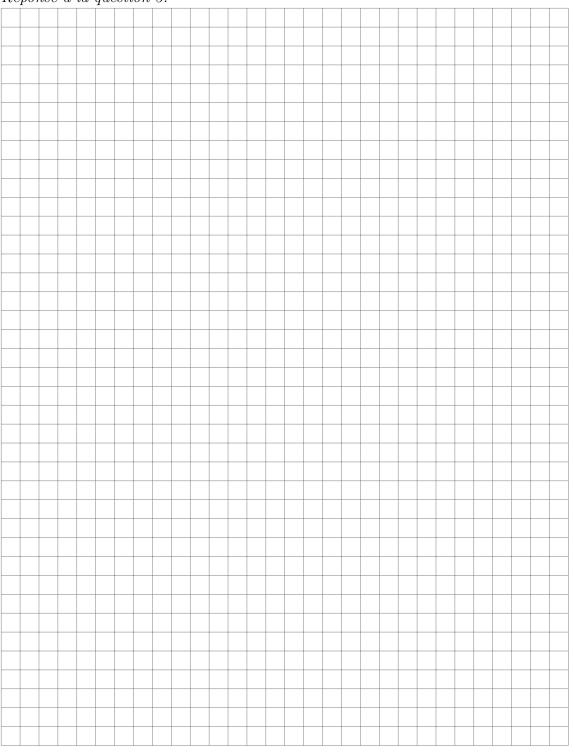
Sans utiliser de machine à calculer, résoudre l'équation suivante sur l'intervalle donné

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{5}, \qquad x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right].$$

Justifier rigoureusement votre réponse.

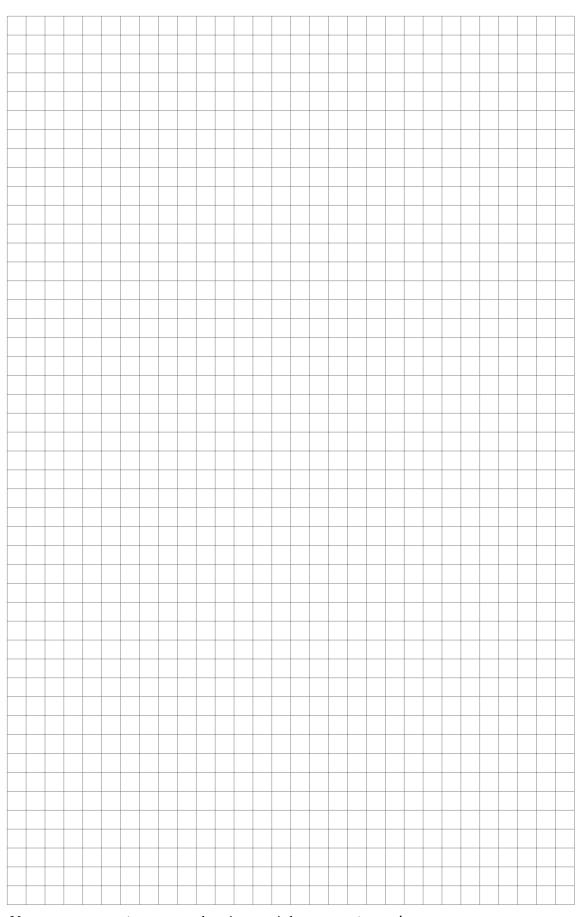
R'eponse à la question 3:

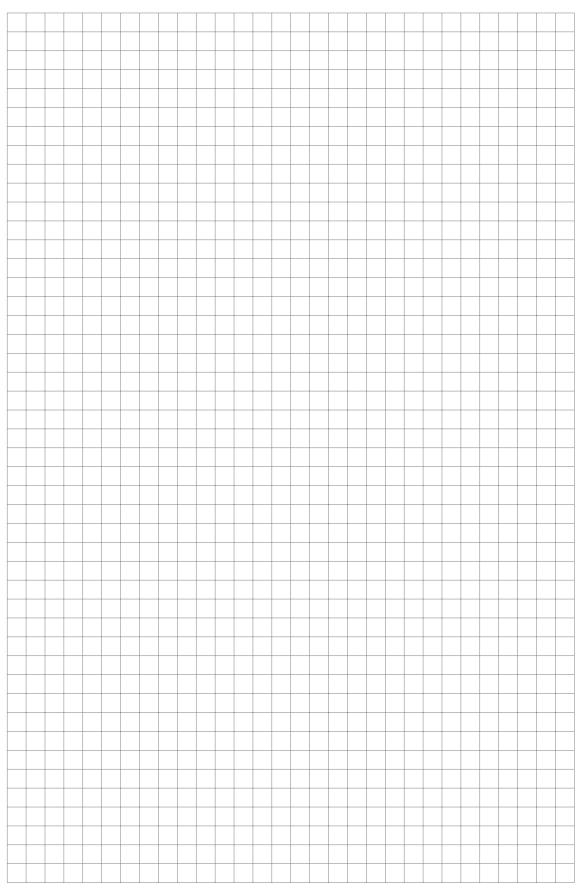
laisser la marge vide



ID: -999

laisser la marge vide





### Question 4 (à 5 $\frac{1}{2}$ points)

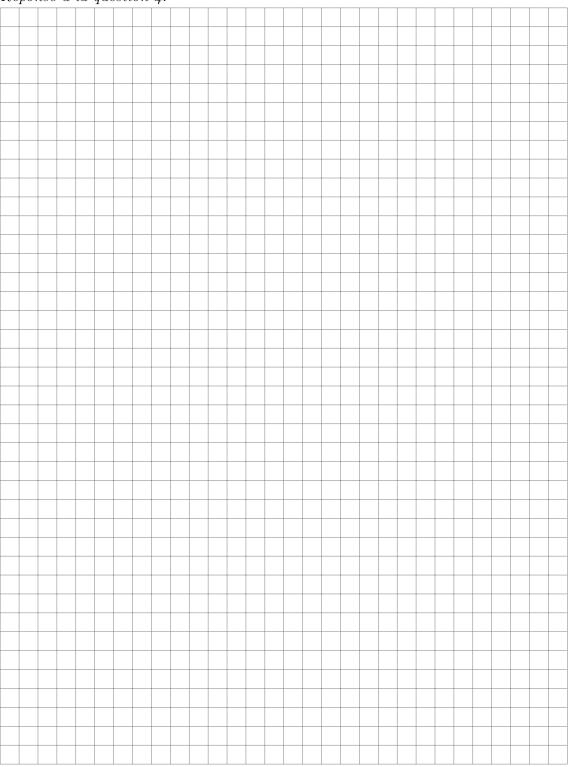
Points obtenus: (laisser vide) ....

Sans utiliser de machine à calculer, résoudre sur son domaine de définition, l'équation suivante :

$$\arccos\left(x - \frac{1}{2}\right) + \arccos\left(\sqrt{2}x\right) = \frac{5\pi}{4}$$
.

Réponse à la question 4:

laisser la marge vide





ID: -999



# Réponses

**1.** a) 
$$\cos \gamma = \frac{4}{5}$$
,

b) 
$$R = \frac{5}{6}\sqrt{10}$$
,

c) 
$$BE = \sqrt{\frac{85}{2}}$$
.

**2.** 
$$S = \left\{ -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{5\pi}{6} \right\}$$
.

3. 
$$S = \left\{ \frac{5\pi}{6} + \frac{\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)}{2}, \frac{11\pi}{6} - \frac{\arccos\left(-\frac{3}{5}\right)}{2} \right\}.$$

**4.** 
$$S = \left\{ -\frac{1}{10} \right\}$$
.