Contrôle de géométrie analytique N°3

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________________

Groupe

PRENOM : ______________________________

1. Le plan est muni d'un repère orthonormé d'origine O. On donne l'équation cartésienne d'un cercle γ_1 et deux points :

$$\gamma_1 : (x-3)^2 + (y-6)^2 - 33 = 0 \quad \text{et} \quad P(4;\ -3) \quad K(-3;\ -3).$$

Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle γ de rayon $r = 3$ vérifiant les conditions suivantes :

- le point P est le centre d'un cercle γ_2 orthogonal à γ_1 et γ ;
- le centre du cercle γ appartient à la polaire de K par rapport à γ_2 .

(Indication : déterminer l'équation cartésienne de γ_2) 3,5 pts

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé d'origine O.

On considère le cercle γ et le point A appartenant à ce cercle :

$$\gamma : x^2 + (y+2)^2 - 4 = 0 \quad \text{et} \quad A(0;\ -4).$$

Un point P décrit l'axe Ox. Soit t la tangente, autre que l'axe Ox, issue de P et T son point de contact avec γ. La parallèle à Oy abaissée de T coupe la droite AP au point M.

Déterminer l'équation cartésienne du lieu du point M et en déduire avec précision sa nature. 4,5 pts

3. On considère l'équation suivante, dépendante d'un paramètre réel m :

$$(m-2)x^2 + (y-1)^2 - (m-1)(m-2) = 0\ , \quad m \in \mathbb{R} - \{1;\ 2\}.$$

a) Déterminer les valeurs de m de sorte que cette équation, relativement à un repère orthonormé du plan, soit une ellipse $\mathcal{E}$.

b) Discuter, en fonction de m , la direction du grand axe et du petit axe de $\mathcal{E}$.

c) Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ dont un des foyer est le point $F(0; 1-2\sqrt{2})$. 4,5 pts

Tourner la page

4. Dans le plan, on considère une droite r et trois points K, R et S $(S \in r)$.

Soit $\gamma\,(\Omega,\ r)$ un cercle.

Le point R est le pôle de la droite r par rapport au cercle γ.

La polaire de S par rapport à γ passe par le point K.

Construire rigoureusement, à la règle et au compas, sur les données graphiques ci-dessous, le cercle γ . 2,5 pts