

Exercices 9a

Exercice 1

Le principe de base du microscope à force atomique (AFM) est de mesurer la topologie d'une surface en enregistrant la déflexion d'une poutre micrométrique tel qu'illustré à la figure 1. Pour cela, on utilise une poutre avec une pointe pyramidale (triangle sur le dessin) indéformable dont l'extrémité très fine (rayon de courbure de quelques nanomètres) touche la surface à scanner. On s'intéresse à deux cas de figure :

1. On appuie la pointe sur la surface de la zone plate A .
2. On appuie la pointe sur la surface de la zone inclinée B .

Le contact avec les surfaces A et B se fait sans aucun frottement, l'extrémité de la pointe peut donc glisser librement. La poutre est de masse négligeable, de dimensions $a = 500\ \mu\text{m}$, $b = 80\ \mu\text{m}$, épaisseur $e = 10\ \mu\text{m}$ (selon \vec{e}_y), largeur $l = 14\ \mu\text{m}$ (selon \vec{e}_z), et de module de Young $E = 150\ \text{GPa}$.

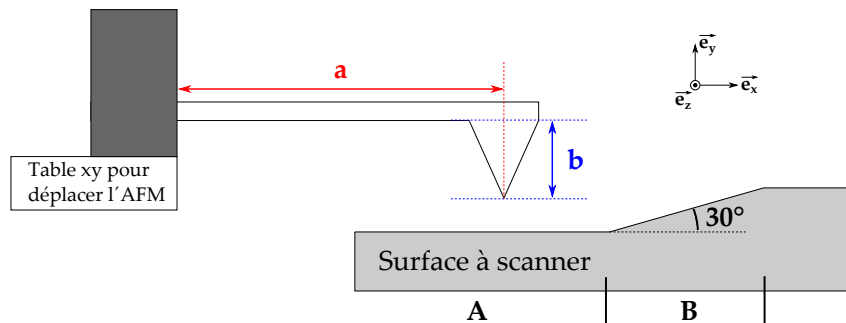


FIGURE 1 – Pointe AFM pour scanner une surface.

Pour le premier cas, on approche la table en $-\vec{e}_y$ jusqu'à ce que la déflexion verticale (selon \vec{e}_y) de la poutre soit de $\delta = 30\ \mu\text{m}$ à une distance a de l'encastrement.

- (a) A quelle distance de l'encastrement le moment de flexion interne de la poutre est-il maximal? Calculez ce moment.
- (b) En pratique, la force totale exercée par la surface sur la pointe AFM est inconnue (voir figure 2). Elle est donc estimée en utilisant la formule : $F = k_{eff} \delta$. Déterminer la constante ressort k_{eff} de la poutre.

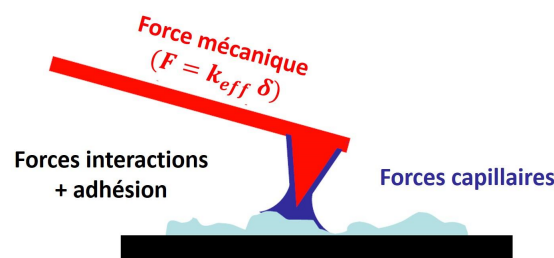


FIGURE 2 – Forces typiquement exercées sur une pointe AFM.

Pour le deuxième cas, la force de réaction de la surface B sur le bout de la pointe a une norme de $1\ \text{mN}$.

- (c) Calculer les réactions sur la poutre au niveau de l'encastrement.
- (d) Calculer l'angle que fait la poutre par rapport à l'horizontale (\vec{e}_x) à une distance a de l'encastrement.

Exercice 2

Considérez le système présenté à la figure 3a. La structure de masse négligeable est composée de deux poutres (même E et I) formant un angle droit en C à tout instant. La poutre de segment AC est encastree en A et on considère qu'elle ne peut fléchir que selon x (horizontalement). Pour la poutre CD , on considère qu'elle ne peut fléchir que selon y (verticalement). Deux forces F sont appliquées aux points B et D . Une force distribuée de densité F/L est appliquée sur le segment CD .

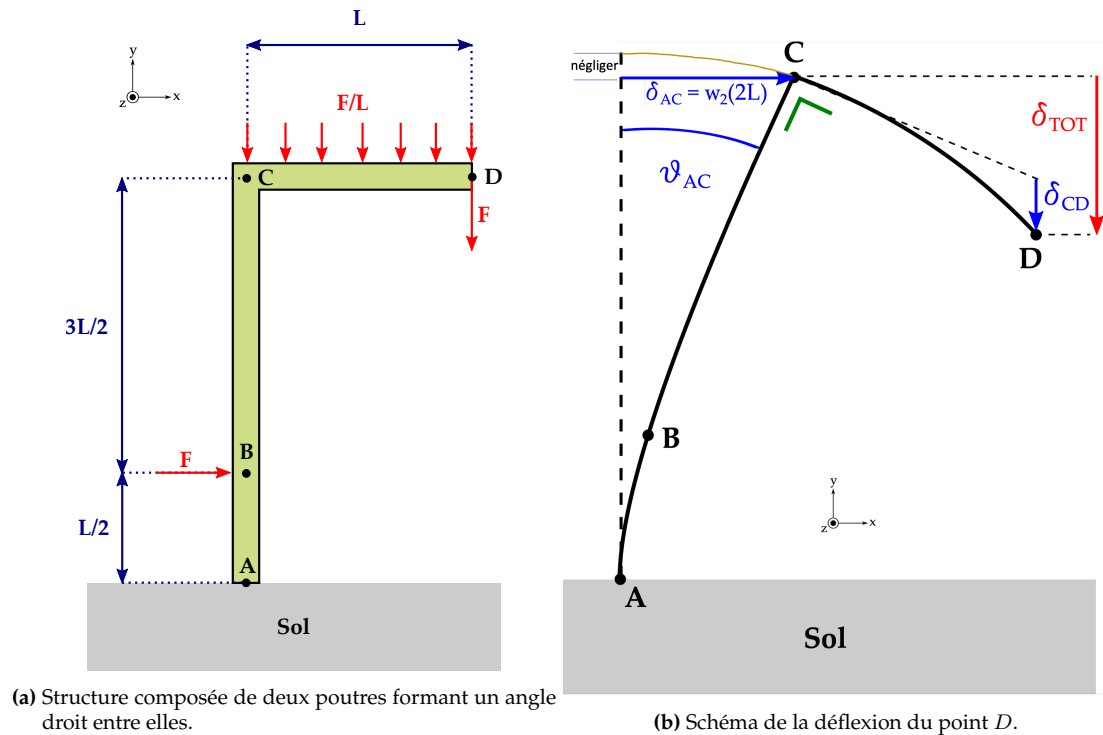
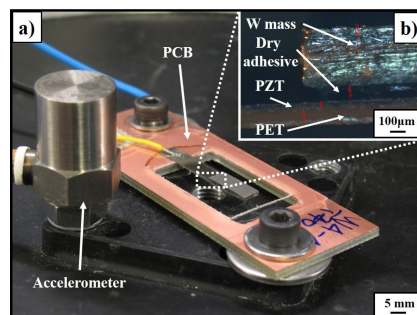


FIGURE 3

- (a) A l'aide de la figure 3b, donnez l'expression de la déflexion totale δ_{TOT} du point D. Référez vous à la figure pour bien comprendre la déflexion demandée (nous allons négliger le mouvement du point C selon l'axe y)
- Indices :
- petits angles : $\sin(\theta) = \theta$
 - 2 poutres : AC et CD
 - Calculez l'angle θ_{AC} de la poutre AC en C, ce qui vous permet de trouver le mouvement de D selon y du au fléchissement de la poutre AC.
 - puis déflexion δ_{CD} selon y de poutre CD
- Exprimez votre résultat δ_{TOT} en fonction de F , L , (et de E , et I des deux poutres)

Exercice 3

Le dispositif illustré à la figure 4 a été fabriqué dans le labo EPFL-LMTS en 2012. C'est un récupérateur d'énergie piézoélectrique sur lequel on a ajouté une masse pour augmenter l'amplitude de déflexion, diminuer la fréquence de résonance et ainsi améliorer ses performances. Lors d'un processus d'optimisation, il a été constaté qu'un maximum d'énergie est récupéré quand la masse recouvre la moitié de la poutre. En ajoutant cette masse, la puissance récupérée a été augmentée par un facteur 20, et ce sans avoir à changer les propriétés et dimensions du matériau piézoélectrique.

FIGURE 4 – Récupérateur d'énergie (N. Besse et al., *PowerMEMS* 2012)

Dans cet exercice, on va chercher à évaluer l'influence de la masse ajoutée sur la déflexion statique de la poutre

dû à son propre poids. Le récupérateur d'énergie est composé de plusieurs couches de matériaux différents et n'est pas symétrique par rapport au plan neutre (voir figure 5a).

Mais pour simplifier les calculs, on considère un dispositif parfaitement symétrique par rapport au plan neutre (voir figure 5b) composé de deux blocs uniformes juxtaposés. Le bloc 1 a une longueur l_1 , une épaisseur h_1 , une largeur b , une densité ρ_1 et un module de Young E_1 . Le bloc 2 a une longueur l_2 , une épaisseur h_2 , une largeur b , une densité ρ_2 et un module de Young E_2 .

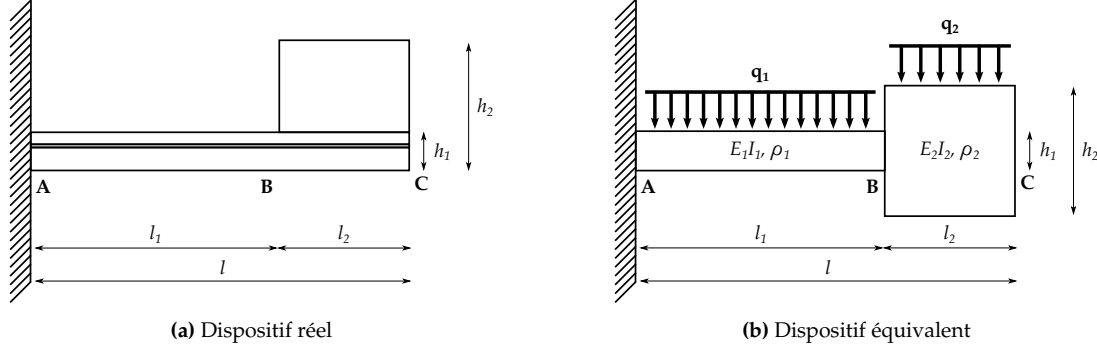


FIGURE 5 – Schémas du récupérateur d'énergie.

Pour la partie de gauche, on vous donne

$$0 < x < l_1 \quad (1)$$

$$M_1(x) = -\frac{q_1}{2} (l_1^2 - 2l_1x + x^2) - \frac{q_2}{2} (l^2 - l_1^2 - 2lx + 2l_1x) \quad (2)$$

$$(3)$$

Pour la partie de droite, on vous donne

$$l_1 < x < l \quad (4)$$

$$M_2(x) = -\frac{q_2}{2} (l^2 - 2lx + x^2) \quad (5)$$

$$(6)$$

1. Donnez les 4 conditions limites nécessaires afin de déterminer la déflexion du système et notamment les équations de continuité en B.
2. Trouvez la fonction de déflexion du système. les constantes d'intégrations sont pénibles. vous pouvez utiliser votre outil préféré pour trouver des solutions analytiques.
3. Tracez la déflexion du système en fonction du ratio $\lambda = l_2/l = 1 - l_1/l$.
(Indice : Commencez par calculer le moment d'inertie pour une section rectangulaire $I_{1,2}$ et la force de pesanteur uniformément distribuée $q_{1,2}$ de chaque bloc en fonction de b , $h_{1,2}$ et $\rho_{1,2}$).
Pour l'application numérique, utilisez $E_1 = 10 \text{ GPa}$, $E_2 = 156.25 \text{ GPa}$, $h_1 = 200 \mu\text{m}$, $h_2 = 800 \mu\text{m}$, $\rho_1 = 3000 \text{ kg m}^{-3}$, $\rho_2 = 15000 \text{ kg m}^{-3}$, $l = l_1 + l_2 = 20 \text{ mm}$, $b = 2 \text{ mm}$.