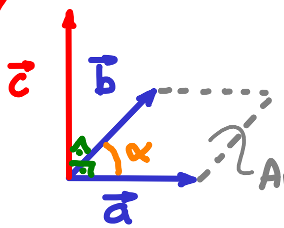
0. Rappel : le produit vectoriel $\vec{a} \times \vec{b}$

On peut multiplier vectoriellement deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ de manière à obtenir un vecteur

$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ (on note parfois $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$)



Aire du parallélogramme = norme de $\vec{c} = \|\vec{c}\|$

(vue en 3D)

- sa direction est perpendiculaire au plan déterminé par $\vec{a}$ et $\vec{b}$
- son sens est fixé par la règle du tire-bouchon ou par la règle de la main droite

  ↳ On considère la plus petite rotation qui amène le vecteur $\vec{a}$ sur le vecteur $\vec{b}$. On fait subir cette rotation à la poignée d'un tire-bouchon (ou d'une vis, ou d'un bouchon, ...) dont l'hélice a la direction de $\vec{c}$. Le sens dans lequel avance l'instrument est celui que l'on attribue à $\vec{c}$.
- sa norme est égale au produit des normes de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ et du sinus du plus petit angle déterminé par $\vec{a}$ et $\vec{b}$:

$$c = \|\vec{c}\| = \underbrace{\|\vec{a}\|}_{\text{base}} \cdot \underbrace{\|\vec{b}\| \cdot \sin\alpha}_{\text{hauteur du parallélogramme}}$$

Propriétés :

- $\vec{a} \times \lambda\vec{a} = \vec{0}$, où $\lambda \in \mathbb{R}$ (produit vectoriel de deux vecteurs parallèles)
- $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ (le produit vectoriel est anticommutatif)
- $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$
- $(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

  (le produit vectoriel est distributif par rapport à l'addition)
- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ (le produit vectoriel n'est pas associatif)