## Contrôle 2: Analyse I

Cours de mathématiques spéciales (CMS)

11 janvier 2018 Semestre d'automne ID: -999

(écrire lisiblement s.v.p)
Nom:
Prénom:
Groupe:

Question	Barème	Points
1	21/2	
2	31/2	
3	31/2	
4	6	
5	41/2	
Total	20	



## **Indications**

- Durée de l'examen : 105 minutes.
- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée à l'encre sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
  - Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants; chaque feuille supplémentaire doit porter nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date. Elle ne peut être utilisée que pour une seule question.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues agrafées.

Question 1 (à  $2\frac{1}{2}$  points)

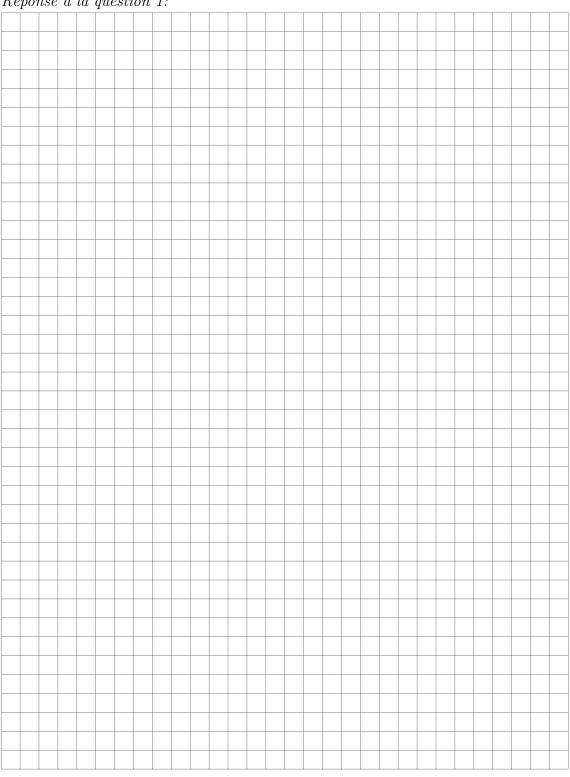
Points obtenus: (laisser vide) ....

Déterminer, si elle existe, la limite suivante :

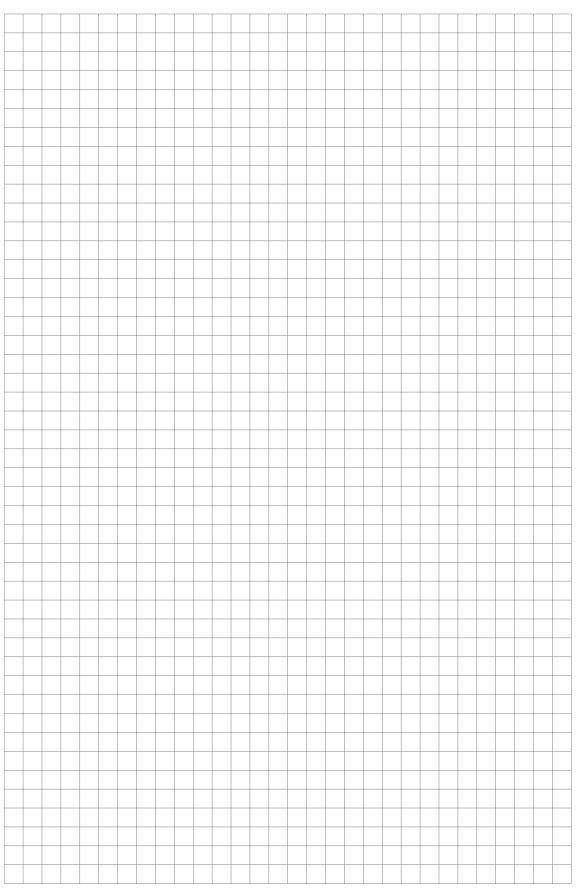
$$\lim_{x \to -\infty} \left[ x + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + x}} \right].$$

Réponse à la question 1:

laisser la marge vide



laisser la marge vide



**Question 2** (à  $3\frac{1}{2}$  points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

La fonction f définie par

$$f(x) = \left[\cos(2x) + \sin(x)\right] \cdot \tan^2(x)$$

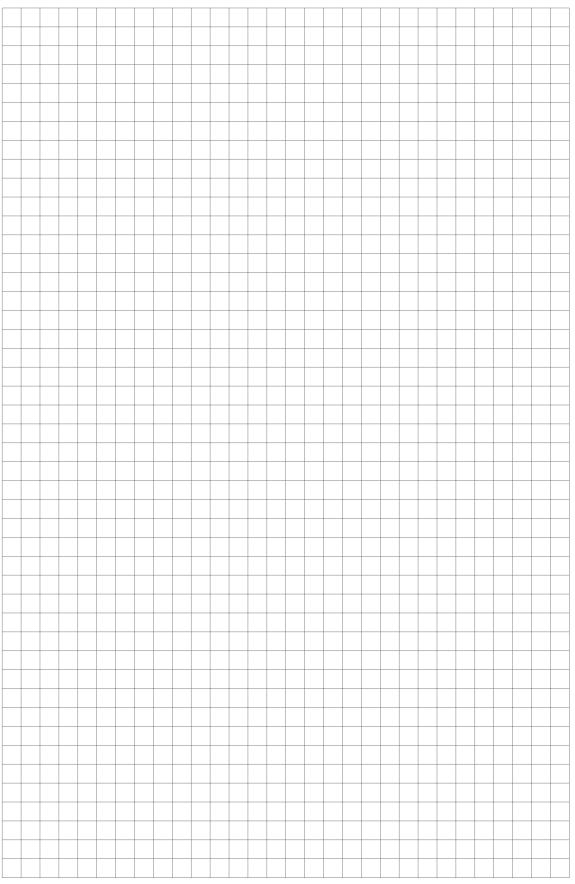
est-elle prolongeable par continuité en  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ ?

R'eponse à la question 2:

laisser la marge vide



laisser la marge vide



## Question 3 (à $3\frac{1}{2}$ points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

Pour quelles valeurs du paramètre  $\ p \in \mathbb{Z}\,,\$ la fonction  $\ g\$ définie par

$$g(x) = (x + \sqrt[3]{x})^p \cdot \sin(\frac{1}{x^2})$$
 si  $x \neq 0$  et  $g(0) = 0$ ,

est-elle dérivable en  $x_0 = 0$ ?

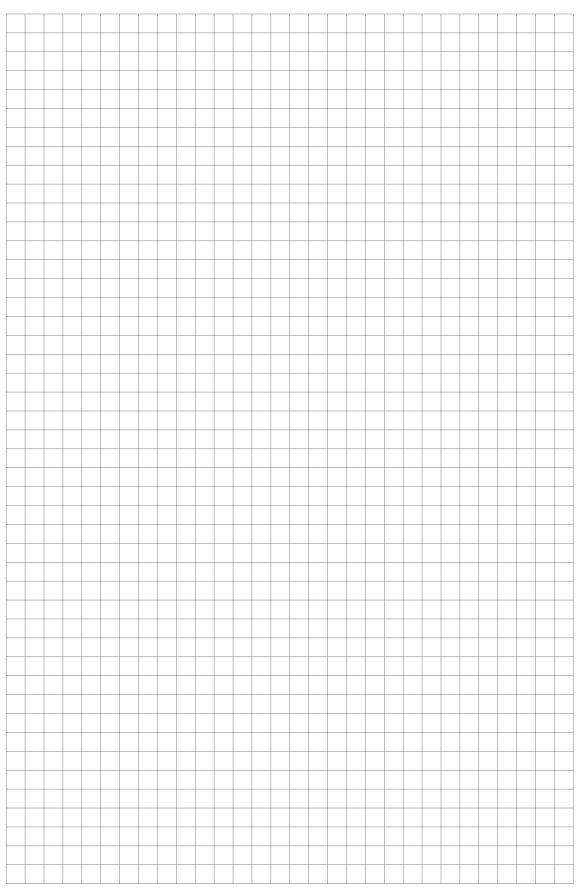
Réponse à la question 3:

laisser la marge vide



laisser la marge vide

ID: -999



Question 4 (à 6 points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

On considère la courbe  $\Gamma$  décrite ci-dessous paramétriquement :

$$\Gamma: \begin{cases} x(t) = \frac{t}{\sqrt{2t-3}} \\ y(t) = \frac{2}{\sqrt{2t-3}}. \end{cases}$$

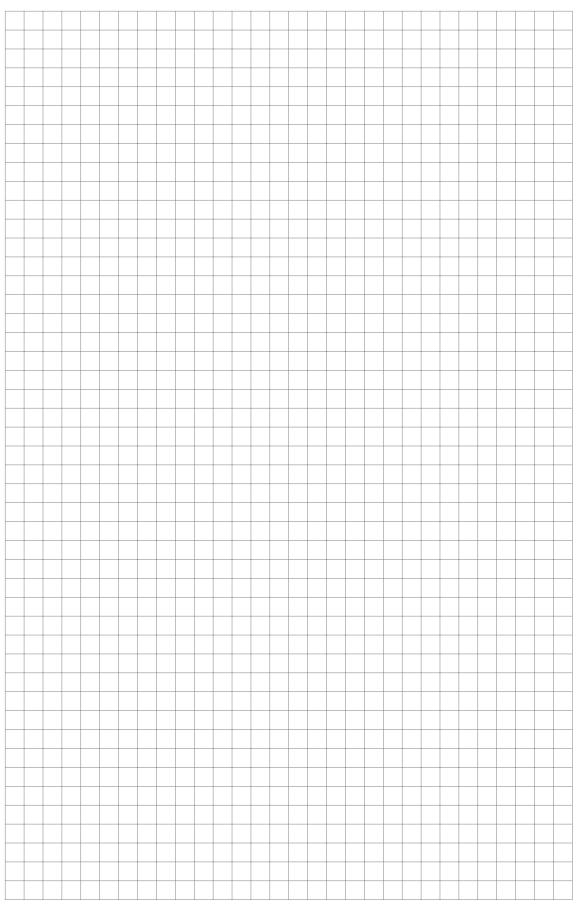
Déterminer les équations cartésiennes des normales à  $\Gamma$  passant par l'origine.

Réponse à la question 4:

laisser la marge vide

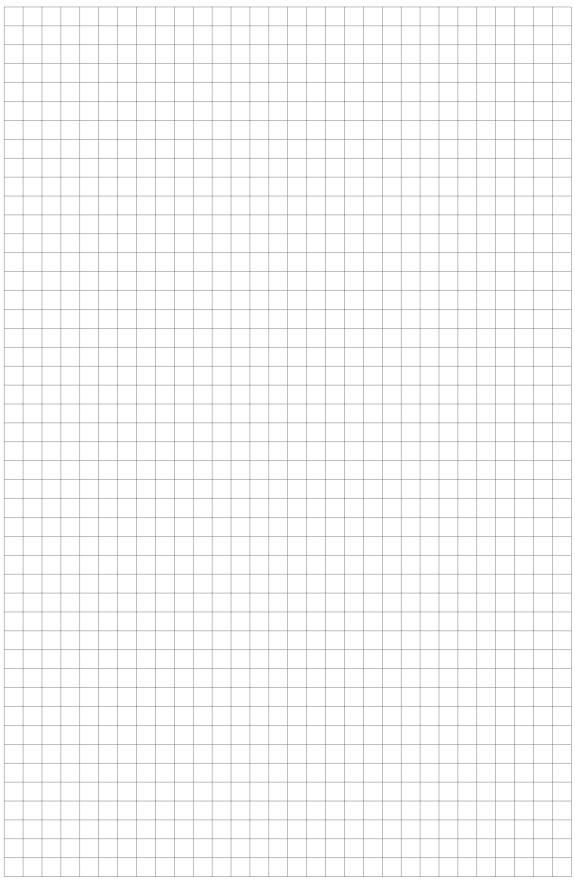


laisser la marge vide



laisser la marge vide

ID: -999



Question 5 (à  $4\frac{1}{2}$  points)

Points obtenus: (laisser vide) ....

On considère la parabole  $\Gamma_1$  d'équation

$$\Gamma_1: \quad y = f(x) = x^2$$

et la courbe  $\Gamma_2$  définie implicitement par

$$\Gamma_2: \quad y^2 + 4\frac{y}{x} + c = 0 \qquad (x \neq 0),$$

où c est un paramètre réel.

Déterminer c tel que  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  soient tangentes l'une à l'autre.

Réponse à la question 5:

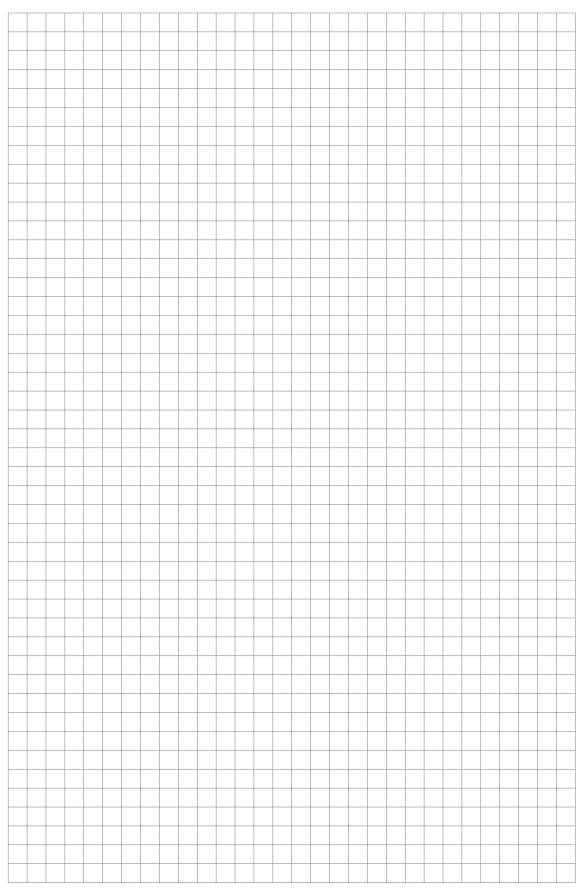
laisser la marge vide



laisser la marge vide



laisser la marge vide



## Réponses

1. 
$$\lim_{x \to -\infty} \left[ x + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + x}} \right] = \frac{1}{2}$$
.

**2.** Oui : 
$$\hat{f}(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{2}$$
.

**3.** 
$$p \ge 4$$
.

**4.** Equation de la normale : 
$$x - 2y = 0$$
.

**5.** 
$$c = 3$$
.