Contrôle de géométrie analytique N°3

Durée : 1 heure 40 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________

PRENOM : ______________________

Groupe ☐

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les coordonnées de deux points Ω_1 et Ω_2 et l'équation cartésienne d'un cercle γ :

$$\Omega_1\,(4\,,\,7)\,,\qquad \Omega_2\,(25\,,\,27)\,,\qquad \gamma:\ x^2+y^2-1=0\,.$$

Soit $\gamma_1\,(\Omega_1, r_1)$ un cercle de centre Ω_1 et de rayon r_1 et $\gamma_2\,(\Omega_2, r_2)$ un cercle de centre Ω_2 et de rayon r_2.

Sachant que le cercle γ_1 est orthogonal au cercle γ et tangent extérieurement au cercle γ_2, calculer la puissance de Ω_1 par rapport à γ_2. 3 pts

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O, on donne l'équation cartésienne d'une ellipse $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}:\quad \frac{2\,x^2}{3}+y^2-1=0\,.$$

Soit B l'extrémité du petit axe de $\mathcal{E}$ d'ordonnée positive.

Soient M un point courant de $\mathcal{E}$, t la tangente à $\mathcal{E}$ en M, n la perpendiculaire à t passant par O, d la droite (BM) et P le point d'intersection des droites n et d.

Déterminer l'équation cartésienne du lieu de P lorsque M décrit l'ellipse $\mathcal{E}$.

Décrire avec précision la nature géométrique de ce lieu. 5 pts

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne deux points Ω et F ainsi qu'un nombre réel e en fonction d'un paramètre réel λ :

$$\Omega\,(1\,,\,0)\,,\qquad F\,(\lambda\,,\,0)\qquad \text{et}\qquad e=\frac{\lambda-1}{\lambda}\,.$$

a) Déterminer le domaine de variation de λ de sorte que $\mathcal{E}$ soit une ellipse de centre Ω, de foyer F et d'excentricité e.
Puis donner l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ en fonction du paramètre λ.

b) Soient F' l'autre foyer de $\mathcal{E}$ tel que F' soit d'abscisse positive, et B l'extrémité du petit axe d'ordonnée positive.
Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ de sorte que la droite BF' soit de pente $m=2\sqrt{2}$. 4,5 pts

Tourner la page

4. Dans le plan, on considère un cercle γ_1 , une droite a et un segment de longueur δ .

Construire rigoureusement (règle, équerre, compas), sur la donnée graphique ci-dessous, un cercle γ de rayon $r = \delta$ et tel que a soit l'axe radical des deux cercles γ et γ_1 . 2,5 pts