

Physique

Semestre d'automne 2018

Simon Bossoney
Guido Burmeister

moodle.epfl.ch

Corrigé 10

Exercice 1

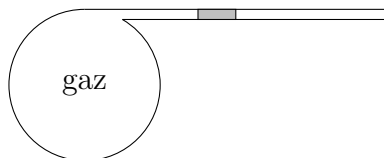
Nous allons exploiter la loi des gaz parfaits.

La loi des gaz parfaits, $pV = nRT$, permet d'exprimer le volume d'une mole de gaz :

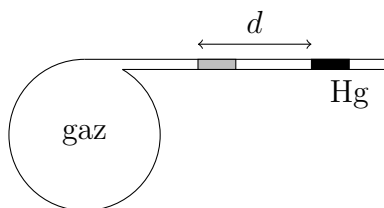
$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{1 \text{ mole} \cdot 8.3144 \text{ J mole}^{-1} \text{K}^{-1} \cdot 273.15 \text{ K}}{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \cong 2.242 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 22.42 \text{ l}.$$

Exercice 2

Le gaz est passé d'un état à un autre. On peut admettre qu'il s'agit d'un gaz parfait. Considérer le gaz dans l'état initial.



Considérer le gaz dans l'état final.



La goutte de mercure est à l'équilibre : les forces horizontales (ce sont des forces de pression) se compensent et alors $p_{\text{gaz}} = p_a$ et

$$p_a V = NkT.$$

A nouveau, la goutte de mercure est à l'équilibre : les forces horizontales (ce sont des forces de pression) se compensent et alors $p_{\text{gaz}} = p_a$.

Le volume du gaz a changé de Sd et la température de ΔT :

$$p_a(V + Sd) = Nk(T + \Delta T).$$

Résoudre le système d'équation.

Le système s'écrit

$$p_a V = NkT$$

$$p_a(V + Sd) = Nk(T + \Delta T).$$

En faisant le quotient membre à membre, on obtient

$$\frac{V + Sd}{V} = \frac{T + \Delta T}{T}$$

$$1 + \frac{Sd}{V} = 1 + \frac{\Delta T}{T}$$

et donc

$$\Delta T = \frac{ST}{V} d.$$

Exercice 3

Nous allons exploiter la loi des gaz parfaits.

Le système est isolé et l'énergie donc conservée. La température ne change pas. Initialement,

$$p_1 V_1 = N_1 k T \quad \text{et} \quad p_2 V_2 = N_2 k T.$$

A l'équilibre, le mélange peut être considéré comme un seul gaz d'équation

$$pV = NkT$$

avec

$$N = N_1 + N_2 \quad \text{et} \quad V = V_1 + V_2.$$

Il vient ainsi

$$p = \frac{NkT}{V} = \frac{(N_1 + N_2)kT}{V_1 + V_2} = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

Exercice 4

Pour un gaz (supposé parfait) dans des conditions de pression, volume et température bien définies, on peut utiliser la loi du gaz parfait.

Considérer le gaz dans la boîte.

Pour le gaz dans la boîte, la pression, le volume et la température sont connus :

$$V_0 = 5 \ell = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad p_a = 10^5 \text{ Pa} \quad T_0 = 27.7^\circ \text{C} = 300.85 \text{ K}.$$

Le nombre de moles dans la boîte est alors

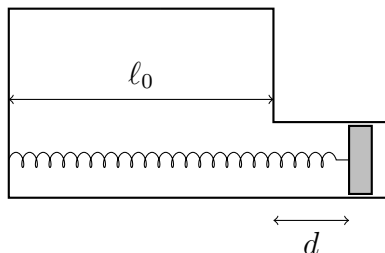
$$p_a V_0 = nRT_0 \Rightarrow n = \frac{p_a V_0}{RT_0} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 300.85 \text{ K}} = 0.2 \text{ mol}.$$

Le gaz étant enfermé, le nombre de moles ne change pas, mais le gaz se trouve, à l'équilibre, dans de nouvelles conditions de pression, volume et température.

Le volume de la boîte dépend de la position du piston.

Le nouveau volume est

$$V = V_0 + Sd = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$



Sous l'élévation de la température, la pression du gaz a augmenté. En termes de nouvelle pression p , nouveau volume V et nouvelle température T ,

$$pV = nRT.$$

Il reste à déterminer la nouvelle pression du gaz enfermé.

Pour déterminer la nouvelle pression du gaz, considérer un objet subissant la force de pression.

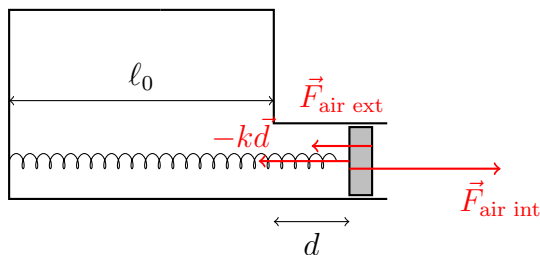
Objet : piston

Forces : rappel du ressort, forces de pression de l'air intérieur et de l'air ambiant (poids et soutien se compensent)

$$-kd\vec{e}_x + \vec{F}_{\text{air int}} + \vec{F}_{\text{air amb}} = \vec{0}.$$

Selon \vec{e}_x vers la droite,

$$-kd + pS - p_a S = 0 \Rightarrow p = p_a + \frac{kd}{S} = 1.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$



Ainsi, le changement de température est

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{pV}{nR} - T_0 = 113.7 \text{ K}.$$

Exercice 5

L'état du gaz enfermé dans la bouteille est décrit par la loi des gaz parfait.

Considérer le gaz dans la bouteille.

Pour le gaz dans la bouteille, la pression, le volume et la température sont connus :

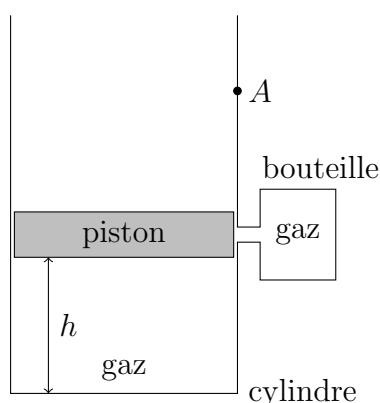
$$V_b = V = 37 \ell = 37 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad p_b = p = 1.6 \text{ atm} = 1.62 \cdot 10^5 \text{ Pa} \quad T_0 = 27.5^\circ \text{C} = 300.65 \text{ K}.$$

Le nombre de moles dans la bouteille est alors

$$p_b V_b = n_b R T_0 \Rightarrow n_b = \frac{p_b V_b}{R T_0} = \frac{1.62 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 37 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 300.65 \text{ K}} = 2.4 \text{ mol}.$$

La distance entre le piston et le fond du cylindre est lié au volume du gaz enfermé dans le cylindre.

Considérer le gaz enfermé dans le cylindre.



Pour le gaz sous le piston, la température et le nombre de moles sont connus :

$$n_c = 0.5 \text{ mol} \quad T_0 = 27.5^\circ \text{C} = 300.65 \text{ K}.$$

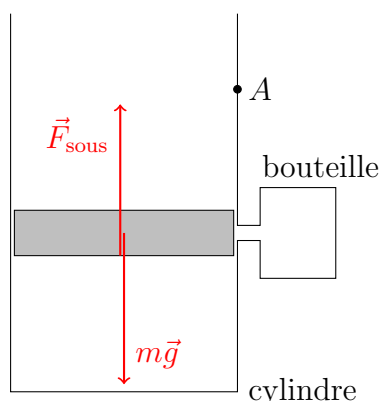
Le gaz suit la loi des gaz parfaits

$$p_c V_c = n_c R T_0$$

et le volume du gaz V_c est lié à la hauteur h du gaz par $V_c = Sh$.

Cherchons encore la pression du gaz.

Considérer un objet subissant la force de pression du gaz enfermé dans le cylindre.



Objet : piston

Forces : poids, force de pression

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{sous}} = \vec{0}.$$

Selon la verticale,

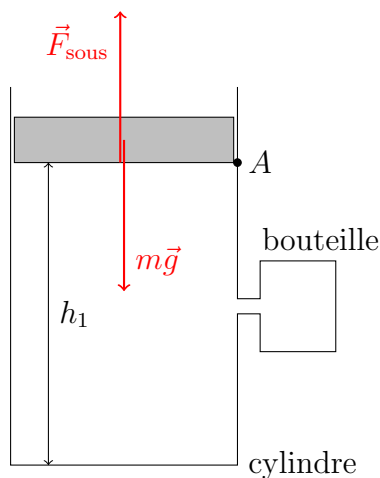
$$mg = p_c S.$$

Finalement, pour le gaz dans le cylindre, $p_c V_c = p_c Sh = n_c R T_0$

$$\Rightarrow h = \frac{n_c R T_0}{p_c S} = \frac{n_c R T_0}{mg} = \frac{0.5 \text{ mol} \cdot 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 300.65 \text{ K}}{100 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m s}^{-2}} = 1.27 \text{ m}.$$

Les gaz de la bouteille et du cylindre sont réunis. Considérer la nouvelle situation.

Considérer tous les gaz enfermés comme un seul gaz, caractérisé par son volume (total), le nombre de moles (total), sa pression et sa température.



Gaz parfait :

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1 .$$

- Pression : comme précédemment

Objet : piston

Forces : poids, force de pression

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{sous}} = \vec{0} .$$

Selon la verticale, $mg = p_1 S$.

- Volume : $V_1 = S h_1 + V_b$.
- Nombre de moles : $n_1 = n_0 + n_b$.
- Température finale T_1 .

On en tire la hauteur h_1 :

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{V_1 - V_b}{S} = \frac{V_1}{S} - \frac{V_b}{S} = \frac{n_1 R T_1}{p_1 S} - \frac{V_b}{S} = \frac{n_1 R T_1}{mg} - \frac{V_b}{S} \\ &= \frac{2.9 \text{ mol} \cdot 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 373.15 \text{ K}}{100 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ m s}^{-2}} - \frac{37 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{150 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \\ &= 9.17 \text{ m} - 2.47 \text{ m} = 6.70 \text{ m} . \end{aligned}$$

Exercice 6

Nous allons exploiter la loi des gaz parfaits.

La paroi poreuse permet aux molécules de gaz de passer d'un récipient à l'autre. Soit V le volume de chaque récipient. Le nombre de molécules est donnée par

$$p_2 V = N k T \quad \Rightarrow \quad N = \frac{2pV}{kT} .$$

Après le changement de température, on a pour les récipients 1 et 2 à la même pression finale p_f

$$p_f V = N_1 k T_1 \quad p_f V = N_2 k T_2 .$$

Comme $N_2 = N - N_1$,

$$p_f V T_2 = N_1 k T_1 T_2 \quad p_f V T_1 = (N - N_1) k T_2 T_1$$

et donc

$$p_f V (T_1 + T_2) = N k T_1 T_2 = \frac{2pV}{T} T_1 T_2 .$$

La pression d'équilibre a donc pour expression

$$p_f = 2p \frac{T_1 T_2}{T(T_1 + T_2)} \cong 1.08 \text{ atm} .$$

Exercice 7

Nous allons nous intéresser à ce que deviennent les propriétés macroscopiques (pression, volume, etc.) du gaz à l'intérieur du bocal lorsque ce dernier est chauffé.

Après avoir chauffé le bocal, la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur est plus faible et le couvercle est moins plaqué contre le bord.

Exercice 8

En amenant la boîte à sa position sous l'eau, on comprime l'air enfermé, ce qui modifie le volume qu'il occupe.

On exploite la condition d'équilibre de la boîte contenant l'air comprimé.

Considérer l'objet formé de l'air enfermé et de la boîte.

Objet : air et boîte

Forces : poids, poussée d'Archimède, tension.

Newton :

$$m\vec{g} - \varrho_{\text{eau}}V_{\text{im}}\vec{g} + \vec{T} = \vec{0}.$$

Selon la verticale,

$$T = \varrho_{\text{eau}}V_{\text{im}}g - mg = (\varrho_{\text{eau}}V_{\text{im}} - m)g.$$

On peut raisonnablement négliger la masse de l'air enfermé devant la masse de la boîte.

En négligeant également l'épaisseur des parois de la boîte, on a

$$V_{\text{im}} = V_{\text{air}} = Sh,$$

h étant la hauteur d'air dans la boîte ($0 < h < H$).

Cherchons alors à déterminer V_{air} .

Considérer l'air enfermé dans la boîte comme un gaz parfait.

V_{air} est le volume d'air enfermé dans la boîte. L'air ne s'étant pas échappé lors de la descente, le nombre de molécules a été conservé.

- Air dans la boîte hors de l'eau : $p_0V_0 = NkT_0$. La pression est celle de l'air ambiant, tout comme la température :

$$p_aSH = NkT_0.$$

- Air dans la boîte sous l'eau : $p_1V_1 = NkT_1$. Le volume est $V_1 = V_{\text{air}} = Sh$ et la température est celle de l'eau dont on peut supposer qu'elle est la même que celle de l'air ambiant.

$$p_1Sh = NkT_0.$$

Ainsi

$$p_aSH = NkT_0 = p_1Sh \Leftrightarrow p_aH = p_1h.$$

Cherchons alors encore une relation faisant intervenir la pression p_1 de l'air enfermé.

La pression de l'air enfermé est aussi celle de l'eau au niveau de l'interface air-eau dans la boîte.

Selon la loi de l'hydrostatique pour l'eau entre la surface de l'eau et la profondeur $\delta + h$,

$$p_1 - p_a = \varrho_{\text{eau}}g(\delta + h).$$

Réunir et résoudre les équations.

Ainsi

$$p_aH = p_1h = (p_a + \varrho_{\text{eau}}g(\delta + h))h \Leftrightarrow \varrho_{\text{eau}}gh^2 + (p_a + \varrho_{\text{eau}}g\delta)h - p_aH = 0.$$

Posons $r = \frac{p_a}{\varrho_{\text{eau}}g} = 10 \text{ m}$. Alors

$$h^2 + (r + \delta)h - rH = 0.$$

Les solutions en h à cette équation du second degré sont

$$h = \frac{-(r + \delta) \pm \sqrt{(r + \delta)^2 + 4rH}}{2}.$$

Comme $h > 0$, nous avons

$$h = \frac{-(r + \delta) + \sqrt{(r + \delta)^2 + 4rH}}{2} = \frac{-13 \text{ m} + \sqrt{(13 \text{ m})^2 + 120 \text{ m}^2}}{2} = 2 \text{ m}.$$

Le volume de l'air comprimé est alors

$$V_{\text{air}} = V_{\text{im}} = Sh = 2 \text{ m}^3$$

et la tension

$$T = (\varrho_{\text{eau}} V_{\text{im}} - m)g = (2 \cdot 10^3 \text{ kg} - 1 \cdot 10^3 \text{ kg}) 10 \text{ m s}^{-2} = 10^4 \text{ N}.$$