

Contrôle de géométrie analytique N°4

Durée : 1 heure 20 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe ☐

PRENOM : _____

1. Dans le plan muni du repère orthonormé $R_e = (O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère la conique \mathcal{C} définie par son équation cartésienne :

$$\mathcal{C} : 11x^2 + 16xy - y^2 - 6x - 18y - 81 = 0.$$

- a) Déterminer l'équation réduite de \mathcal{C} et préciser le nouveau repère R_u dans lequel l'équation est réduite.
- b) Représenter avec soin et précision la conique \mathcal{C} dans le repère R_e (unité = 2 carrés).
- c) Déterminer, relativement au repère R_e , l'équation cartésienne d'une directrice de la conique \mathcal{C} (s'il y en a plusieurs, en choisir une).

7,5 pts

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne l'équation d'une famille de coniques dépendante d'un paramètre m :

$$\mathcal{F} : x^2 + 2mxy + y^2 - 4x + 2my - 12 = 0, \quad m \in \mathbb{R}.$$

- a) Déterminer, en fonction du paramètre m , le genre des coniques de la famille \mathcal{F} (on ne demande pas les cas de dégénérescence).
- b) On considère les coniques de \mathcal{F} qui possède un centre. Déterminer l'équation cartésienne du lieu des centres de ces coniques, puis représenter avec soin ce lieu (unité = 4 carrés).
- c) Pour $m = 1$, la conique de la famille \mathcal{F} est une parabole \mathcal{P} .
 - i) Calculer le paramètre $2p$ de cette parabole.
 - ii) Déterminer l'équation cartésienne de l'axe de la parabole \mathcal{P} .

7,5 pts
