Contrôle d'analyse I N°2

Durée : 1 heure 45 minutes. Barème sur 15 points.

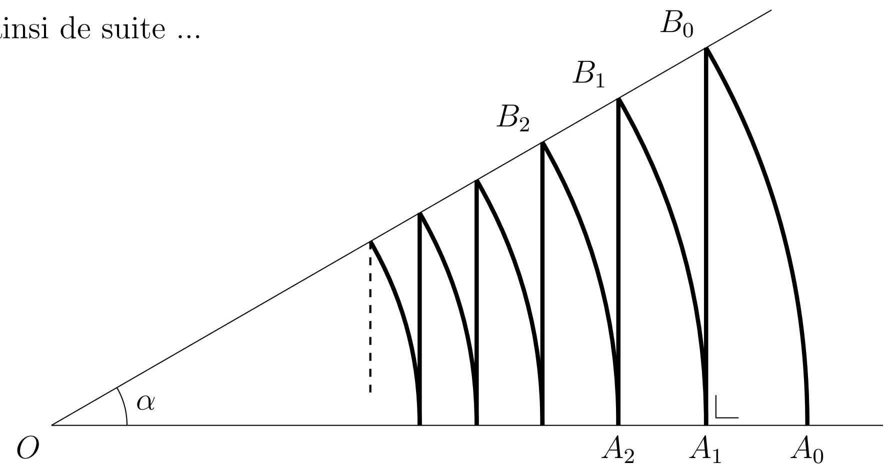
NOM : ______________________

PRENOM : ______________________

Groupe ☐

1. Le chemin décrit ci-dessous est constitué

- de l'arc de cercle A_0B_0 de centre O et de rayon $OA_0 = R$ et du segment vertical B_0A_1 ,
- de l'arc de cercle A_1B_1 de centre O et de rayon OA_1 et du segment vertical B_1A_2 ,
- et ainsi de suite ...



Déterminer, en fonction de α et de R, la longueur du chemin ainsi défini. 3 pts

2. On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{2x-1}}{x-1} & \text{si} \quad x \neq 1 \\ -1 & \text{si} \quad x = 1\,. \end{cases}$$

a) Calculer, à l'aide de la définition, le nombre dérivé de f en $x_0 = 1$.

b) La fonction dérivée de la fonction f est-elle continue en $x_0 = 1$?
Justifier rigoureusement votre réponse. 5 pts

Tourner la page

3. Soient f une fonction dérivable en $x_0 = 2$, Γ_1 la courbe d'équation $y = f(x)$ et t_1 la tangente à Γ_1 en $x_0 = 2$.

$$t_1 : \; 3x - 2y - 4 = 0 .$$

Soient g la fonction définie par $g(x) = \operatorname{Arctg}(x)$, Γ_2 la courbe d'équation $y = g \circ f(x)$ et t_2 la tangente à Γ_2 en $x_0 = 2$.

a) Déterminer les coordonnées du point de contact entre t_1 et Γ_1.

b) Déterminer l'équation cartésienne de t_2. 3,5 pts

4. Dans le plan Oxy, on considère la courbe Γ définie par la relation implicite

$$\lambda\,(2-y) + \sin\left[\,x\,(y-2)^2\,\right] + x\,y^2 + 4 = 0\,, \quad \text{où } \lambda \text{ est un paramètre réel.}$$

Déterminer λ de sorte que la courbe Γ admette au point $T\,(x_T, 2) \in \Gamma$ une tangente passant par l'origine. 3,5 pts