Résumé Matrice

vendredi, 28 décembre 2018 16:09

ATTENTION À LA TRANSPOSE M^t *de ses mort …..*

Type de vecteurs :

- Matrice
  - Dimension = nombre case = nombre de colonne * nombre de ligne
- Polynômes
  - Dégréé des polynômes : $x^3 + x^2 + x \rightarrow degrées\ 3$
    - $7 \rightarrow degrées\ 0$
    - $0 \rightarrow degré\ indéfinie$
    - $x \rightarrow degré\ 1$
    - $x^2y^3 \rightarrow degrées\ 5$
  - $degrée\ addition\ de\ polynome : On\ garde\ le\ degrée\ du\ polynome\ le\ plus\ grand$
  - $degrée\ produit\ de\ polynome : On\ addition\ les\ degré\ les\ plus\ grande\ chaque\ terme$
  - $degrée\ composition\ de\ polynome : On\ multiplie\ les\ degré\ les\ plus\ grande\ chaque\ polynome$
- vecteurs
  - Dimension : Trivial

Matrice :

déterminant (matrice carré seulement)

Pour une matrice 2x2 on fait la différence du produit en croix

pour une matrice 3x3 on fait la somme de trois nombre sur une ligne ou colonne (on essaie par combinaison linéaire d'avoir 1 ou 2 zéro sur la ligne pour annuler un maximum de terme.

On fait la somme des trois terme, chacun des terme étant composé de -1 ou +1 selon si les coordonné du nombre son paire (+) ou impaire(-) le nombre en question et le déterminant de la petite matrice ainsi formé par les "nombre opposé"

$$detA = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & 7 \\ 3 & 0 & -4 \end{vmatrix} \rightarrow -1 * 0 * \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 1 * 5 * \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + (-1) * 0 * \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 7 \end{vmatrix}$$

transposé

$$Si\quad A = \begin{pmatrix} a_{(1,1)} & a_{(1,2)} & a_{(1,3)} \\ a_{(2,1)} & a_{(2,2)} & a_{(2,3)} \\ a_{(3,1)} & a_{(3,2)} & a_{(3,3)} \end{pmatrix} \quad alors\ A^t = \begin{pmatrix} a_{(1,1)} & a_{(2,1)} & a_{(3,2)} \\ a_{(1,2)} & a_{(2,2)} & a_{(3,2)} \\ a_{(1,3)} & a_{(2,3)} & a_{(3,3)} \end{pmatrix} \rightarrow Rotation\ de\ 90\ degré\ dans\ le\ sans\ trigo$$

cofacteur

dans une matrice 3x3 il y a 9 matrice de cofacteur a calculer

$$Si\quad A = \begin{pmatrix} a_{(1,1)} & a_{(1,2)} & a_{(1,3)} \\ a_{(2,1)} & a_{(2,2)} & a_{(2,3)} \\ a_{(3,1)} & a_{(3,2)} & a_{(3,3)} \end{pmatrix}\ alors\ la\ matrice\ cofacteur\ se\ calculer\ comme\ suis\ Cof(A)$$

$$: \begin{pmatrix} (a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)}) * (+1) & (a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)}) * (-1) & a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} \\ a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} & a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} & a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} \\ a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} & a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} & a_{(2,2)} * a_{(3,3)} - a_{(2,3)} * a_{(3,2)} \end{pmatrix} (seul\ la\ première\ case\ est\ juste\ mais\ ça\ e$$

On oublie pas de superposé la matrice signe !!!!!!!!!!!!!!!

La matrice de cofacteur c'est la matrice formée des déterminant des petites matrices de chaque point.

Déterminant :

$Surface\ formé\ par\ les\ vecteurs\ de\ la\ matrice$

$$Det\ M = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 3 * 6 - 4 * 5 = -2 \rightarrow produit\ des\ valeurs\ propre$$

$$detA = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & 7 \\ 3 & 0 & -4 \end{vmatrix} \rightarrow -1 * 0 * \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + 1 * 5 * \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} + (-1) * 0 * \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 7 \end{vmatrix}$$

$en\ dimmension\ 4\ c'est\ la\ meme\ chose. on\ transforme\ en\ 12\ matrice\ de\ dimmension\ 3\ puis\ chacune\ de\ ses\ matrice\ en\ 6\ matrice\ de\ dimmension\ 3$
$avec\ les\ matrices\ de\ signe\ et\ tout\ le\ bordel$

$Méthode\ acceleré\ avec\ des\ par\ combinaison\ linaéire. mettre\ en\ évidence\ un\ nombre\ mais\ je\ me\ souviens\ plus\ comment\ ça\ marche$
$(Mettre\ en\ évidence\ le\ coeeficient\ des\ combinaison\ linéaire\ et\ mettre\ -1\ en\ évidence\ a\ chaque\ fois\ qu'on\ croise\ des\ vecteurs)$
$soustraire\ a\ un\ vecteurs\ un\ autre\ (combinaison\ linéaire) ne\ change\ rien\ au\ determinant)$

$Valeur\ propre$:

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} \rightarrow 0 \rightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & -3 \\ -3 & 9-\lambda \end{vmatrix} \rightarrow \lambda^2 - 10\lambda = 0 \rightarrow 0{,}10$$

Trace = $\lambda_1 + \lambda_2$

$Determinant = \lambda_1 * \lambda_2$

inversibilité

Si le déterminant est égal a zéro alors la matrice n'est pas inversible et on sarrète là.

sinon, on calculer l'inverse d'une matrice. comme suis : Cof$(A^t) * \frac{1}{detA}$

donc pour resumé : 4 chose

1) calculer le determinant
2) calculer la matrice transposé
3) calculer la matrice des cofacteur la matrice transposé
4) multiplier par l'inverse du déterminant

Dans le cas d'une matrice 2x2 : $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}\ si\ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Si une matrice vérifie AB =BA elle est soit symétrique soit anti symétrique.

Matrice symétrique :

Une matrice carrée *A* est dite antisymétrique si sa transposée est égale à elle meme, c'est-à-dire si elle satisfait à l'équation :

$A^t = A$

ou encore, en l'écrivant avec des coefficients sous la forme $A = (a_{i,j})$, si :

pour tout i et j, $a_{j,i} = a_{i,j}$

Matrice antisymétrique :

Une matrice carrée A est dite antisymétrique si sa transposée est égale à son opposée, c'est-à-dire si elle satisfait à l'équation :

$A^t = -A$

ou encore, en l'écrivant avec des coefficients sous la forme $A = (a_{i,j})$, si :

pour tout i et j, $a_{j,i} = -a_{i,j}$

Matrice de transformation

Le déterminant des matrice de transformation est égal au rapport entre les aire avant et après transformation

homothétie de centre 0 et de rapport $\lambda \in \mathbb{R}*$

$M = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} = matrice\ d'omothétie$ det(M) $=\lambda^2$ $M^{-1} = \frac{1}{\lambda^2}\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ $Base\ quelconque\ (directeur)$

Affinité de rapport k

$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix},$ $\det(M) = k$ $M' = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k} \end{pmatrix}$ $Base\ quelconque\ (directeur)$

si k=0 -> Projection sur (O,a) de direction v dans la base $\mathbb{B}'(\vec{a}, \vec{v})$

si K=1-> Identité

si k=-1 -> symétrie d'axe (O,a) et de direction v

f est une rotation de centre O et angle φ $(toujours\ dans\ un\ repère\ orthonormé)$

$M = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} = matric\ de\ rotation$ $\det(M) = 1$ $M^{-1}\begin{pmatrix} \cos(-\varphi) & -\sin(-\varphi) \\ \sin(-\varphi) & \cos(-\varphi) \end{pmatrix}$

Symétrie orthogonale

$S = symétrie\ d'axe\ (o, \vec{a}) de\ base\ \mathbb{B}(\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})\ orthonormé$

$M = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) & -\cos(2\alpha) \end{pmatrix} = matrice\ de\ ymmétrie\ d'axe\ d'angle\ (\alpha, \overrightarrow{e_1})$ $\det(M) = -1$ $M^{-1} = M = \begin{pmatrix} \cos(2\alpha) & \sin(2\alpha) \\ \sin(2\alpha) & -\cos(2\alpha) \end{pmatrix}$