Contrôle de géométrie analytique N°1

Durée : 1 heure 40 minutes Barème sur 15 points

NOM : ____________________________

Groupe ☐

PRENOM : ____________________________

1. Dans le plan, muni d'un repère orthonormé $(O\,,\,\vec{e}_1\,,\,\vec{e}_2)$, on donne l'équation cartésienne d'une droite h et les coordonnées d'un point M.

$$h:\ 2x-y-5=0 \qquad \text{et} \qquad M\,(5\,,\,0)\,.$$

On considère le triangle ABC défini par les conditions suivantes :

- M est le pied de la médiane issue de A sur BC,
- h est la hauteur issue de A,
- soit H le pied de la hauteur h sur BC, $\|\overrightarrow{AH}\| = 12\sqrt{5}$,
- $(H,B\,;\,C) = \frac{2}{5}$.

Déterminer les coordonnées des trois sommets A, B et C, $(x_A > 0)$. 5,5 pts

2. Dans le plan muni d'une origine O, on donne deux points A et B, (O, A, B non alignés) et on note $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

Soit $d = d\,(B\,,\,\vec{v})$ la droite passant par B et dirigée par le vecteur $\vec{v} = 4\,\vec{a} - 3\,\vec{b}$.

Soit D un point de la droite d tel que le quadrilatère $OADB$ soit un trapèze.

a) **A l'aide du calcul vectoriel**, exprimer le rayon vecteur $\overrightarrow{OD}$ en fonction des données.

Soit M un point de la droite $g = g\,(A,B)$ défini par $(A,B\,;\,M) = -\frac{1}{4}$.

b) Montrer que les points O, M et D sont alignés. 5 pts

Tourner la page

3. Dans le plan, muni d'un repère orthonormé, on considère la droite $a = a\,(A\,,\,\vec{a}\,)$ passant par A et dirigée par $\vec{a}$ et la droite $c = c\,(C\,,\,\vec{c}\,)$ passant par C et dirigée par $\vec{c}$.

$$A\,(13\,,\,3)\,,\qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad C\,(3\,,\,3)\,,\qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Soient b la bissectrice, de pente positive, des droites a et c et B un point courant de cette bissectrice.

On considère le point G défini par $G = \mathrm{Bar}\,\{\,(A,1)\,,\,(B,2)\,,\,(C,1)\,\}\,.$

Déterminer les équations paramétriques du lieu du point G lorsque le point B décrit la droite b. Caractériser géométriquement ce lieu. 4,5 pts