

Série 12

Exercice 1. Dans un repère orthonormé, on donne $d : \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{7} = \frac{4-z}{5}$. Calculer la distance de d à chacun des axes de coordonnées (Ox) , (Oy) et (Oz) .

Exercice 2. Dans un repère orthonormé, on donne :

$$d : \begin{cases} x = -7 + 4t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } g : \begin{cases} x = 6 + 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 10 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

- Vérifier que d et g sont gauches.
- Calculer la distance δ entre d et g .
- Déterminer les équations paramétriques de la perpendiculaire commune à d et g , notée p , ainsi que les coordonnées de ses points d'intersection avec d et g .

Exercice 3. Dans un repère orthonormé, on donne $d : x + 5 = \frac{y+7}{2} = 13 - z$, $A(-1, 2, 1)$, $B(1, 3, 0)$ et $C(3, 5, 2)$. Déterminer les coordonnées d'un point D sur d sachant que le tétraèdre $ABCD$ est de volume 2.

Exercice 4. Dans un repère orthonormé, on donne $A(2, 2, -1)$, $B(1, 0, 1)$ et $C(1, -1, 2)$ ainsi que :

$$d : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g : x - 2 = y + 2 = \frac{z}{2}.$$

- Vérifier que A , B , et C définissent un plan dont on donnera une équation cartésienne.
- Existe-t-il une droite p intersectant à la fois d et g , et dont la projection orthogonale sur (ABC) est la droite (AB) ? Si oui, déterminer des équations paramétriques de p .

Exercice 5. Dans l'espace, on donne deux points A et B , ainsi que trois vecteurs \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} linéairement indépendants. Montrer que la droite $d(A, \vec{u})$ intersecte le plan $\pi(B, \vec{v}, \vec{w})$ en un unique point I qu'on localisera depuis le point A .

Exercice 6. Soit $\delta > 0$ fixé. Dans l'espace, on donne un plan π passant par A et de vecteur normal \vec{n} , ainsi qu'une droite d non perpendiculaire à π dirigée par un vecteur \vec{u} . Localiser vectoriellement depuis le point A un point B sur π , sachant que (AB) est orthogonale à d et que B est à distance δ de A .

Exercice 7. Dans l'espace, on donne deux points A et B ainsi que deux vecteurs non colinéaires \vec{u} et \vec{v} . On note π le plan passant par A et dirigé par \vec{u} et \vec{v} . Localiser vectoriellement depuis le point A le symétrique orthogonal de B par rapport à π .

Exercice 8. Dans un repère orthonormé, on donne $A(3, 0, 6)$ et :

$$d : \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 3t, \, t \in \mathbb{R}. \\ z = 29 - 6t \end{cases}$$

Existe-t-il une droite g passant par A , orthogonale à d et à distance $\delta = 7$ de d ? Si oui, donner des équations paramétriques d'une telle droite.

Éléments de réponse :

Ex. 1 : $(Ox) : \frac{13}{\sqrt{74}}, (Oy) : \sqrt{\frac{17}{2}}, (Oz) : \frac{16}{\sqrt{58}}.$

Ex. 2 : b. $\delta = 9$, c. $p : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 8t \end{cases}, t \in \mathbb{R}, I(1, 1, 1), J(2, 5, 9).$

Ex. 3 : $(0, 3, 8)$ et $(\frac{12}{5}, \frac{39}{5}, \frac{28}{5}).$

Ex. 4 : $p : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Ex. 5 : $\vec{AI} = \frac{[\vec{AB}, \vec{v}, \vec{w}]}{[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]} \vec{u}.$

Ex. 6 : $\vec{AB} = \pm \frac{\delta}{\|\vec{n} \times \vec{u}\|} \vec{n} \times \vec{u}.$

Ex. 7 : $\vec{AB'} = \vec{AB} - 2 \frac{[\vec{AB}, \vec{u}, \vec{v}]}{\|\vec{u} \times \vec{v}\|^2} \vec{u} \times \vec{v}.$

Ex. 8 : $\begin{cases} x = 3 + 6t \\ y = 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6t \\ z = 6 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$