Contrôle d'informatique no 1

corrigé

1. On considère la fonction logique F(a, b, c, d) à quatre variables donnée par sa table de vérité :

N°	a	b	c	d	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

1.1. Donnez ci- dessous sa forme canonique décimale :

F(a,b,c,d) = $\sum 2,3,5,7,10,11,13,14,15$ 2 pts

1.2. Etablir la table de Karnaugh de cette fonction logique F(a, b, c, d) et en déduire une forme simplifiée.

cd \ ab (b: 01, 11; a: 11, 10)	00	01	11	10
00				
01 (d)		**1**	**1**	
11 (c, d)	**1**	**1**	**1**	**1**
10 (c)	**1**		**1**	**1**

$$F(a,b,c,d) = \bar{b}c + bd + ac$$

Table correcte : 2 pts ; regroupements adéquats : 3 pts ; pas de redondance : 1 pt

1.3. La fonction G(a, b, c, d) = $\overline{\bar{b}\bar{c} + (\overline{a + \bar{b} + \bar{c} + d}) + \bar{a}b\bar{c}\bar{d}}$ *représente-t-elle la même fonction F(a, b, c, d) ? Donner une justification à votre réponse.*

$\overline{G} = \bar{b}\bar{c} + (\overline{a + \bar{b} + \bar{c} + d}) + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} = \bar{b}\bar{c} + \bar{a}bc\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} = \bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{d}(c + \bar{c}) = \bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{d}$ 4 pts

$G = \bar{b}c + bd + ab$ 1½ pts

$\overline{G}$

cd \ ab	00	01	11	10
00	**1**	**1**		**1**
01	**1**			**1**
11				
10		**1**		

G

cd \ ab	00	01	11	10
00			**1**	
01		**1**	**1**	
11	**1**	**1**	**1**	**1**
10	**1**		**1**	**1**

$G = F + ab\bar{c}\bar{d}$ 1½ pts

On remarque que G n'est pas égal à F ; l'écriture précédente ne permet pas de les différencier à coup sûr: en effet, par exemple, $F(a,b,c,d) = \bar{b}c + bd + ac = \bar{b}c + bd + ac + cd$!

2. Pour les variables logiques x, y et z, les deux expressions suivantes sont-elles logiquement équivalentes ?

2.1. $\overline{(x \Rightarrow y)} \oplus z$

2.2. $x \oplus (y \Rightarrow z)$

Justifier votre réponse à l'aide des opérations de l'algèbre de Boole, ces dernières étant à préciser.

$(x \Rightarrow y)$ donne $\bar{x} + y$ et $x \oplus y$ est équivalent à $\bar{x}y + x\bar{y}$ alors 3 pts

$\overline{(x \Rightarrow y)} \oplus z$ s'écrit $(\bar{x} + y)\bar{z} + \overline{(\bar{x} + y)}z \Leftrightarrow (\bar{x} + y)\bar{z} + x\bar{y}z = \bar{x}\,\bar{z} + y\bar{z} + x\bar{y}z$ 2 pts

et de même: $x \oplus (y \Rightarrow z)$ nous donne $\bar{x}(\bar{y} + z) + x(y\bar{z}) = \bar{x}\,\bar{y} + \bar{x}z + xy\bar{z}$ 1½ pts

z \ xy	00	01	11	10
0	**1**	**1**	**1**	
1				**1**

z \ xy	00	01	11	10
0	**1**		**1**	
1	**1**	**1**		

On remarque que ces fonctions sont différentes. 1½ pts

3.1. *Définir précisément la* ***Norme IEEE-754*** *pour la représentation flottante d'un nombre réel* ***N****.*

Expliquer brièvement la signification des symboles s, $\hat{A}$ et c utilisés dans cette formule.

On définit la **Norme IEEE-754** pour la représentation flottante d'un nombre réel **N** par :

$$\mathbf{N = (-1)^{S} \cdot (1. \cdot \hat{A}\,) \cdot 2^{(C-127)}}$$ 1 pt

s : 1er bit de signe : 0 = + et 1 = – 1 pt

α = c – 127 : exposant en base 2 biaisé (c est donc un entier positif mémorisé sur 8 bits) 2 pts

$\hat{A}$: mantisse normalisée (1er bit ajouté d'office) sur 23 bits 2 pts

3.2. *Donner, en décimal, le nombre N représenté par le codage suivant dans la norme définie ci-dessus :*

1 | 1 0 0 0 0 0 0 1 | 1 0 1 1 0 0 1

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

s : 1er bit de signe : 1 = – : nombre négatif 1 pt

α = c – 127 : c = 128 + 1 = 129, donc α = 2 1 pt

La mantisse donne : $1.1011001 \cdot 2^{2} = 110.11001_2$ 3 pts

En base 10 : 110 = 6 et 0.11001 = $2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-5}$ = 01257…

Ainsi : N = 6.525… 2 pts

3.3. Coder, dans la norme IEEE754, le nombre N = $(0.6)_{10}$.

$0.6 \cdot 2$	=	1.2	partie entière :	1
$0.2 \cdot 2$	=	0.4	partie entière :	0
$0.4 \cdot 2$	=	0.8	partie entière :	0
$0.8 \cdot 2$	=	1.6	partie entière :	1
$0.6 \cdot 2$	=	1.2	partie entière :	1

…….

$0.6_{10} = 0.1001100110001\ldots. = 0.\overline{1001}_2 = 1.001\overline{1001} = 1.\overline{0011} \cdot 2^{-1}$ 3 pts

C vaut donc 126 = 128 -2 = 01111110 en base 2. 2 pts

1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1

1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1

2 pts

4.1. Représenter le nombre N = 186 en code binaire en faisant figurer les opérations.

186 =	$93 \cdot 2 + 0$	reste de la division :	$b_0 = 0$
93 =	$46 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_1 = 1$
46 =	$23 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_2 = 0$
23 =	$11 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_3 = 1$
11 =	$5 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_4 = 1$
5 =	$2 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_4 = 1$
2 =	$1 \cdot 2 + 0$	reste de la division :	$b_0 = 0$
1 =	$0 \cdot 2 + 1$	reste de la division :	$b_1 = 1$

N = $1\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,1_2$ 5 pts

4.2. Quel nombre N' représente le code binaire précédent de N, si on le considère comme un nombre codé dans un champ d'un octet (8 bits) tel que le code des nombres négatifs soit le complément à 2 du code des nombres positifs correspondants.

Il s'agit donc d'un nombre négatif puisqu'il commence par le chiffre 1 1 pt

Le nombre positif correspondant est le complément à 2 de N sur 8 bits :

N' = - 01000110 2 pts

Alors, le nombre N' en décimal est - 70 2 pts