

Contrôle d'analyse I N°2

Durée : 1 heure 45 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x^2)}{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}.$$

La fonction f est-elle prolongeable par continuité en $x = 0$?

2,5 pts

2. On considère la fonction g définie par

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{\sqrt{x+2}-1} & \text{si } x \neq -1 \\ 2 & \text{si } x = -1. \end{cases}$$

La fonction g est-elle dérivable en $x = -1$?

3,5 pts

3. Soit Γ la courbe d'équation $y = \frac{x^2}{\sqrt{9+x^2}}$.

Déterminer le nombre de tangentes à Γ issue du point $P(-1, 0)$, en précisant l'abscisse des points de tangence.

4 pts

4. On considère un point matériel M décrivant une trajectoire Γ définie paramétriquement par

$$\Gamma : \begin{cases} x = x(t) \\ y + t y + 2 t^2 y^2 = 0 \end{cases} \quad t \geq 0.$$

Le point $P(1, -1)$ appartient à Γ et la vitesse de l'abscisse de M au point P vaut $\frac{1}{2}$.

Soit $T(1, 1; y_T)$ le point de Γ d'abscisse 1, 1.

Déterminer l'approximation linéaire de y_T en $x_P = 1$.

5 pts
