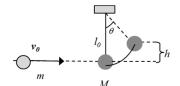
Exercice 1* (10 min): Le pendule balistique

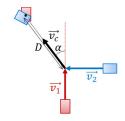
La police scientifique cherche à mesurer la vitesse v_{θ} d'une balle tirée d'un fusil à une distance de 20 cm. Pour cela, on place un bloc en bois suspendu à un fil non extensible. La balle, une fois tirée, se loge dans le bloc, qui, sous l'effet du choc, remonte d'une hauteur maximum h. L'angle θ que forme alors le fil avec la verticale permet de mesurer la vitesse de la balle. La masse du bloc est M et celle de la balle m. La longueur du fil est l_{θ} . On considèrera les objets comme des points matériels.



- a. Trouvez la vitesse $\overrightarrow{v_m}$ du système « bloc + projectile » juste après le choc.
- b. Calculez la hauteur h à laquelle le système « bloc + projectile » remonte.
- c. Exprimez la vitesse initiale v_{θ} de la balle en fonction de l'angle θ .

Exercice 2** (20 min): Accident sur le campus





Un accident a eu lieu sur le campus : à cause d'un refus de priorité à droite, deux voitures se sont percutées. Avant le choc, les trajectoires des deux voitures étaient perpendiculaires. La voiture rouge avançait à la vitesse $\overrightarrow{v_1}$ et la voiture bleue à la vitesse $\overrightarrow{v_2}$. Après le choc, les voitures restent accrochées et dérapent ensemble sur une distance D=5 m. La police relève les traces de dérapage : elles sont rectilignes et forment un angle $\alpha=37^\circ$ par rapport à la trajectoire initiale de la voiture rouge. De plus, ils estiment un coefficient de frottement cinétique $\mu_d=0,6$ entre la route et les roues des véhicules. Etant donné que la vitesse maximale autorisée sur le campus est de 30 km/h, quel conducteur aura une amende pour excès de vitesse ? Déterminez sa vitesse avant le choc. On prend $m_1=950$ kg et $m_2=1350$ kg pour les masses des voitures rouge et bleue, respectivement.

Exercice 3* (30 min): Ressort oscillant vertical

On considère le montage suivant : une masse m est accrochée à un ressort, lui-même suspendu au plafond. Le ressort a une constante de raideur k et une longueur au repos l_0 .

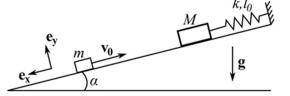
On prend un repère avec un axe orienté vers le bas, l'origine étant fixée à l'extrémité libre du ressort sans masse.

- 1. On accroche la masse. Quel est l'allongement d_0 du ressort quand il est immobile ?
- 2. Maintenant, on tire la masse vers le bas d'une distance x_0 par rapport à sa position d'équilibre et on la lâche sans vitesse.
 - a) Déterminez l'équation différentielle de mouvement de deux manières différentes : i) en utilisant les forces ii) en considérant l'énergie mécanique du système.
 - b) Résolvez l'équation différentielle et montrez que le système oscille autour de la position d'équilibre d_0 .

Daniele Mari & Nicolas Grandjean

Exercice 4** (45 min): Choc et ressort

Une masse M glisse sans frottement sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Cette masse est attachée à un ressort (raideur k,longueur au repos l_0) selon le schéma ci-contre.



Dans un premier temps, on ne tient compte que de la masse M (et pas de la masse m). Les masses sont considérées comme des points matériels.

- a) Donnez la longueur du ressort à l'équilibre.
- b) Calculez l'équation du mouvement de la masse M de deux manières différentes :
- En prenant comme origine le point d'attache du ressort.
- En prenant comme origine la position d'équilibre calculée précédemment.

Lequel des deux points d'origine est préférable pour étudier le mouvement de la masse M?

c) Résoudre l'équation du mouvement dans les conditions initiales suivantes : la masse M est à la position d'équilibre calculée en (a), et la vitesse initiale est $\overrightarrow{v_1} = v_1 \overrightarrow{e_x}$.

On place maintenant un objet de masse m (glissant sans frottement sur la rampe), que l'on envoie sur la masse M (au repos) ; juste avant l'impact, la vitesse est $\overrightarrow{v_0} = -v_0\overrightarrow{e_x}$. On suppose que le choc est élastique.

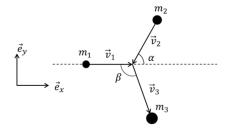
- d) Calculez la vitesse v_1 de la masse M juste après le choc
- e) Par un bilan énergétique, calculez la compression maximale du ressort après le choc. Comparez avec le résultat obtenu dans la question (c).

Exercice S8.1** (20 min): Lutte suisse

Soient deux lutteurs suisses de masse m_1 et m_2 . Les deux combattants se percutent avec des vitesses \vec{v}_1 et \vec{v}_2 suivant le schéma présenté ci-dessous.

- a) Calculez la vitesse \vec{v}_3 (norme et angle β) en sachant qu'après le choc les deux lutteurs restent en contact.
- b) Calculez l'énergie dissipée lors du choc. Pour quelle valeur de α l'énergie dissipée est-elle maximale ?



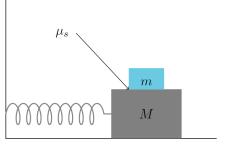


Daniele Mari & Nicolas Grandjean

Exercice S8.2** (10 min): Condition de stabilité

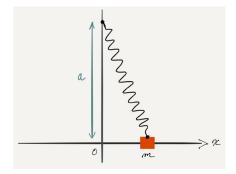
Une masse M est fixée à un ressort et peut glisser sans frottement sur le sol horizontal. Elle effectue donc des oscillations harmoniques simples à une fréquence f. Au dessus, un bloc de masse m est posé et des frottements secs sont présents entre les masses m et M avec un coefficient de frottements statique μ_s .

Quelle est l'amplitude maximale des oscillations que le système peut avoir pour que le bloc de masse m ne glisse pas sur le bloc de masse M?



Exercice S8.3**(*) (40 min): Ressort et rail

On dispose d'un ressort R_1 , de raideur k_1 , de longueur l_0 au repos, et d'une masse m ponctuelle reliée au ressort placé verticalement, l'extrémité fixe du ressort étant distante de a de l'axe (Ox). La masse glisse sans frottements sur un rail horizontal.



- 1. ** Dans un premier temps, on suppose $a>l_0$. Déterminer l'équation différentielle du mouvement ainsi que la pulsation des oscillations. On supposera un déplacement $x\ll a$.
- 2. *** On se place maintenant dans le cas $a=l_0$, Que devient l'équation différentielle obtenue précédemment? Quelle raison peut expliquer ce résultat?