Contrôle de géométrie analytique N°1

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 20 points

NOM : ________________________

PRENOM : ________________________

Groupe ☐

1. Dans le plan, muni d'un repère $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, on donne les points $A(1\,;0)$ et $B(0\,;\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\,;2\}$.

On considère la droite d passant par le point A et parallèle à Oy et la droite g passant par le point B et parallèle à Ox.

On note H le point d'intersection de d et g et on définit le point C par $(CB;H) = \lambda$.

a) Déterminer les équations cartésiennes des droites (AB) et (OC) en fonction du paramètre λ.

b) Trouver les coordonnées du point I, intersection de (AB) et (OC), en fonction du paramètre λ.

c) En posant $\alpha = \frac{1}{2-\lambda}$, déterminer les équations paramétriques du lieu de I. Quelle est la nature géométrique de ce lieu?

5.5 pts

2. Soient OAB un triangle orienté positivement, AA' la médiane issue de A, J le point tel que $(BA;J) = -2$ et I le point tel que $(OA;I) = -1$.

On introduit les notations : $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ et $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

a) Déterminer les équations vectorielles des droites $d(A, A')$ et $g(I, J)$ en fonction de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ **à l'aide du calcul vectoriel uniquement**.

b) Soit G le point de rencontre des droites d et g.
Exprimer $\overrightarrow{OG}$ en fonction de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ **à l'aide du calcul vectoriel uniquement**.

5.5 pts

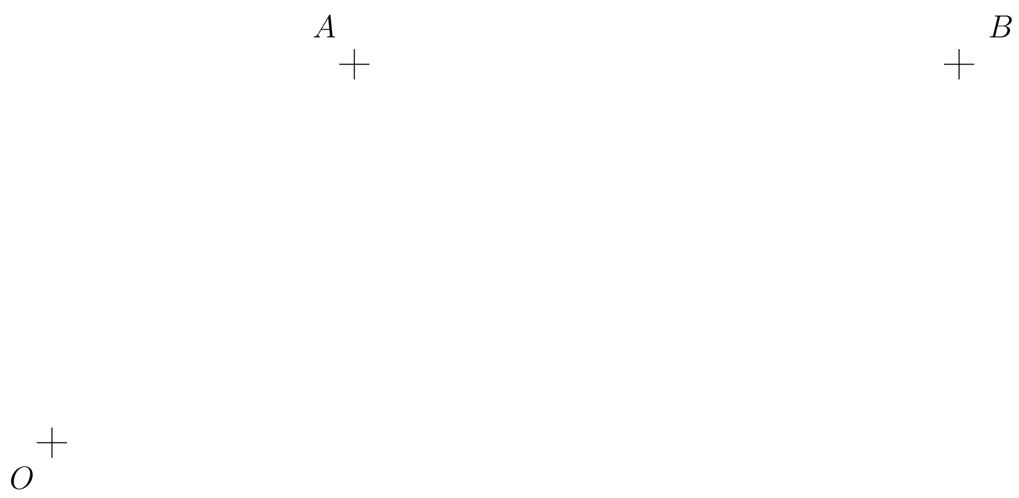
Tourner la page

3. Soient les points O, A et B. Sur la figure ci-dessous :

- Construire le point $G_1 = \text{Bar}\,\{\,(A,7)\,,\ (B,-3)\}$.
- Construire le point $G = \text{Bar}\,\{\,(O,4)\,,\ (A,7)\,,\ (B,-3)\}$ en utilisant le point G_1.

On demande de **justifier** chaque construction par un **rapport de section**.

3 pts



4. Dans le plan, muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$, on donne deux points A, K et une distance δ :

$$A\,(15\,;\,6)\,,\quad K\,(17\,;\,7)\quad \text{et}\quad \delta = 12\,\sqrt{5}\,.$$

On considère le triangle ABC dont la hauteur issue de A passe par le point K.

a) Déterminer les coordonnées du point H, pied de cette hauteur, sachant que la distance de A à H vaut δ et que $x_H < 0$.

b) Déterminer les coordonnées des points B et C de ce triangle sachant que

- la droite (AB) est parallèle au vecteur $\overrightarrow{v} = 3\,\overrightarrow{e_1} + 4\,\overrightarrow{e_2}$,
- le point de concourt des médianes appartient à la droite d :

$$d\,:\,\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

6 pts