

Contrôle d'analyse I N°4

Durée : 1 heure 45 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \ln(x^2 + 2x + 2).$$

3 pts

2. Dans le plan, on considère l'arc Γ d'équation $y = x^2$, $0 \leq x \leq a$.

Calculer la longueur de l'arc Γ .

3,5 pts

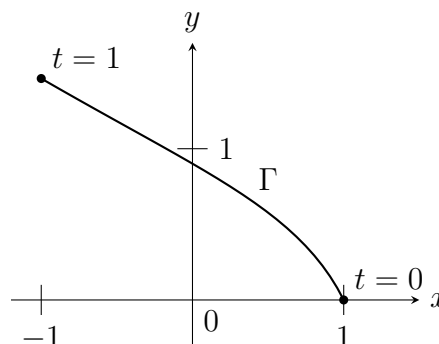
3. Dans le plan, on considère l'arc Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = 1 - t - t^2 \\ y(t) = \sqrt{t^4 + 2t^3 - 3t^2 + 8t + 4} - 2 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Ci-joint, l'esquisse de l'arc Γ .

Soit D le domaine fini du plan limité par l'arc Γ , la droite d'équation $y = x - 1$ et la droite verticale d'équation $x = -1$.

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe horizontal d'équation $y = -2$.



4,5 pts

4. Soient Q et T deux polynômes :

$$Q(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 \quad \text{et} \quad T(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1.$$

Déterminer le polynôme $P \in \mathbb{C}[x]$, de degré trois, vérifiant les conditions suivantes :

- les polynômes P , Q et T ont une racine commune,
- le reste de la division de P par $(x - i)$ est égal à 2,
- $x = 1 + i$ est une racine de P ,
- la somme des racines de P vaut $1 + 2i$.

4 pts
