Contrôle de géométrie analytique N°1

Durée: 1 heure 30 minutes

Barème sur 15 points

NOM:	
	Groupe
PRENOM:	

1. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$.

Déterminer les coordonnées des sommets $A\,,\,B$ et C d'un triangle ABC sachant que :

- P(4;5) appartient à la hauteur h issue de C
- 11x 3y 19 = 0 est l'équation de la médiane issue de C
- \bullet la médiatrice de AB a pour équation :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

• l'aire du triangle ABC vaut 30.

6 pts

2. Dans le plan, on donne trois points non alignés O, A et B.

On considère le point C tel que $\overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OA} - 5\overrightarrow{OB}$ et le point D donné par le rapport de section (D, A; B) = -1.

- a) Déterminer, en fonction de \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} , les équations vectorielles des droites $d(D, \overrightarrow{OC})$ et $m(O, \overrightarrow{AC})$.
- b) On considère le triangle ODD' tel que :
 - le point D' appartient à la droite d,
 - m est la médiane issue de O.

A l'aide du calcul vectoriel uniquement, déterminer le vecteur $\overrightarrow{OD'}$ en fonction des vecteurs \overrightarrow{OA} et \overrightarrow{OB} .

4 pts

3. Dans le plan muni d'une origine O, on donne trois points A, B et C non alignés .

Soient α et β des coefficients réels tels que $\alpha+\beta=2$.

On définit les points D et E suivants :

- $D = \text{Bar} \{ (A, \alpha), (B, \beta) \}$
- $E = \text{Bar} \{ (C, \alpha), (A, \beta) \}$

et on note K le quatrième sommet du parallélogramme EBDK.

a) A l'aide du calcul vectoriel uniquement, déterminer en fonction des données et du paramètre α , l'équation vectorielle du lieu de K.

Lorsque $\alpha \in]0;3]$, caractériser géométriquement le lieu et le représenter sur la figure ci-jointe.

b) Sur ces mêmes données graphiques, construire le parallélogramme lorsque $\alpha = \frac{10}{7}$.

Indication : définir les points D et E à l'aide d'un rapport de section.

5 pts

+ B

 A_+

+ C

O +