Résumé dérivée

mercredi, 27 février 2019 15:19

$Fonction\ implicite:\ x^2+y^2=0$

On peut dérivée une fonction de type $x^2+y^2=1$ (fonction implicite)
il suffit simplement de considérer y comme une fonction de x

$fonction\ explicite: x^2=y$

$$x^2+\left(y(x)\right)^2=1$$
$$2x+2yy'=0$$
$$y'=-\frac{2x}{2y}\to\frac{dx}{dy}$$

règle dérivation :

$$(xy)'=xy'+x'y$$
$$(x+y)'=(x'+y')$$
$$(f\cdot g)'=(f'g)*g'$$
$$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-g'f}{g^2}$$
$$(f^n)'=nf^{n-1}*x'$$

$$\frac{1'}{f}=-\frac{f'}{f^2}$$
$$\sqrt{f}'=\frac{f'}{2\sqrt{f}}$$

Dérivation :

Quand on parle de dérivé. on parle de la pente (dy/dx) (en un point)
pour qu'uen fnction soit dériveable, il faut que la limite de $\lim x\to x_0\ \frac{f(x)-f(x0)}{x-x0}$ éxiste et soit fini.

De fonction paramétrique :

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}*\frac{dt}{dx}$$

De fonction implicite :

On dérive tout en partant du principe que y est une fonction et pas juste y et on fais de même pour x (mais à la fin on remplace x par 1)(car la pente se calculer avec $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{1}$) $et\ ensuite\ on\ isole\ la\ dérivé\ de\ y\ qui\ reste.$

On choisis les coordonné x et y qui nous intéresse et on les mets dans la fonction qui vaut y' (donc la pente en ce point xy)

Règles de dérivation :

Trois règle général : addition, multiplication et composition

Nom	Règle	Conditions
Linéarité	$(af+g)' = af' + g'$	Quels que soient le réel a et les fonctions dérivables f et g.
Produit	$(fg)' = f'g + fg'$	Quelles que soient les fonctions dérivables f et g.
Inverse	$\left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$	Quelle que soit la fonction dérivable g qui ne s'annule pas (cas particulier f =1 de la ligne suivante)
Quotient	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	Quelles que soient la fonction dérivable f et la fonction dérivable g qui ne s'annule pas
Composée	$(g \circ f)' = (g' \circ f) \cdot f'$	Quelles que soient les fonctions dérivables (et composables) f et g
Réciproque	$(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$	Quelle que soit la fonction f bijective de réciproque f^{-1}, dérivable de dérivée ne s'annulant en aucun point

oici les règles courantes se déduisant de la dérivée de composées :

Nom	Règle	Conditions
Puissance	$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} f'$	Quel que soit $\alpha \in \mathbb{Z}$, et même quel que soit $\alpha \in \mathbb{R}$ si $f > 0$
Racine	$(\sqrt{f})' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$	Quelle que soit la fonction dérivable f strictement positive (cas particulier α=1/2 de la ligne précédente)
Exponentielle	$(e^f)' = e^f \cdot f'$	Quelle que soit f dérivable
Logarithme	$(\log_b f)' = \frac{f'}{f \cdot \ln b}$	Quelle que soit la fonction dérivable f strictement positive
Logarithme	$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$	Quelle que soit la fonction dérivable f strictement positive (cas b=e de la ligne précédente)

Domaine de définition D_f	Fonction $f(x)$	Domaine de dérivabilité $D_{f'}$	Dérivée $f'(x)$	Condition ou remarque
$\mathbb{R}$	k	$\mathbb{R}$	0	k constante réelle
$\mathbb{R}$	kx	$\mathbb{R}$	k	k constante réelle
$\mathbb{R}$	x^n	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}	n entier naturel
$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$	$\mathbb{R}^*$	$-nx^{-n-1} = -\frac{n}{x^{n+1}}$	n entier naturel
$\mathbb{R}_+$	$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$	$\mathbb{R}_+^*$	$(1/n)x^{(1/n)-1} = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	n entier naturel
$\mathbb{R}_+^*$	x^α	$\mathbb{R}_+^*$	$\alpha x^{\alpha-1}$	α constante réelle. Fonction prolongeable par continuité en 0 si $\alpha \geq 0$, et de prolongée dérivable en 0 si $\alpha \geq 1$.
$\mathbb{R}^*$	$\ln\lvert x\rvert$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x}$	Cas $a = e$ de $\log_a \lvert x\rvert$
$\mathbb{R}^*$	$\log_a \lvert x\rvert$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{1}{x \ln a}$	$a > 0$ et $a \neq 1$
$\mathbb{R}$	e^x	$\mathbb{R}$	e^x	Cas $a = e$ de a^x
$\mathbb{R}$	a^x	$\mathbb{R}$	$a^x \ln a$	$a > 0$
$\mathbb{R}$	$\sin x$	$\mathbb{R}$	$\cos x$	
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$\mathbb{R}$	$-\sin x$	
$\mathbb{R}\setminus\left(\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right)$	$\tan x$	$\mathbb{R}\setminus\left(\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\right)$	$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$	
$\mathbb{R}\setminus(\pi\mathbb{Z})$	$\cot x$	$\mathbb{R}\setminus(\pi\mathbb{Z})$	$-\frac{1}{\sin^2 x} = -1 - \cot^2 x$	
$[-1,1]$	$\arcsin x$	$]-1,1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
$[-1,1]$	$\arccos x$	$]-1,1[$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
$\mathbb{R}$	$\arctan x$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$	
$\mathbb{R}$	$\sinh x$	$\mathbb{R}$	$\cosh x$	
$\mathbb{R}$	$\cosh x$	$\mathbb{R}$	$\sinh x$	
$\mathbb{R}$	$\tanh x$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\cosh^2 x} = 1 - \tanh^2 x$	
$\mathbb{R}^*$	$\coth x$	$\mathbb{R}^*$	$\frac{-1}{\sinh^2 x} = 1 - \coth^2 x$	
$\mathbb{R}$	$\operatorname{arsinh} x$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	
$[1,+\infty[$	$\operatorname{arcosh} x$	$]1,+\infty[$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	
$]-1,1[$	$\operatorname{artarh} x$	$]-1,1[$	$\frac{1}{1-x^2}$	

Dérivé gauche et droite :

une fonction est dérivable a droite en X_0 si

$$\lim_{h\to 0+}\left(\frac{f(X_0+h)-f(X_{0)}}{h}\right)\ existe, on\ note\ alors\ cette\ limite\ f'(X_0+).$$

même chose pour la gauche mais X0-

Dérivée de valeur absolue :

$$\left|x^3+a^3\right|+3x=\sqrt{(x^3+a^3)^2}+3x$$

Voir comme une racine d'u nombre au carrée

$$f(x) = \left|x^3 + a^3\right| + 3\,x$$

$$\to \left|x^3 + (-1.6)^3\right| + 3\,x$$

$$f'(x) = \text{Dérivée}(f)$$

$$\to \frac{3\,x^2 \left|(-1.6)^3 + x^3\right| + 3\,(-1.6)^3 + 3\,x^3}{(-1.6)^3 + x^3}$$

$f(x) = \left|x^3 + a^3\right| + 3\,x$

$\rightarrow \quad \left|x^3 + (-1.6)^3\right| + 3\,x$

$f'(x) = \text{Dérivée}(f)$

$\rightarrow \quad \dfrac{3\,x^2\,\left|(-1.6)^3 + x^3\right| + 3\,(-1.6)^3 + 3\,x^3}{(-1.6)^3 + x^3}$