Contrôle de géométrie analytique N°2

Durée : 1 heure 30 minutes Barème sur 10 points

NOM : ______________________________

PRENOM : ______________________________

Groupe ☐

1. Dans l'espace, muni d'un repère orthonormé direct, on donne les équations cartésiennes d'un plan α et de deux droites a et d.

$$\alpha : \; 2x+y+z-11=0\,, \qquad a : \; \frac{x+2}{2} = \frac{y-14}{-3} = z+5\,, \qquad d : \; x+1 = -(y+2) = \frac{z+3}{2}\,.$$

Déterminer les équations paramétriques de la droite g contenue dans le plan α, orthogonale à la droite d et coupant la droite a. 2,5 pts

2. Dans l'espace muni d'une origine O, on considère un point A repéré par le rayon vecteur $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ et une droite d passant par O et dirigée par $\vec{d}$; $A \notin d$ et $\|\vec{d}\| = 1$. On considère un triangle ABC vérifiant les conditions suivantes :

- le plan ABC est orthogonal à la droite d,
- le sommet B appartient à la droite d,
- le triangle ABC est isocèle et rectangle en B.

a) **A l'aide du calcul vectoriel uniquement**, déterminer la distance δ du point A à la droite d et les rayons vecteurs $\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}$ en fonction des données $\vec{a}$ et $\vec{d}$.

b) L'espace étant muni d'un repère orthonormé direct $(O\,, \vec{e}_1\,, \vec{e}_2\,, \vec{e}_3)$, on donne les coordonnées du point A et les composantes du vecteur $\vec{d}$:

$$A\,(1\,,\,-2\,,\,6) \qquad \text{et} \qquad \vec{d} = \frac{1}{3}\,(\,2\,\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\,\vec{e}_3\,)\,.$$

Calculer les coordonnées des points B et C.
Retenir pour le point C la solution d'ordonnée négative. 4,5 pts

3. Dans l'espace muni d'une origine O, on considère un plan α passant par le point A et admettant le vecteur $\vec{n}$ comme vecteur normal et une droite d passant par A et dirigée par le vecteur $\vec{d}$, $(\,\vec{d}\cdot\vec{n} \neq 0\,)$.

On considère un point P appartenant à la droite d et situé à la distance δ du plan α.

A l'aide du calcul vectoriel uniquement, déterminer l'expression du rayon vecteur $\overrightarrow{OP}$ en fonction des données A, $\vec{d}$, $\vec{n}$, δ. 3 pts