Contrôle d'analyse I N°4

Durée : 1 heure 45 minutes Barème sur 15 points

NOM : ______________________________

PRENOM : ______________________________

Groupe ☐

1. On considère la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{10\ \mathrm{tg}(x)}{\cos(2x) + 2\ \sin(x) - 2}\,, \qquad x \neq \tfrac{\pi}{2} + k\,\pi\,, \quad k \in \mathbb{Z}\,.$$

Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f. 5 pts

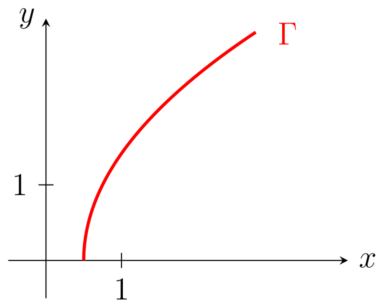
2. Dans le plan (Oxy), on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2$.

Soit D le domaine fini du plan limité par la courbe $\mathcal{P}$, la droite verticale d'équation $x = 1$ et la droite horizontale d'équation $y = 4$ $(x \geq 1)$.

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine D autour de la droite verticale d'équation $x = 1$. 2,5 pts

3. Dans le plan (Oxy), on considère l'arc Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\ \mathrm{Ch}(2t) \\ y(t) = 2\ \mathrm{Sh}(t) \end{cases}, \qquad 0 \leq t \leq a\,.$$



Calculer l'aire de la surface engendrée par la rotation de l'arc Γ autour de l'axe Ox. 2,5 pts

4. Dans l'espace, muni d'un système d'axes cartésien $(Oxyz)$, on considère une droite d et un arc de courbe Γ situé dans le sol :

$$d : \ \frac{x}{2} = y = \frac{z}{2}\,, \qquad \text{et} \qquad \Gamma : \begin{cases} y = \mathrm{Arcsin}(x) \\ z = 0 \end{cases}, \quad x \geq 0\,.$$

On considère le corps dont les sections par des plans perpendiculaires à l'axe (Oy) sont des disques dont le centre C appartient à l'arc Γ et dont le cercle frontière coupe la droite d.

Calculer le volume du corps ainsi défini. 5 pts