Cours de mathématiques spéciales (CMS) Se

12 Juin 2017 Semestre d'automne ID: -999

(écrire lisiblement s.v.p)
Nom:
Prénom:
Groupe:

Question	Pts max.	Pts
1	4	
2	6	
3	6	
4	4	
Total	20	

Note (barème sur 20 points) :



- Durée de l'examen : 105 minutes.
- Posez votre carte d'étudiant sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée à l'encre sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
 - Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants; chaque feuille supplémentaire doit porter nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date. Elle ne peut être utilisée que pour une seule question.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues agrafées.

ADM 12 Juin 2017 Question 0 ID: -999

Formulaire

•
$$27^3 = 19'683$$
.

•
$$35^3 = 42'875$$
.

•
$$27 \times 35^2 = 33'075$$
.

•
$$|\bar{x} - x_n| \le K^{2^n - 1} |\bar{x} - x_0|^{2^n}$$
.

•
$$K = \frac{M_2}{2m_1}$$
, $M_2 = \operatorname{supp}_{x \in I} |f''(x)|$, $m_1 = \inf_{x \in I} |f'(x)|$.

•
$$5 \times 10^{-m-1} \ge \Delta x$$

•
$$2'557 < \left(\frac{8}{3}\right)^8 < 2'558$$

•
$$\frac{d}{dx} \operatorname{Arcsin}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

•
$$l(x) = \lambda x(1-x)$$

•
$$b(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } 0 \le x \le \frac{1}{2} \\ 2(1-x) & \text{si } \frac{1}{2} < x \le 1 \end{cases}$$
.

Question 1

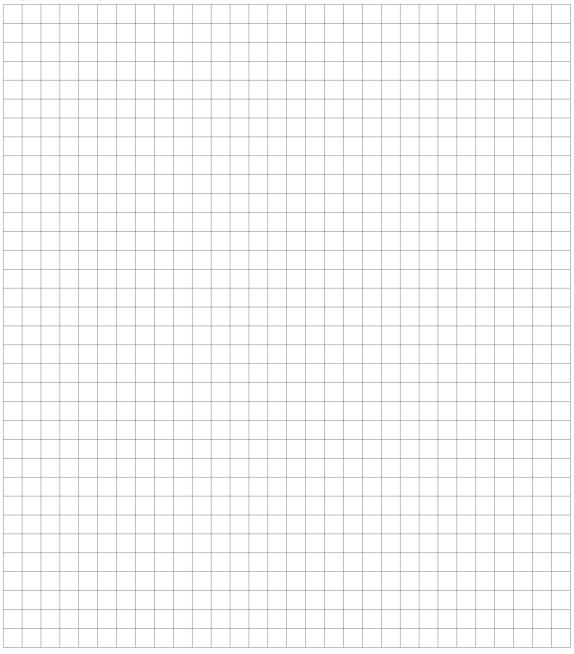
Points obtenus: (laisser vide)

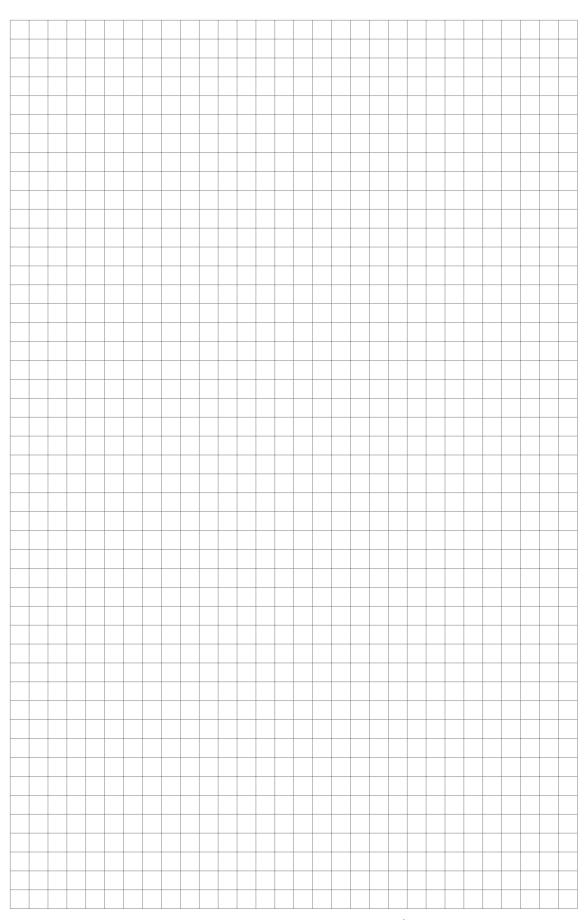
Soit la série $S(n) = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $a_k = \ln(1 - \frac{1}{(k+2)^2})$.

- (a) (3 points) Cette série converge-t-elle? Quelles sont les valeurs de S(n) pour $n \ge 1$?
- (b) (1 point) Que vaut $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$?

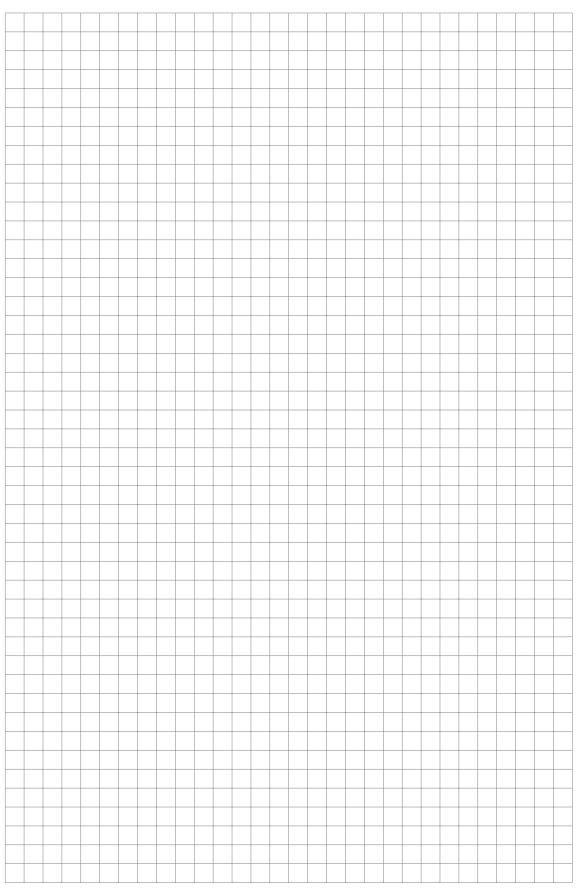
Réponse à la question 1:

laisser la marge vide





ID: -999



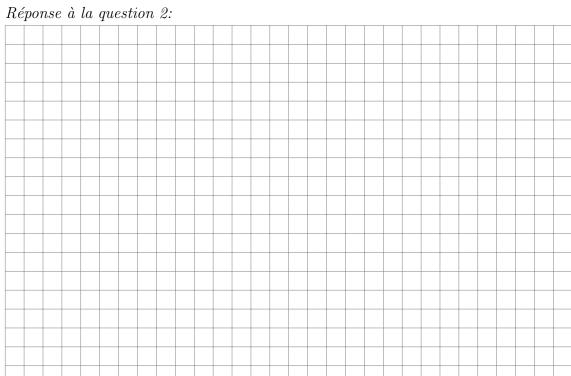
Question 2 Points obtenus: (laisser vide)

Un parachutiste est freiné par la résistance de l'air, dont l'intensité est proportionnelle au carré de sa vitesse et avec un sens opposé à cette dernière.

(a) (1 point) Montrez que sa vitesse v vérifie l'équation

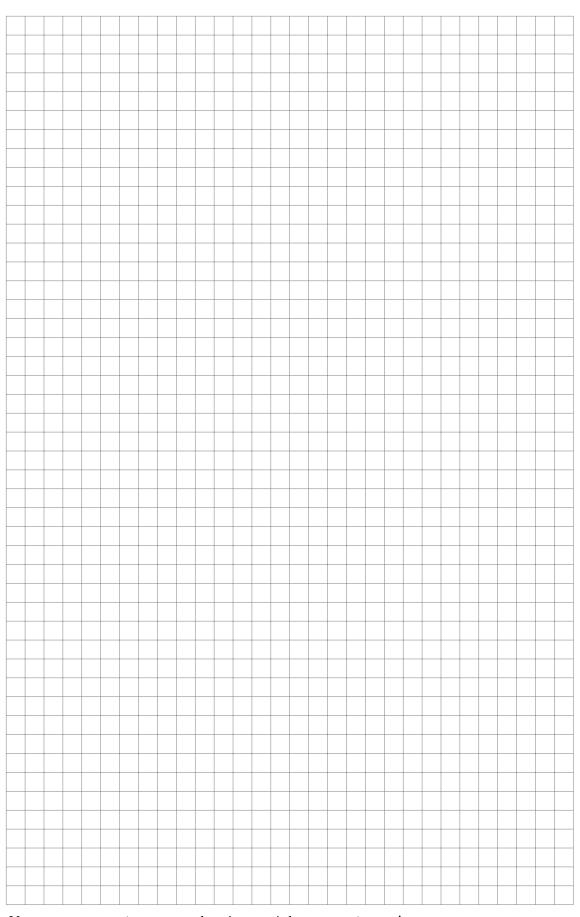
$$v' = -\frac{k}{m}v^2 + g.$$

- (b) (2 points) Trouvez la solution génerale à cette dernière équation différentielle.
- (c) (3 points) Si le parachutiste veut atterrir avec une vitesse de 6m/s, qu'il pèse 80kq et que la constante de frottement $k = 30Nm^{-2}s^2$, quel doit être le rapport v_h/h entre la vitesse v(h) à la hauteur h de déployment de son parachute (prendre $g = 10ms^{-2}$)?

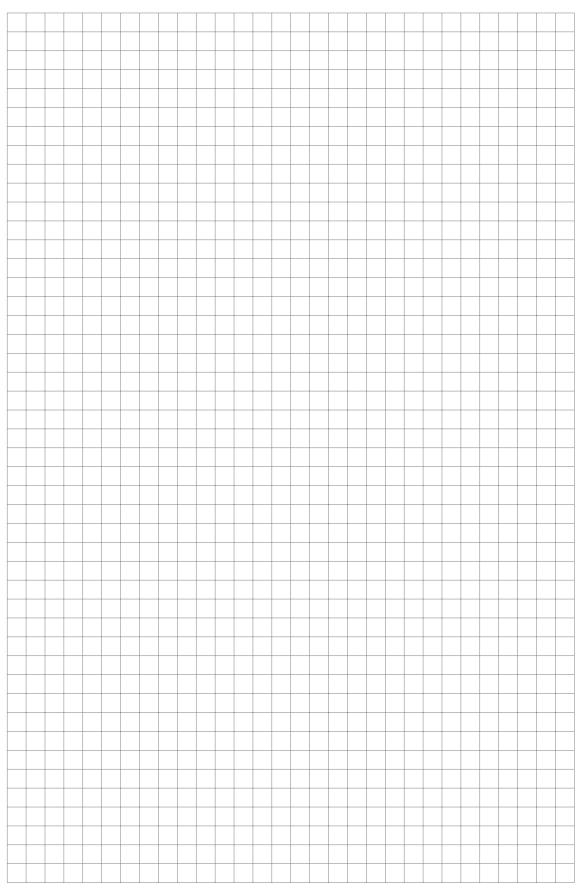


Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la



ID: -999



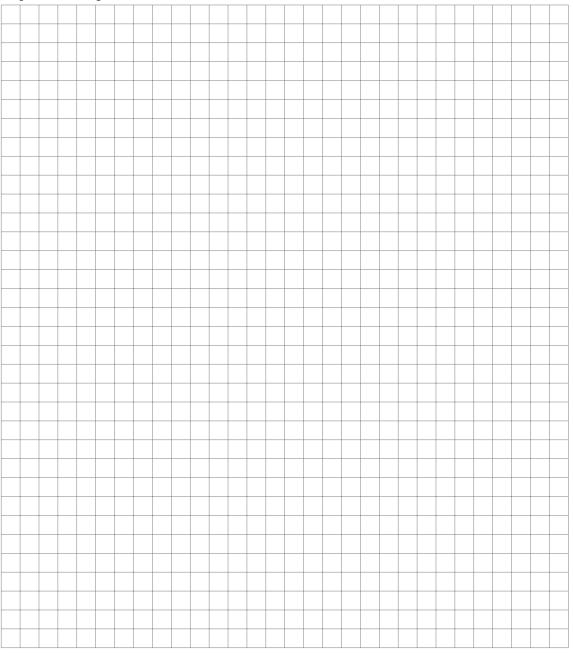
Question 3 Points obtenus: (laisser vide)

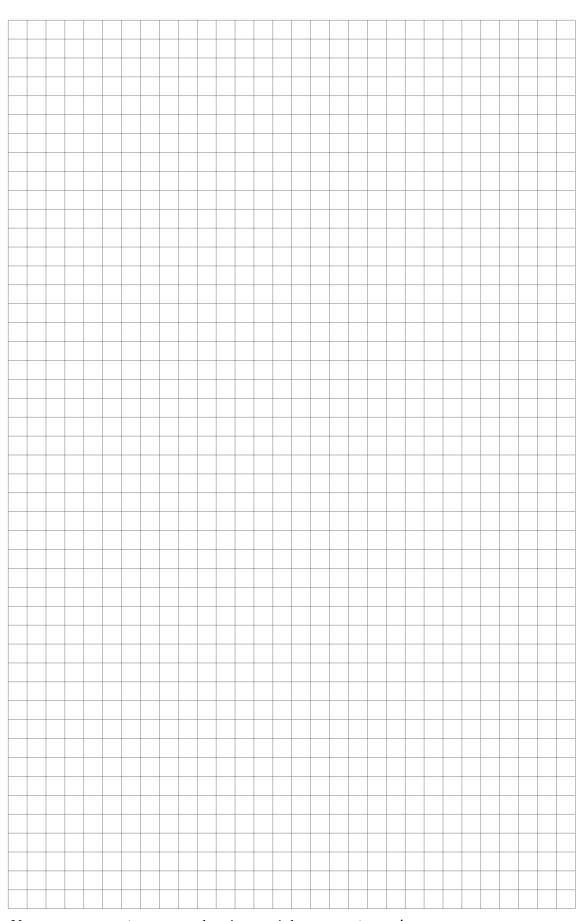
Soient les fonctions $\varphi_1(x) = \exp(-x^2)$ et $\varphi_2(x) = x^2$. On suppose que ces deux fonctions sont des solutions à une équation différentielle ordinaire de deuxième ordre (à coefficients non constants) homogène.

- (a) (4 points) Ecrivez les résolvantes $S(x, x_0)$ pour $x_0 = 1$ et $x_0 = -1$.
- (b) (2 points) Trouvez l'équation différentielle en question. (Rappel : $\frac{d}{dx}S(x,x_0)=-A(x)S(x,x_0)$ et $S(x_0,x_0)=\mathrm{id}_2$)

Réponse à la question 3:

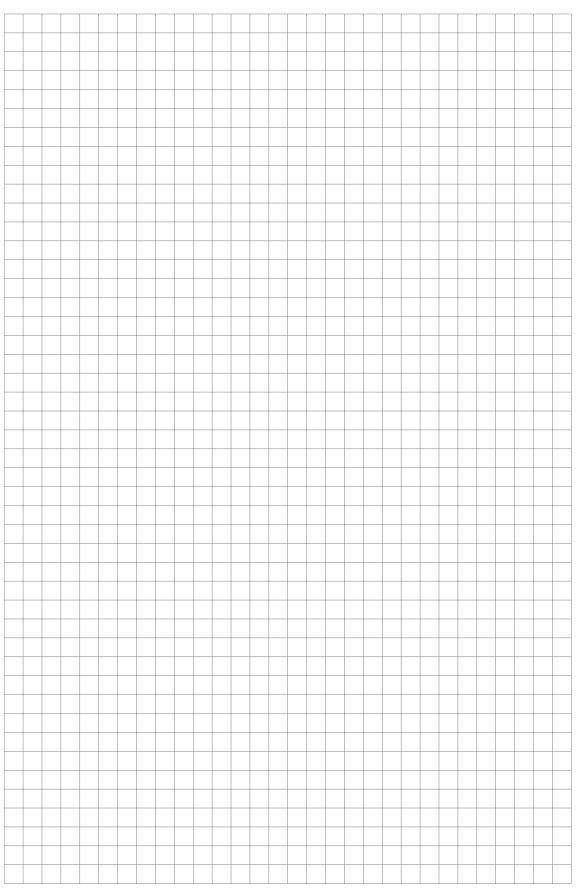
laisser la marge vide







ID: -999



Question 4 (à 4 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Un observateur \mathcal{O}' a par rapport à un observateur inertiel la ligne d'univers

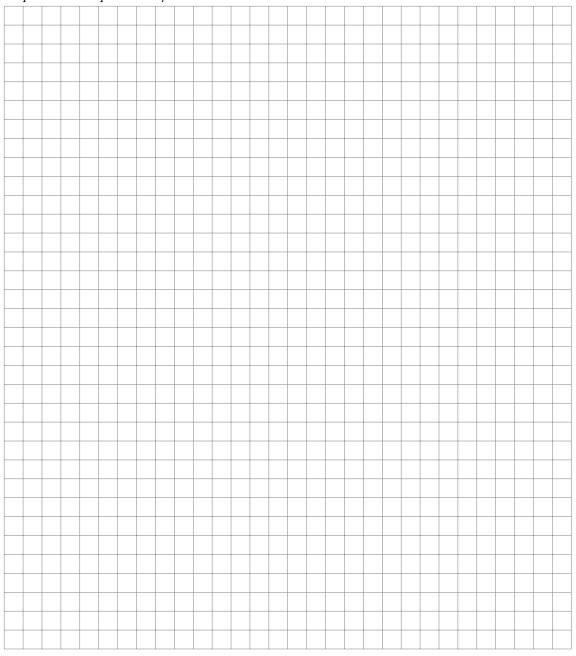
$$\begin{cases} x^0 = \sinh(\tau) \\ x^1 = \cosh(\tau) \end{cases}, \tau \in \mathbb{R},$$

où τ est le temps propre de \mathcal{O}' .

Trouvez tous les événements simultanés pour \mathcal{O}' à un instant τ fixé. A quelle distance physique se trouve l'événement $x^0 = 0 = x^1$ de l'observateur \mathcal{O}' pour l'observateur \mathcal{O}' ?

Réponse à la question 4:

laisser la marge vide



ID: -999

