

Contrôle d'analyse II N°1

Durée : 1 heure 30 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

- 13 1. Soit x l'angle défini par $\sin x = -\frac{12}{13}$ et $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

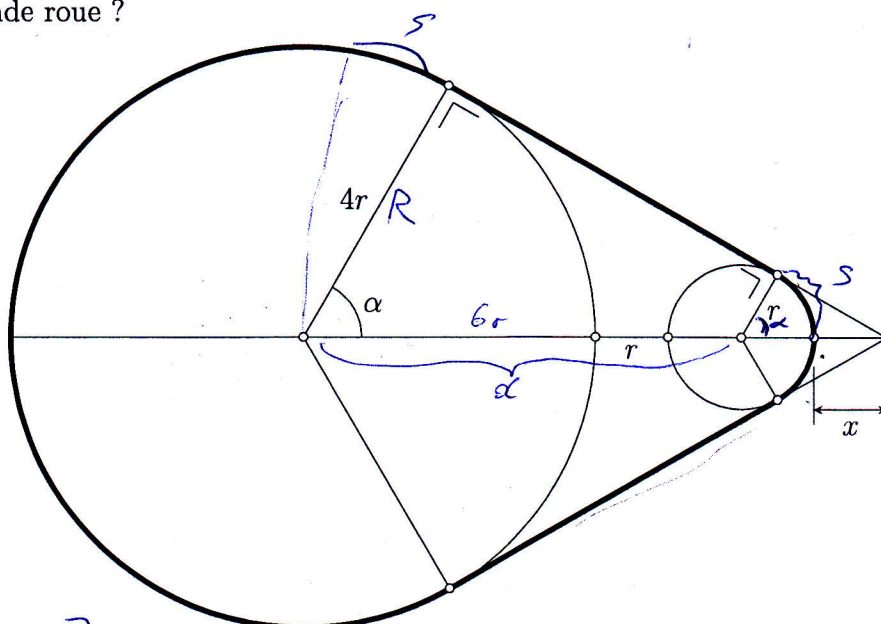
Calculer, sans machine, la valeur de $\operatorname{tg}(\frac{\pi-x}{2})$.

2,5 pts

- 37 2. On considère un système constitué de deux roues et d'une chaîne tendue qui enserre les deux roues. La petite roue est de rayon r , la grande roue est de rayon $R = 4r$ et la distance entre les centres des deux roues est $d = 6r$.

- a) Déterminer la distance x en fonction de r (c.f. figure), justifier rigoureusement votre calcul, puis en déduire que la mesure de l'angle α vaut $\frac{\pi}{3}$.
 b) Calculer la longueur de la chaîne en fonction de r .
 c) Si la petite roue tourne d'un angle de 1500 tours, combien de tours effectue la grande roue ?

5 pts



$$\alpha \cdot r = S$$

$$\alpha' \cdot 4r = S$$

$$\alpha' \cdot 4r = \alpha \cdot r$$

$$4\alpha' = \alpha$$

$$\alpha' = 2\pi \cdot 1500$$

$$\alpha = \frac{2\pi \cdot 1500}{4}$$

1100

3. Résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation $\frac{\sin(5x) + \sin x}{\cos(2x)} \geq 0$.

3 pts

Tourner la page

11 17 4. Soit $f(x) = \sqrt{12} \cos(2x) + 6 \sin(2x) - 2\sqrt{3}$.

a) Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sous la condition $x \in [-2\pi, -\frac{\pi}{2}]$.

b) Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$ sous la condition $x \in [\frac{3\pi}{2}, 4\pi]$.

4,5 pts

Quelques formules de trigonométrie

Formules d'addition :

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x+y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

Formules de bisection :

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2} \quad \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 + \cos x}{2} \quad \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

Expressions de $\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$:

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)} \quad \operatorname{tg} x = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$

Formules de transformation somme-produit :

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right) \quad \sin x - \sin y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$