

*Difficulté des exercices : \* facile ; \*\* moyen (niveau examen) ; \*\*\* difficile*

**Exercice 1\* : Analyse dimensionnelle**

L'analyse dimensionnelle est un concept utile pour vérifier l'exactitude d'une formule. Elle peut aussi être utilisée pour émettre une hypothèse sur la relation entre plusieurs grandeurs physiques ; hypothèse pouvant être ensuite vérifiée expérimentalement. L'unité de mesure et la dimension d'une grandeur physique sont liées, mais ce n'est pas la même chose. Les unités de mesure sont définies par des conventions (la Suisse utilise le système international d'unités, abrégé SI).

**A chaque grandeur physique correspond une dimension.** En mécanique la dimension d'une grandeur physique est une composition de la longueur ( $L$ ), de la masse ( $M$ ), et du temps ( $T$ ). Dans la convention SI les unités de  $L$ ,  $M$  et  $T$  sont respectivement mètre ( $m$ ), kilogramme ( $kg$ ), et seconde ( $s$ ). Ces dimensions et unités servent comme base pour exprimer les dimensions et unités de toutes les autres grandeurs mécaniques.

Exemple avec la grandeur physique « vitesse » :

- La vitesse est une longueur divisée un temps, sa dimension est donc :  $[V]=L/T$
- L'unité de vitesse dans le système SI est le  $m/s$  (mètre par seconde)

*NB : Suivant les différentes conventions, la longueur peut avoir plusieurs unités, comme le pouce ou le mètre, mais elle a toujours la même dimension :  $L$*

Concepts de base de l'analyse dimensionnelle :

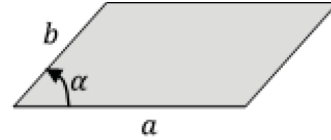
1. Seules des grandeurs physiques avec les mêmes dimensions peuvent être additionnées, soustraites, comparées ou égalées.
2. Les grandeurs avec des dimensions différentes peuvent être seulement multipliées ou divisées.
3. Quand une grandeur est élevée à un exposant rationnel sa dimension est élevée au même exposant.
4. Les exposants sont toujours sans dimension.
5. De même, les fonctions mathématiques comme par exemple les fonctions exponentielles, logarithmiques, trigonométriques, etc..., exigent des arguments sans dimension.
6. Toutes les équations doivent être homogènes : La dimension du côté gauche de l'égalité doit être la même que celle du côté droit.

**Applications :**

- a) Sachant qu'une force de  $1\ N$  (un newton) est définie comme une grandeur capable d'accélérer une masse de  $1\ kg$  de  $1\ m/s^2$  chaque seconde, exprimez la dimension ainsi que l'unité (relation entre  $N$  et  $m$ ,  $s$  et  $kg$ ) de la force.
- b) Vérifiez l'homogénéité de l'expression de la force centripète  $F_c = \frac{mv^2}{r}$ , où  $m$  est une masse,  $v$  une vitesse et  $r$  une distance.

**Exercice 2\* : Vecteurs**

Soit un parallélogramme de surface  $S$  et de côtés de longueur  $a$  et  $b$  formant un angle  $\alpha$ , comme indiqué sur le schéma ci-contre.



1. Exprimez l'aire  $S$  du parallélogramme en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $\alpha$ , sur la base de simples considérations géométriques.
2. Comment s'interprète cette formule du point de vue vectoriel ? On introduira pour cela deux vecteurs que l'on définira en direction et en norme.

**Exercice 3\* : Repère, distance, et vitesse**

On veut étudier le mouvement d'un point  $P$  se déplaçant sur une table.

- a) Combien de paramètres sont nécessaires pour repérer la position d'un point sur la table ?
- b) Comment peut-on décrire le mouvement du point  $P$  ?
- c) Soient deux points  $A$  et  $B$  situés sur la trajectoire du point  $P$ . Exprimez la distance entre  $A$  et  $B$  : celle-ci est-elle la distance parcourue par  $P$  ?
- d) Quelle est la vitesse entre  $A$  et  $B$  ? Comment l'appelle-t-on ? Existe-t-il une relation entre cette vitesse et les vitesses en  $A$  et en  $B$  ?

**Exercice 4\* : Drone day**

Deux amateurs de drones font voler leur engin sur un terrain de foot. Le drone A a son vecteur position dépendant du temps  $t$  donné par :

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 1.2t \\ 0.5t \\ 0.2t \end{pmatrix}$$

Le drone B a son vecteur position dépendant du temps  $t$  donné par :

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} 0.2t^2 \\ 5 \\ 0.15t \end{pmatrix}$$

Les positions sont exprimées en mètres.

1. Quelle est l'allure des 2 trajectoires ?
2. Donner les vecteurs vitesse et accélération de chacun des drones en fonction du temps.
3. Que valent vitesse scalaire et accélération scalaire de chacun des drones ?
4. Quelle est, en fonction du temps, la distance  $d_{AB}$  entre les drones ?

Comment feriez vous pour trouver la distance minimale ?

**Exercice 5\*(\*):** dérivées temporelles

$$\sin(t)$$

$$\sin(\theta(t))$$

$$\sin(t)\cos(t)$$

$$t \sin(t) \cos(t)$$

$$\ln(t)$$

$$e^{-\alpha t}$$

$$1/t^2$$