

Contrôle d'analyse I N°4

Durée : 1 heure 40 minutes

Barème sur 15 points

NOM : _____

Groupe

PRENOM : _____

1. Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = 2x \cdot \ln(x^2 - 4x + 5).$$

3 pts

2. Dans le plan, on considère les deux courbes Γ_1 et Γ_2 définies par

$$\Gamma_1 : y = x^2 \quad \text{et} \quad \Gamma_2 : y - 3 = (x - 1)^2.$$

Soit D le domaine fini du plan limité par les courbes Γ_1 , Γ_2 et la droite verticale d'équation $x = 1$.

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine D autour de la droite verticale d'équation $x = 1$.

4 pts

3. Dans le plan Oxy , on considère l'arc de courbe Γ définie par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = t(t - 4) \\ y(t) = t^2 + 8t + 1 \end{cases} \quad t \in [-1, 2].$$

Calculer la longueur de cet arc de courbe.

4 pts

4. On considère dans $\mathbb{C}[x]$ deux polynômes P et Q :

$$P(x) = 4x^4 + 4x^3 + 14x^2 + 6x + 12, \quad Q(x) = 2x^3 + 5x^2 + 7x + 6.$$

Déterminer le polynôme $T \in \mathbb{C}[x]$, de degré 3, vérifiant les conditions suivantes :

- les racines communes de P et Q sont racines de T ,
- le reste de la division de T par $(ix + 2)$ vaut $2(1 + i)$,
- le produit des racines de T est égal à $1 + 4i$.

4 pts
