Affinité

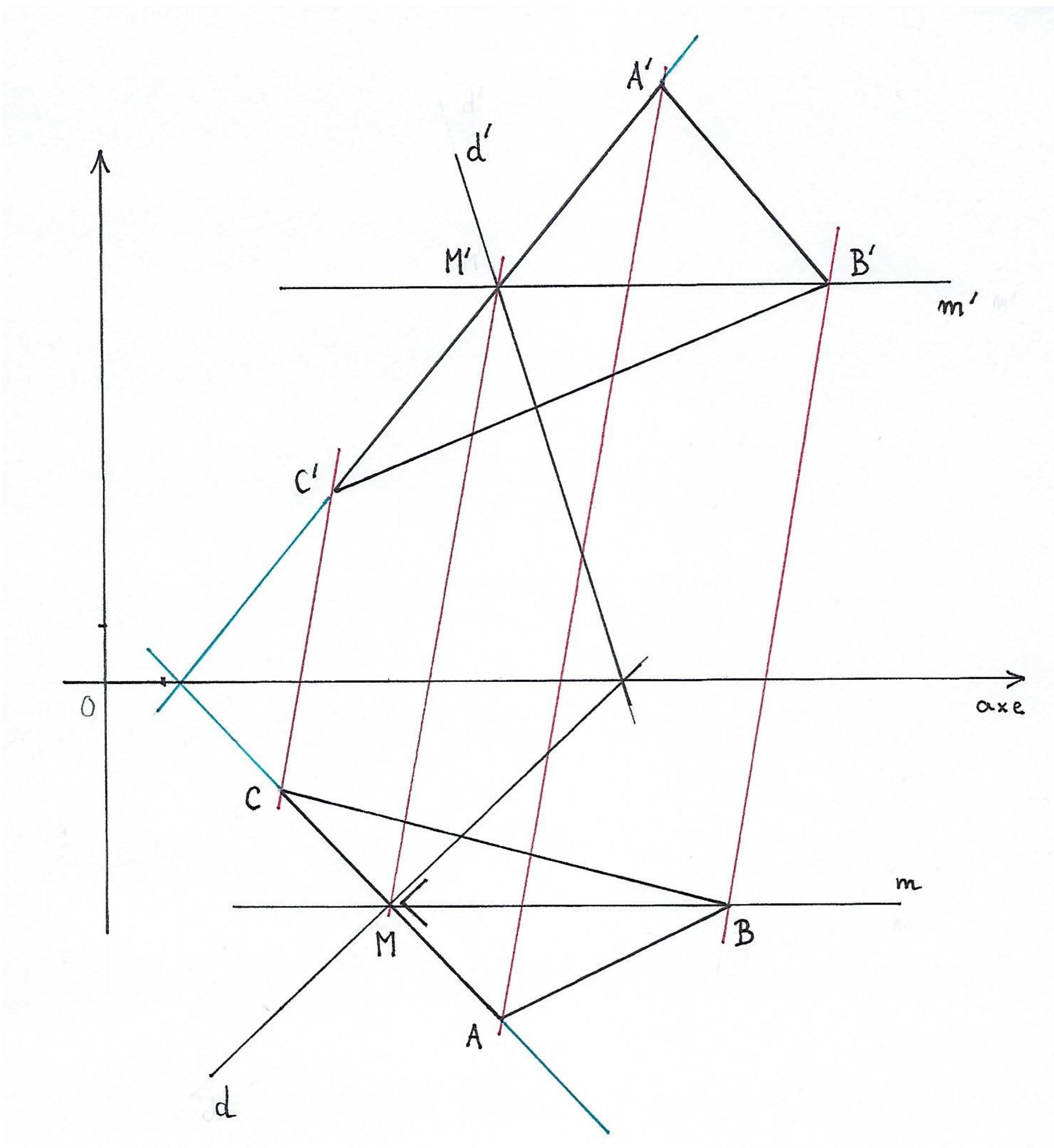
1. Dans un système d'axes orthonormés Oxy, on donne les points suivants :
$A(7; -6)$, $B(11; -4)$, $M(5; -4)$ et $M'(7; 7)$.

Disposition : feuille A4 verticale, Ox au milieu et O à 3 cm du bord gauche.

Unité : le centimètre.

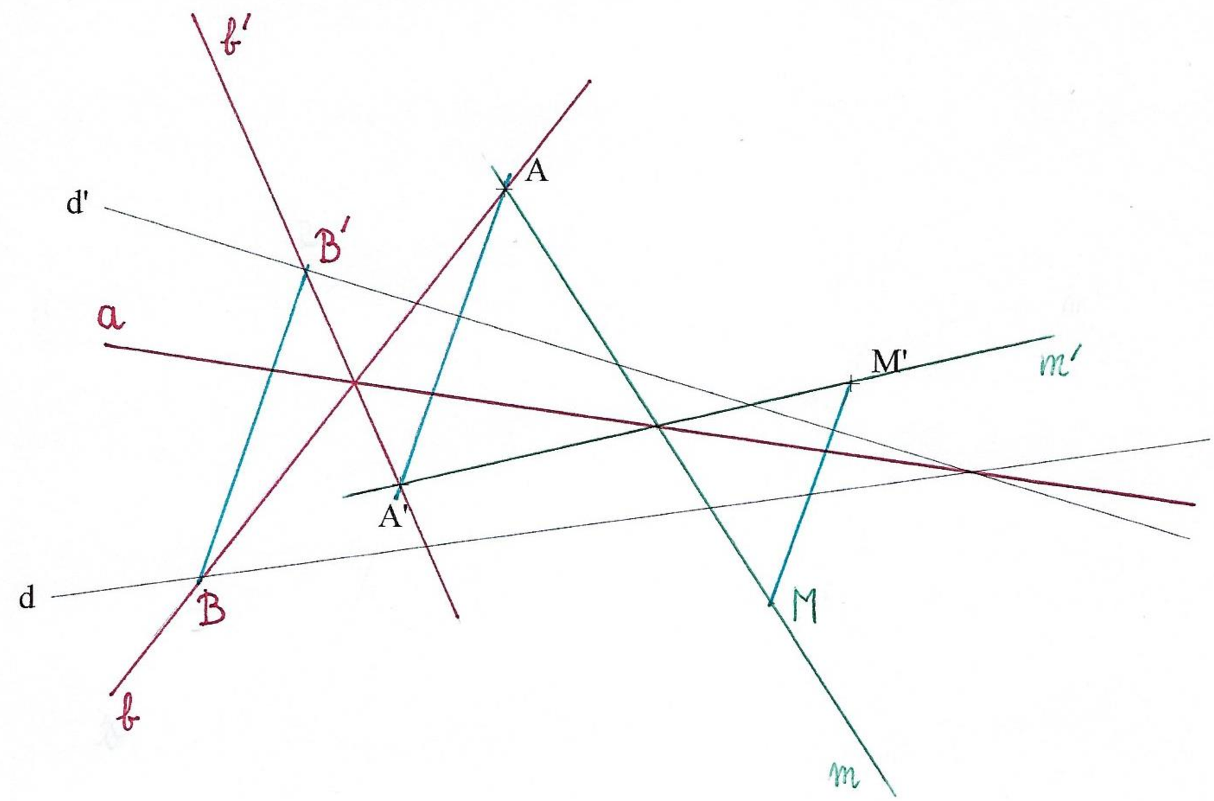
Soit f l'affinité d'axe $y = 0$ telle que l'image de M est M'. Construire l'image du triangle ABC sachant que M est le milieu de AC. Chercher l'image de la médiane et de la médiatrice du côté AC.

Corrigé



2. On donne un point A, une droite d et leur image A' et d' par une affinité f. Construire l'axe a de cette affinité ainsi que l'antécédent M d'un point M' donné.

Corrigé



3. Dans un système d'axes orthonormés Oxy, on donne les trois droites suivantes : $(d) y = x + 6$, $(d') y = x - 1$, et $(a) y = -2x + 7$.

Disposition : feuille A4 verticale, Oy au milieu et O au centre de la feuille.

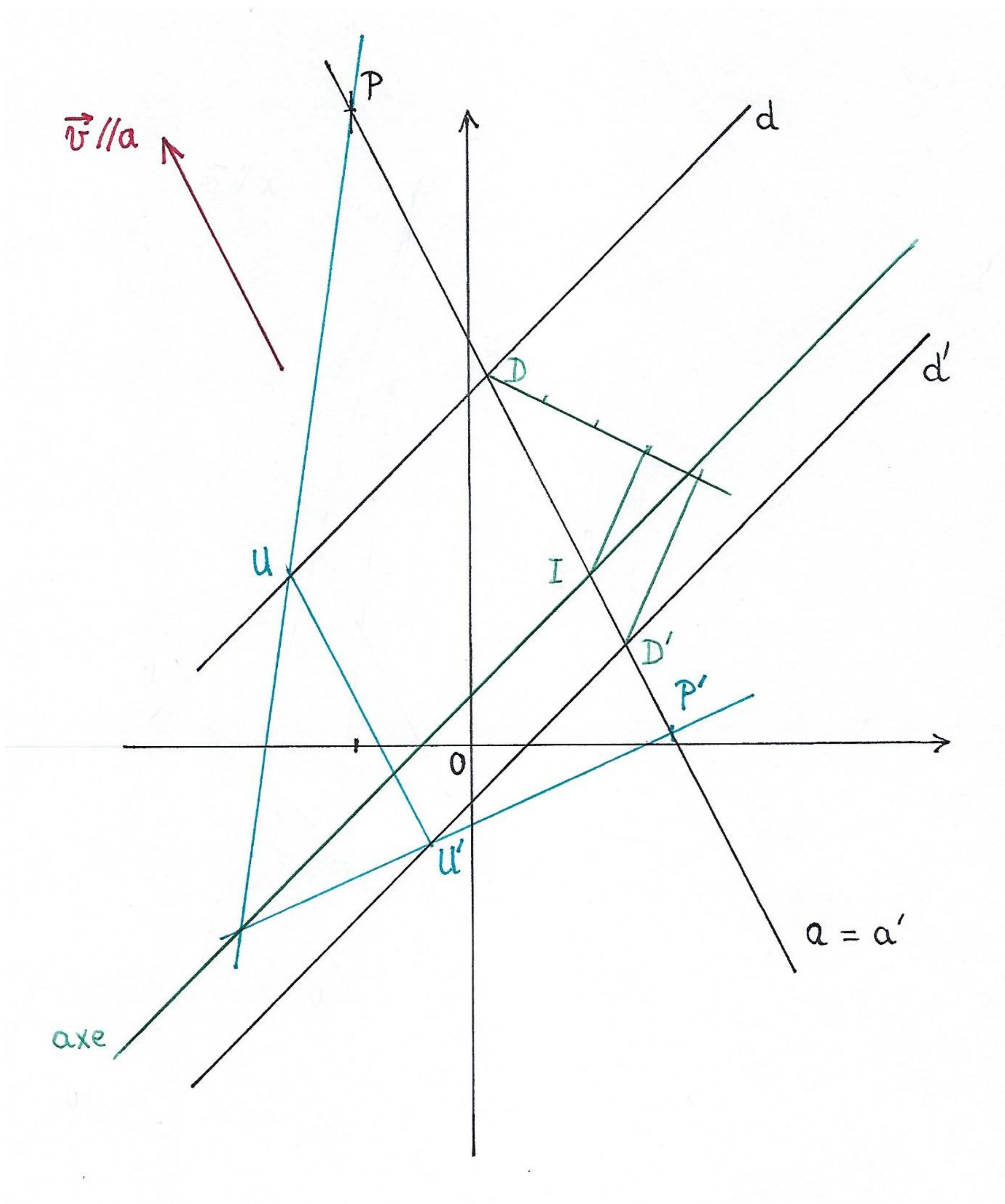
Unité : le centimètre.

Soit l'affinité de rapport 1/3 telle que d' est l'image de d et la droite a est globalement invariante($a' = a$). Déterminer :

a) la direction $\vec{v}$ de l'affinité et son axe;

b) l'image du point $P(-2; y_P) \in a$.

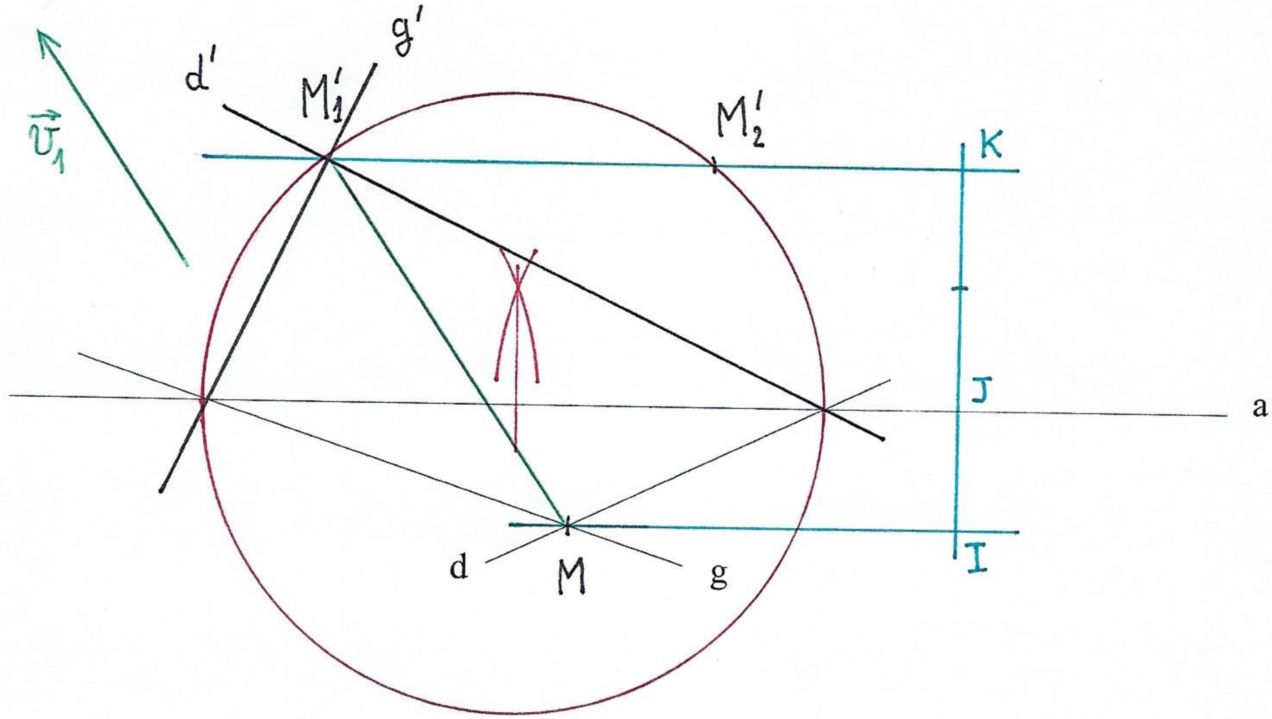
Corrigé



4. D'une affinité, on connaît son axe a et son rapport $k = -2$.

Déterminer sa direction $\vec{v}$ pour que les deux droites d et g aient pour images deux droites d' et g' perpendiculaires.

Corrigé



5. Dans le repère orthonormé $(O;\, \vec{e}_1;\, \vec{e}_2)$, on donne les points $A'(-6;\, 0)$, $C'(0;\, 3)$, et $P'(9;\, 2)$, et la direction $\vec{u}\,' = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$.
On appelle Γ l'ellipse centrée à l'origine de grand axe $A'B'$ et de petit axe $C'D'$.

Disposition : feuille A4 horizontale, Oy au milieu et O au centre de la feuille.

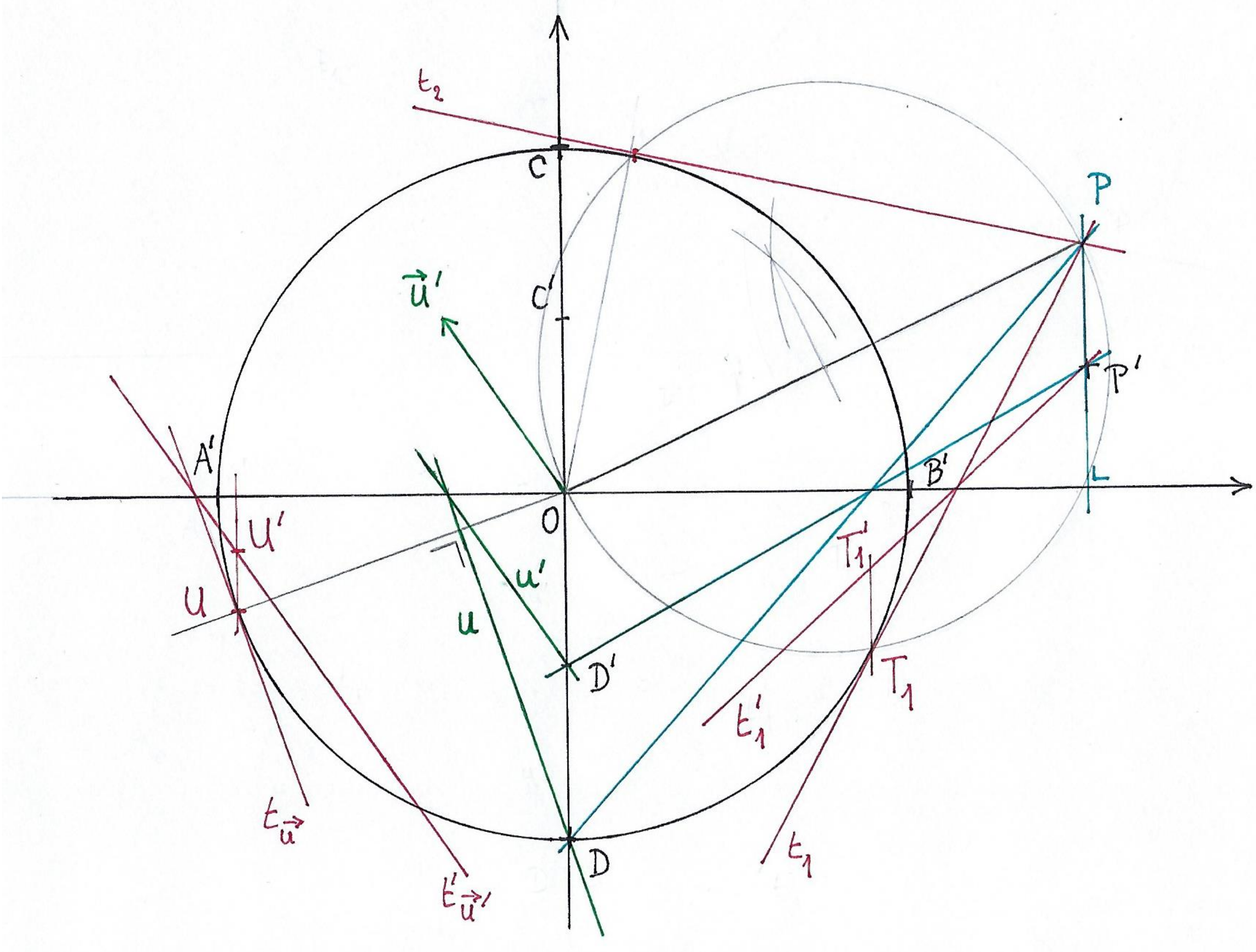
Unité : le centimètre.

On considère l'affinité orthogonale d'axe $(O, \vec{e}_1)$ et de rapport $k > 0$.

a) Construire le cercle γ dont Γ est l'image.

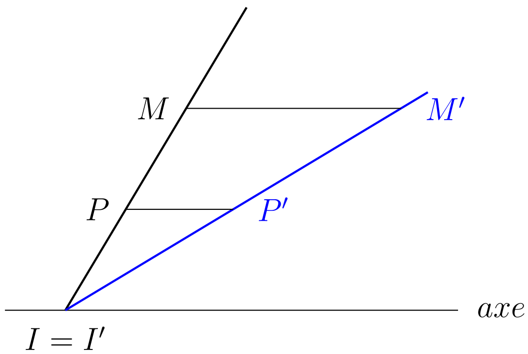
b) Construire une tangente à Γ issue de P'.

c) Construire une tangente à Γ parallèle à la direction $\vec{u}\,'$.



6. On appelle *transvection* ou *cisaillement*, une affinité dont la direction est parallèle à l'axe. Le rapport d'affinité n'a plus de sens, le point I étant rejeté à l'infini.

Pour définir une transvection, il faut donner son axe, un point P et son image P'. Les propriétés sont identiques à celles d'une affinité de direction non parallèle à l'axe, entre autre la transvection est linéaire lorsque son axe passe par l'origine.

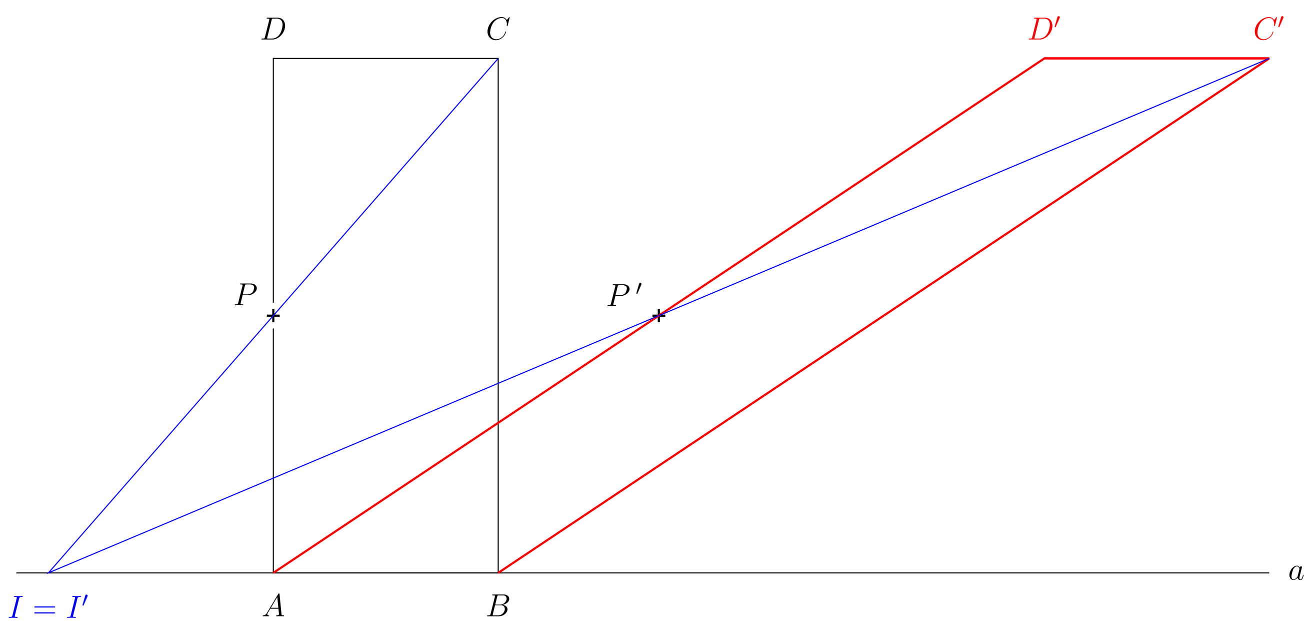


La distance d'un point quelconque à son image est proportionnel à sa distance à l'axe : $\dfrac{dist(P,\, P')}{dist(P,\, axe)}$ = constante k.
Plus un point est distant de l'axe plus la distance à son image est grande.

a) Déterminer l'image du parallélogramme $ABCD$ par la transvection d'axe a telle que le point P a pour image le point P'.

Calculer le rapport entre l'aire du parallélogramme et l'aire de son image. Que vaut ce rapport lorsque l'affinité est de direction non parallèle à l'axe ?

b) Déterminer dans le repère orthonormé $(O, \vec{e}_1,\, \vec{e}_2)$, la matrice de la transvection lorsque $P(0,4)$ a pour image $P'(6,4)$.



b) La transvection étant linéaire son axe passe par l'origine O. Sa direction est $\vec{e}_1$ car $y_P = y'_P$.
On détermine par exemple l'image des vecteurs de la base en résolvant le système

$$\left\{\begin{array}{lcl} f(\vec{e}_1) & & \vec{e}_1 \\ f(0\,\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2) & = & 6\,\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 \end{array}\right. \qquad \text{d'où} \qquad M = \begin{pmatrix} 1 & 3/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$