Semaine 10- flambage

Question très très courte Q 10.1

Une barre AB de longueur $L = 1$ m, de section A, de moment d'inertie $I = \text{A}.10^{-4}$ m^4 et de module de Young $E = 200$ GPa est suspendu comme montrée en Figure 0.1.1. Le coefficient d'expansion thermique est $\alpha = 10^{-6}\text{K}^{-1}$.

Pour quelle différence de température ΔT y aura-t-il flambage?

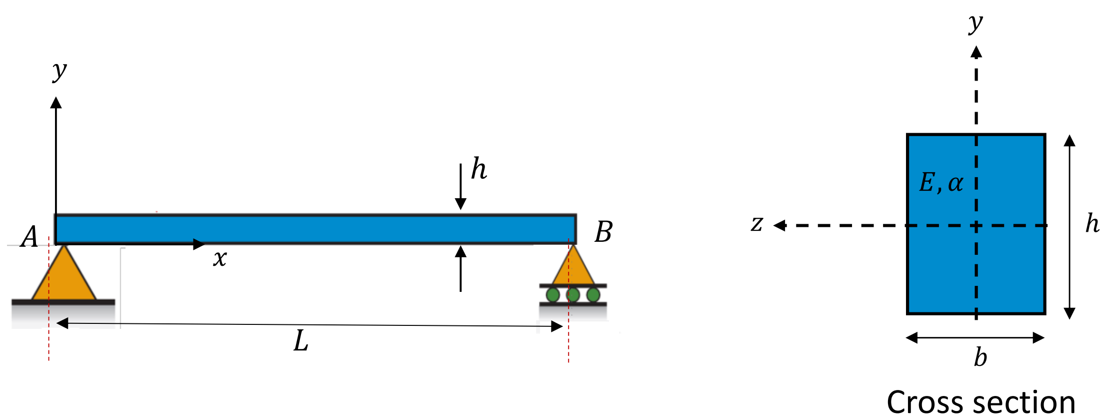

Figure 0.1.1 | Barre AB soumis à une augmentation de la température.

Question 10.2 (adapté de l'exa 2021)- Modes de flambage avec n>1

Une poutre de longueur $\boldsymbol{L}$, d'épaisseur $\boldsymbol{2a}$ et de largeur $\boldsymbol{4a}$ est encastrée, voir la Figure 1.1. La section de la poutre pour les questions a), b) et c) est illustrée en figure 1.2, et pour la question d) en figure 1.3.

Le matériau en bleu a un module de Young **E**. Les deux trous ont un diamètre $\boldsymbol{a}$.

Un support fixe (dessiné en rouge) bloque le déplacement du milieu de la poutre dans la direction *y*.

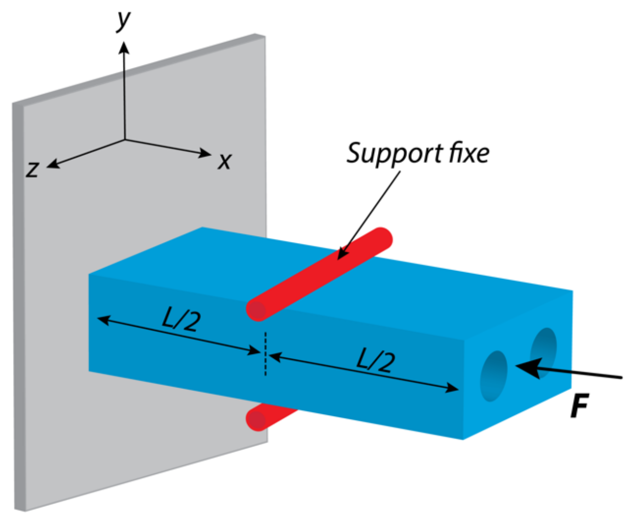

Figure 1.1: Poutre encastrée

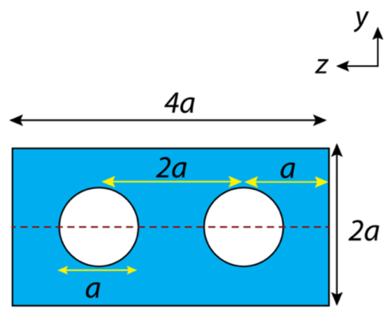

Figure 1.2: Section de la poutre pour questions *a), b)* et *c)*

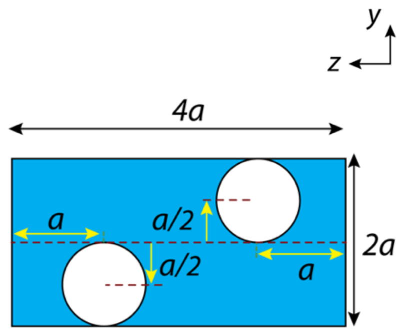

Figure 1.3: Section de la poutre pour question *d)*

a) Calculez les moments quadratique $\boldsymbol{I_{z,y=y_0}}$ et $\boldsymbol{I_{y,z=z_0}}$ de la poutre pour une flexion autour des axes neutres.

b) Calculez la force critique pour le flambage $\boldsymbol{F_{cr1}}$ et donnez le plan de flambage.

c) La contrainte pour la rupture du matériau est $\boldsymbol{\sigma_{yield}} = \boldsymbol{E/4}$. La longueur est $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{4\pi a}$.

- Avec un facteur de sécurité de 2, quelle est la force $\boldsymbol{F_{mat}}$ pour une rupture du matériau (s'il n'y a pas de flambage)?
- Avec un facteur de sécurité de 2, quelle est la force critique $\boldsymbol{F_{cr2}}$ pour le flambage?

d) Les trous sont maintenant décalés de +$\boldsymbol{a/2}$ et -$\boldsymbol{a/2}$ sur l'axe *y* (voir la Figure 1.3).

- Calculez la force critique de flambage $\boldsymbol{F_{cr3}}$
- Donnez le plan de flambage.

Problème 10.3 – Défaillance

Considérez la Figure 21.4.1 où des humains identiques et amateurs de chapeaux se tiennent debout sur une poutre horizontale. n est le nombre de personnes par mètre (ils ne se soucient guère de la distanciation sociale). Chaque humain pèse 80 kg (prenez g=10 m.s^{-2}).

La poutre AC et la colonne BD ont un module de Young de $E = 200$ GPa et une limite d'élasticité de $\sigma_y = 200$ MPa : Ces poutres ont des sections carrées de largeur latérale $t = 0.1$ m. Leurs longueurs sont: $L_{AC} = L = 10$ m et $L_{BD} = \frac{L}{2} = 5$ m.

Déterminez:

(a) **Les forces de réactions et les moments de réaction sur la poutre AC**
(b) **La densité maximale de personnes (*n*) avant que la poutre BD ou AC se casse ou flambe.**
(c) **Est-ce que la défaillance est structurelle ou liée au matériau ?**
(d) **Si *n*=2, quelle serait la longueur maximale L_{BD} avant qu'une défaillance structurelle ne se produise dans poutre BD? Le ratio entre les longueurs des barres horizontale et verticale reste constante. Est-ce que la poutre serait en flambage ?**
(e) **Quel est l'excentricité de la charge "ressentie" par la colonne BD ?**

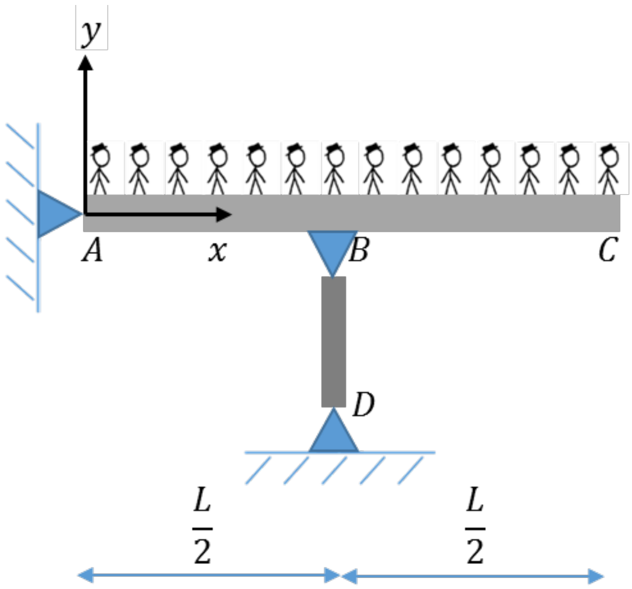

Figure 0.3.1 | Poutre avec un support élastique (colonne) et une charge distribuée.

<u>Optionnel</u> - Question Courte Q10.4 – Modes de flambage avec n>1

Une colonne de section rectangulaire b x h est attaché par des pivots en A et en C (voir Figure 0.4.1). La colonne est contrainte au point B dans le plan x-y, mais est libre de se déplacer dans le plan x-z au point B.

Déterminez:

(a) La forme de flambage de la colonne dans le plan $x - y$ et dans le plan $x - z$. Écrivez les formules pour la charge critique dans chacun des deux plans.

(b) Que devrait-être le ratio h/b pour que les charges critiques dans les deux plans soient égales ?

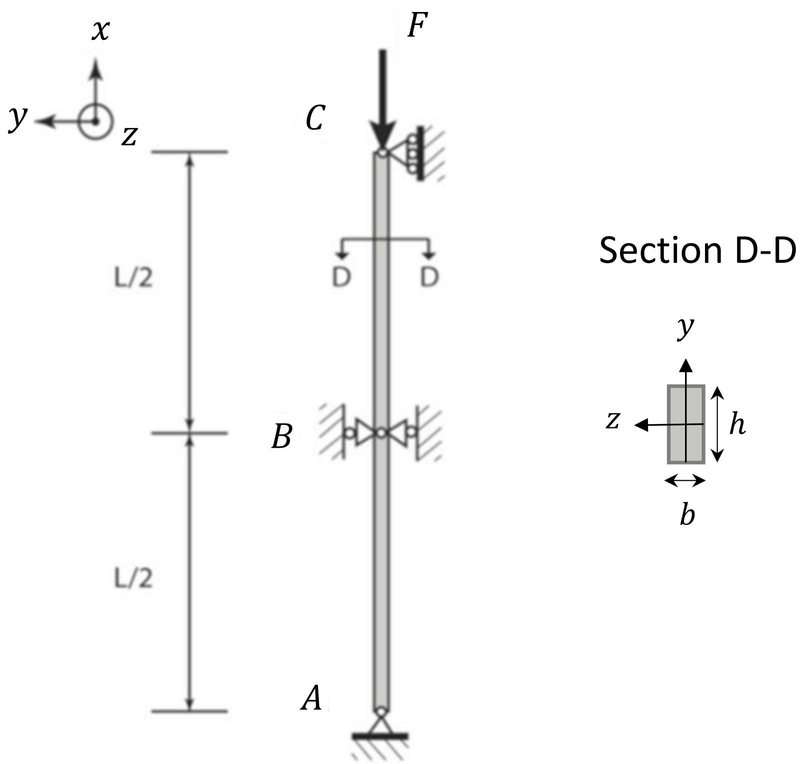

Figure 0.4.1 | Colonne rectangulaire sous une charge F

Question courte10.5 – Charges excentriques

Une poutre avec un section en H de longueur $L = 7.5$ m (voir Figure 0.5.1) est soumise à une force $F_1 = 1800$ kN sur l'axe de la poutre et à une force excentrique $F_2 = 200$ kN à une distance $d_1 = 400$ mm du centroïde.

La section de la poutre est $A = 200\text{ cm}^2$. Le rayon de giration est $r = 17.32$ cm. La distance maximale depuis le centroïde est $c = 150$ mm. L'acier utilisé a un module de Young de $E = 200$ GPa et une limite d'élasticité de $\sigma_Y = 300$ MPa.

(a) Trouvez la contrainte compressive maximale dans la poutre.
(b) Déterminez le facteur de sécurité en considérant les charges imposées.

Contrainte maximale pour une charge excentrique:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A}\left[1 + \frac{ec}{r^2}.sec\left(\frac{L}{2r}\sqrt{\frac{F}{EA}}\right)\right]$$

Avec sec(x) = 1/cos(x)

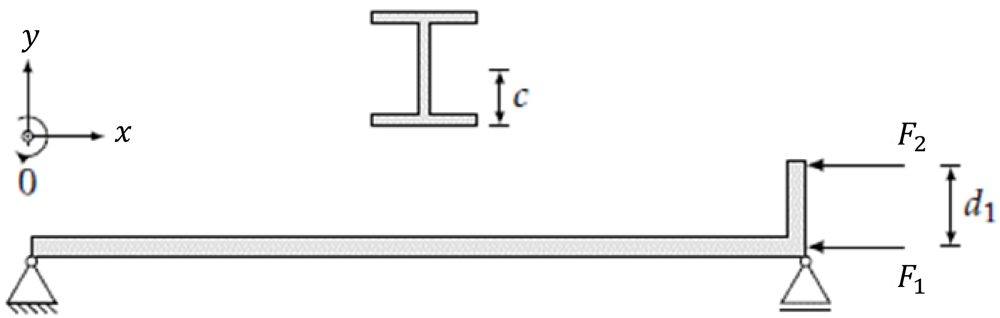

Figure 0.5.1 | Poutre soumise à une contrainte excentrique.