

**Contrôle de géométrie analytique N°2**

Durée : 1 heure 45 minutes

Barème sur 15 points

NOM : \_\_\_\_\_

Groupe ☐

PRENOM : \_\_\_\_\_

1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct, on donne

- les points  $A(5; 8; 3)$  et  $B(1; 0; -5)$ ,
- la droite  $g$  passant par le point  $G(3; -3; 3)$  et dirigée par le vecteur  $\vec{g} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,
- le plan  $\alpha$  d'équation  $2x - 2y + z - 15 = 0$ .

- a) Déterminer l'équation cartésienne de  $\gamma$ , plan médiateur du segment  $AB$ .
- b) Déterminer les équations paramétriques de la droite d'intersection des plans  $\alpha$  et  $\gamma$ .
- c) Déterminer les coordonnées du point  $C$  sachant que
  - $ABC$  est un triangle isocèle de base  $AB$ ,
  - le point  $C$  appartient au plan  $\alpha$ ,
  - le côté  $AC$  est parallèle au premier plan projetant de la droite  $g$ .

6 pts

2. Dans l'espace muni d'une origine  $O$ , on donne

- un plan  $\alpha$  défini par un point  $A$  et une droite  $d$  passant par  $O$  et de direction  $\vec{d}$ ,
  - un point  $M$  ( $M \notin \alpha$ ).
- a) On note  $K$  la projection orthogonale de  $M$  sur le plan  $\alpha$  et  $L$  la projection orthogonale de  $M$  sur la droite  $d$ .  
Déterminer, en fonction de  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OM}$  et  $\vec{d}$ , les vecteurs  $\vec{OK}$  et  $\vec{OL}$ .

Tourner la page

b) On pose  $A(-1; 0; 1)$ ,  $M(4; -7; 0)$  et  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Déterminer les coordonnées du point  $K$  défini sous a).

3 pts

3. Dans le plan muni d'une origine  $O$ , on donne

- une droite  $d$  passant par  $O$  et dirigée par le vecteur  $\vec{u}$  unitaire ( $\|\vec{u}\| = 1$ ),
- un point  $B \notin d$  et  $\overrightarrow{OB} \cdot \vec{u} \neq 0$ .

**A l'aide du calcul vectoriel uniquement**

a) déterminer, en fonction de  $\vec{u}$  et  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ , le vecteur  $\overrightarrow{OC}$  où le point  $C$  est le symétrique de  $B$  par rapport à  $d$ .

b) On considère le quadrilatère  $OABC$  tel que le côté  $AB$  est parallèle à la droite  $d$  et ses diagonales sont perpendiculaires.

Déterminer le vecteur  $\overrightarrow{OA}$  en fonction de  $\vec{u}$  et  $\vec{b}$ .

On pose  $\|\vec{b}\| = b$  et on note  $\varphi$  l'angle entre les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{b}$ .

Déterminer la norme du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  en fonction de  $b$  et  $\varphi$ .

6 pts