Série 3

Exercice 1. Un parallélogramme $ABCD$ est défini par les sommets $A(3,2)$ et $B(2,-5)$, ainsi que son centre $M(1,8)$ dans un repère fixé du plan. Quelles sont les coordonnées des sommets C et D dans ce repère ?

Exercice 2. Dans un repère fixé du plan, on considère les points $A\,(-4,2)$, $B\,(1,3)$ et $G\,(-\frac{1}{3},\frac{10}{3})$. Déterminer les coordonnées du point C sachant que G est le centre de gravité du triangle ABC.

Exercice 3. On fixe un repère du plan dont on note O l'origine, ainsi qu'un réel α. On considère les points suivants :

$$P(6,0),\ Q(1,4),\ S(\alpha-2,-9) \text{ et } T(5,\alpha).$$

a. Calculer dans ce repère les composantes des vecteurs

$$\vec{a}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ},\quad \vec{b}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OQ},\quad \vec{c}=2\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP},\quad \vec{d}=3(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP})+\frac{1}{2}\overrightarrow{QP}.$$

b. Calculer dans ce repère les coordonnées du point R, sachant que

$$\overrightarrow{OP}-2\overrightarrow{OQ}+2\overrightarrow{QR}=\vec{0}.$$

c. Déterminer α pour que les points P, S et T soient alignés.

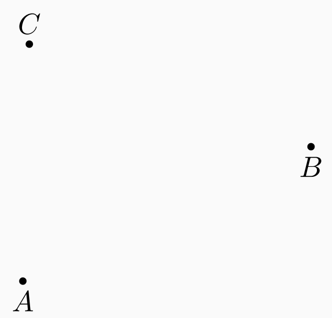
d. Déterminer α pour que les droites (PQ) et (TS) soient parallèles.

Exercice 4. Dans un repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ du plan, les points A, B et C ont pour coordonnées :

$$A(-1,-1),\ B(1,-1) \text{ et } C(0,1).$$

a. Exprimer les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b. Les points A, B et C sont donnés sur la figure suivante :



En expliquant votre démarche, construire sur la feuille, à la règle et au compas l'origine O ainsi que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. *Indication : on pourra faire intervenir le milieu du segment AB.*

Exercice 5. On donne quatre points non alignés A, B, C, D dans le plan. On sait que D a pour coordonnées $(2,-1)$ dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Donner les coordonnées de B dans les repères suivants :

$$(A, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}),\ (C, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}),\ (D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}).$$

Exercice 6. a. Après avoir placé deux points A et B sur une feuille blanche, construire à la règle et au compas le point :

$$D = \text{Bar}\big\{(A,1),(B,-3)\big\}.$$

b. Placer ensuite un point C non aligné avec A et B, puis construire à la règle et au compas le point :

$$E = \text{Bar}\big\{(A,1),(B,-3),(C,1)\big\}.$$

Indication : faire apparaitre E comme un barycentre de C et D.

c. Montrer que la droite (BE) passe par le milieu du segment AC.

Exercice 7. Dans un repère du plan, on donne les points $A(1,1)$, $B(4,5)$, $C(7,6)$ et $D(5,8)$. Déterminer les réels α et β sachant que :

$$B = \text{Bar}\big\{(A,8),(B,1),(C,\alpha),(D,\beta)\big\}$$

Éléments de réponse :

Ex. 1 : $C\,(-1,14)$, $D\,(0,21)$.
Ex. 2 : $C\,(2,5)$.
Ex. 3 : a. $\vec{a}\,\binom{7}{4}$, $\vec{b}\,\binom{5}{-4}$, $\vec{c}\,\binom{-4}{8}$, $\vec{d}\begin{pmatrix}-25/2\\10\end{pmatrix}$, b.$R\,(-1,8)$, c. $\alpha=-1$ ou 9, d.$\alpha=-73$.
Ex. 4 : a. $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\vec{v}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
Ex. 5 : $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, $(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$, $(0,\frac{1}{2})$.
Ex. 7 : $\alpha=5$, $\beta=9$.