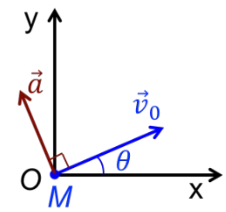
Exercice 1* (10 min) **: Mouvement accéléré en biais**



Le mouvement du point M est décrit dans le repère cartésien $(O; \boldsymbol{e_x}, \boldsymbol{e_y}, \boldsymbol{e_z})$. Au temps $t = 0$, M est en O avec une vitesse de module v_0 faisant un angle θ avec (Ox). Durant le mouvement, son accélération $\vec{a}$ est constante et fait un angle θ avec (Oy). Voir le schéma ci-contre.

a) Calculez l'équation du mouvement $M(t)$ dans le repère (O, x, y).

b) Tracez l'allure de la trajectoire de M dans (O, x, y). Que pensez-vous du choix de ce repère ?

Exercice 2* (10 min) **: le planeur**

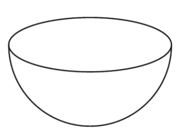
Un planeur est lâché par l'avion qui le remorquait dans un courant ascendant. A partir de l'instant du lâcher ($t = 0$), il a la trajectoire suivante :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200\cos(0.2t) + 100 \\ 200\sin(0.2t) + 500 \\ 3t + 600 \end{pmatrix}$$

les valeurs étant données en mètres.

1. Donner le vecteur vitesse et le vecteur accélération ainsi que la vitesse et l'accélération scalaires (normes de la vitesse et de l'accélération) en fonction du temps.
2. À quel instant le planeur atteint-il 2000 mètres d'altitude ?
3. Quelle est l'allure de la trajectoire ? Que pensez-vous des valeurs trouvées pour a et v ?

Exercice 3* (5 min) **: le bol**

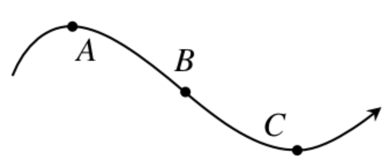


On considère un bol hémisphérique dans lequel une bille de masse m peut se déplacer librement.

— Quel est le système de coordonnées adapté à la description du système ?

— Donner l'expression de $\vec{a}$ et $\vec{v}$ dans ce système de coordonnées en tenant compte des contraintes.

Exercice 4 * (5 min) **: Accélération sur une trajectoire**



Une voiture suit la trajectoire représentée ci-contre. Le point A est dans un virage à droite, le point B dans une ligne droite et le point C dans un virage à gauche.

a) On suppose d'abord que la voiture roule à vitesse constante. Dessinez approximativement les vecteurs vitesse et accélération aux points A, B et C.

b) On suppose maintenant que le conducteur accélère aux points A et B, et qu'il freine en C. Dessinez à nouveau les directions des vecteurs vitesse et accélération aux trois points.

*Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile*

Le temps est indicatif et correspond au temps qui considéré en conditions d'examen

Exercice 5* (10 min) **: Nageur traversant une rivière**

Un nageur désire traverser une rivière de largeur L à la nage, d'un point A à un point B situés l'un en face de l'autre. L'eau s'écoule uniformément à la vitesse v. La vitesse du nageur (par rapport à l'eau) est v'. Quel sera le temps t mis par le nageur pour traverser la rivière ?

Exercice 6** (30 min) **: L'agent Logan**

Lancé à la poursuite d'un criminel, l'agent Logan du FBI doit traverser une rivière d'une largeur de 1600 m qui coule à 0.80 m·s^{-1} en un minimum de temps et se rendre directement en face de son point de départ. Sachant qu'il peut ramer à 1.50 m·s^{-1} et courir à 3.00 m·s^{-1}, décrivez la route qu'il devrait suivre (en bateau et à pied le long de la rive) pour traverser ce cours d'eau le plus rapidement possible. Déterminez le temps minimal requis pour cette traversée.

Exercice 7** (30 min) **: Le petit train**

Un train modèle réduit circule sur une voie circulaire de $R = 0.5$ m de rayon. Il peut faire au maximum 0.5 tour/seconde. Il part de l'arrêt et accélère pour atteindre sa vitesse scalaire maximum v_m. Il lui faut exactement un tour pour atteindre cette vitesse depuis le repos et son accélération tangentielle est constante durant la phase d'accélération.

1. Calculer v_m vitesse scalaire maximale
2. Calculer sa vitesse et son accélération (vectorielles !) en fonction du temps, de v_m et de R. On pensera à considérer séparément la phase d'accélération et la phase ou le train a un mouvement circulaire uniforme.
3. Tracer $|\vec{v}|$ et $|\vec{a}|$ en fonction du temps sur un graphe comprenant la phase d'accélération et la phase ou le train roule a vitesse scalaire constante.

***

Exercice supplémentaire S2.1* (10 min) **: Accélération à l'équateur**

On cherche l'accélération à laquelle est soumise une personne se trouvant à l'équateur :

1. En utilisant les coordonnées sphériques.
2. Dans ce cas particulier, quel autre système de coordonnées aurait plus adapté ?

On rappelle les formules de l'accélération dans les trois systèmes de coordonnées (polaire, cylindrique, sphérique) étudiés dans la série 2, respectivement :

$$\overrightarrow{a_p} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\overrightarrow{e_r} + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\overrightarrow{e_\varphi}$$

$$\overrightarrow{a_c} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2)\overrightarrow{e_\rho} + (\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi})\overrightarrow{e_\varphi} + \ddot{z}\overrightarrow{e_z}$$

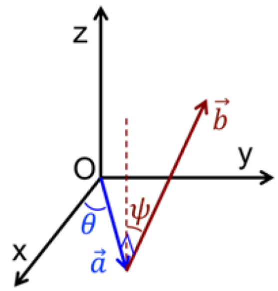
$$\overrightarrow{a_s} = \left(\ddot{r} - \dot{r}\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)\overrightarrow{e_r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta\right)\overrightarrow{e_\theta} + \left(2\dot{r}\dot{\varphi}\sin\theta + r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2r\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta\right)\overrightarrow{e_\varphi}$$

*Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile*

Le temps est indicatif et correspond au temps qui considéré en conditions d'examen

Exercice supplémentaire S2.2** (25 min) **: Visualisation dans l'espace et calcul vectoriel**

On se place dans un repère orthonormé (Oxyz), l'axe (Oz) étant l'axe vertical. Le vecteur $\vec{a}$, de norme a, est dans le plan (Oxy) et fait un angle θ avec (Ox). Le vecteur $\vec{b}$, de norme b, est perpendiculaire à $\vec{a}$ et forme un angle ψ à la verticale. Voir le schéma ci-contre.



a) Visualisez les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ dans l'espace et trouvez leurs coordonnées cartésiennes dans (Oxyz). Aidez-vous de schémas pour représenter les projections de ces vecteurs sur les axes.

b) On pose $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. Calculez les coordonnées de $\vec{c}$, en formulant le produit vectoriel dans (Oxyz). Visualisez dans l'espace le vecteur $\vec{c}$.

c) Calculez les valeurs de $\vec{c} * \vec{a}, \vec{c} * \vec{b}$ et $\|\vec{c}\|$:

- sans calcul, en vous appuyant sur de simples considérations géométriques
- en faisant le calcul avec les coordonnées de $\vec{a}, \vec{b}$ et $\vec{c}$ trouvées précédemment.