

(écrire lisiblement s.v.p)

Nom :

Prénom :

Groupe : ...

Question	Pts max.	Pts
1	6	
2	5	
3	7	
4	2	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Question 1 (à 6 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Soit f la fonction définie par $f(x) = |x^3 - a^3| + 3x$, où a est un paramètre réel.

a) Déterminer $a \in \mathbb{R}$ de sorte que le graphe de f admette un point anguleux qui soit un extremum.

b) Ce point anguleux est-il un point d'inflexion du graphe de f ?

En déduire l'esquisse locale du graphe au voisinage de ce point pour $a = -1$.

Réponse à la question 1:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

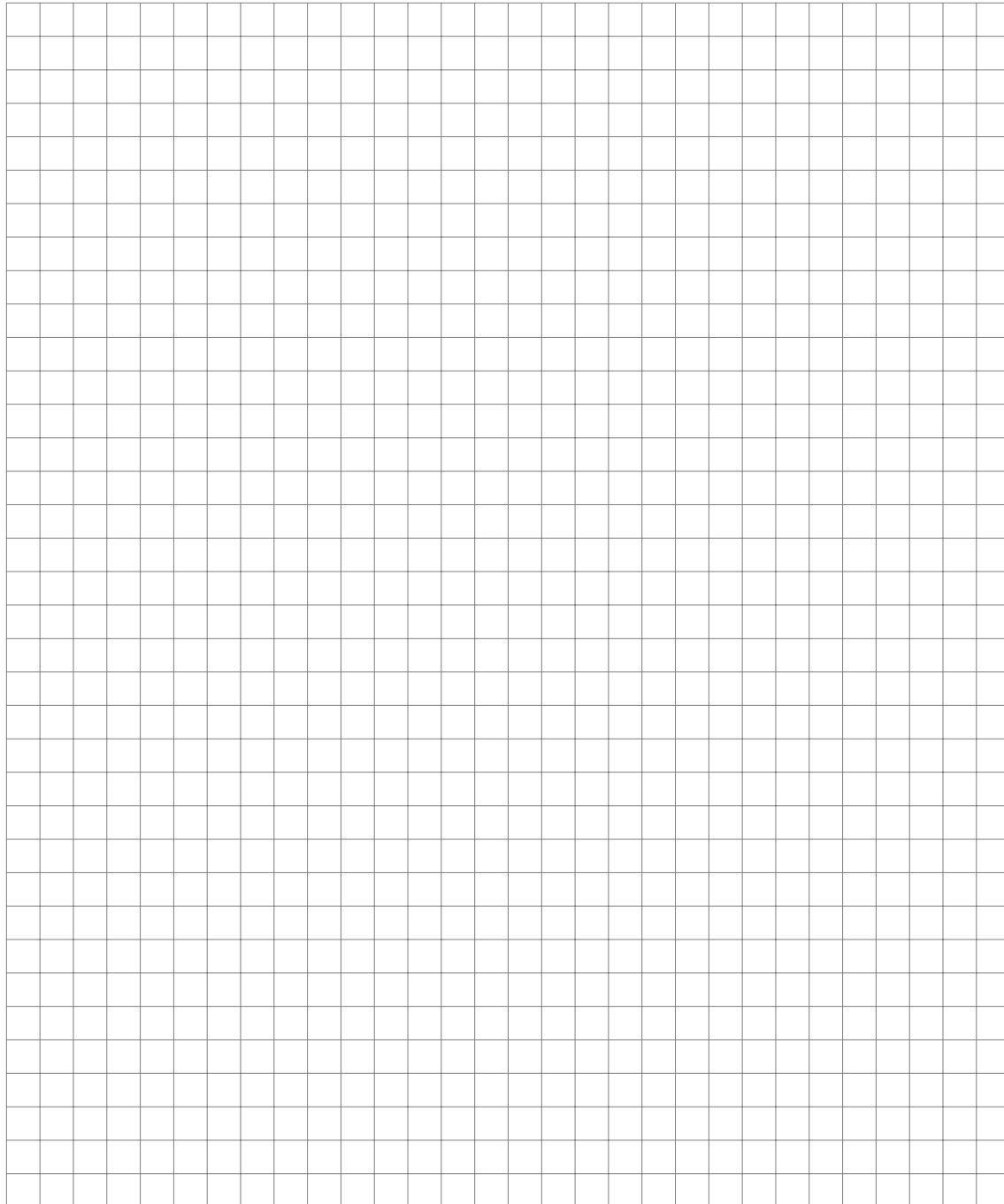
On considère l'arc paramétré Γ défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = \frac{t^2 + 1}{t} \\ y(t) = t \cdot e^{\frac{1}{t}} \end{cases} \quad t \in D_{\text{def}}.$$

Etudier les branches infinies de cet arc paramétré.

Réponse à la question 2:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 7 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Soit Γ , l'arc paramétré défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = 2 \cos(3t) \\ y(t) = \sqrt{3} [\sin(2t) - 2 \sin(t)] \end{cases}, \quad t \in [-\pi, \pi].$$

Faire l'étude complète de l'arc paramétré Γ , puis le représenter dans un système d'axes orthonormé d'unités 4 carrés.

On ne demande pas de chercher d'éventuels points doubles de Γ .

Réponse à la question 3:

laisser la
marge vide



Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 4 (à 2 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Déterminer l'ensemble des primitives de la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^x}}.$$

Réponse à la question 4:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The background is a very light gray, and it is covered by a precise grid of thin, darker gray lines. The grid consists of small, equal-sized squares that extend across the entire visible area of the page, providing a standard template for technical drawing or mathematics.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Réponses

1. $a \in]-\infty, -1] \cup]1, +\infty[$.

Oui, le point anguleux est un point d'inflexion du graphe de f .

2. — Lorsque $t \rightarrow \pm\infty$, Γ admet une asymptote oblique d'équation $y = x + 1$.

— Lorsque $t \rightarrow 0^-$, Γ admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

— Lorsque $t \rightarrow 0^+$, Γ admet une branche parabolique de direction verticale.

3. Tableau de variation

t	0		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		π
$\dot{x}(t)$	0	—	0	+	0	—	0
$x(t)$	2	\searrow	—2	\nearrow	2	\searrow	—2
$\dot{y}(t)$	0	—		—	0	+	
$y(t)$	0	\searrow	$-\frac{3}{2}$	\searrow	$-\frac{9}{2}$	\nearrow	0

4. $\int f(x) dx = -2\sqrt{1 + e^{-x}} + C$.