

Physique

Semestre d'automne 2018

Simon Bossoney
Guido Burmeister

moodle.epfl.ch

Corrigé 11

Exercice 1

De la chaleur passe du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. Il convient alors de considérer le bilan énergétique du changement de la situation initiale vers la situation finale.

Considérer l'objet formé de l'eau et du fer.

De l'énergie (sous forme de chaleur) passe du corps de haute température initiale (l'eau) vers le corps de basse température initiale (le fer) jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint : les températures finales sont alors identiques.

En considérant l'objet formé de l'eau et du fer comme un système isolé, on a que son énergie interne est conservée :

$$U_{\text{init}} = U_{\text{fin}}.$$

La variation de l'énergie interne est donc nulle et elle est donnée par la somme des variations de l'énergie interne de chaque constituant du système :

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{fer}} = 0.$$

Ni l'eau ni le fer n'échangent de travail. Mais un apport de chaleur s'accompagne d'un changement de température. Ainsi

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{fer}} \\ &= Q_{\text{eau}} + Q_{\text{fer}} \\ &= c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} (T_{\text{éq}} - T_{\text{eau}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{éq}} - T_{\text{fer}}) = 0.\end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned}T_{\text{éq}} &= \frac{c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} T_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} T_{\text{fer}}}{c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}} \\ &= \frac{4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 50 \text{ }^\circ\text{C} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 20 \text{ }^\circ\text{C}}{4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}} \\ &= \frac{2.09 \cdot 10^3 \text{ J} + 0.528 \cdot 10^3 \text{ J}}{41.8 \text{ J }^\circ\text{C}^{-1} + 26.4 \text{ J }^\circ\text{C}^{-1}} \\ &= 38.39 \text{ }^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

Exercice 2

De la chaleur passe du corps le plus chaud vers le corps le plus froid. Il convient alors de considérer le bilan énergétique du changement de la situation initiale vers la situation finale.

Considérer l'objet formé du vase, de l'eau initialement contenue dans le vase et de l'eau ajoutée.

De l'énergie (sous forme de chaleur) passe du corps de haute température initiale (l'eau ajouté) vers les corps de basse température initiale (le vase et l'eau contenue) jusqu'à ce

que l'équilibre thermique soit atteint : les températures finales sont alors identiques.

En considérant l'objet formé du vase, de l'eau initialement contenue dans le vase et de l'eau ajoutée, on a que son énergie interne est conservée :

$$U_{\text{init}} = U_{\text{fin}}.$$

La variation de l'énergie interne est donc nulle et elle est donnée par la somme des variations de l'énergie interne de chaque constituant du système :

$$\Delta U = \Delta U_{\text{vase}} + \Delta U_{\text{eau (vase)}} + \Delta U_{\text{eau (suppl)}} = 0.$$

Il n'y a aucun échange de travail. Mais un apport de chaleur s'accompagne d'un changement de température.

Notons C la capacité thermique du vase et remarquons qu'initialement le vase et l'eau qu'il contient se trouvent à la même température $T_{\text{vase}} = T_{\text{eau (vase)}} = 21^\circ\text{C}$. Ainsi

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta U_{\text{vase}} + \Delta U_{\text{eau (vase)}} + \Delta U_{\text{eau (suppl)}} \\ &= Q_{\text{vase}} + Q_{\text{eau (vase)}} + Q_{\text{eau (suppl)}} \\ &= C(T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}) + c_{\text{eau}} m_{\text{eau (vase)}}(T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}) + c_{\text{eau}} m_{\text{eau (suppl)}}(T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}) = 0.\end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned}C &= -c_{\text{eau}} m_{\text{eau (vase)}} - c_{\text{eau}} m_{\text{eau (suppl)}} \frac{T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}}{T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}} \\ &= -c_{\text{eau}} \left(m_{\text{eau (vase)}} + m_{\text{eau (suppl)}} \frac{T_{\text{éq}} - T_{\text{eau (suppl)}}}{T_{\text{éq}} - T_{\text{vase}}} \right) \\ &= -4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \left(0.12 \text{ kg} + 0.05 \text{ kg} \frac{25^\circ\text{C} - 36^\circ\text{C}}{25^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C}} \right) \\ &= -4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} (0.12 \text{ kg} - 0.1375 \text{ kg}) \\ &= 73.15 \text{ J K}^{-1}.\end{aligned}$$

Exercice 3

La conservation de l'énergie permet de déterminer la température d'équilibre. La longueur de la barre s'obtient alors en supposant une dilatation (ou une contraction) linéique.

L'énergie interne du système "barre + eau" est modifiée par l'apport d'une quantité de chaleur $Q_{\text{fournie}} = +4000 \text{ J}$:

$$\Delta U = Q_{\text{fournie}}.$$

Or, la variation d'énergie interne correspond aux transferts de chaleur entre l'acier et l'eau :

$$\Delta U = Q_{\text{acier}} + Q_{\text{eau}}.$$

On a donc

$$c_{\text{acier}} m_{\text{acier}} (T_f - T_{\text{acier}}) + c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} (T_f - T_{\text{eau}}) = Q_{\text{fournie}},$$

et la température finale du système, T_f , a pour expression

$$\begin{aligned} T_f &= \frac{Q_{\text{fournie}} + c_{\text{acier}} m_{\text{acier}} T_{\text{acier}} + c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} T_{\text{eau}}}{c_{\text{acier}} m_{\text{acier}} + c_{\text{eau}} m_{\text{eau}}} \\ &= \frac{4000 + 460 \cdot 10 \cdot 100 + 4180 \cdot 10 \cdot 0}{460 \cdot 10 + 4180 \cdot 10} \\ &= 10^\circ\text{C}, \end{aligned}$$

avec $c_{\text{acier}} = 460 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $c_{\text{eau}} = 4180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Selon le calcul qui précède, la barre se refroidit (sa température passe de 100°C à 10°C). Elle se contracte donc et sa longueur à l'équilibre s'écrit

$$\begin{aligned} \ell' &= \ell + \Delta\ell = \ell + \alpha_{\text{acier}} \ell \Delta T \\ &\cong 50 + 11 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot (10 - 100) \cong 49.95 \text{ cm}, \end{aligned}$$

avec $\alpha_{\text{acier}} = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 4

Lors d'un choc, l'énergie cinétique (macroscopique) est partiellement transformée en énergie interne. On considère donc deux étapes : la conversion d'énergie (macroscopique) en énergie cinétique (macroscopique) juste avant le choc et la conversion de cette dernière en énergie interne.

Conversion d'énergie (macroscopique) en énergie cinétique (macroscopique) juste avant le choc : considérer la boule qui tombe. Que peut-on dire de son énergie mécanique ?

Pour la boule de masse m en chute libre, la seule force en jeu est son poids, conservatif. L'énergie mécanique est conservée entre le début de la chute (1) et son arrivée au sol (2) :

$$E_{\text{méc}}(1) = E_{\text{méc}}(2).$$

En choisissant l'origine des hauteurs au sol, on a

$$mgh_1 = E_{\text{cin, CM}}(2).$$

Conversion de l'énergie cinétique (macroscopique) juste avant le choc en énergie interne : considérer la boule. Cette conversion est-elle complète ?

Pour la boule, on admet que toute l'énergie cinétique (macroscopique) est convertie par chaleur en énergie thermique : il n'y a pas de perte d'énergie entre avant et après le choc et donc

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta E_{\text{cin, CM}} + \Delta U = 0.$$

D'autre part, sous l'effet du choc, la bille se déforme temporairement mais se retrouve finalement dans un état non déformé : le travail fourni à la bille est nul et donc

$$\Delta U = Q + \underbrace{W}_0 = Q = c_{\text{Pb}} m \Delta T.$$

Ainsi

$$\begin{aligned} \Delta U &= -\Delta E_{\text{cin, CM}} \\ c_{\text{Pb}} m \Delta T &= -(0 - E_{\text{cin, CM}}(2)) = E_{\text{cin, CM}}(2) \\ c_{\text{Pb}} m \Delta T &= mgh_1 \\ \Delta T &= \frac{gh_1}{c_{\text{Pb}}} = \frac{9.81 \text{ m s}^{-2} \cdot 40 \text{ m}}{0.12 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 3.27 \text{ K}. \end{aligned}$$

Exercice 5

Si l'on suppose que le système se trouve à une pression normale de 1 atmosphère, 100°C est la température d'ébullition de l'eau. Le processus de transformation de la vapeur en glace passe donc par quatre étapes successives et, pour autant que l'on connaisse la masse de la vapeur d'eau, on peut déterminer l'énergie à soutirer lors de chacune de ces étapes. La masse de la vapeur d'eau à 100°C (et donc de la glace à -20°C) est

$$m = \rho_{\text{vapeur}} V_{\text{vapeur}} = 0.59 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3} = 5.9 \cdot 10^{-5} \text{ kg}.$$

Le processus de solidification comprend quatre étapes :

- (1) la transition de phase vapeur-liquide,
- (2) le refroidissement du liquide,
- (3) la transition de phase liquide-solide,
- (4) le refroidissement du solide.

La chaleur qu'il faut soutirer au système lors du processus est alors composée des termes respectifs suivants :

$$Q = \underbrace{-\lambda_{\text{vl}}m}_{(1)} + \underbrace{c_l m(T_f - T_0)}_{(2)} + \underbrace{-\lambda_{\text{ls}}m}_{(3)} + \underbrace{c_s m(T_1 - T_f)}_{(4)},$$

avec $T_0 = T_{\text{vapeur}} = 100^\circ\text{C}$, $T_f = T_{\text{fusion}} = 0^\circ\text{C}$, $T_1 = -20^\circ\text{C}$, $\lambda_{\text{vl}} = \lambda_{\text{eau,vaporisation}}$, $c_l = c_{\text{eau}}$, $\lambda_{\text{ls}} = \lambda_{\text{eau,fusion}}$ et $c_s = c_{\text{glace}}$.

Numériquement, on obtient

$$\begin{aligned} Q &= -23 \cdot 10^5 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} + 4.18 \cdot 10^3 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} \cdot (0 - 100) \\ &\quad - 3.3 \cdot 10^5 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} + 2.06 \cdot 10^3 \cdot 5.9 \cdot 10^{-5} \cdot (-20 - 0) \\ &= -135.7 - 24.662 - 19.47 - 2.4308 \\ &= -182.2628 \text{ J}. \end{aligned}$$

Exercice 6

On commence par déterminer l'état final du système en cherchant dans une table les températures de fusion et d'ébullition de l'aluminium. On peut alors calculer la chaleur nécessaire pour obtenir une température finale de 2000°C .

Comme la température finale de l'aluminium se situe entre la température de fusion de l'aluminium ($T_{\text{fusion}} = 660.3^\circ\text{C}$) et celle d'ébullition ($T_{\text{ébullition}} = 2467^\circ\text{C}$), nous décomposons le chauffage en trois étapes :

- (1) l'échauffement du métal solide,
- (2) la transition de phase solide-liquide et
- (3) l'échauffement du métal liquide.

La chaleur absorbée dans le processus est alors composée des trois termes respectifs :

$$Q = \underbrace{c_{\text{alu, solide}}m(T_{\text{fusion}} - T_0)}_{(1)} + \underbrace{\lambda_{\text{alu, fusion}}m}_{(2)} + \underbrace{c_{\text{alu, liquide}}m(T_1 - T_{\text{fusion}})}_{(3)},$$

où $m = 10^{-2} \text{ kg}$, $c_{\text{alu, solide}} = 0.9 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $\lambda_{\text{alu, fusion}} = 3.96 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, $c_{\text{alu, liquide}} = 1.09 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $T_0 = 50^\circ\text{C}$ et $T_1 = 2000^\circ\text{C}$.

La quantité de chaleur à apporter à l'aluminium s'élève donc à

$$\begin{aligned} Q &= 0.9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot (660.3 - 50) + 3.96 \cdot 10^5 \cdot 10^{-2} + 1.09 \cdot 10^3 \cdot 10^{-2} \cdot (2000 - 660.3) \\ &\cong 2.41 \cdot 10^4 \text{ J.} \end{aligned}$$

Exercice 7

On considère le bilan énergétique du système "glace + récipient". La température finale du système est nécessairement inférieure à 100°C , qui est la température d'ébullition de l'eau.

La glace reçoit de l'énergie du récipient sous forme de chaleur jusqu'à équilibre des températures. Pour le système formé de la glace et du récipient, l'énergie interne est conservée et, en admettant que le système soit isolé,

$$\Delta U = 0.$$

En l'absence de travail, l'échange entre les deux parties est donné par

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{Cu}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{Cu}} = 0.$$

Selon la quantité de glace, celle-ci fond entièrement ou partiellement. Il faut donc distinguer les cas où la température finale T_1 est supérieure ou égale à $T_{\text{eau,fusion}} = 0^\circ\text{C}$.

- $T_1 > T_{\text{eau,fusion}}$: toute la glace a fondu.

L'échange de chaleur dans le système "glace + récipient" est alors donné par

$$\lambda_{\text{eau, fusion}} m + c_{\text{eau, liquide}} m (T_1 - T_{\text{eau,fusion}}) + c_{\text{cuivre, solide}} M (T_1 - T_{\text{cuivre,0}}) = 0$$

où $\lambda_{\text{eau, fusion}} = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$, $c_{\text{eau, liquide}} = 4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $c_{\text{cuivre, solide}} = 0.39 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, $M = 1 \text{ kg}$, $T_{\text{eau,fusion}} = 0^\circ\text{C}$ et $T_{\text{cuivre,0}} = 100^\circ\text{C}$.

Avec $m = 20 \text{ g}$, on obtient

$$T_1 \cong 68.41^\circ\text{C}.$$

Ce résultat est en accord avec l'hypothèse de départ : $0^\circ\text{C} < T_1 < 100^\circ\text{C}$.

Avec $m = 200 \text{ g}$, on obtient

$$T_1 \cong -22.02^\circ\text{C} < 0^\circ\text{C},$$

en contradiction avec l'hypothèse de départ. Par conséquent, toute la glace n'a pas fondu.

- $T_1 = T_{\text{eau,fusion}}$: seule une proportion a ($0 \leq a \leq 1$) de glace a fondu.

L'échange de chaleur dans le système "glace + récipient" est alors donné par

$$\lambda_{\text{eau, fusion}} am + c_{\text{cuivre, solide}} M (T_{\text{eau,fusion}} - T_{\text{cuivre,0}}) = 0$$

Avec $m = 200 \text{ g}$, il vient

$$a \cong 0.59.$$

Ainsi $am \cong 118 \text{ g}$ d'eau se trouvent sous forme liquide et 82 g sous forme solide.

Exercice 8

On considère le bilan énergétique pour chaque étape du processus.

Choisir le système formé de la glace (eau solide) et de la casserole.

Pour le système formé de la glace (eau solide) et la casserole, l'énergie interne est modifiée par la plaque chauffante : $\Delta U = Q^{\text{ext}} = P^{\text{ext}} \Delta t$, P^{ext} étant la puissance de chauffe de la plaque et Δt la durée de chauffage.

L'échange entre les deux parties est donné, par absence de travail, par

$$\Delta U = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q^{\text{ext}}.$$

Etape 1 : amener le tout à la température de fusion de l'eau $T_{\text{fusion}} = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_1^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}}.$$

$$\begin{aligned} Q_1^{\text{ext}} &= c_{\text{glace}} m_{\text{eau}} (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) \\ &= (c_{\text{glace}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}) (T_{\text{fusion}} - T_{\text{init}}) \\ &= (2.06 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 1 \text{ kg}) (0^\circ\text{C} - (-10^\circ\text{C})) \\ &= 0.147 \cdot 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_1 = \frac{Q_1^{\text{ext}}}{P^{\text{ext}}} = \frac{0.147 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 8.17 \text{ s}.$$

Etape 2 : faire fondre toute la glace à $T_{\text{fusion}} = 0^\circ\text{C}$.

La transition de phase se faisant à température fixe, l'énergie interne de la casserole ne change pas.

$$Q_2^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}}.$$

$$\begin{aligned} Q_2^{\text{ext}} &= \lambda_{\text{fusion}} m_{\text{eau}} \\ &= 3.3 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} \\ &= 1.65 \cdot 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_2 = \frac{Q_2^{\text{ext}}}{P^{\text{ext}}} = \frac{1.65 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 91.67 \text{ s}.$$

Etape 3 : amener le tout à la température de vaporisation de l'eau $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$.

$$Q_3^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}}.$$

$$\begin{aligned} Q_3^{\text{ext}} &= c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}} (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) \\ &= (c_{\text{eau}} m_{\text{eau}} + c_{\text{fer}} m_{\text{fer}}) (T_{\text{vap}} - T_{\text{fusion}}) \\ &= (4.18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} + 0.44 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} \cdot 1 \text{ kg}) (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) \\ &= 2.53 \cdot 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_3 = \frac{Q_3^{\text{ext}}}{P^{\text{ext}}} = \frac{2.53 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 140.56 \text{ s}.$$

Etape 4 : faire évaporer toute l'eau à $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$.

La transition de phase se faisant à température fixe, l'énergie interne de la casserole ne change pas.

$$Q_4^{\text{ext}} = Q_{\text{eau}} + Q_{\text{cass}} = Q_{\text{eau}} .$$

$$\begin{aligned} Q_4^{\text{ext}} &= \lambda_{\text{vap}} m_{\text{eau}} \\ &= 23 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1} \cdot 0.5 \text{ kg} \\ &= 11.5 \cdot 10^5 \text{ J} . \end{aligned}$$

La durée du chauffage correspondante est

$$\Delta t_4 = \frac{Q_4^{\text{ext}}}{P_{\text{ext}}} = \frac{11.5 \cdot 10^5 \text{ J}}{1800 \text{ W}} = 638.89 \text{ s} .$$