

**Exercice 1★ : Analyse cinématique d'une broche à articulations idéales**

La structure cinématique parallèle ci-dessous est utilisée pour manipuler une broche de machine-outil. Sachant que ce mécanisme ne comporte pas d'hyperstatisme ( $\text{DOH} = 0$ ) :

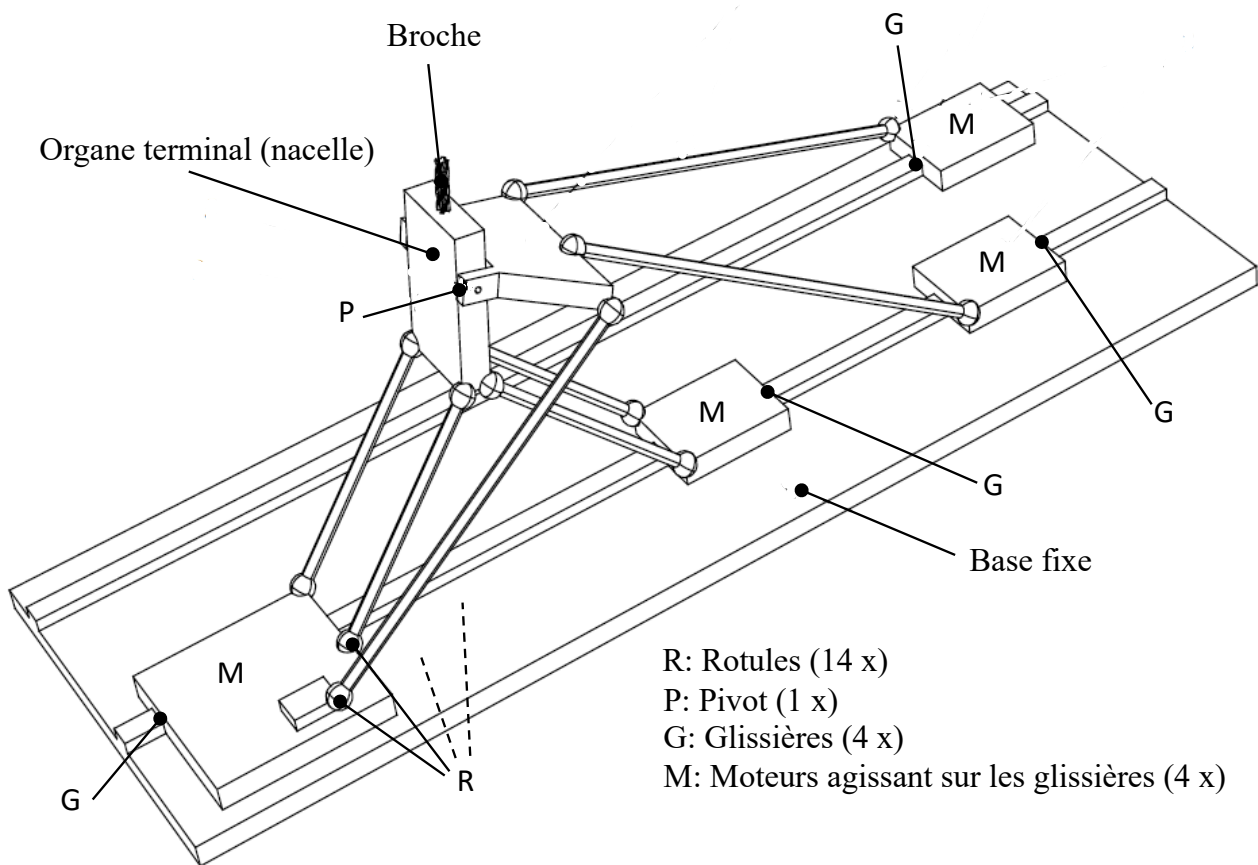
**Question 1 :** Déterminez le degré de mobilité  $M$  de la structure selon la méthode de Grübler :  $M = \sum d_i - 6b$  avec  $d_i$  nombre de degrés de liberté des articulations élémentaires, et  $b$  nombre de boucles cinématiques.

**Question 2 :** Déterminez le nombre de degrés de liberté  $\text{DOF}$  de l'ensemble de la structure.

**Question 3 :** Déterminez le degré de spatialité  $\text{DOS}$  de la nacelle (le degré de spatialité est nombre de degrés de liberté externes  $\text{DOF}_{\text{externes}}$  de la structure).

**Question 4 :** Déterminez le nombre de degrés de liberté internes  $\text{DOF}_{\text{internes}}$  de la structure.

Remarque : Dans cette analyse, c'est la nacelle portant la broche qui est considérée comme étant l'organe terminal de la structure. Donc le degré de liberté en rotation de l'axe de la fraise dans la broche n'est pas à prendre en considération.



**Exercice 2 : Analyse cinématique qualitative de guidages flexibles à articulations orthogonales**

Déterminez le nombre de degrés de liberté (DDL), la mobilité (M) et le degré d'hyperstatisme (DDH) des guidages flexibles suivants, composés exclusivement de tiges ( $R_1^5$ ) et de lames ( $L_3^3$ ) orthogonales entre elles (sauf exception).

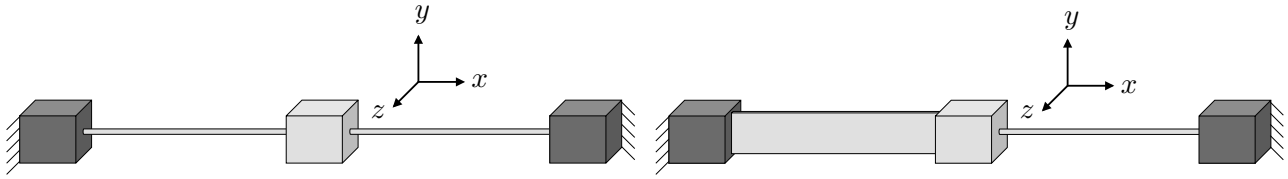
*Rappel* :  $DDH = DDL - M$

**Notation**

- $x_1$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- $x_n$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par  **$n$**  articulations (hyperstatisme de degrés  $n - 1$ )
- $x^F$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  **libre** (Free)
- $x^{Fp}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre, mais accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $x^{LF}$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  libre **localement** (Local Freedom) (apparition de contraintes élevées et augmentation significative de la rigidité pour les grandes courses).
- $x^{LFp}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre **localement** et accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $rx_1$  : Mouvement en rotation autour de l'axe  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- etc.

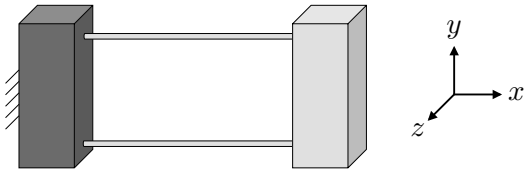
**Légende**

- Les blocs gris-foncé avec hachures sont fixes (bâti).
- Le bloc gris-clair est mobile. Ce sont ses degrés de liberté que nous calculons dans cet exercice.

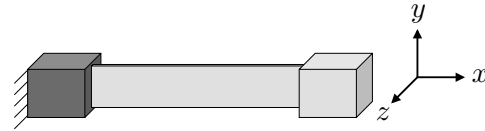


(a)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

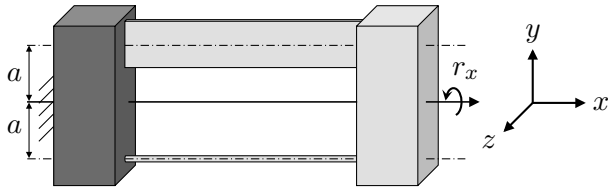
(b)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



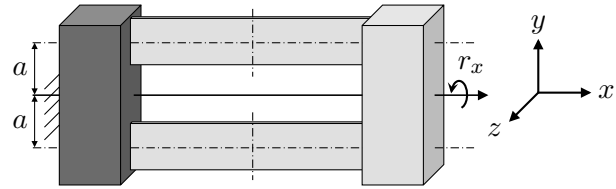
(c)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



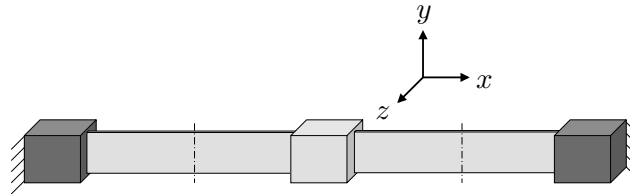
(d)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



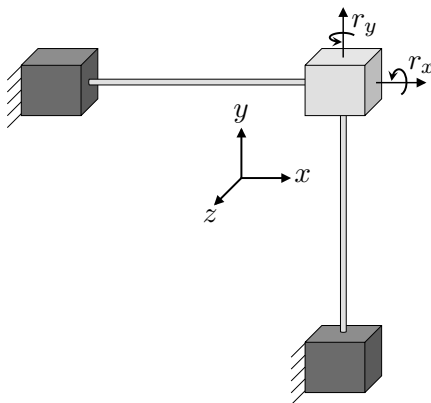
(e)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



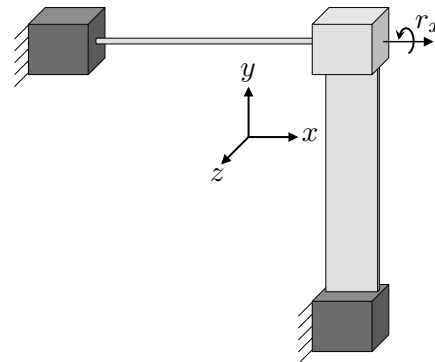
(f)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



(g)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

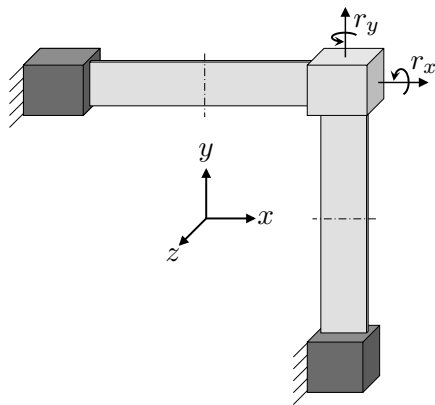


(h)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

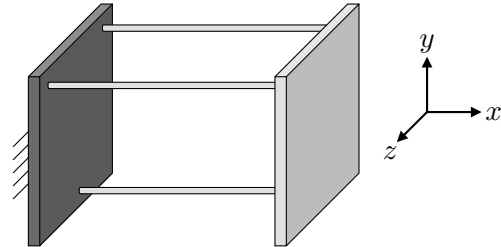


(i)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

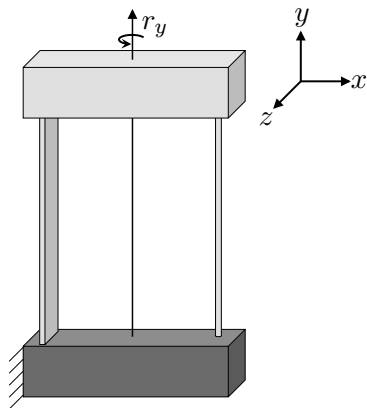
Série n°1



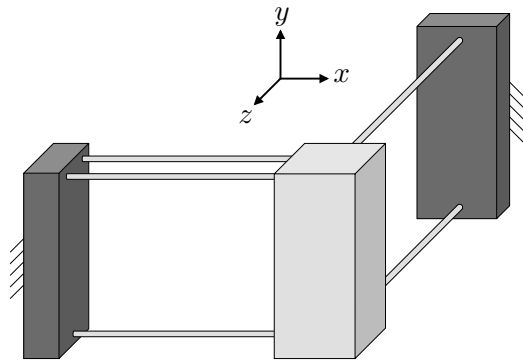
(a)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



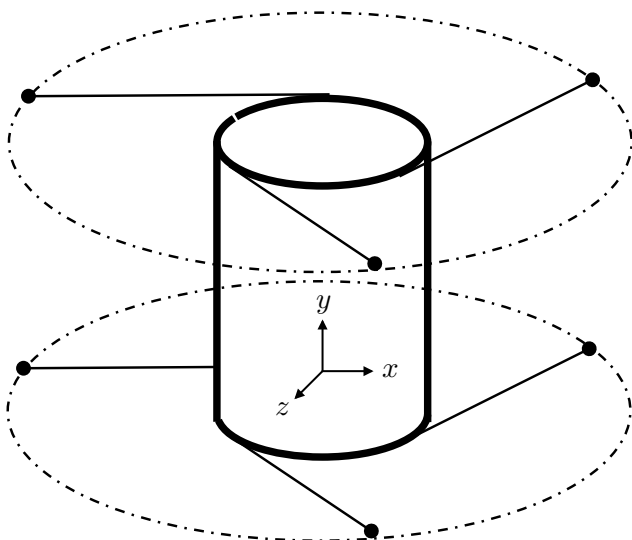
(b)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



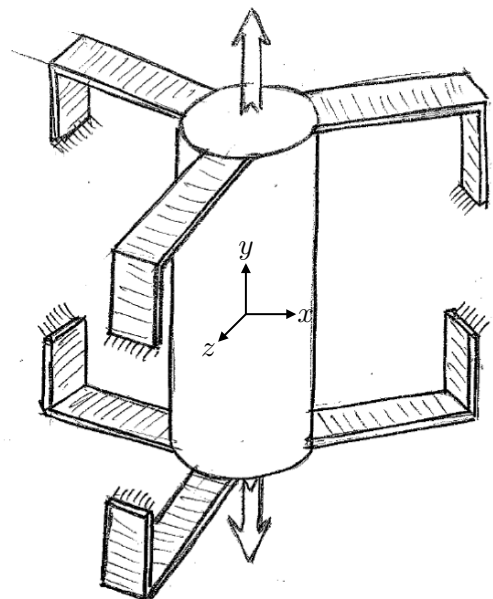
(c)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...



(d)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

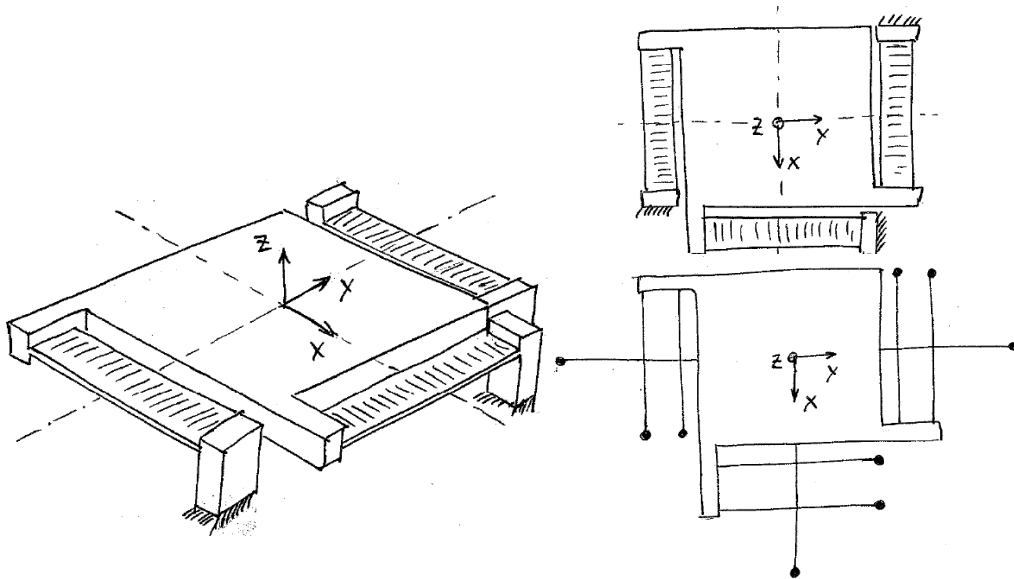


(e)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

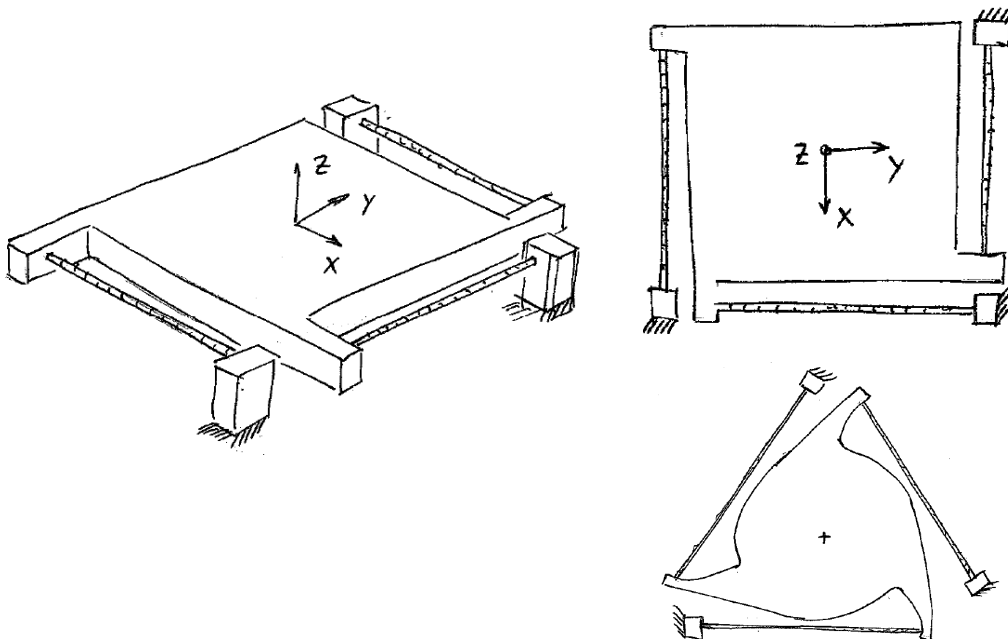


(f)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
DOF=...; M=...; DOH=...

Série n°2



(a)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
 DOF=...; M=...; DOH=...



(b)  $x... y... z... r_x... r_y... r_z...$   
 DOF=...; M=...; DOH=...

Série n°3

**Exercice 3★ : Analyse cinématique qualitative d'un guidage à 5 tiges orthogonales**

Le guidage flexible ci-dessous est constitué de 5 tiges flexibles identiques de section circulaire. Le bloc A est fixe. Le bloc B est mobile. Les deux tiges verticales sont parallèles entre elles. Les trois tiges horizontales sont parallèles entre elles et situées dans un même plan.

**Question 1 :** Complétez la liste ci-dessous décrivant qualitativement les degrés de liberté du bloc B, en utilisant la notation ci-dessous.

Notation (rappel) :

- $x_1$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- $x_n$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par  **$n$**  articulations (hyperstatisme de degrés  $n - 1$ )
- $x^F$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  **libre** (Free)
- $x^{Fp}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre, mais accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $x^{LF}$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  libre **localement** (Local Freedom) (apparition de contraintes élevées et augmentation significative de la rigidité pour les grandes courses).
- $x^{LFP}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre **localement** et accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $rx_1$  : Mouvement en rotation autour de l'axe  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- etc.

$x_{...} \quad y_{...} \quad z_{...} \quad rx_{...} \quad ry_{...} \quad rz_{...}$

**Question 2 :** Déterminez le nombre de degrés de liberté du bloc B :

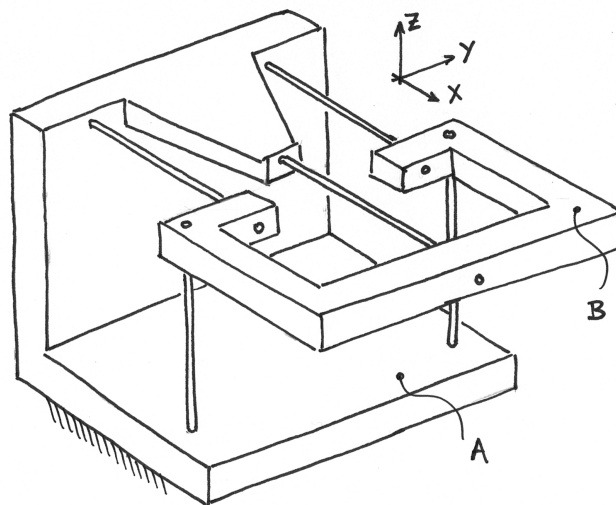
$$DOF = \dots$$

**Question 3 :** Déterminez la mobilité  $M$  de cette structure selon la méthode de Grübler en considérant que chaque tige est une articulation dotée de 5 degrés de liberté :

$$M = \dots$$

**Question 4 :** Déterminez le degrés d'hyperstatisme de cette structure :

$$DOH = \dots$$



**Exercice 4★ : Analyse cinématique qualitative d'un guidage à 5 tiges (plaque)**

Le guidage flexible ci-dessous est constitué de 5 tiges flexibles de section circulaire. Les blocs A, B et C sont fixes. La plate-forme D est mobile.

**Question 1.** Complétez la liste ci-dessous décrivant qualitativement les degrés de liberté de la plate-forme D, en utilisant la notation ci-dessous.

$$x_{...} \quad y_{...} \quad z_{...} \quad rx_{...} \quad ry_{...} \quad rz_{...}$$

Notation (rappel) :

- $x_1$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- $x_n$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  **bloqué** par  $n$  articulations (hyperstatisme de degrés  $n - 1$ )
- $x^F$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  **libre** (Free)
- $x^{Fp}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre, mais accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $x^{LF}$  : Mouvement en translation rectiligne dans la direction  $x$  libre **localement** (Local Freedom) (apparition de contraintes élevées et augmentation significative de la rigidité pour les grandes courses).
- $x^{LFp}$  : Mouvement en translation dans la direction  $x$  libre **localement** et accompagné d'un mouvement **parasite**.
- $rx_1$  : Mouvement en rotation autour de l'axe  $x$  **bloqué** par **une** articulation
- etc.

**Question 2.** Déterminez le nombre de degrés de liberté de la plate-forme D :

$$DOF = \dots$$

**Question 3.** Déterminez la mobilité  $M$  de cette structure selon la méthode de Grübler en considérant que chaque tige est une articulation dotée de 5 degrés de liberté :

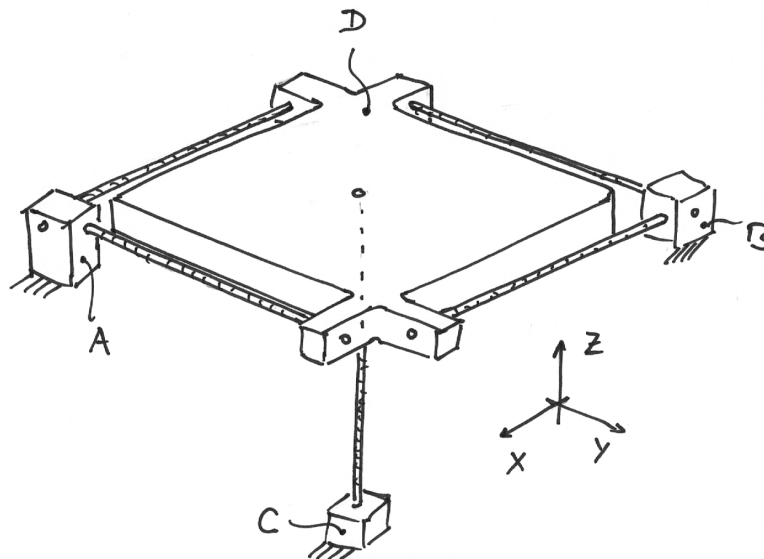
$$M = \dots$$

**Question 4.** Déterminez le degrés d'hyperstatisme de cette structure :

$$DOH = \dots$$

**Question subsidiaire 5.** Quel type de perspective est utilisées sur la figure ci dessous ? Cochez :

☐ Cavalière ; ☐ Axonometrie ; ☐ Un point de fuite ; ☐ Deux points de fuite ; ☐ Trois points de fuite ;



### Exercice 5 : Table à lames parallèles entraînée par un "Pusher"

Pour la table à deux lames parallèles (Figure a.), dont les paramètres sont donnés à la page suivante, répondez aux questions suivantes :

1. Calculez la course admissible  $x_{adm}$  de manière à avoir un facteur de sécurité  $S$ .
2. Calculez l'amplitude du mouvement parasite  $\lambda$  pour la course  $x_{adm}$ .
3. Calculez la force  $F$  nécessaire pour déformer le guidage en position  $x_{adm}$ . Est-ce que l'actionneur a suffisamment de force ?
4. Nous voulons utiliser un actionneur du commerce de type "Pusher" qui a une force maximale  $F_{pusher}$  pour entraîner ce guidage. Pour garantir un fonctionnement sans jeu, nous désirons travailler toujours en poussée (et jamais en traction) avec une force de poussée minimale de  $F_{min}$ . Calculez la course utilisable du système dans ce cas (pour cela, tracez la caractéristique force-déformation du guidage et contrôlez graphiquement le résultat).

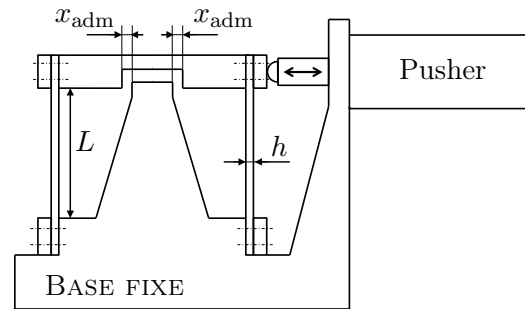


Figure a. Table à lames simple.

5. Pour augmenter la course utilisable du système jusqu'aux limites physiques du guidage (course  $\pm x_{adm}$ ) nous utilisons un ressort de compression de rigidité  $K$  (Figure b.).

Quelle force de précontrainte faut-il appliquer au ressort de telle sorte que la force de poussée minimale  $F_{min}$  reste respectée sur toute la course ?

*Remarque :* La précontrainte est la force qu'exerce le ressort sur le guidage lorsqu'il est en position nominale (lames non déformées).

6. Tracez la caractéristique force-déformation du système guidage/ressort sur toute la plage de course admissible. Est-ce que l'actionneur a suffisamment de force ?

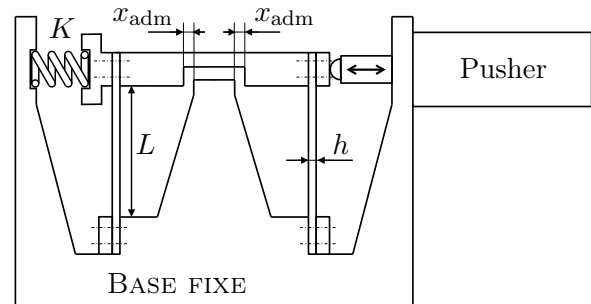


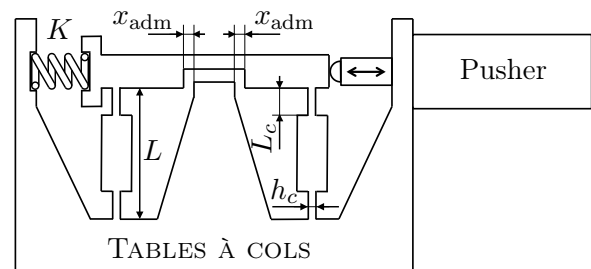
Figure b. Table à lames avec ressort.

8. Une solution consiste à utiliser une table à quatre cols prismatiques au lieu de la table à lames parallèles (figure c.).

Si l'épaisseur minimale qui peut être usinée de manière fiable est  $h_c$ , calculez la longueur minimale des cols  $L_c$  pour atteindre la course  $x_{adm}$  avec le même facteur de sécurité  $S$  que précédemment. Conseil : procéder par tâtonnement.

9. Calculez la force  $F_{table\ col}$  nécessaire pour déformer le guidage seul (sans le ressort de précontrainte) en position  $x_{adm}$  et comparez avec la réponse obtenue à la question 3.

10. Réajustez la précontrainte du ressort pour ce nouveau design et calculez la force maximale que doit produire l'actionneur dans ce cas.



c. Table à cols avec ressort.



**Données numériques**

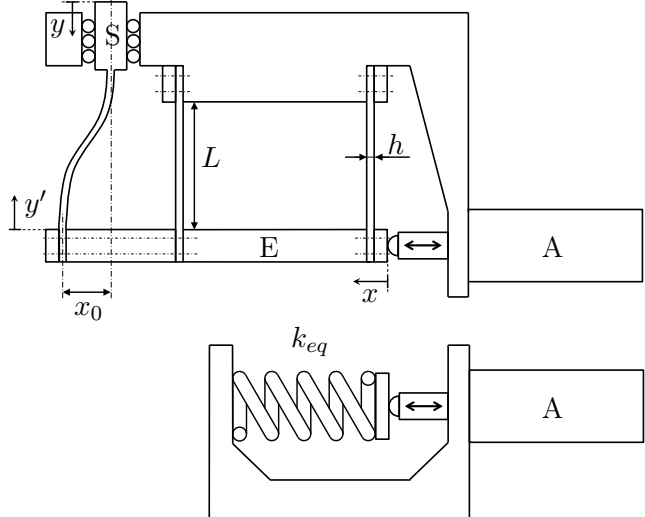
- Longueur des lames :  $L = 50$  mm
- Largeur des lames :  $b = 10$  mm
- Epaisseur des lames :  $h = 0,3$  mm
- Module de Young Acier Maraging W720 :  $E = 193$  GPa
- Limite de fatigue pour  $10^7$  cycles :  $\sigma_D = 700$  MPa
- Facteur de sécurité par rapport à  $\sigma_D$  :  $S = 1,5$
- Force de poussée minimale pour supprimer le jeu :  $F_{\min} = 2$  N
- Rigidité du ressort de précharge :  $K = 500$  N m<sup>-1</sup>
- Force maximale de l'actionneur "Pusher" :  $F_{\text{pusher}} = 10$  N
- Epaisseur usinable min. pour un col prismatique :  $h_c = 0,1$  mm

**Exercice 6 : Convertisseur micrométrique**

Principe breveté par l'Institut Paul Scherrer : Device for converting a first motion into a second motion responsive to said first motion under a demagnification scale, Henein S., EP06021785, (2006)

Pour le système ci-contre :

1. Calculez la rigidité  $k_{eq}$  du ressort équivalent vue par l'actionneur linéaire A.
2. Lorsque l'actionneur linéaire A déplace le bloc E d'une distance  $x = 2$  mm vers la gauche :
  - 2.1. Calculez le déplacement vertical  $y'$  (vers le haut) du bloc E.
  - 2.2. Calculez le déplacement vertical  $y$  (vers le bas) du bloc S.
3. Calculez le rapport de transmission  $i = x/y$  du système. Est-ce que  $i$  dépend du déplacement imposé  $x$  où est-il constant ? (Justifiez votre réponse).
4. Calculez la valeur  $x_0$  qui permette d'obtenir un rapport de transmission de  $i = 1000$  ?

**Données numériques**

- Longueur des 3 lames flexibles :  $L = 30$  mm
- Epaisseur des 3 lames :  $h = 0,2$  mm
- Largeur des 3 lames :  $b = 10$  mm
- Module de Young :  $E = 210$  GPa
- Dans la position nominale du système, telle que représentée sur la figure ci-dessus, on définit les positions des blocs mobiles ainsi :
  - $x = 0$
  - $y = 0$
  - $y' = 0$
  - Les deux lames de droite sont rectilignes
  - La lame de gauche est pré-déformée avec une flèche  $x_0 = 0,5$  mm.