Semaine 8a

Question 8.1 – Axe neutre

Une poutre encastrée ABC de longueur L est fixé au point A et a un moment M_0 appliqué sur son extrémité libre, comme illustré sur la Figure 8.1. La section transversale est carrée. Pour le cas II, on applique aussi une axiale force F_0.

Pour les cas I, II et III, calculer :

- **La position de l'axe neutre y_0**
- **L'emplacement et la valeur absolue de la contrainte normale maximale $|\sigma_{max}|$**

-Indice pour cas 3 : chaque partie $(x > L/2\ , x > L/2)$ de la poutre peut être analysée indépendamment

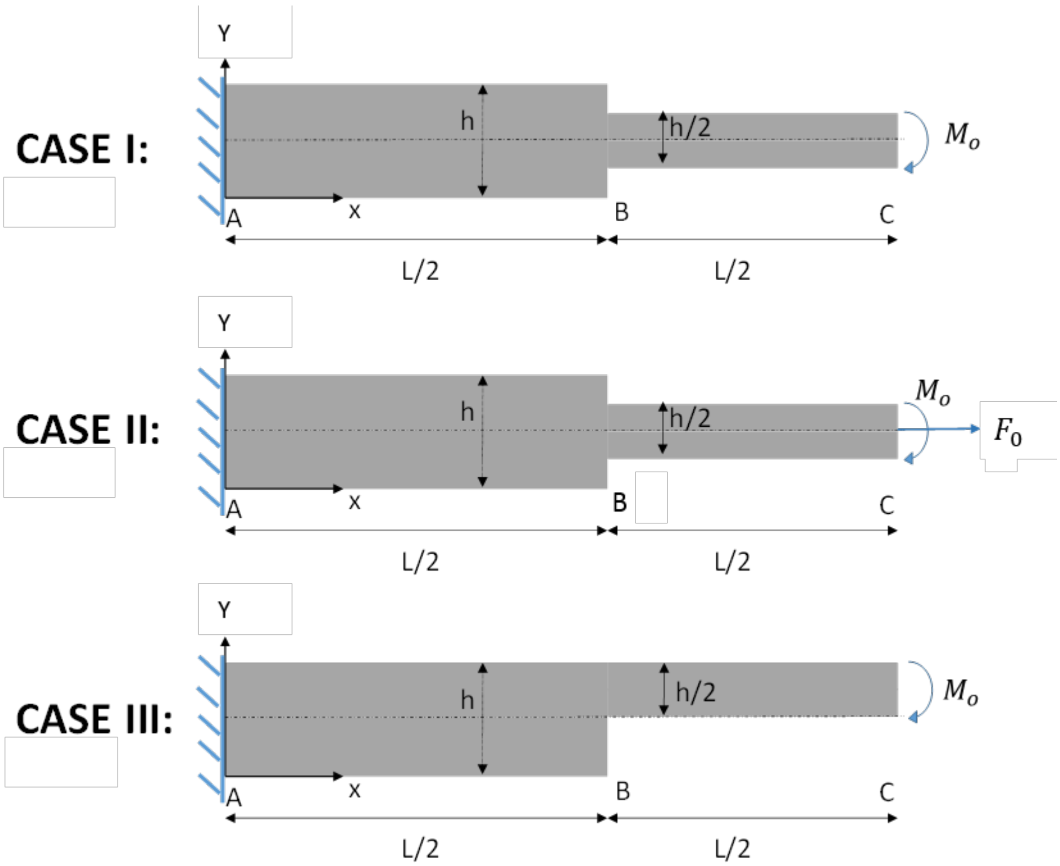
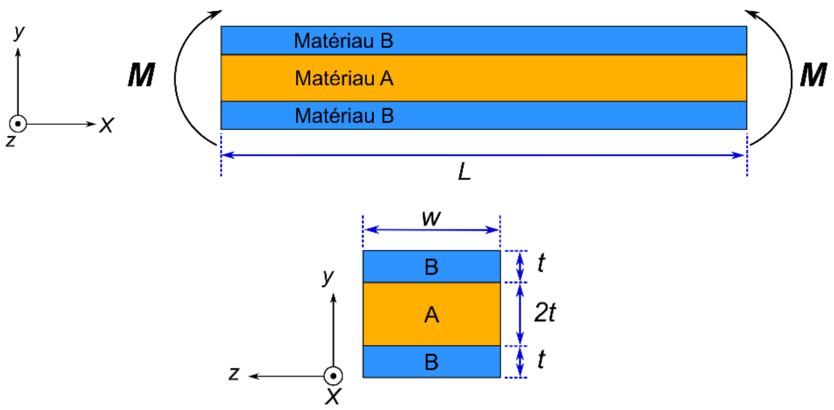


Figure 8.1| Une poutre encastrée, de section carrée.

Q8.2 Contrainte normale maximale

Une poutre composite est constituée des deux matériaux A et B. La poutre a une longueur L, largeur w, et épaisseur $4t$. Les matériaux A et B ont un module de Young $E_A = 9E$ et $E_B = 3E$, des épaisseurs $t_A = 2t$, and $t_B = t$, voir figure ci-dessous.

On impose un moment externe M selon l'axe z aux deux extrémités de la poutre, dans les sens tels que dessinés ci-dessous. Aucune force externe et aucun autre moment externe est imposé.



Pour les questions A à E, donnez vos réponses en fonction de W, L, w, ou t.

(a)

A) Quelle est la distance entre l'axe neutre et bas de la poutre ? Indiquez l'axe neutre sur un dessin dans le plan xy

B) Calculez la Rigidité en flexion de la poutre $<EI_{z,y0}>$

C) Calculez le rayon de courbure (ρ) pour un moment de flexion $M = 0.2Ewt^2$

D) Trouvez les déformations relatives maximum $\varepsilon_{x,max-tension}$ et $\varepsilon_{x,max-compression}$ dans la poutre.

E) Calculer la contrainte maximum en traction dans la poutre pour E = 100 MPa et t = 10 mm.

F) Pour une position arbitraire x le long de la poutre, dessinez la contrainte σ_x en fonction de y. Indiquez où les contraintes en traction et on compression sont maximum.

Q8.3 Contrainte normale maximale

Une poutre, de largeur b, est composée de deux matériaux collés, a la section montrée en Fig 8.3. Les modules de Young des deux matériaux sont $E_1 = 300$ GPa et $E_2 = 100$ GPa. On impose une courbure de la poutre de $\kappa = {}^{8}/_{h} \cdot 10^{-4}$.

a) Quel est la valeur absolue de la contrainte normale maximale σ_x ?

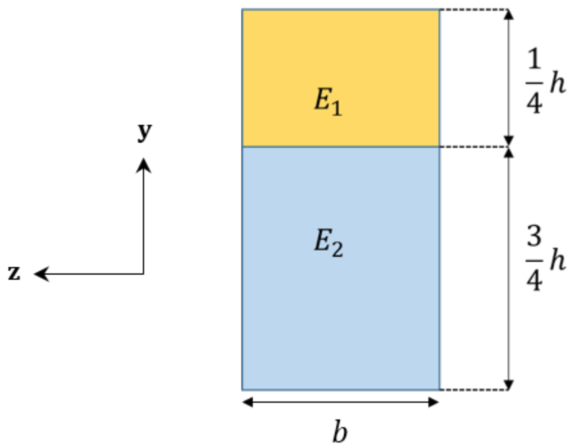


Fig 8.3| Vue en coupe de la section de la poutre

OPTIONEL

Q8.4 Question courte – Contrainte normale maximale

Une poutre composite, faite d'un panneau aggloméré (matériau A, en bleu) recouvert de deux parois en fibre de verre (matériau B, en gris), a une section telle qu'illustrée en Fig 8.2

La largeur de la poutre est 5 cm, l'épaisseur des parois est 0.25 cm, et l'épaisseur du panneau central est 1 cm. La poutre est soumise à un moment de flexion positif de 28 N.m selon l'axe z. Les modules de Young des deux matériaux sont $E_A = 10$ GPa et $E_B = 27.5$ GPa.

- **Déterminez les contraintes normales maximales σ_A et σ_B dans les matériaux A et B**
- **Même question si on inverse les matériaux : fibre de verre au centre et aggloméré à l'extérieur**

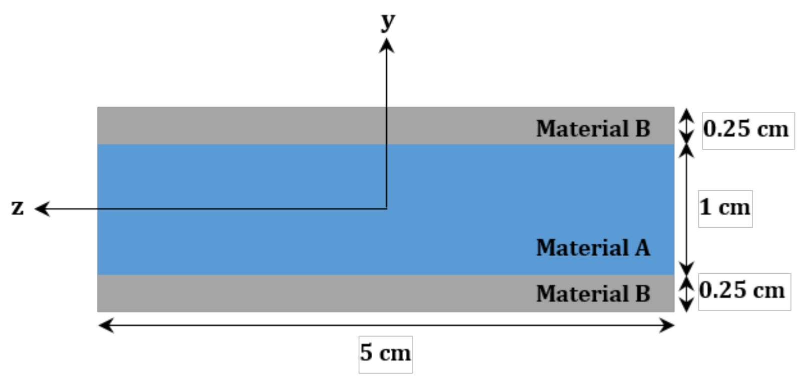


Figure 8.2 | Vue en coupe de la section de la poutre composite

TRES OPTIONEL (et un peu compliqué)

Q 8.5 Deformation d'un composite soumis a une force excentrique

Dans ce problème, nous allons analyser comment une structure composite se déforme lorsque soumise à une force excentrique. il faudra trouver l'axe neutre et le rayon de courbure que nous utiliserons pour analyser la répartition des contraintes et déformations dans les différentes couches.

Ce problème est une version simplifiée d'un modèle développé par Bekir Aksoy durant sa thèse de doctorat pour un actionneur souple. Article sur moodle et à https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/adfm.202001597

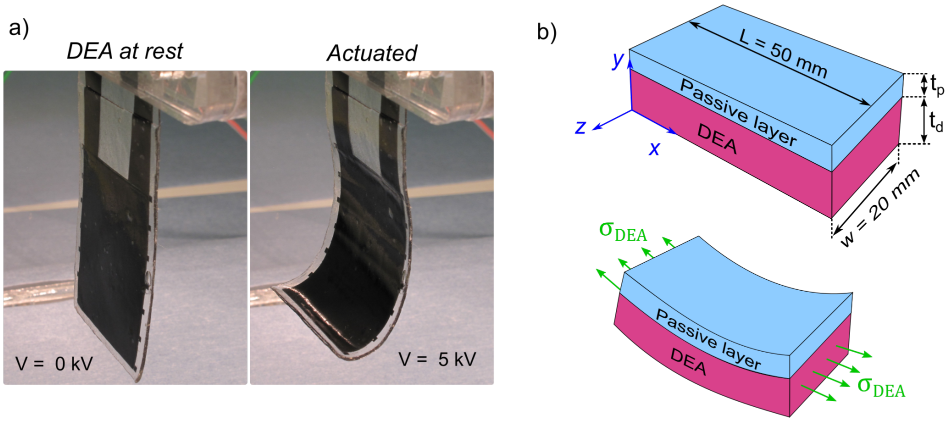


Figure 8.5 | a) Un DEA à 0 kV et 5 kV. b) Le schéma du dispositif composite.

La force excentrique est générée par un actionneur diélectrique souple (Dielectric Elastomer Actuator ou DEA). Lorsque l'on applique une tension électrique au DEA, sa surface augmente et son épaisseur diminue. Le DEA est incompressible, donc son volume est constant et le coefficient de poisson ν=0.5. En collant une couche "passive" sur le DEA, il est possible de transformer cette déformation dans le plan en un mouvement de flexion (voir fig 8.4a).

La structure du dispositif est illustrée en Fig 8.4b. Sa longueur est L = 50 mm et sa largeur est w = 20 mm. La couche passive et le DEA ont un module d'élasticité de E_{pass} = 1.20 MPa et E_{DEA} = 0.60 MPa et leur épaisseurs initiales sont t_{pass} = 20 µm and t_{dea} = 200 µm.

Lorsqu'une tension de 5 kV est appliquée au DEA, la structure fléchit selon l'axe z avec un rayon de courbure ρ_0 au niveau de l'axe neutre y_0.

Vous pouvez faire les hypothèses suivantes :

i) le DEA exerce une force uniquement dans la direction *x*.

ii) la contrainte σ_{DEA} est uniformement répartie dans la section du DEA ($\varepsilon_{permittivity}$=4*10^{-11} N/V^2) et est : $\sigma_{DEA} = \varepsilon_{permittivity}\frac{V^2}{t_{dea}^2}$

Votre mission :

1. Trouvez le rayon de courbure ρ_0 et l'axe neutre y_0 en utilisant l'équilibre des forces et moments. L'axe neutre est-il compris dans la section du dispositif ou à l'extérieur de celui ?
2. Quel est le type de contrainte dans chaque couche (tension/compression) ?
3. Calculez les déformations longitudinales maximales et minimales.
4. Calculez la longueur moyenne du DEA lorsqu'il est en flexion. Vous pouvez pour cela calculer la longueur du plan à y = 100 µm.
5. Dessinez un schéma représentant la répartition des contraintes internes et des déformations.

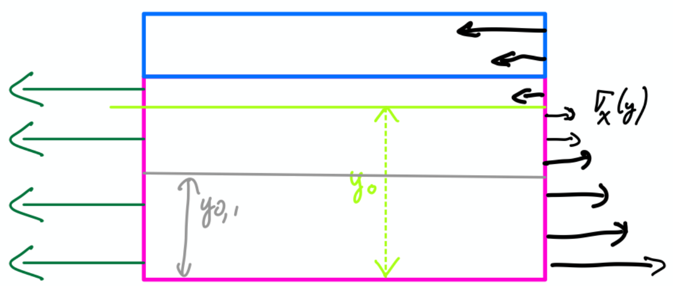
Processus proposé option 1 (qui nous semble être la plus simple)

A. Faire une coupe, montrant d'un côté les contraintes dû à σ_{DEA} et de l'autres les contraintes $\sigma_x(y)$ – voir exemple ci-dessous

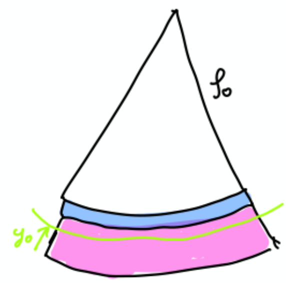
B. Sur ce dessin, utiliser l'équilibre des forces et des moments. Coté gauche, moment et forces en fonction de σ_{DEA} . Coté droite, moment et forces en fonction de ρ_0 et y_0

C. Résoudre pour trouver ρ_0 et y_0

D. Dessiner les contraintes et déformations relatives en fonction de *y*.



- ce dessin est conceptuellement juste
- mais ne représente pas exactement les $\sigma_x(y)$ que nous allons calculer



Processus Option 2

E. Calculer forces et moments internes dues à F_{DEA}

F. Exprimer forces et moments internes en fonction de ρ_0 et y_0

G. trouver ρ_0 et y_0 en passant par l'équilibre des forces et des moment.

H. Dessiner contraintes et déformations relatives en fonction de *y*.

