Physique
Semestre d'automne 2018

Simon Bossoney
Guido Burmeister

moodle.epfl.ch

Corrigé 1

Exercice 1

On utilise la définition du litre, $1\,\ell = 1\,\mathrm{dm}^3$, ainsi que celle des multiples et sous-multiples décimaux des unités internationales.
On obtient

- $1\,\mathrm{m}^3 = 10^3\,\mathrm{dm}^3 = 10^3\,\ell\,,$
- $1\,\mathrm{m}\ell = 10^{-3}\,\ell = 10^{-3}\,\mathrm{dm}^3 = 10^3\,\mathrm{mm}^3\,,$
- $1\,\mathrm{cm}^3 = 10^{-3}\,\mathrm{dm}^3 = 10^{-3}\,\ell = 1\,\mathrm{m}\ell\,,$
- $1\,\mathrm{cm} = 10^{-5}\,\mathrm{km}\,,$
- $1\,\mathrm{g}\,\ell^{-1} = 10^{-3}\,\mathrm{kg}\,\ell^{-1} = 1\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}\,.$

Exercice 2

On utilise l'expression du volume d'une boule :

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3\,,$$

où R est le rayon de la boule.
Le volume de la Terre est donné par

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(6.37 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^3 \cong 1.08 \cdot 10^{21}\,\mathrm{m}^3\,.$$

Exercice 3

Calculer, simplement...
L'expression à utiliser étant donnée, le problème se réduit à son application directe :

(a) écrire l'expression symbolique,

(b) remplacer les symboles par leur valeur numérique.

Selon l'expression du rayon de Schwarzschild,

$$r_\mathrm{S} = \frac{2GM_T}{c^2} = \frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2} = 8.84\,\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 8.84\,\mathrm{mm}.$$

Remarque : de manière générale

(a) on écrit l'expression symbolique,

(b) on remplace les symboles par leur valeur numérique (avec les unités !),

(c) on effectue le calcul et la simplification des unités,

(d) on vérifie la cohérence entre l'unité obtenue et celle de la grandeur physique calculée,

(e) on vérifie l'ordre de grandeur du résultat (avec le bon sens ou une estimation).

Exercice 4
On exploite l'expression de la masse volumique d'un objet de masse m et de volume V :

$$\rho = \frac{m}{V}\,.$$

On obtient immédiatement :

- $M_{\text{air}} = \rho_{\text{air}} V_{\text{air}} = 0.78\,\text{kg}$,
- $V_{\text{Cl}} = \dfrac{M_{\text{Cl}}}{\rho_{\text{Cl}}} \cong 2.02 \cdot 10^{-2}\,\text{m}^3$.

Exercice 5
On détermine la masse volumique du bijou, $\rho_{\text{bijou}} = m_{\text{bijou}}/V_{\text{bijou}}$, et on compare cette dernière à la masse volumique de l'or.
Selon l'énoncé, le volume du bijou est

$$V_{\text{bijou}} = 2.3\,\text{cm}^3\,.$$

La masse volumique du bijou est donc

$$\rho_{\text{bijou}} = \frac{m_{\text{bijou}}}{V_{\text{bijou}}} \cong 1.11 \cdot 10^4\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}\,.$$

Comme $\rho_{\text{bijou}} < \rho_{\text{Au}}$, le bijou n'est pas en or pur !

Exercice 6
On va faire l'hypothèse que les distances interatomiques propres à l'or et à l'argent ne sont pas modifiées dans l'alliage. On suppose également que ce dernier est homogène. Sa masse volumique aura ainsi pour expression

$$\rho_{\text{alliage}} = \frac{M_{\text{totale}}}{V_{\text{total}}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}}\,.$$

(a) Les masses de l'or et de l'argent sont données. Connaissant les masses volumiques de ces deux matériaux, il est donc possible de déterminer leurs volumes respectifs :

$$V_{\text{Au}} = \frac{m_{\text{Au}}}{\rho_{\text{Au}}} \cong 2.116 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3$$

et

$$V_{\text{Ag}} = \frac{m_{\text{Ag}}}{\rho_{\text{Ag}}} \cong 5.714 \cdot 10^{-6}\,\text{m}^3\,.$$

La masse volumique de l'alliage est ainsi

$$\rho_{\text{all}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \cong 12.77 \cdot 10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}\,.$$

(b) Les volumes de l'or et de l'argent sont donnés. Connaissant les masses volumiques de ces deux matériaux, il est donc possible de déterminer leurs masses respectives :

$$m_{\text{Au}} = V_{\text{Au}} \rho_{\text{Au}} = 0.756\,\text{kg}$$

et

$$m_{\text{Ag}} = V_{\text{Ag}} \rho_{\text{Ag}} = 0.63\,\text{kg}\,.$$

La masse volumique de l'alliage est ainsi

$$\rho_{\text{all}} = 13.86 \cdot 10^3\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}\,.$$

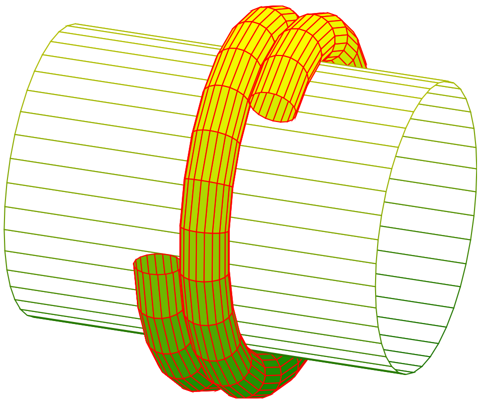
Exercice 7

On utilise la connaissance du matériau dont est formé le câble.
La masse volumique d'un matériau homogène fait le lien entre les dimensions de l'objet et sa masse.
Masse du câble : $M = \rho V$.
Le câble étant cylindrique de rayon $r = 2.5\,\mathrm{cm}$ et de longueur $L = 250\,\mathrm{m}$,

$$M = \rho L \pi r^2 = 7.85 \cdot 10^3 \mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot 250\,\mathrm{m} \cdot \pi \cdot (2.5 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2 = 3.85 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}\,.$$

On utilise le lien entre la longueur du câble et le nombre de tours dans l'enroulement, sans tenir compte de l'épaisseur du câble.

Une figure permet de visualiser la situation étudiée et à définir la nomenclature utilisée dans la résolution du problème. La faire est donc une première étape indispensable !
Parmi les différentes manières d'enrouler un câble sur une bobine, celle-ci est la plus courante.



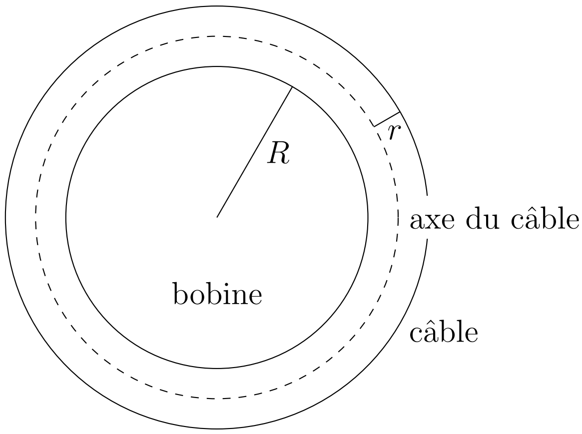
Plus le câble est long, plus le nombre de tours est important.

$$N_{\text{tours}} = \frac{\text{longueur}}{\text{longueur d'un tour}} = \frac{L}{2\pi R}\,,$$

R étant le rayon de la bobine. Alors

$$N_{\text{tours}} = \frac{250\,\mathrm{m}}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{m}} = 39.79\,.$$

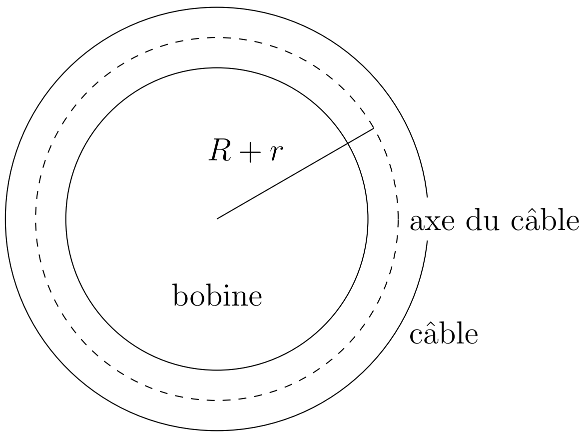
Remarque : on n'a tenu compte ni de l'épaisseur du câble, ni de l'enroulement en spirale !
Le rapport des rayons câble/bobine étant de 2.5%, tenons compte de l'épaisseur du câble.
Une figure permet de visualiser la situation étudiée et à définir la nomenclature utilisée dans la résolution du problème. La faire est donc une première étape indispensable !
En coupe :



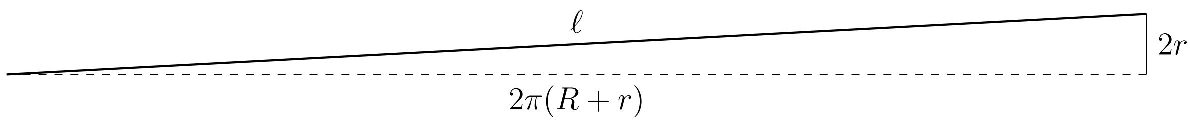
La partie en contact avec la bobine est en compression. La partie opposée est en élongation. Seul l'axe du câble conserve sa longueur.
Le câble s'enroule donc sur une bobine effective de rayon $R + r = 1.025\,\mathrm{m}$, soit de circonférence $6.44\,\mathrm{m}$.

$$N_{\text{tours}} = \frac{L}{2\pi(R + r)} = \frac{250\,\mathrm{m}}{2\pi \cdot 1.025\,\mathrm{m}} = 38.82\,.$$

Remarque : on n'a toujours pas tenu compte de l'enroulement en spirale !
Tenons encore compte de l'enroulement en spirale : pour chaque tour de bobine, on a un décalage d'un diamètre de câble. La longueur d'enroulement sur un tour est donc légèrement supérieure.
Une figure permet de visualiser la situation étudiée et à définir la nomenclature utilisée dans la résolution du problème. La faire est donc une première étape indispensable !
En coupe :



L'enroulement se fait en spirale : à chaque tour, le câble est décalé de $2r$.



La longueur d'enroulement sur un tour vaut donc (Pythagore)

$$\ell = \sqrt{[2\pi(R + r)]^2 + [2r]^2} = \sqrt{(6.44\,\mathrm{m})^2 + (0.05\,\mathrm{m})^2} = 6.44\,\mathrm{m}.$$

D'où

$$N_{\text{tours}} = 38.82\,,$$

comme dans la méthode 2. En effet, le décalage est négligeable à cette précision de deux décimales (la différence relative est de 0.003%).