Série 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les trois inéquations suivantes :

a) $\frac{11}{4}\,x + \frac{1}{5}\,(2-3x) \;\leq\; \frac{1}{3}\,(7x-1)\,,$

b) $\dfrac{x+2}{2x-4} \;\leq\; \dfrac{5-2x}{x-2} + 3\,,$

c) $\dfrac{1-x}{2+x} \;\leq\; -\dfrac{2}{3x-4}\,.$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes par rapport à la variable x en fonction du paramètre réel m.

a) $mx - 4 \;=\; 2\,(x-m)\,,$

b) $\dfrac{2}{m-1}\,x \;\leq\; x - \dfrac{1}{m-1}\,, \qquad m \neq 1\,.$

3. Exercice facultatif

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{1}{2}\,x - 2$ et $g(x) = -3\,x - \frac{11}{2}$.

a) Dans un repère orthonormé (unité = 2 carrés), représenter le graphe de f et de g, puis en déduire celui de $|f|$.
Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $|f(x)| = g(x)$.

b) Interpréter graphiquement, sur l'exemple ci-dessus, l'équivalence suivante

$$|\,f(x)\,| = g(x) \quad\Leftrightarrow\quad g(x) \geq 0 \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ \text{ou} \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right.$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations suivantes :

a) $|-x+4| \;=\; -\dfrac{3}{x}\,,$

b) $\left|x^3 - 2x^2 - 4x + 3\right| \;=\; (x^2+1)\,(x-3)\,.$

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante par rapport à la variable x en fonction du paramètre m :

$$\left|\,m\,x + m + 2\,\right| \;=\; x + 3\,.$$

Expliciter l'ensemble solution pour chaque valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$.

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $|x^2 + 3x - 1| \;\geq\; x^2 + x + 1\,,$

b) $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| \;<\; x - 1\,,$

7

c) $\Big|\,2\,(x+3) - |x-1|\,\Big| \;\leq\; |x-1|\,,$

d) $\dfrac{1-x}{2+x} \;\leq\; 1 - \left|1 + \dfrac{2}{3x-4}\right|.$

Analyse Série 1

1. a) $\frac{11}{4}x + \frac{1}{5}(2-3x) \leq \frac{1}{3}(7x-1)$

$0 \leq \frac{1}{3}(7x-1) - \left(\frac{11}{4}x + \frac{1}{5}(2-3x)\right)$

$\frac{1}{3}(7x-1) - \frac{11}{4}x - \frac{1}{5}\cdot(2-3x) \geq 0$

$\frac{20}{60}\cdot(7x-1) - \frac{165}{60}x - \frac{12}{60}\cdot(2-3x) \geq 0$

$\frac{140}{\cancel{60}}x - \frac{20}{60} - \frac{165}{\cancel{60}}x - \frac{24}{60} + \frac{36}{\cancel{60}}x \geq 0$

$\frac{140}{60}x + \frac{36}{60}x - \frac{165x}{60} - \frac{24}{60} - \frac{20}{60} \geq 0$

$\frac{11}{60}x - \frac{44}{60} \geq 0$

$x \geq \frac{44}{60} : \frac{11}{60}$

$x \geq \frac{2640}{660}$

$\boxed{x \geq 4}$ $S = [4; +\infty[$

Analyse Série 1

1) b) $\frac{x+2}{2x-4} \leqslant \frac{5-2x}{x-2} + 3 \qquad D_{def} = \mathbb{R} - \{2\}$

$$0 \leqslant \frac{5-2x}{x-2} + 3 - \frac{x+2}{2x-4}$$

$$0 \leqslant \frac{5-2x}{x-2} + \frac{3\cdot(x-2)}{x-2} - \frac{x+2}{2\cdot(x-2)}$$

$$0 \leqslant \frac{5 - 2x + 3\cdot(x-2) - \frac{1}{2}x \mp 1}{x-2}$$

$$0 \leqslant \frac{3x - 2x - \frac{1}{2}x \overbrace{+5+1\mp 6}^{-2}}{x-2}$$

$$0 \leqslant \frac{\frac{1}{2}x \overset{-2}{\cancel{+12}}}{x-2}$$

$$0 \leqslant \frac{x \cancel{+124}}{2\cdot(x-2)} \iff 0 \leqslant \frac{26+(x-2)}{2\cdot(x-2)}$$

$$0 \leqslant \frac{x-4}{2x-4}$$

x	0	2		4	
$x-4$	− −	|	−	0	+
$2x-4$	−	0	+	|	+
	+ +	‖	−	0	+ +

$S =]-\infty;2[\cup [4;+\infty[$

Analyse Série 1

1) c) $\dfrac{1-x}{2+x} \leqslant -\dfrac{2}{3x-4}$ $\qquad D_{def} = \mathbb{R} \setminus \left\{-2 ; \frac{3}{4}\right\}$

$$\frac{1-x}{(2+x)} + \frac{2}{(3x-4)} \leqslant 0$$

$$\frac{(1-x)\cdot(3x-4)}{(2+x)\cdot(3x-4)} + \frac{2\cdot(2+x)}{(2+x)\cdot(3x-4)} \leqslant 0$$

$$\frac{\overbrace{(1-x)\cdot(3x-4)}^{-3x^2+7x-4} + \overbrace{2\cdot(2+x)}^{+\,4+2x}}{(2+x)\cdot(3x-4)} \leqslant 0 \qquad \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\frac{-3x^2+9x}{(2+x)\cdot(3x-4)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\cancel{-3x^2+9x}\;\; \cancel{3\cdot(-x^2+3x)}}{\cancel{3x^2}+2x-8} \Leftrightarrow \frac{-3x^2+9x}{3x^2+2x-8}$$

$$\frac{3\cdot(-x^2+3x)}{(2+x)\cdot(3x-4)} \leqslant 0 \Leftrightarrow \frac{3x\cdot(-x+3)}{(2+x)\cdot(3x-4)}$$

$9x-3x^2$

$$3x\cdot\frac{(-x+3)}{(2+x)\cdot(3x-4)} \leqslant 0$$

x		-2		0		$\frac{4}{3}$		3	
$3x(3-x)$	+	+	+	+	+	+	+	0	−
$2+x$	−	0	+	+	+	+	+	+	+
$3x-4$	−	−	−	−	−	0	+	+	+
Q	+	‖	−	−	−	‖	+	|	−

$$\boxed{S = \left]-2 ; \tfrac{4}{3}\right[\cup \left[3 ; +\infty\right[}$$

Série 1 Analyse

Determiner l'espace de solution X et m

2) a) $mX - 4 = 2 \cdot (X - m)$

$\frac{m\cancel{X}}{2} - X + m = 2$

$X \cdot (m-1) = \cancel{4} - 2m$ $\quad 4 - 2m$

m
m − 1
4 − 2m

Série 1 Analyse

Equation paramétrique : trouver une valeur m tel que x = 0 et l'équation soit vraie

2) a) $mx - 4 = 2(x - m)$ $D_{ref} = \mathbb{R}$

$\frac{mx}{2} = (x - m) + 2$

$\frac{mx}{2} - (x - m) = 2$ Si $m = 2$ alors $S = \mathbb{R}$

$mx - 2x + 2m = 4$ Si $m \neq 2$ alors $S = \{-2\}$

$\frac{mx - 4}{2} = x - m$ $2x - 4 = 2x - 4 \rightarrow$ obvious

$mx - 4 + 2m = 2x$ $3x - 4 = 3x - 6 \Rightarrow x = -2$

$-4x - 4 = -4x + 8 \Rightarrow x = -2$

$m \cdot (x + 2) = 2x + 4$

$m \cdot \cancel{(x+2)} = 2\cancel{(x+2)}$

$\boxed{m = 2}$

b) $\frac{2}{m-1} x \leq x - \frac{1}{m-1}$ $m \neq 1$ $\left(\frac{2}{m-1} - 1\right) x \leq -\frac{1}{m-1}$

$\frac{3-m}{m-1} x \leq -\frac{1}{m-1}$

$0 \leq x - \frac{1}{m-1} - \frac{2}{m-1}$

si $\frac{3-m}{m-1} = 0 \iff m = 3$

$0 \leq -\frac{1}{2}$ Faux

$S = \emptyset$

$0 \leq x - \frac{3}{m-1}$

tableau de signes

si $\frac{3-m}{m-1} > 0 \iff m \in \ldots$

$x \geq \frac{3}{m-1}$ $xm - x \geq 3$

$xm \geq 3 + x$

$x \leq \ldots$

si $\frac{3-m}{m-1} < 0 \iff m \in \ldots$

$x \geq \ldots$

Série 1

$\cancel{mx - 4 = 2x - 2m}$

2\. a) $mx - 4 = 2(x - m)$

$\frac{mx}{2} - 2 = (x - m)$

$\frac{mx}{2} - 2 + m = x$

$mX + 2m = 2X + 4$

$m(X+2) = 2(X+2)$

$m = 2$

$\frac{mx}{2} = x$

$Si\ M = 2 \rightarrow S = \mathbb{R}$

$Si\ M \neq 2 \rightarrow S = -2$

$\cancel{S = \frac{mx}{2}}$

2\. b)

$\frac{2}{m-1} x \leqslant x - \frac{1}{m-1} \qquad m \neq 1$

$\frac{2}{m-1} x + \frac{1}{m-1} \leqslant x$

$2X + 1 \leqslant x(m-1)$

$\frac{2}{m-1} x - \frac{x(m-1)}{m-1}$

$2 + \frac{1}{x} \leqslant m - 1$

$\frac{1}{x} \leqslant m + 1$

$\frac{2x - x(m-1)}{m-1} \leqslant -\frac{1}{m-1}$

$1 \leqslant xm + x$

$0 \leqslant xm + x - 1$

$\leqslant X(m+1) - 1$

$0 = Xm + x - 1$

$\cancel{0 > X(m-1)}$

$2x - x(m-1) \leqslant -1$

$X(2 - (m+1)) \leqslant -1$

$X(3-m) \leqslant -1$

X

$m+1$

$X(m+1) - 1$

2b) $\frac{2}{m-1}x \leq x - \frac{1}{m-1}$

$$\frac{2x}{m-1} - \frac{x(m-1)}{m-1} \leq -\frac{1}{m-1}$$

$$\frac{2x - x(m-1}{m-1} \leq -\frac{1}{m-1}$$

$$2x - x(m-1) \leq -1$$

$$x(2-(m-1)) \leq -1$$

$$x(3-m) \leq -1$$

$$x \leq -\frac{1}{(3-m)}$$

		1		3	
$3-m$	+ +		+	0	− − − −
$-\frac{1}{3-m}$	− −		−	‖	+ + + +
$m-1$	− −	‖	+ +		+ + + +

$M \in]-\infty ; 1[\cup]3, +\infty[$ $S = [-\frac{1}{3-m} ; +\infty[$

$m \in]1 ; 3[$ $S = \cancel{\frac{1}{3-m}}$

$S =]-\infty ; \frac{1}{3-m}[$

$m \in \{1 ; 3\}$ $S = \emptyset$

Serie 1 Analyse

4) $|-x+4| = -\frac{3}{\cancel{x}}$

$4{,}5 < < 5$

$\begin{cases} -x+4 = -\frac{3}{x} \\ -x+4 = \frac{3}{x} \end{cases}$ $\leftarrow 3;1$

$-1 < < -\frac{1}{2}$

$-0{,}646$

$S\{3;1$

$-x+4 = -\frac{3}{x} \quad | +x \qquad -x+4 = +\frac{3}{x}$

$4 = x - \frac{3}{x} \quad | \cdot x \qquad 4 = x + \frac{3}{x}$

$4x = x^2 - 3 \qquad 4x = x^2 + 3$

$0 = x^2 - 4x - 3 \qquad 0 = x^2 - 4x + 3$

$5{,}29^2 \qquad 5 < < 6$

$\frac{4 \pm \sqrt{16+12}}{2} \quad 28$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$2 \cdot (2 - \sqrt{?}) \sqrt{4} \cdot \sqrt{7}$

$S = \{\cancel{+3}; \cancel{+1}; \frac{4-\sqrt{28}}{2}\}$ $\boxed{S = \{2 - \sqrt{7}\}}$

$\cancel{(x-2)(x-4)}$

$x \cdot (ax^2 + bx + 4) + 3$

b) $|x^3 - 2x^2 - 4x + 3| = (x^2+1)(x-3)$

$|x^2(x-2) - 4x + 3|$

$(x - \quad)$

$x(x^2 - 2x - 4) + 3$

$(x-2)(x+2)$

4)

$8 - 8 - 8 + 3 \quad 5 = 2 \cdot 2 \quad 0{,}328125$

$1 - 2 - 4 + 3 \quad 10 \cdot 0$

$27 - 18 - 12 + 3 = \quad 5 \quad -1$

6) $|x^3 - 2x^2 - 4x + 3| = (x^2+1)(x-3)$

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = (x^2+1)(x-3)$$

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 3 = -(x^2+1)(x-3)$$

$2 \quad 3$

$\cancel{x^3} - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} + \cancel{3} = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$

$\cancel{x^3} - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} + 3 = -2x^3 + 3x^2 + 3x + \cancel{3}$

$\frac{-4}{-2} \quad \frac{-6}{-2}$

$-5 \quad 25 - 24$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{-2a}$

$ax^2 + bx + c$

$0 = -x^2 + 5x - 6$

$0 = -2x^3 + 5x^2 + 3x$

$x(-2x^2 + 5x + 3)$

$1 \quad 2{,}25$

$\frac{-6}{-4} \quad \frac{-2}{2} \quad -1$

$\frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$

$S_1 = \{\cancel{2}; 3\}$

$S_2 = \{\cancel{1}; \cancel{2{,}25}\}$

$$\boxed{S = \{3\}}$$

Analyse Série 1

$5 \; |mx + m + 2| = x + 3$

$x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \quad S = \emptyset \quad \cancel{S} = [-3 ; +\infty[$

$x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -3 \quad S = \left\{ \begin{matrix} mx + m + 2 = x + 3 \\ mx + m + 2 = -(x + 3) \end{matrix} \right\}$

$mx + m + 2 = x + 3$

$m(x + 1) = (x + 1)$

$m = 1 \rightarrow x = \mathbb{R}$

$x = -1 \rightarrow m = \mathbb{R}$

$mx + m + 2 = x + 3$

$m(x + 1) = (x + 1)$

$m = -1 \rightarrow x = \mathbb{R}$

$x - 1 \rightarrow m = \mathbb{R}$

$S = (m = 1 \cap x = \mathbb{R}) \cup (m = -1 \cap x = \mathbb{R})$
$\cup (x = -1 \cap m = \mathbb{R})$

$5 \; |mx + m + 2| = x + 3$

$mx + m + 2 = x + 3$

$m(\cancel{x} + 1) + 2 = (x + 1) + 2$

$m(x + 1) = (x + 1)$

$m = 1 \rightarrow S = \mathbb{R}^{+}$

$m \neq 1 \rightarrow S = 0$

$mx + m + 2 = -(x + 3)$

$m(x + 1) + 2 = -(x) - 3$

Ex 6

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \frac{1 \pm \sqrt{-8}}{+2} \quad \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2}$$

a) $|x^3+3x-1| \geqslant x^2+x+1$ $\quad \frac{1}{2} \pm \sqrt{7 \cdot 4^{-1}} \quad \sqrt{-\frac{1}{28}} - \frac{1}{2}$

$x^3+3x-1 \geqslant x^2+x+1$ $\qquad x^3+3x-1 = -x^2-x-1$

$x^3+\cancel{2}x-2 = x^2$ $\qquad x^3+x^2+2x=0$

$x(x^2+2)-2=x^2$ $\qquad x(x^2+x+2)=0$

$x(x^2-x+2)-2=0$

$S=\emptyset$

b) $\frac{x-1}{x+1} < x-1$ $\qquad S=\mathbb{R}-\{-1\}$

$x-1 < \cancel{(x-1)}(x+1)$

$1 < x+1$

$x=\frac{1}{2}$ $\quad \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1} < \frac{1}{2}-1$

$-\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{6} < -\frac{1}{2}$

x		-1		0	1	
$x-1$	$- -$		$- -$		0	$+ + +$
$x+1$	$- -$	0	$+ + +$			$+ + +$
$\frac{x-1}{x+1}$	$+ +$	$\Vert$	$- - -$			$+ + +$

$S=]1; +\infty[$

c) $|2(x+3)-|+x-1|| \leqslant |x-1|$

$-2(x+3)-x+1 \leqslant 1-x$ $\qquad 2(x+3)-x-1 \leqslant x-1$

$-3x-5 \leqslant 1-x$ $\qquad x+5 \leqslant x-1$

$-2x-6 \leqslant 0$ $\qquad x+6 \leqslant x$

$]-\infty; -3]$ $\qquad x \leqslant x-6$

$S:\emptyset$

Pas le avant ! faire séparément les des "|x|"

$S=]-\infty; -3]$ X

Série 1 EX6

a) $|x^2+3x-1| \geqslant x^2+x+1$

$x^2+3x-1 \geqslant x^2+x+1$

$2x-2=0$

$2x=2$

$x \geqslant 1$

$+x^2+3x+1 \geqslant -x^2-x-1$

$2x^2+4x \geqslant 0$

$x(2x+4) \geqslant 0$

Série 2

1. On considère l'équation : $(m-1)\,x^2 - 2\,(m+1)\,x + 2m - 1 = 0$.

Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle deux racines x_1 et x_2 vérifiant la relation : $-6 < x_1 < 4 < x_2$?

2. On considère le trinôme $P(x) = (m-1)\,x^2 - 4m\,x - 2\,(m+2)$, $m \in \mathbb{R}$.

Déterminer m pour que la courbe d'équation $y = P(x)$ soit une parabole vérifiant simultanément les conditions suivantes :

i) le sommet de la parabole est situé dans le demi-plan défini par $x > -5$,

ii) la parabole coupe l'axe Ox en deux points distincts, déterminant un segment ne contenant pas le point $M\,(2\,;\,0)$.

3. On donne le trinôme $P(x) = (m-2)\,x^2 - 4mx + 5m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

a) Déterminer m pour que la courbe d'équation $y = P(x)$ soit entièrement contenue dans le demi-plan défini par : $y < -6x + 5$.

b) Déterminer l'équation de la parabole définie par $y = P(x)$ vérifiant les deux conditions suivantes :

i) la parabole est tangente à la droite d'équation $y = -6x + 5$,

ii) $P(x)$ admet un minimum.

Calculer alors la valeur de x pour laquelle $P(x)$ est minimum.

4. On considère l'équation : $x^2 + (m-2)\,x - (m+3) = 0$.

Déterminer m pour que la somme des carrés des racines soit égale à 9.

Indication : utiliser les formules de Viète pour exprimer la somme des carrés des racines.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante par rapport à la variable x en fonction du paramètre réel m.

$$\left|\, x^2 - x\,(m+3) + m \,\right| = -x^2 - x\,.$$

1) On considère l'équation $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$

Pour quelles valeurs de m cette équation admet elle 2 racine x_1 et x_2

vérifiant la relation $-6 < x_1 < 4 < x_2$

i) $\Delta > 0$ et $a \neq 0$ il existe deux racine distincte

-6 est à l'exterieur des racine et 4 à l'interieur

$\Delta = b^2 - 4ac$

J) $P(-6)$ et m ont le même signe

K) $P(4)$ et m ont de signe opposé

$2m^2 - 3m + 1$

i) $(m+1)^2 - 4 \cdot (m-1) \cdot (2m-1)$

$(m+1)^2 - 4 \cdot [2(m+1)] \cdot (2m-1)$

$(-2m-2) \cdot (2m-1) \quad -4m^2 - 2m + 2$

$m^2 + 2m + 2 \; \cancel{m^2 + 12m + 4}$

$-3m^2 + 4$

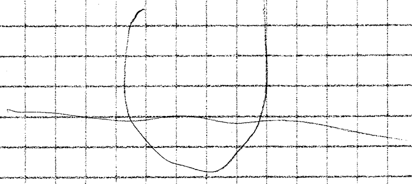
$-7m^2 + 14m - 2$

$m(14 - 7m) - 2 > 0 \qquad m \neq 1$

	0	1	2
$m(14-7m)$	- -		

Série 2 Analyse I

1) $\underbrace{(m-1)}_{\neq 0}x^2-2(m+1)x+2m-1=0$ $\quad \Delta(x)>0$



$-6 < x_1 < 4 < x_2$

a) $b^2-4ac>0$

b) $(m-1)f(4)<0$

c) $(m-1)f(-6)>0$

a) $(-2(m+1))^2-4\cdot(m-1)\cdot(2m-1)>0$

$(-2m-2)(-2m-2)-4m+4\cdot(2m-1)>0$

$4m^2+8m+\cancel{4} \quad)-8m^2+8m+4m-\cancel{4}>0$

$-4m^2+20m>0$

$ax^2+bx+c=0$

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\frac{-20\pm 20}{-8} \begin{cases} 0 \\ 5 \end{cases}$

$A=]0;5[$

b) $(m-1)4^2-2(m+1)4+2m-1<0$

$16m-16-8m-8+2m-1<0$

$10m-25<0$

$m<\frac{25}{10}$ $\quad (m-1)\cdot -1<0$

$m<\frac{5}{2}$

$+38\pm\sqrt{38^2-64\cdot 7}$

32

$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$(m-1)\cdot(m-1)16-8m-8+2m-1<0$

$16m^2-32m+\cancel{16}-8m-\cancel{8}+2m-\cancel{1}<0$

$16m^2-38m+7<0$

$m\ ]-\infty;\frac{5}{2}[$

~~$m\ ]+\infty;\frac{1}{2}[$~~

c) $(m-1)(-6)^2-2(m+1)(-6)+2m-1>0$

$36m-36+12m+12+2m-1<0$

$m<\frac{1}{2}$ $\quad]0;5$

$50m-25>0$

$]\frac{1}{2};+\infty[$

Analyse I Série 2

1) $(m-1)x^2-2(m+1)x+2m-1=0$

Quelles valeurs de m vérifie $-6 \leq x_1 < 4 < x_2$

a) $b^2-4ac>0$

b) $(m-1)\cdot((m-1)x^2-2(m+1)x+2m-1)<0 \qquad x=4$

c) $(m-1)\cdot((m-1)x^2-2(m+1)x+2m-1)>0 \qquad x=-6$

a) $(-2(m+1))^2-4\cdot(m-1)(2m-1)>0$

$(-2m-2)(-2m-2)-4m+4\cdot(2m-1)>0$

$4m^2+8m+4-8m^2+8m+4m-4>0$

$-4m^2+20>0$

$\dfrac{-20\pm20}{-8} \left\langle \begin{matrix} 0 \\ 5 \end{matrix} \right.$

$A=]0;5[$

b) $(m-1)\cdot((m-1)16-2(m+1)4+2m-1<0$

$(m-1)(16m-16-8m-8+2m-1)<0$

$(m-1)(10m-25)<0$

$(m-1)\cdot(2m-5)<0$

	$-\infty$	1		$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$m-1$	$----$	0	$++++$	$+$	$+++$
$2m-5$	$----$	|	$---$	0	$++++$
$(m-1)(2m-5)$	$++++$	|	$---$	|	$++++$

$B=]1;\frac{5}{2}[$

c) $(m-1)(m-1)36-2(m+1)(-6)+2m-1>0$

$\cancel{36m^2-72m+36}$

$(m-1)(36m-36)+12m+12+2m-1>0$

$(m-1)(50m-25)>0$

$(m-1)(2m-1)>0$

		$\frac{1}{2}$		1	
$m-1$	$----$		$-$	0	$++++$
$2m-1$	$--$	0	$+$	|	$++++$
$(m-1)(2m-1)$	$++$	|	$-$	|	$++++$

$C=]-\infty;\frac{1}{2}[\cup]1;+\infty[$

$\boxed{S=]1;\frac{5}{2}[=B\cap C\cap A}$

$m-1 = a$

$5m - m^2$

$m^2 + 2m + \cancel{1} - 2m^2 + 3m - \cancel{1}$

$m+1 \cdot m+1$

$b = -2(m+1)$

$c = (2m-1)$

$b^2 - 4ac$

$4((m+1)^2 - (m-1 \cdot 2m-1))$

$(-2(m+1))^2 - 4((m-1)\cdot(2m-1))$

$4(4m+1)^2 - 4(2m^2+12m-4)$

$(-2m+1)\cdot(-2m+1) - 4\cdot(m-1)\cdot(2m-1)$

$4m^2 - 4m + 1$

$2m^2 - 3m + 1$

$-8m^2 + 12m - 4$

$-4m^2 + 8m - 3$

$m(-4m+8) - 3 > 0$

$(5m - m^2)$

$0 > \frac{3}{m} + 4m - 8$

$m \cdot (5-m)$

	-1	0	1		5	
$5-m$	+ +	+	+	+	0	− − −
m	− − −	0	+ +	+ +		+ + +
$m(5-m)$	− − −		+ +	+ +		− − −

$S_1 =]0;1[\cup]1;5[$

j) $m \cdot P_{(-6)} \geq 0$

$P(-6) = (m-1)\cdot(-6)^2 - 2(m+1)\cdot(-6) + (2m-1)\cdot m \geq 0$

$36m - 36 + 12m + 12 + 2m^2 - m$

$2m^2 + 47m - 24 \geq 0$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$m(2m+47) - 24$

-24		$\frac{1}{2}$	
+ + + 0	− − − − −	0	+ + +

$S_2 =]-\infty; -24] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

k) $m \cdot P_{(4)} \leq 0$

$m \cdot \left((m-1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 \cancel{\pm a}\right) \leq 0$

$m(m-1)(4)^2 - 2m(m+1)4 + 2m^2 - m \leq 0$

$16m^2 - 16m - 8m^2 - 8m + 2m^2 - m \leq 0$

$10m^2 - 25m \leq 0$ $\qquad \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\qquad \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 0}}{20}$ $\qquad 0 \quad \frac{25}{20} \quad \frac{5}{\cancel{40}} \quad \frac{5}{2}$

$m(10m - 25)$

$S_k = [0 ; \frac{5}{2}]$ $\qquad 10 \cdot \frac{25}{16} - \frac{25 \cdot 5}{4}$ (125)

$S = S_1 \cap S_2 \cap S_k$ $\qquad -\frac{250}{16} \quad \frac{250}{4}$

$]-\infty ; -24] \cup [\frac{1}{2} ; +\infty[$

$[0 ; \frac{5}{2}]$

$]0 ; 1[\cup]1 ; 5[$

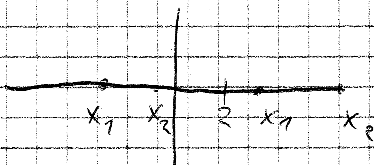
$S = [\frac{1}{2} ; 1[\cup]1 ; \frac{5}{2}]$

Analyse I Série 2

Ex 2

$(m-1)x^2 - 4mx - 2(m+2)$

a) $x > -5 \Rightarrow \frac{-b}{2a} > -5$



b) $x_1 > 2$ $\qquad x_1 < x_2 < 2$

c) $x_2 < 2$ $\qquad 2 < x_1 < x_2$

a) $\frac{4m}{2m-2} > -2 \Leftrightarrow \frac{4m - 4m + 4}{2m-2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\cancel{4}}{2m-2} > 0$ $\quad -6m+10$

$\frac{2}{m-1} > 0$ $\qquad A =]1 ; \frac{5}{3}[$ $\qquad \frac{-3m+5}{m-1} > 0$

	1		$\frac{5}{3}$	
$m-1$	$- - -$	||	$+ + +$	
$5-3m$	$+ + +$	||	$+$ 0	$- -$

b) $\frac{-b - \sqrt{b^2-4ac}}{2} > 2$

$$\frac{4m - \sqrt{16m^2 - 4\cdot(m-1)\cdot(-2(m+2))}}{2m-2} > 2$$

$$\frac{4m - \sqrt{16m^2 + (-4m+4)(-2(m+2))}}{2m-2} > 2$$

$-2m-4$

$8m^2+16m-8m-16$

$$\frac{4m - \sqrt{16m^2 + 8m^2 + 16m - 8m - 16}}{2m-2} > 2$$

$$\frac{4m - \sqrt{24m^2 + 8m - 16}}{2m-2} > 2$$

$]-\infty ; \frac{-21}{48}] \cup [\frac{5}{48} ; \infty$

$]\frac{-21}{48} ; \frac{5}{48}[$

$$\frac{4m - \sqrt{24m^2 + 8m - 16} - 2}{2m-2} > 0$$

$\sqrt{64\cdot(1+24)} = 40$

$$\frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4\cdot 24\cdot(-16)}}{48}$$ $\quad -1 \quad \frac{2}{3}$

$$\frac{4 - \sqrt{24m^2 + 8m - 16}}{2m-2} > 0$$

$m \neq 1$ $\qquad \sqrt{24m^2 + 8m - 16} \geq 4$ $\qquad \frac{-8 \pm \sqrt{2}\cdot 13}{48}$

$-8 \pm 64 + 24\cdot 128$

$m < -1$ $\quad \sqrt{\quad} > 4$ $\quad 24m^2 + 8m - 32 = 0$

$m > \frac{4}{3}$ $\quad \sqrt{\quad} < 4$ $\qquad B = \emptyset$

C) $\dfrac{4+\sqrt{24m^2+8m-16}}{2m-2} < 0$

m		-1		$\frac{2}{3}$		1	
$2m-2$	$- - -$		$- - - - -$		$- -$	0	$+ + + + +$
$4+\sqrt{}$	$+ + +$				$+ +$		$+ + + + +$
	$- - -$				$- -$		$+ + + + +$

$C = \left]-\infty; -1\right[\cup \left]1; \infty\right[$

$B = \emptyset$

$A = \left]1; \cancel{\infty}\,\frac{5}{3}\right[$

Analyse I Série 2

9) $(m-1)x^2 - 4mx - 2(m+2)$

a) $x > -5$ $\quad \frac{-b}{2a} > -5$

b) $x = 2$ $\quad (m-1)((m-1)x^2 - 4mx - 2m - 4) > 0$

$$\frac{4m}{2m-2} > -5 \Leftrightarrow \frac{4m + 5(2m-2)}{2m-2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\overset{14m-10}{\cancel{6m+10}}}{2m-2} > 0$$

$$\frac{\overset{7m-5}{\cancel{-3m+5}}}{m-1} > 0$$

		1	$\frac{5}{3}$
$m-1$	$- - -$	‖	$+ + + + + + +$
$5-3m+7$		‖	$+ + + 0 - - -$
$\frac{5-3m}{m-1}$	$- -$	‖	$+ + + \mid - - -$

$A] -\infty ; \frac{5}{7} [\cup] 1 ; +\infty [$

~~$A =] 1 ; \frac{5}{3} [$~~

	$\frac{5}{7}$	1	
$m-1$	$- - - - -$	‖	$+ + + +$
$7m-5$	$- - 0 + +$	‖	$+ + + +$
	$+ + \mid - -$	‖	$+ + + +$

b) $(m-1)((m-1)4 - 8m - 2m - 4) > 0$

$(m-1)(4m - 4 - 8m - 2m - 4) > 0$

$(m-1)(-6m - 8) > 0$

	$-\frac{4}{3}$		1	
$(-6m-8)$	$+ + + + + 0$	$- - - - - -$	$- - -$	$- -$
$(m-1)$	$- - - - +$	$\mid - - - - - -$	0	$+ + + +$
$(-6m-8)(m-1)$	$- - - - - -$	$\mid + + + + + +$	$\mid$	$- - - -$

$B =] -\frac{4}{3} ; 1 [$

$S =] -\frac{4}{3} ; \frac{5}{7} [$

Demande Explication !!!

Analyse I Série 2

Ex 2 $P(x) = (m-1)x^2 - 4mx - 2(m+2) \quad m \in \mathbb{R}$

a) $\frac{-b}{2a} > -5$ b) ~~$(x_2 - x_1) < 2 \cup (x_2 - x_1) > 2$~~

~~$X = \mathbb{R} - \{2\}$~~

$(x_2 < x_1 < 2) \cup 2 < x_2 < x_1$

$x_1 < 2 \cup 2 < x_2$

a) $\frac{4m}{2(-2(m+2))} > -5$

$\frac{4m}{-4m-8} \Leftrightarrow \frac{4m+5(-4m-8)}{-4m-8} > 0 \Leftrightarrow \frac{-16m-40}{-4m-8} > 0$

$\frac{16m+40}{4m+8} > 0 \Leftrightarrow \frac{4m+10}{m+2} > 0$

m		$-\frac{5}{2}$		-2		0
$4m+10$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$m+2$	$-$		$-$	0	$+$	$+$
$\frac{4m+10}{m+2}$	$+$		$-$	$\Vert$	$+$	$+$

$A =]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]-2; +\infty[$

b) $\frac{4m \pm \sqrt{16m^2 - 4(m-1)\cdot(-2(m+2))}}{2\cdot(m-1)}$

$(-4m+4)(-2m-4)$

$16m^2 + 8m^2 + 8m - 16$

$24m^2 + 8m - 16$

$\frac{4m \pm \sqrt{24m^2+8m-16}}{2m-2} < 2$

$\frac{4 + \sqrt{24m^2+8m-16}}{2m-2} < 0$

$\frac{-8 \pm 40}{48}$

$-\infty; 1$

$S_{b_1} = \boxed{]-\infty; -1[} \cup]\frac{2}{3}; \infty$

$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 64\cdot 24}}{48}$

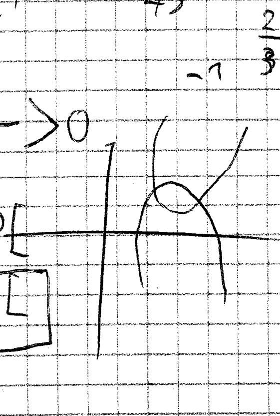
$\frac{2}{3}$

-1

$\frac{4m - \sqrt{24m^2+8m-16}}{2m-2} > 2$

$\frac{4 - \sqrt{24m^2+8m-16}}{2m-2} > 0$

$]\frac{2}{3}; +\infty[$



$S_{b_2} = \boxed{]1; +\infty[}$

$S =]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]1; +\infty[$

Analyse I Série 2

Ex 2 $\quad (m-1)x^2 - 4mx - 2(m+2) \quad m \in \mathbb{R}$

a) $\frac{-b}{2a} > -5$

b) $b^2 - 4ac > 0$

c) $(m-1)(m-1)x^2 - 4mx - 2m - 4 > 0 \quad x = 2$

a) $\frac{4m}{2(m-1)} > -5 \quad \frac{4m}{2m-2} + 5 > 0 \quad \frac{4m + 5(2m-2)}{2m-2} > 0$

$\frac{14m-10}{2m-2} > 0 \quad \frac{7m-5}{m-1} > 0$

		$\frac{5}{7}$		1	
$7m-5$	$- - - -$	0	$+ + + + + + + +$		
$m-1$	$~~+ + + +~~$ $- - - -$		$- - - -$	0	$+ + +$
$\frac{7m-5}{m-1}$	$+ + + +$		$- - - -$	‖	$+ + +$

b) $(-4m)^2 - 4(m-1)(-2m-4) > 0 \qquad A =]-\infty ; \frac{5}{7}[\cup]1 ; \infty[$

$16m^2 + (-4m+4)(-2m-4) > 0$

$16m^2 + (8m^2 + 8m - 16) >$

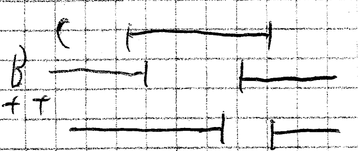
$24m^2 + 8m - 16 > 0$

$\frac{-8 \pm \sqrt{64 + 24 \cdot 64}}{48}$ $\quad \frac{32}{48} \quad \frac{2}{3}$; $-1 \qquad B =]-\infty ; -1[\cup]\frac{2}{3} ; \infty[$

c) $(m-1)(4m - 4 - 8m - 2m - 4) > 0$

$(m-1)(-6m-8) > 0$

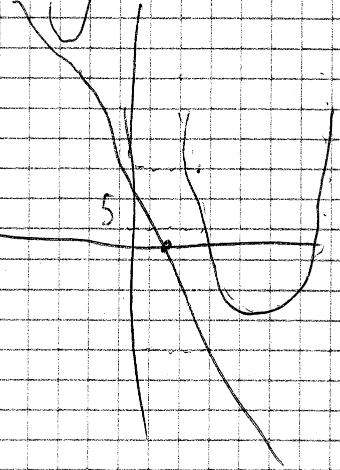
		$-\frac{4}{3}$		1	
$-6m-8$	$+ +$	0	$- - - - - - - - - -$		
$m-1$	$- -$		$- - - - - -$	0	$+ + + +$
$(m-1)(-6m-8)$	$- -$		$+ + + + + +$		$- - -$



$S = A \cap B \cap C =]-\frac{4}{3} ; -1[\cup]\frac{2}{3} ; \frac{5}{7}[\qquad C =]-\frac{4}{3} ; 1[$

$B \cap C =]-\frac{4}{3} ; -1[\cup]\frac{2}{3} ; \frac{5}{7}[$

Séri 2 Analyse I



Ex 3

a) $(m-2)x^2 - 4mx + 5m - 1 < -6x + 5$

$(b^2 - 4ac) < 0$

$(m-2)x^2 - 4mx + 5m + 6x - 6 < 0$

$(+m-2)x^2 + (-4m+6)x + (5m-6) < 0$

$b^2 - 4ac \Rightarrow (-4m+6)(-4m+6) - 4(m-2)(5m-6) < 0$

$16m^2 - 48m + 36 - 20m^2 + 64m - 48 < 0$

$\cancel{\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}} \rightarrow$ $-4m^2 + 16m - 12 < 0$ $\quad -4m+8 \quad 5m-6$

$-20m^2+64m-48$

$\cancel{34 \pm \sqrt{34^2 - 16 \cdot 12}}$

$\frac{-16 \overset{8}{\pm} \sqrt{16^2 - 4 \cdot -4 \cdot -12}}{-8}$ $\quad (16 \cdot 16) - (16 \cdot 12)$

$A =]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$

$A' =]1; 3[$

$B =]-\infty; 2[$

$S = A \cap B =]-\infty; 1[$

Série 2 Analyse 1

3) a) $(m-2)x^2 - 4mx + 5m - 1 < -6x + 5$

$m = ?$

$(m-2)x^2 - 4mx + 5m - 1 + 6x - 5 < 0$

$mx^2 - 2x^2 - 4mx + 5m - 6 + 6x < 0$

$(m-2)x^2 + (-4m+6)x + (5m-6) < 0$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{4m - 6 \pm \sqrt{(-4m+6)^2 - 4 \cdot (m-2)(5m-6)}}{2m-4}$$

$(-4m+6)(-4m+6) - (4m-8)(5m-6)$

$16m^2 - 48m + 36 - (20m^2 - 64m + 48)$

$-4m^2 + 16m - 12$ $\qquad -16 \pm \sqrt{16^2 - (16 \cdot 12)}$

$-16 + 32 - 12 \rightarrow 2 = \sqrt{4}$ $\qquad \frac{-16 \pm 8}{-8}$ $\qquad 16 \cdot 16 - 16 \cdot 12$

$16(16-12)$

$16 \cdot 4$

$[1;3]$

		1	2	3	
$4m-6 \pm \sqrt{\ }$	—				—
$2m-4$	- -	- -	0	+ +	+ +

$4m-6-\sqrt{\ }$					
$2m-4$	- -	- -	0	+ +	+ +

Série 2 Analyse I

Ex 3 b

a) $(m-2)x^2 - 4mx + 5m - 1 = -6x + 5$

b) $(m-2) > 0$

$A = (1;3)$

$B =]2;+\infty[$

$\cancel{(1-2)X^2 - 4 \cdot 1 X + 5 \cdot 1 - 1}$ $\quad \frac{-b}{2a} \nearrow 1 \searrow 3$

$\frac{12}{2} = 6 \qquad (3-2)X^2 - 4 \cdot 3X + 14$

Ex 4

$X_1^2 + X_2^2 = 9$ $\qquad \sqrt{4^2 + 9^2} = X^2$

$4^2 + 9^2 = X$

$X_1 + X_2 = \frac{-b}{a} \qquad \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{-b}{2a}$

$X_1 \cdot X_2 = \frac{c}{a}$

$x_1^2 + x^2 = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2$?

$\left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2\frac{c}{a} = 9$

$X^2 + (m-2)X - (m+3) = 0$

$\left(\frac{2-m}{1}\right)^2 - 2(-m-3) = 9$

$(2-m)(2-m)$

$m^2 - 4m + 4 + 2m + 6 = 9$

$m^2 - 2m + 10 = 9$

$m^2 - 2m + 1 = 0$

$\frac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2} = 1 \qquad \boxed{S = 1}$

Série 2 Analyse I

Ex 5 $|x^2 - x(m+3) + m| = -x^2 - x$

$-x^2 - x \geqslant 0 \quad A = [0;$

$\frac{1 \pm \sqrt{1}}{-2} \quad \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix} \quad A = [-1;0]$

$x^2 - x(m+3) + m = -x^2 - x$

$2x^2 + x(-m-2) + m = 0$

$\frac{m+2 \pm \sqrt{\overset{(m-2)}{(-m-2)}(-m-2) + (-4)(2)(m)}}{4} \qquad \frac{2m}{4} \qquad 1$

$m^2 \cancel{=} 4m + 4 \qquad \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2}$

$(m \pm 2)(m \pm 2)$

Analyse 1

Exercice 6

a) $A(r) = 2\cdot r\cdot\left(\frac{L}{2} - \left(\frac{\pi}{2}+1\right)r\right) + \frac{1}{2}r^2\pi$

$A(r) = r\cdot(L-(\pi+2)r) + \frac{1}{2}r^2\pi$

$A(r) = \frac{\pi}{2}r^2 + (L-(\pi+2)r)r$

$A(r) = \frac{\pi}{2}r^2 + rL - r^2(\pi+2)$

$A(r) = \left(\frac{\pi}{2}-(\pi+2)\right)r^2 + rL$

$A(r) = \frac{\pi-2\pi-4}{2}r^2 + rL$

$A(r) = -\frac{\pi+4}{2}r^2 + rL$

$A(r) = -\frac{\pi+4}{2}\left(\frac{-L}{-\pi-4} \quad \frac{\sqrt{L^2-4\cdot 0\cdot -\frac{\pi+4}{2}}}{(-\pi-4)^2}\right)$

$\cancel{A(r)} = -\frac{\pi+4}{2}\left(\frac{L}{\pi+4} - \frac{L}{(-\pi-4)^2}\right) = r$

Analyse 1

Exercice 6

a) $A(r) = 2ra + \frac{1}{2} r^2 \pi$

$L = \pi \cdot r + 2a + 2r$

$L - \pi r - 2r = 2a$

$\frac{L}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + 1\right) r = a$

$A(r) = 2 \cdot r \cdot \left(\frac{L}{2} - \left(\frac{\pi}{2} + 1\right) r\right) + \frac{1}{2} r^2 \pi$

$A(r) = r \cdot \left(L - (2 + \pi) r\right) + \frac{1}{2} r^2 \pi$

$A(r) = \frac{1}{2} r^2 \pi \quad 2r^2 \quad \pi r^2 + rL$

$A(r) = -\frac{1}{2} r^2 \pi - 2r^2 + rL$

$A(r) = -\frac{1}{2}(\pi - 2) r^2 + rL$

$\cancel{\frac{+L}{\pi - 2} = -\frac{1}{2}(\pi - 2) r^2 + rL}$

$\cancel{= \left(-\frac{1}{2}(\pi - 2) r + L\right) r}$

$aX^2 - 6X + c$

$a\left(\frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{(2a)^2}\right) = ?$

0

X ?

Y

$\frac{-\Delta}{a4} \quad \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ Coordonné Y

$ax^2 - bx + c$

$\sqrt{b^2 - 4ac}$

$a\left(\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{4ac}}{(2a)^2}\right) = x$

$\frac{-L \pm \sqrt{L^2 - 4 \cdot 0 \cdot a}}{2a}$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\frac{-b}{2a}$ = Sommet coordonné X

$\frac{-L}{-(\pi - 2)}$ = Sommet coordonné X

Analyse 1 Série 2

Ex. 7

$b^2+4ab=D$

$a+b=K \quad K\in\mathbb{N}^*$

$4a\geq b \iff a\geq \frac{b}{4}$

$0 \quad -4a$

$\sqrt{16a^2+192}$

$\frac{-4a\pm\sqrt{16a^2+4\cdot 48}}{2}$

$b^2+4ab=48$

$b^2+4ab-48=0$

$\frac{-b}{2a} \qquad \frac{-4a}{2}$

$a+\frac{\sqrt{16a^2+192}}{2}=K \qquad b=4a$

$2a+\sqrt{16a^2+192}=2K$

$16a^2+192=(2K-2a)\sqrt{(16a^2+192)}$

$1=2K-2a$

$16a^2+192=32a^2K+384K-32a^3-384a$

$0=-32a^3-16a^2+32a^2K+384K-384a-192$

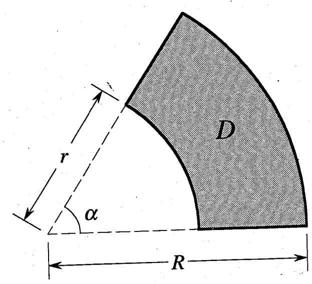
$0=-32a^3-16a^2+32a^2(\frac{1}{2}+a)+384(\frac{1}{2}+a)-384a-192$

$0\ \cancel{-32a^3}-16a^2\ \cancel{32a^3}+16a^2+\cancel{192}+\cancel{384a}\ \cancel{-384a}\ \cancel{-192}$

$0=0$

Série 3

1. Le domaine D est un secteur de couronne circulaire d'angle au centre $\alpha = 1$ radian, de rayon extérieur R et de rayon intérieur r, (R et r variables).
Le domaine D a pour périmètre une valeur donnée L.



a) Déterminer rigoureusement la variation de l'aire A du domaine D en fonction de R ou r.

Déterminer R et r de sorte que l'aire A soit maximale.

b) On pose $L = 24$. Représenter graphiquement, avec soin, la variation de l'aire A en fonction de la variable choisie (R ou r).
Axe des abscisses : 1 unité = 2 carrés, axe des ordonnées : 3 unités = 1 carré.

2. Simplifier les expressions suivantes où p et q sont des nombres réels strictement positifs.

a) $A = [-p\,(-p^{-2})^m]^{-2m}$, $m \in \mathbb{Z}$.

b) $B = 9\sqrt[3]{2\,p^6\,q} + 3\sqrt[3]{-16\,p^3\,q} + \sqrt[3]{2\,q}$.

3. Rendre rationnel le dénominateur des expressions suivantes puis simplifier.

a) $A = \dfrac{\sqrt{3-\sqrt{6}}}{\sqrt{3+\sqrt{6}}}$. b) $B = \dfrac{1}{\sqrt[3]{7}-2} - 2\sqrt[3]{7}$.

4. Soit $x \in \mathbb{R}^*$. Dans les cinq cas suivants, déterminer si les deux expressions données sont égales. Justifier rigoureusement votre réponse.

a) $A(x) = \dfrac{1}{x}\sqrt{x^2+x+1}$ et $a(x) = \sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}$,

b) $B(x) = \operatorname{sgn}(x)\sqrt{x^6+1}$ et $b(x) = x^3\sqrt{1+\frac{1}{x^6}}$,

c) $C(x) = \sqrt[3]{x^4+x^3}$ et $c(x) = x\sqrt[3]{x+1}$,

d) $D(x) = \sqrt{x^6}$ et $d(x) = x^2\,|x|$,

e) $E(x) = \sqrt[4]{x^2}$ et $e(x) = \sqrt{x}$.

Série 3 Analyse 1

Ex 1)

a) $A_{(R)} = \frac{R^2}{2} - \frac{(3R-L)^2}{2}$

$A_{(R)} = \frac{R^2 - (9R^2 - 6LR + L^2)}{2}$

$A_{(R)} = \frac{-8R^2 + 6LR - L^2}{2}$

$A_{(R)} = -4R^2 + 3LR - \frac{L^2}{2}$

$-488|L| - \sqrt{384}$

$-24L \pm (-384L - 488L^2)^{\frac{1}{2}}$

$-24L \quad \sqrt{-3 \cdot 128L - 4 \cdot 122L^2}$

$\sqrt{24^2L^2 + 128 \cdot (-4L^2 - 3L}$

$\frac{+3L}{8} = \frac{-4R^2 + 3LR - \frac{L^2}{2}}{1}$

$3L = -32R^2 + 24LR - 4L^2$

$\frac{-24L \pm \sqrt{(24L)^2 - 4 \cdot -32 \cdot -4L^2 - 3L}}{2 \cdot (-32)}$

$0 = -32R^2 + 24LR + (-4L^2 - 3L)$ $\quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\frac{3L}{8} = \frac{R^2 - (3R + L)^2}{2}$

BULLSHIT!!!

$-32R^2 + 24RL - 4L^2$

$3L = 4R^2 - 4(3R - L)^2$

$3L = -32R^2 + 24RL - 4L^2$ $\quad x = \frac{-24L \pm \sqrt{24^2L^2 - 4 \cdot -32 \cdot -(4L^2 + 3L)}}{-64}$

$0 = -32R^2 + 24RL - (4L^2 + 3L)$

$A = -4R^2 + 3RL - \frac{L^2}{2}$

$\frac{3L}{8} = R$

$\frac{-b}{2a}$

S

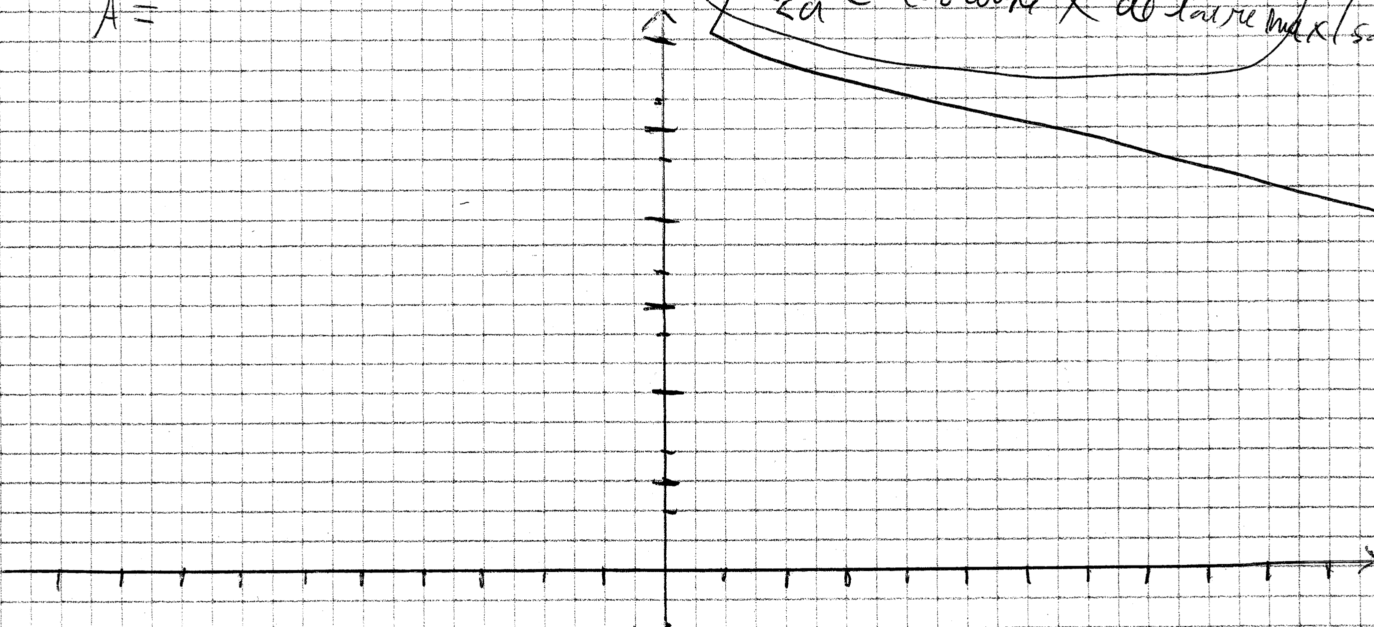
$S\left(\frac{-b}{2a}\right)$

$R = \frac{3L}{8} \quad r = 3R - L$

$r = \frac{9L}{8} - L$

$\frac{-b}{2a}$ = coordonné X de l'aire max (sommet)

A =



Série 3 Analyse 1

1. a) $A = \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{\pi} - \frac{1}{2} \frac{(3R-D)^2}{\pi}$

$r = 3R - D$

$D = 2(R-r) + r + R$

$D = 2R - 2r + r + R$ $\qquad \cancel{\pi} r^2 \cdot \frac{\alpha}{2\cancel{\pi}} \qquad \frac{\alpha}{2} r^2$

$D = 3R - r$

$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{R^2}{\pi} - \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{\pi}$

$\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\pi r^2}{2\pi} = \frac{1}{2} \frac{r^2}{\pi}$

$A(R) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R^2 - (3R-L)^2}{\pi} \right)$

$A(R) = \frac{R^2 - (9R^2 - 6RL + L^2)}{2\pi}$

$A(R) = \frac{-8R^2 + 6RL - L^2}{2\pi}$

$\frac{-8R^2}{2\pi} + \frac{6RL}{2\pi} - \frac{L^2}{2\pi} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{-6L}{2\pi}}{2 \cdot \left(\frac{-8}{2\pi}\right)}$

$= \frac{-8}{2\pi} R^2 + \frac{6}{2\pi} L R - \frac{L^2}{2\pi} \qquad \frac{-6L}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{-16}$

$\frac{+\frac{6L}{\cancel{2\pi}}}{+\frac{8}{\cancel{2\pi}} \cdot 2} \qquad \frac{-12L\pi}{-32\pi}$

$\frac{-3L}{-8}$

$\frac{3L}{8}$

~~$\frac{\frac{-6}{2a}}{2\pi} = A_{max}$~~

$A(R)$ @ sommet $= \cancel{\frac{\frac{-6}{-16}}{2\pi}} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2\pi} = \frac{3}{16\pi}$

$\cancel{\frac{3}{16\pi}} \neq \frac{3L}{8} = \frac{-8R^2 + 6RL - L^2}{2\pi}$

$\frac{6L\pi}{8} = -8R^2 + 6RL - L^2$

$6L\pi = -64R^2 + 48RL - 8L^2$

$3\pi L = -32R^2 + 24RL - 4L^2$

Série 3 Analyse 1

Ex 1 a) $R = \frac{3L}{8}$ $r = \frac{1}{8}L$

$40,5 - 4,5$

$A(R) = \frac{R^2}{2} - \frac{(3R-L)^2}{2}$

$+4 \cdot 24 \quad 3$

$+2 \cdot 24 \quad 3$

$A(R) = \frac{R^2 - (9R^2 - 6LR + L^2)}{2}$

-72 ± 24

$-72 \pm \sqrt{5184 - 4608}$

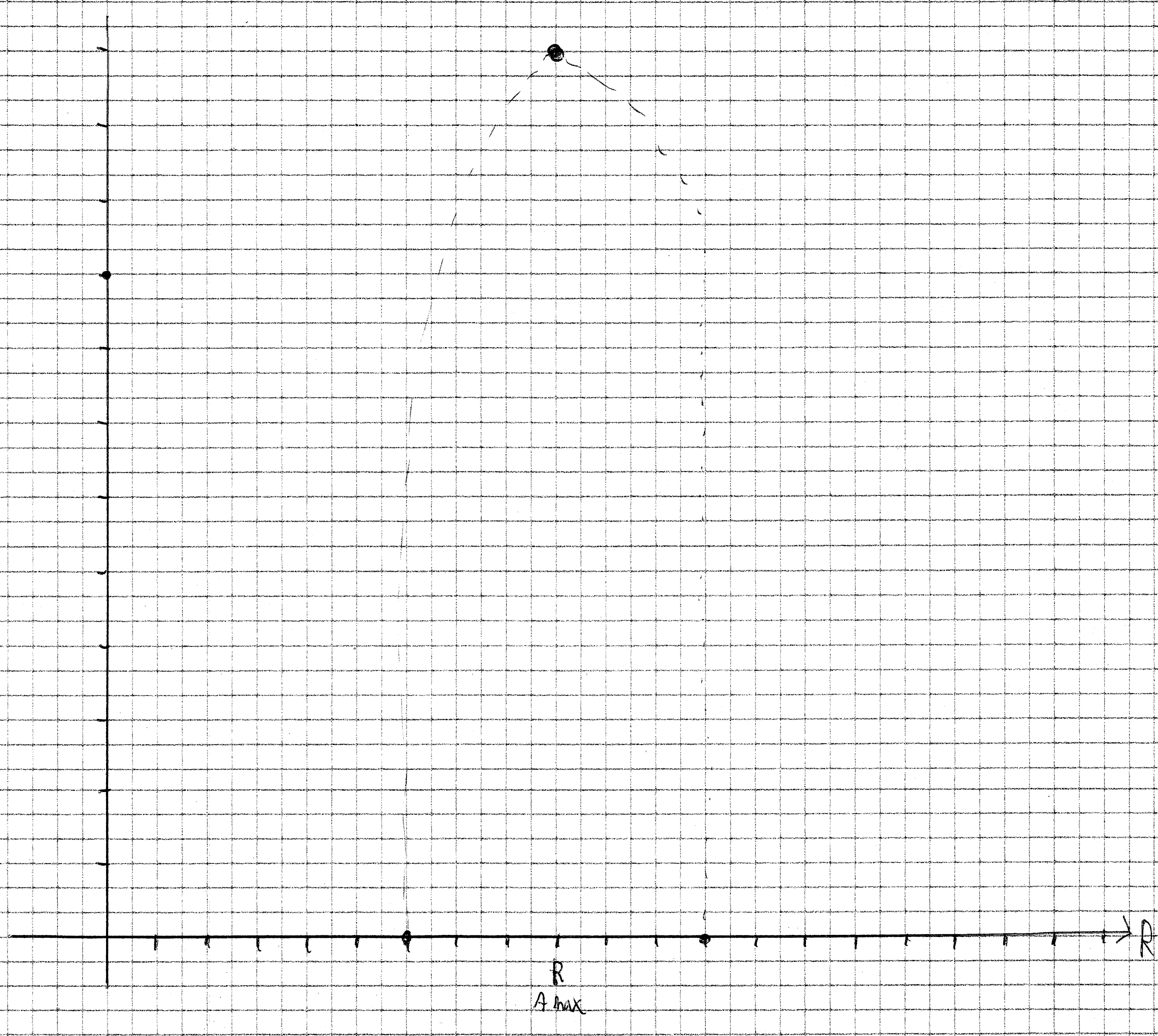
$A(R) = -4R^2 + 3LR - \frac{L^2}{2}$

$\frac{-3\cdot 24 \pm \sqrt{9 \cdot 24^2 - 4 \cdot -4 \cdot \frac{24^2}{2}}}{-8}$

$R = \frac{-b}{2a} = \frac{-3L}{-8} = \frac{3L}{8}$

$r = 3R - L = \frac{9L}{8} - L = \frac{1L}{8}$

b)



Série 3 Analyse 1

Ex 2

a) $A = [-p(-p^{-2})^m]^{-2m} \quad m \in \mathbb{Z}$

$A = -p^{-2m}(-p^{-2})^{-2m^2}$

$A = -p^{-2m} \cdot -p^{4m^2}$

$A = p^{4m^2-2m}$

b) $9\sqrt[3]{2p^6q} + 3\sqrt[3]{-16p^3q} + \sqrt[3]{2q}$

$9 \cdot (2p^6 q)^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot (-16p^3q)^{\frac{1}{3}} + (2q)^{\frac{1}{3}}$

$9 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot p^2 \cdot q^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot -16^{\frac{1}{3}} \cdot p \cdot q^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}} \cdot q^{\frac{1}{3}}$

$(9^3 \cdot (2p^6q))^{\frac{1}{3}} + (3^3 \cdot (-16p^3q))^{\frac{1}{3}} + (2q)^{\frac{1}{3}}$

$9\sqrt[3]{2q} \cdot p^2 + 3 \cdot \sqrt[3]{2q} \cdot \sqrt[3]{-8p^3} + \sqrt[3]{2q}$

$(2q)^{\frac{1}{3}}(9p^2 + 3 \cdot -2p + 1)$

$a^2 - 2ab + b^2$

$(2q)^{\frac{1}{3}} \cdot (9p^2 + (-6) \cdot p + 1)$

$\cancel{\frac{-b + \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \frac{6 \pm \sqrt{36-36}}{18}}$

$(2q)^{\frac{1}{3}} \cdot (3p-1)^2$

Ex 3

a) $\dfrac{\sqrt{3-\sqrt{6}}}{\sqrt{3+\sqrt{6}}}$

$\cancel{2^4 + 2^2 = (2^2+2)^2}$

$\cancel{(3+4^{\frac{1}{2}})^2 = 3^2 + 4}$ 13

$3^2 \cdot 2^2 = (3 \cdot 2)^2$ 36 36

$\dfrac{(3-6^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}}{(3+6^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}}$

$A \cdot \sqrt{3+\sqrt{6}} = \sqrt{3-\sqrt{6}}$

$A \cdot (3+6^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (3-6^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}$

$\cancel{A = \dfrac{3^{\frac{1}{2}} - 6^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}} + 6^{\frac{1}{4}}}}$

$A^2 \cdot (3+6^{\frac{1}{2}}) = 3 - 6^{\frac{1}{2}} \qquad A^2 \cdot (3 + (3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}})) = 3-$

$\cancel{A^2 = \dfrac{3-6^{\frac{1}{2}}}{3+6^{\frac{1}{2}}}}$

$\cancel{A^4 \cdot (3+6^{\frac{1}{2}})^2 = (3-6^{\frac{1}{2}})^2}$

$\cancel{A^4 = \dfrac{9-6}{9+6}}$

$\cancel{-1 \cdot A^2 \cdot (3+6^{\frac{1}{2}}) = A(-3+6^{\frac{1}{2}})}$

$\cancel{A^4 = \dfrac{1}{5}}$

$\cancel{-A^2 \cdot (3+6^{\frac{1}{2}}) = -3+6^{\frac{1}{2}}}$

$\cancel{A = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}$

Série 3 Analyse 1

Ex 3 a) $\frac{\sqrt{3-\sqrt{6}}}{\sqrt{3+\sqrt{6}}} = A$

$\frac{\sqrt{3+\sqrt{6}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{6}}}{3+\sqrt{6}} = A$

$\frac{(3-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})}{(3+\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})} = A^2$

$\frac{\sqrt{3-\sqrt{6}}}{\sqrt{3+\sqrt{6}}} \cdot \frac{\sqrt{3+\sqrt{6}}}{\sqrt{3+\sqrt{6}}} = A$

$3-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} = A^2\cdot(3+\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})$

$(9-6)^{\frac{1}{2}}$

$3-\sqrt{2}\sqrt{3} = 3A^2 + A^2\sqrt{2}\sqrt{3}$

$\cancel{\frac{((3-\sqrt{6})\cdot(3+\sqrt{6}))^{\frac{1}{2}}}{3+\sqrt{6}} = A}$

$3-A^2 = A^2\sqrt{2}\sqrt{3} + \sqrt{2}\sqrt{3}$

$9 \quad 6 \quad 5$

$3-A^2 = (A^2+1)\sqrt{2}\sqrt{3}$

$\cancel{\frac{(3-\sqrt{6})\cdot(3+\sqrt{6})}{9+6} = A^2}$

$(3-A^2)^2 = (A^2+1)^2\cdot 2\cdot 3$

$\sqrt{\frac{1}{5}} = A$

$(3-A^2)\cdot(3-A^2) =$

$\frac{(3^2-6)^{\frac{1}{2}}}{3+\sqrt{6}} = A$

$9+A^4-6A^2 = (A^4+2A^2+1)\cdot 6$

$(A^4-6A^2+9) = (A^4+2A^2+1)\cdot 6$

$\frac{}{3+\sqrt{6}}$ $\cancel{(3^2-6)^{\frac{1}{2}}}$

$A^4-6A^2+9 = 6A^4+12A^2+6$

$0 = 5A^4+18A^2-3$

384

$\frac{-18 \pm \sqrt{18^2+60}}{10}$

$18\cdot 18 = (10+8)\cdot(10+8)$

$100+2\cdot 80+64$

260

324

$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 3$

$\frac{(3^2-6)^{\frac{1}{2}}}{3+\sqrt{6}} \cdot \frac{3-\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} =$

(3^2-6)

$\frac{\sqrt{3}\cdot(3-\sqrt{6})}{3} = A$

$\frac{(3^2-6)^{\frac{1}{2}}\cdot(3-\sqrt{6})}{(3^2-6)} = A$

$\sqrt{n} = x$

$n = x_n / x_n^2$

$\frac{3\sqrt{3} - \sqrt{3\cdot 9}}{3} = A$

$(3^2-6)^{\frac{1}{2}}\cdot(3-\sqrt{6}) = 9A-6A$

$\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{9}}{3}$

$\boxed{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$(3^2-6)\cdot(3-\sqrt{6}) = 3A\cdot(3^2-6)^{\frac{1}{2}}$

Série 3 Analyse 1

Ex 3

b) $B = \frac{1}{\sqrt[3]{7}-2} - 2\sqrt[3]{7}$

$A = \sqrt[3]{7}$

$B + 2\sqrt[3]{7} = \frac{1}{\sqrt[3]{7}-2}$

$(A-b)^2$

$A^2 - 4A + 4$

$B + 2\sqrt[3]{7} = \frac{1}{\sqrt[3]{7}-2} \cdot \frac{\sqrt[3]{7}+2}{\sqrt[3]{7}+2} \cdot \frac{\sqrt[3]{7}-2}{\sqrt[3]{7}-2}$

$(A+2) \cdot (A^2 - 4A + 4)$

$A^3 - 4A^2 + 4A - 2A^2 + 8A - 8$

$A^2 - 4A + 4$

$\cancel{7} - 6A^2 + 12A - 8$

$a^2 + 2ab + b^2 = (A+b)^2$

$(A-b)^2$

$(A+b) \cdot (a-b)$

$\overline{}$

$-6A^2 + 12A - 1$

$B = 14\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7^2} + 18\sqrt{7} - 4$

$B = \frac{1 - (2\sqrt[3]{7} \cdot (\sqrt{}}{}$

$B = -\sqrt[3]{7^2} - 4\sqrt{7} - 4$

$B = -(\sqrt[3]{7}+2)^2$

$B = \frac{1 - (2A \cdot (A-2))}{A-2} \cdot \frac{A^2 + 2A + 4}{A^2 + 2A + 4}$

$B = \frac{1 - (2A \cdot (A-2)) \cdot \cancel{(A+2)^2} (A^2 + A2 + 4)}{A^3 - 2^3}$

$\cdot 1((-2A^2 + 4A + 1) \cdot (A^2 + 2A + 4))$

$B = -1 \cdot (1 - (2A \cdot (A-2)) \cdot (A^2 + 2A + 4))$

$B = -((-2A^2 + 4A + 1) \cdot (A^2 + 2A + 4))$

$-2A^4 \cancel{- 4A^3} \cancel{- 8A^2} \cancel{+ 4A^3} \cancel{+ 8A^2} + 18A + A^2 \cancel{+ 2A} + 4$

$B = -(-2A^4 + 18A + A^2 + 4)$

$B = 2A^4 - 18A - A^2 - 4$

$B = 2A^4 - A^2 - 18A - 4$

Série 3 Analyse 1

4\. a) $\frac{1}{x}\sqrt{x^2+x+1} \xrightarrow{?} \sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = a$

$\downarrow$

$x^{-1}\cdot\sqrt{x^2+x+1} = A$

$X^{-1}\cdot(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}} = A$

$X^{-1}\cdot(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}}\cdot(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}} = A(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}}$

$X^{-1}\cdot X^2+X+1 = A\cdot(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}}$

$X^2+X+1 = A\cdot(X^2+X+1)^{\frac{1}{2}}\cdot X$

$\frac{1}{x}\sqrt{x^2+x+1} = \sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x_2}}$

$\sqrt{x^2+x+1} = x\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}$

$(x^2+x+1)^{\frac{1}{2}} = X^1\cdot\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

a) les domaines de definition ne sont identique donc non equivalent

Série 3 Analyse I

Ex 4

a) $\frac{1}{x}\sqrt{x^2+x+1}$ et $\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}$

$\sqrt{x^{-2}(x^2+x+1)}$ et $\sqrt{1+x^{-1}+x^{-2}}$

$\sqrt{x^{-4}+x^{-3}+x^{-2}}$ et $\sqrt{1+x^{-1}+x^{-2}}$

pas égale

b) $\text{sign}(x)\sqrt{x^6+1}$ et $x^3\sqrt{\cancel{x}1+\frac{1}{x^6}}$

$\text{sign}(x)\sqrt{x^6+1}$ et $\sqrt{x^6+1}$

pas égale

c) $\sqrt[3]{x^4+x^3}$ $\qquad$ $x^3\sqrt{x+1}$

$\sqrt[3]{x^4+x^3}$ $\qquad$ $\sqrt{x^3(x+1)}$

$\sqrt{x^4+x^3}$

pas égale

d) $\sqrt{x^6}$ $\qquad$ $x^2|x|$

x^3 $\quad$ $x>0$ x^3 $\qquad$ $x>0$: x^3

$x<0$ $x^2|x|$

$x<0$ x^3

pas égale

e) $\sqrt[4]{x^2}$ $\qquad$ $\sqrt{x}$

$(x^2)^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $x^{\frac{1}{2}}$

pas égale

Ex 5 Série 3 Analyse II

b) $$\frac{x-2-2\sqrt{x-1}}{2x-\sqrt{x-1}-5}=1$$

$$x-2-2\sqrt{x-1}=2x-\sqrt{x-1}-5$$

$$3-2\sqrt{x-1}=x-\sqrt{x-1} \qquad 3+-2x-2=+1$$

$$-x+3-\sqrt{4x-4}=-\sqrt{x-1}$$

$$-x+3-\sqrt{4x-4}\cdot-\sqrt{x-1}=-\sqrt{x-1}\cdot-\sqrt{x-1}$$

$$-x+3+\sqrt{(4x-4)\cdot(x-1)}=x-1$$

$$\sqrt{4x^2-8x+4}=2x-4$$

$$4x^2-8x+4=4x^2-16x+16$$

$$0=-8x+12$$

$$x=\frac{3}{2}$$

Ex 5 $\sqrt{-2{,}5^2+2{,}5+6}$ Série 3 Analyse I

-1 ; -3 ; $1{,}5$

a) $\sqrt{-x^2-x+6} = -(x+1)$

$\sqrt{-x^2-x+6} = -x-1$ $\qquad x < -1$

$\frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{-2}$ $\quad \frac{6}{-2}$ $\frac{-4}{-2}$ $\quad [-3;2] \cap]-\infty;-1]$

$-x^2-x+6 = (-x-1)(-x-1)$

$-x^2-x+6 = x^2+2x+1$

$\cancel{2}x^2-3x+\cancel{5}=0$ $\qquad \frac{+3 \pm \sqrt{9+\cancel{40}}}{10}$ $\quad 7$ $\qquad 1 ; \frac{-2}{5}$

$S = \cancel{-\frac{2}{5}}$ $\quad -\frac{3}{2}$ $\quad S = -\frac{5}{2}$

b) $\frac{x-2(1+\sqrt{x-1})}{2x-\sqrt{x-1}-5} = 1$

$x-2-2\sqrt{x-1} = 2x-\sqrt{x-1-5}$

$-x-2-2\sqrt{x-1} = -\sqrt{x-6}$

$-x-2-2\sqrt{x-1}\,(-\sqrt{x-6}) = x-6$

$-2\sqrt{x-1}\cdot-\sqrt{x-6} = 2x-4$

$\sqrt{4x-4}\cdot\sqrt{x-6} = 2x-4$

$\sqrt{(4x-4)(x-6)} = 2x-4$

$4x^2-28x+24 = (2x-4)(2x-4)$

$4x^2-28x+24 = 4x^2-16x+16$

$-12x = \cancel{40}\ 8$

$x = \cancel{\ } \ \frac{2}{3}$

Ex 5 Série 3 Analyse II

b) $$\frac{x-2-2\sqrt{x-1}}{2x-\sqrt{x-1}-5}=1$$

$$x-2-2\sqrt{x-1}=2x-\sqrt{x-1}-5$$

$$3-2\sqrt{x-1}=x-\sqrt{x-1}$$

$$3\sqrt{x-1}-2x-2=x\sqrt{x-1}-x+1$$

$$3\sqrt{x-1}=x+3+x\sqrt{x-1}$$

$$-2\sqrt{x-1}+\sqrt{x-1}=x-3$$

$$-\sqrt{x-1}=x-3$$

$$\sqrt{x-1}\sqrt{x-1}=(3-x)(3-x)$$

$$x-1=x^2-6x+9$$

$$0=x^2-7x+10 \qquad \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2} \qquad (5;2)$$

$$\frac{\overset{-1}{5-2-2\sqrt{5-1}}}{\underset{7}{10-\sqrt{5-1}-5}}\neq 1 \Rightarrow =-1$$

$$\frac{\overset{-2}{2-2-2\sqrt{2-1}}}{\underset{-2}{4-\sqrt{2-1}-5}}=1$$

$$S=\{2\}$$

Série 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $x - 3 > \sqrt{x^2 + 3x}$, b) $\sqrt{\dfrac{x^2\,(2x-5)}{2\,(x+1)}} \geq 2 - x$.

2. On considère l'équation suivante :

$$\sqrt{\sqrt{x^2 - 5x + 4} + 5x - 2} = 5 .$$

a) Déterminer le domaine de définition de cette équation.

b) Résoudre cette équation sur son domaine de définition.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux inéquations suivantes :

a) $\left|\, 3x - 5 - \sqrt{-x^2 + x + 42} \,\right| \geq -x + 11 - \sqrt{-x^2 + x + 42}$,

b) $\sqrt{x^2 - |3x + 4|} \leq x - 2$.

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante par rapport à la variable x en fonction du paramètre m :

$$\sqrt{2\,(x^2+1)} = x - m , \qquad m \in \mathbb{R} .$$

Expliciter l'ensemble solution pour chaque valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$.

5. Calculer le terme en x^{18} du développement de $\left(x^2 + \frac{3a}{x}\right)^{15}$.

6. Calculer le terme en x^{26} dans le développement de $(x^{1/2} + x)^3\,(1 - x^{3/2})^{18}$.

7. A l'aide du développement de $(1+x)^5$, évaluer $(1,04)^5$ à quatre décimales près.

8. Exercice facultatif

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante par rapport à la variable x en fonction du paramètre m :

$$\sqrt{|x^2 - 5m^2|} \leq x - m , \qquad m \in \mathbb{R} .$$

Expliciter l'ensemble solution pour chaque valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$.

Série 4 exercice 7 Analyse 1

q) $x-3 > \sqrt{x^2+3x}$

$D_{df} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2+3x \geq 0\} = \mathbb{R} -]-3,0[$

$x(x+3) \geq 0$

	$-\infty$ … -3	-3 … 0	0 … $+\infty$
x	$-$	$- -$	$+ + + +$
$x+3$	$- -$	$+ +$	$+ + + + +$
$x \cdot (x+3)$	$+ +$ 0	$- -$ 0	$+ + + +$

i) Si $x-3<0$ $\quad S_i =]-\infty;3[\quad S_i = \emptyset$

j) Si $x-3 \geq 0$ $\quad S_j = [3;+\infty[\quad \cancel{S_j =]3,}$

$\sqrt{x^2+3x}$

$\sqrt{x^2+3x} < x-3$

$x^2+3x < (x-3)^2$

$\cancel{x^2}+3x < \cancel{x^2}-6x+9$

$0 < 9-9x$

$9x < 9$

$x < 1$

$S_j = \cancel{]-\infty,1[} \quad S_j = \emptyset$

$S = S_j \cap D_{def} = \emptyset$

$1'023'0$
$\cancel{1'035'000}$
$10000+205 \quad 100+ \geq 102$

Analyse I Série 4

$1'995'000'000$
$1000000 \cdot 2000^{\cdot 3}$
$1'000'000$

1 b) $\sqrt{\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)}} \geq 2-x$

$D_{def} = \left\{ x \in \mathbb{R} \,\middle|\, \frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)} \geq 0 \right\} =$

	-1	0	$\cancel{1}$	$\frac{5}{2}$
x^2	+ + + + + + + + +	0 + + + +		+ + + +
$2x-5$	- - - - - - - - -	- - -		0 + + + +
$x^2(2x-5)$	- - - - - - - -	- - -		+ + + +
$(x+1)$	$\cancel{- - - -}$ 0 + + +	+ +	$\cancel{0}$ +	+ + + +
$\cancel{2(x+1)}$				
$\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)}$	+ + + + ‖ - -	0 -	-	0 + + + +

$\mathbb{R} - \left]-1 ; \frac{5}{2}\right[$

$\left]-\infty ; -1\right[\cup \left[\frac{5}{2} ; +\infty\right[+ \{0\}$

1) $2-x<0 \Rightarrow S=]-\infty;2[\quad \cancel{S=\emptyset}$

$S =]2;+\infty[\cap \left[\frac{5}{2};+\infty\right[= \left[\frac{5}{2}+\infty\right[$

$\cancel{S = \left[\frac{5}{2} ; \infty\right[}$

2) $\sqrt{\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)}} \geq 0$

$2-x \geq 0 \qquad S\ ]-\infty;2[\cap]-\infty;-1[+ \{0\}$

$\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)} \geq (2-x)^2 \qquad S =]-\infty;-1[+ \{0\}$

$x^2(2x-5) \geq x^2-4x+4 \cdot 2(x+1)$

$S =]-\infty;-1[\cup \left[\frac{5}{2};+\infty\right[+ \cancel{\{0\}}$

$2x^3-5x^2 \geq 2x^3-8x^2+8x+8-8x+2x^2$

$2x^3-5x^2 \geq 2x^3-6x^2-16x+8$

$16 \quad 289$
$256 \quad 256$
$16 \cdot 10 + 16 \cdot 6$

$0 \geq -x^2-16x+8$

$x^2+16x-8 \geq 0 \qquad \frac{+16 \pm \sqrt{16^2+32}}{-2}$

$x^2(2x-5) \geq (x^2-4x+4)\cdot(2x+2)$

$2x^3-5x^2 \geq 2x^3-8x^2+8x+2x^2-8x+8$

$2x^3-5x^2 \geq 2x^3-6x^2+8$

$0 \geq \cancel{2x} -x^2+8$

$x^2-8 \geq 0$

$$\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)} \geq (2-x)^2$$

$$\frac{x^2(2x-5)}{2(x+1)} \geq (2-x)(2-x)$$

x^2-4x+4

$$\frac{x^2(2x-5)}{2x+2} \geq x^2-4x+4$$

$$\frac{x^2(2x-5)}{2x+2} - x^2+4x-4 \geq 0$$

$$\frac{2x^3-5x^2}{2x+2} + \frac{(-x^2+4x-4)\cdot 2x+2}{2x+2} \geq 0$$

$$\frac{2x^3-5x^2+(-x^2+4x-4)\cdot 2x+2}{2x+2} \geq 0$$

$$\frac{2x^3-5x^2+(-2x^3+8x^2-\cancel{8x}-8+\cancel{8x}-2x^2)}{2x+2} \geq 0$$

$$\frac{\cancel{2x^3}-5x^2\cancel{-2x^3}+6x^2-8}{2x+2} \geq 0$$

$$\frac{x^2-8}{2x+2} \geq 0$$

	$-2\sqrt{2}$	-1	0	1	$2\sqrt{2}$	
x^2			0			
x^2-8	$+ + +$	0	$- - -$		0	$+ + + +$
$2x+2$	$- - - -$		0	$+ + + +$		$+ +$
$\frac{x^2-8}{2x+2}$	$- - - -$	$\|$	$+ - -$			$+ + +$

$[-2\sqrt{2}; -1[\cup [2\sqrt{2}; +\infty[$

$[-2\sqrt{2}; -1[\cup [\frac{5}{2}; +\infty[$

Série 4 Analyse I

2) $\sqrt{\sqrt{x^2-5x+4}+5x-2} = 5$

$\frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2}$; 3 ; 1] ∪ [4 ; +∞[

a) Ddef 1 $x^2-5x+4 \geq 0$

Ddef total $\sqrt{x^2-5x+4}+5x-2 \geq 0$

Ddef 1 $=]-\infty ; 1] \cup [4 ; +\infty[$

Ddef total =

Ex2 Série 4 Analyse I

a) $D_{def} = [0;1] \cup [4;+\infty[$

$D_{def}' =]-\infty;1] \cup [4;+\infty[\quad . \quad \sqrt{x^2-5x+4} > 0$

$D_{def}'^1 = [\frac{2}{5};+\infty[$

$D_{def}'^2 = [0;\frac{5}{8}[$

$5x-2 \geq 0 \qquad x > \frac{2}{5} \qquad [\frac{2}{5};+\infty[$

$x^2-5x+4 \geq (2-5x)^2 \qquad [0;\frac{5}{8}[$

$x^2-5x+4 \geq 25x^2-20x+4$

$-24x^2+15x \geq 0 \qquad \frac{-15 \pm \sqrt{15^2+4\cdot 24\cdot 0}}{-48} \qquad 0 \quad \frac{5}{8}$

b) $\sqrt{\sqrt{x^2-5x+4}+5x-2} = 5$

$\sqrt{x^2-5x+4}+5x-2 = 25 \qquad [0;1] \cup [4;\frac{27}{5}]$

$x^2-5x+4 = (27-5x)^2 \rightarrow > 0$

$x^2-5x+4 = 25x^2-2\cdot 5\cdot 27x+27^2$

$x^2-5x+4 = 25x^2-270x+729$

$0 = 24x^2-265x+725$

$\frac{265 \pm \sqrt{265^2-4\cdot 24\cdot 725}}{48}$ (25)

$\frac{145}{24} \qquad \frac{290}{48}$

$\frac{145}{24} > \frac{27}{5} \qquad \frac{240}{48} = 5$

$S = \{\cancel{\frac{145}{24}}; 5\}$

Ex 3 Série 4 Analyse I

a) $\left|3x-5-\sqrt{-x^2+x+42}\right| \geq -x+11-\sqrt{-x^2+x+42}$

$$\frac{-1 \pm \overset{13=\sqrt{169}}{\sqrt{1+4\cdot 42}}}{-2} \quad \begin{matrix}-6\\7\end{matrix}$$

$D_{def}: [-6;7]$

$3x-5 \geq -x+11$

$4x-16 \geq 0$

$x \geq 4 \qquad S_1 = [4;7] \cup [-6;3]$

$-(3x-5-\sqrt{-x^2+x+42}) \geq -x+11-\sqrt{-x^2+x+42}$

$-2x-6+2\sqrt{-x^2+x+42} \geq 0$

$2\cdot\sqrt{-x^2+x+42} \geq 2x+6 \rightarrow \quad x+3 \leq 0$

$]-\infty;-3] \cup [-\frac{11}{2};3]$

$[-6;3]$

$-x^2+x+42 \geq (\cancel{2}x+3)^2$

$-x^2+x+42 \geq x^2+6x+9 \qquad [-\frac{11}{2};3]$

$0 \geq 2x^2+5x-33$

$$\frac{-5 \pm \overset{17}{\sqrt{25+8\cdot 33}}}{4} \quad \begin{matrix}3\\ -\frac{11}{2}\end{matrix}$$

Série 4 Analyse I

3. b) $\sqrt{x^2-|3x+4|} \leq x-2$

$D_{def_1} = [2 ; +\infty]$ $D_{def} = [1 ; +\infty[$

$D_{def_2} = \begin{matrix} x^2-3x+4 \geq 0 \\ x^2+3x-4 \geq 0 \end{matrix}$ ~~$]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$~~

$3 \pm \sqrt{9-16} = \emptyset$ $[4 ; +\infty[$

$x^2-(3x+4) \leq x^2-4x+4$ $\frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2}$ -1 4

$x^2+(3x+4) \leq x^2-4x+4$

$x \leq 8$

$x \geq 0$ $S = [4 ; 8]$

4 $\sqrt{2 \cdot (x^2+1)} = x-m$ $m \in \mathbb{R}$

$2x^2+2 \geq 0$

$2x^2+2 = x^2-2xm+m^2$

$0 = -x^2-2xm+(m^2-2)$

$\frac{2m \pm \sqrt{4m^2+4(m^2-2)}}{-2}$

$8m^2-8 \geq 0$ $m^2 \geq 1$ -1 1

$m \in \left]-\infty ; -\frac{4 \cdot \sqrt{10}}{10}\right] \cup \left[\frac{4 \cdot \sqrt{10}}{10} ; +\infty\right[$

$]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$

$-m+\sqrt{2m^2-2}$ $-m-\sqrt{2m^2-2} \geq m$

$-\sqrt{2m^2-2} \geq 2m$

$2m^2-2 \leq (4m)^2$

Série 4 Analyse I

5) $x^{18} \rightarrow \left(x^2 + \frac{3a}{x}\right)^{15}$

$$C_{15}^{\cancel{h}} x^{\cancel{2}\,15-h} \left(\frac{3a}{x}\right)^{\cancel{h}} = C_{15}^{h} \cdot x^{2(15-h)} \cdot 3^h a^h \cdot \cancel{x}^{-h}$$

$$C_{15}^{h} \cdot x^{30-3h} \cdot (3a)^h$$

$$C_{15}^{4} \cdot x^{18} \cdot 3a^4 \qquad 30-3h = 18$$

$$h = 4$$

6)

$\cancel{x^{26}}$ $\quad (x^{\frac{1}{2}} + x)^3 \; (1 - x^{3/2})^{18}$

$$\left((x^{\frac{1}{2}} + x)(1 - x^{\frac{3}{2}})^6\right)^3$$

$$\left[C_3^h \cdot x^{\frac{1}{2}\cdot(3-h)} \cdot x^h\right]\left[C_{18}^h \cdot x^{\frac{3}{2}\cdot 18-h} \cdot 1^h\right]$$

$$C_3^h \cdot C_{18}^h \cdot x^h \cdot x^{\frac{1}{2}(3-h)} \cdot x^{\frac{3}{2}\cdot 18-h} \cdot 1^h$$

$$h + \tfrac{1}{2}\cdot(3-h) + \tfrac{3}{2}\cdot(18-h)$$

$$h + 1{,}5 - \tfrac{1}{2}h + 12 - \tfrac{3}{2}h$$

$$\left(\frac{25}{2} - h\right)$$

$$C_3^h \cdot C_{18}^h \cdot x^{\left(\frac{25}{2} - h\right)} \cdot 1^h$$

$$\frac{25}{2} - h = 26 \qquad -h = \frac{52}{2} - \frac{25}{2}$$

$$= \qquad -h = \frac{27}{2}$$

$$h = -\frac{27}{2}$$

Ex 6

$$\left(x^{\frac{1}{2}}+x\right)^{3}\left(1-x^{\frac{3}{2}}\right)^{18}$$

$$\left[C_3^h\cdot x^{\frac{1}{2}\cdot(3-h)}\cdot x^h\right]\left[C_{18}^k\cdot 1^{18-k}\cdot(-x)^{\frac{3}{2}\cdot k}\right]$$

$$C_3^h\cdot C_{18}^k\cdot x^{\left(1,5-\frac{h}{2}\right)}\cdot x^h\cdot(+x)^{\frac{3}{2}\cdot k}\cdot 1^{18-k}\cdot(-1)^{k\cdot\frac{3}{2}}$$

$$\frac{3-h+3k}{2}=26$$

$h=3$	$k=$ ~~24~~ ~~8~~ 18		17
$k=6$	$h=1$	4	1

Ex 7 $(1+0,04)^5$

$$(1+0,04)(1+0,04)(1+0,04)(1+0,04)(1+0,04)$$

$$(1+0,08+0,016)(1+0,04)(1+0,04)(1+0,04)$$

$$(1+0,08+0,016+0,04+0,0032+0,00064)$$

$$(1+0,13984)(1+0,08+0,016)$$

$$1+5x+10x^2+10x^3+5x^4+x^5 \qquad x=4\cdot10^{-2}$$

$$1+5\cdot4\cdot10^{-2}+10\cdot4\cdot10^{-4}\cdot10\cdot4\cdot10^{-6}+5\cdot10^{-8}\cdot4+4\cdot10^{-10}$$

$$1+0,2+0,004+0,00004+0,000002+0,000000$$

1,2166

Ex 8 Série 4 Analyse I

$$\sqrt{|x^2-5m^2|} \leqslant x-m$$

$0 \leqslant x-m$ $m \leqslant x$

$$|x^2-5m^2| \leqslant (x-m)^2$$

$$\left.\begin{aligned} x^2-5m^2 &\leqslant (x-m)^2 \\ -x^2+5m^2 &\leqslant (x-m)^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} x^2-5m^2 &\leqslant x^2-2xm+m^2 \\ -x^2+5m^2 &\leqslant x^2-2xm+m^2 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 0 &\leqslant 6m^2-2xm \\ 0 &\leqslant 2x^2-2xm-4m^2 \end{aligned}\right\}$$

$]-\infty;0[\cup x \leqslant 3m$

$x \leqslant -m \cup x \geqslant 2m$

1 3

2 6

3 9

4 12

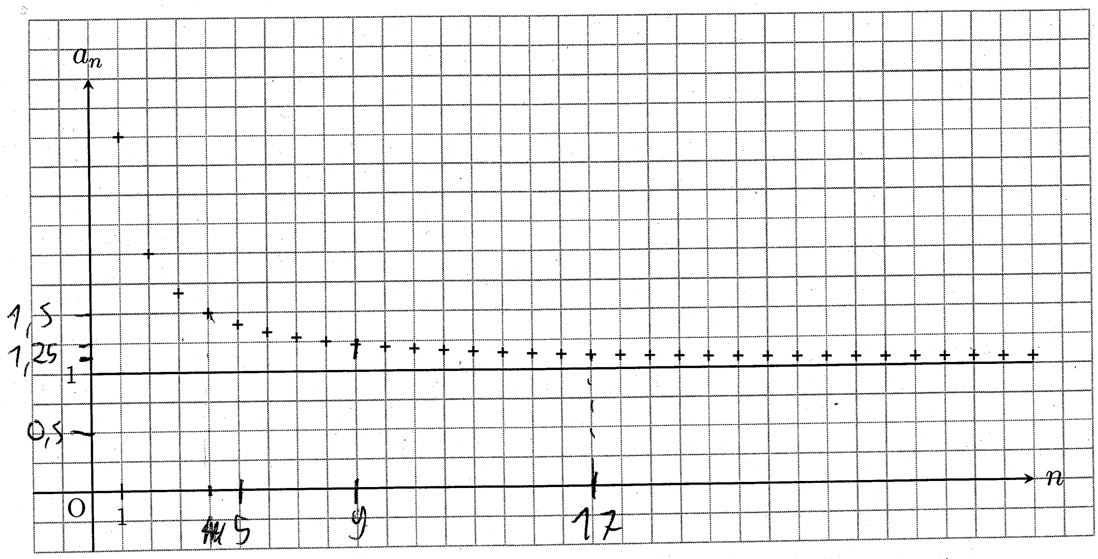
$\dfrac{2m \pm \sqrt{4m^2+32m^2}}{4}$ $2m$ $-m$

$m \in]-\infty;0]$ $x = \mathbb{R}$

$m \in]0;+\infty[$ $x \leqslant -m \cup x \geqslant 2m$

Série 5

1. Voici la représentation de la suite définie par $a_n = \dfrac{n+2}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.



a) Soit $N(\varepsilon) \in \mathbb{N}^*$ tel que $n \geq N(\varepsilon) \Rightarrow |a_n - 1| < \varepsilon$.

Déterminer graphiquement $N(\varepsilon)$ dans les trois cas suivants :

i) $\varepsilon = \frac{1}{2}$, ii) $\varepsilon = \frac{1}{4}$, iii) $\varepsilon = \frac{1}{8}$.

b) Démontrer à l'aide de la définition que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$.

2. Déterminer le terme général des suites dont on donne les premiers termes, puis calculer leur limite, si elle existe.

a) (a_n) : $4, \dfrac{7}{3}, 2, \dfrac{13}{7}, \dfrac{16}{9}, \dfrac{19}{11}, \dfrac{22}{13}, \ldots$

b) (b_n) : $\dfrac{1}{2}, \dfrac{4}{5}, \dfrac{7}{10}, \dfrac{10}{17}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{16}{37}, \dfrac{19}{50}, \ldots$

c) (c_n) : $\dfrac{2}{3}, 0, \dfrac{4}{15}, 0, \dfrac{6}{35}, 0, \dfrac{8}{63}, 0, \dfrac{10}{99}, \ldots$

d) (d_n) : $5, \dfrac{5}{3}, \dfrac{5}{7}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{5}{31}, \dfrac{5}{63}, \dfrac{5}{127}, \dfrac{1}{51}, \dfrac{5}{511}, \ldots$

3. Calculer les limites, si elles existent, des suites définies par les termes généraux suivants :

a) $a_n = \dfrac{1+2+\cdots+n}{n^2+n+1}$, b) $b_n = \dfrac{3\,(n+2)! + 2\,(n+1)!}{(n+3)!}$,

c) $c_n = (-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$.

Analyse Série 5

1 a) $|a_n - 1| < \varepsilon$

$|a_n - 1| < \frac{1}{2}$ $[1; 1,5[$ 5

$|a_n - 1| < \frac{1}{4}$ $[1; \frac{5}{4}[$ 9

$|a_n - 1| < \frac{1}{8}$ $[1; \frac{9}{8}[$ 17

b) $\lim_{n \to \infty} a_n = 1$

$\{a_n\} = \frac{n+2}{n}$ $n \in \mathbb{N}^*$

$0 < \frac{n+2}{n} < \frac{1}{n} + 2$

2 a) $\frac{3n+1}{2n-1}$ $\lim_{n\to\infty} a = \frac{3}{2}$

~~$\frac{1+(n-1)3}{(2n-1)(2(n-1)-1)(2(n-2)-1)\ldots}$~~

2
2 + 3
2 + 3 + 5
2 + 3 + 5 + 7
2 + 3 + 5 + 7 + 9
2 + 3 + 5

+3
+5
+7
+9
+11
+13

b) $\frac{1+(n-1)3}{n^2+1}$ $\lim_{n\to\infty} a = 0$

2 2

5 2 + 3

$3n-2$ c) $\frac{n+1}{n^2+2n}$ si n impair, 0 si n = pair $\lim_{n\to\infty} a = 0$

2 + 3 + 2 + 3

17 2 + 2 + 3 +

d) $\frac{5}{2^n-1} \to \lim_{n\to\infty} a = 0$

3 12
15 20
35 28
63 36

$n = 2k \to 0$

$-(n)^2$ $-(-n)^2 + n^2$ $\sqrt[n]{(-n+1)^n + n^n}$

$-(-n)^3 + n^3$

5 3 7 3 31 63 127 51 511

2 4 -4 28 32

$\frac{5}{1}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{5}{31}$ $\frac{5}{63}$ $\frac{5}{127}$ $\frac{5}{255}$ $\frac{5}{511}$

$\frac{n+1}{n^2+2n}$

5

Analyse I Série 5

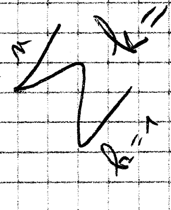
3. a) $\lim_{n\to\infty} = 0$ $\quad \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2+n+1} = \frac{n^2+n}{2\cdot n^2+2n+2} = \frac{1}{2}$

b) $b_n = \frac{3(n+2)!+2(n+1)!}{(n+3)!} = \frac{3(n+2)!}{(n+3)!} + 2\cdot\frac{(n+1)!}{(n+3)!} = 3\cdot\frac{1}{(n+3)} + 2\cdot\frac{1}{(n+3)(n+2)}$

$\frac{3}{(n+3)}+\frac{2}{(n+3)(n+2)}$ $\quad b_n = 0$

$\frac{n(n+1)}{2}$

c) $(-1)^n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ non convergente



4) $a_{n+1} = 3-\frac{2}{a_n}$ $\quad n\in\mathbb{N}^*$ $\quad a_1=3$

Analyse I Série 5

4) $a_{n+1} = 3 - \frac{2}{a_n}$ $\quad a_1 = 3 \quad n \in \mathbb{N}^*$

$a_2 = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

$a_3 = 3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3}} = 3 - \frac{2}{\frac{7}{3}} = 3 - \frac{6}{7} = \frac{15}{7}$

$a_4 = 3 - \frac{2}{\frac{15}{7}} = \cancel{\frac{14}{15}} = \frac{45 - 7 \cdot 14}{15} = \frac{\cancel{14}}{15} = \frac{31}{15}$

$a_5 = 3 - \frac{2}{\frac{31}{15}} = \frac{93 - 30}{31} = \frac{63}{31}$

$a_6 = 3 - \frac{2}{\frac{63}{31}} = \frac{3 \cdot 63 - 2 \cdot 31}{63} = \frac{127}{63}$

3	0	3
$2 \cdot 3 + 1$	1	7
$2 \cdot (2 \cdot 3 + 1) + 1$	2	15
$4 \cdot 2^n + 1$	3	31
	4	63

$\cancel{2^n - 1}$ $\quad \frac{(2^{n+3} - 1)}{4 \cdot 2^n - 1}$

$$\frac{2^{n+3} - 1}{4 \cdot 2^n - 1} = \frac{2^{n+3} - 1}{2^{n+2} - 1} \qquad \lim_{n \to \infty} a_n = 2$$

5) a) $\lim_{n \to \infty} a_n = 1$ $\qquad \frac{\sqrt{n^2}}{n} \leq \frac{\sqrt{n^2+1}}{n} \leq \frac{\sqrt{n^2+2}}{n}$

b) $\lim_{n \to \infty} b_n = 0$ $\qquad 0 \leq b_n \leq \frac{1}{(n+1)^2}$

6) $a_n = \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$

$\lim_{a \to \infty} a_n = 1$

$n \to \infty$

$\frac{1}{n} \to 0 \qquad \sqrt{1 + 0} = 1$

7) $2 + \frac{1}{n} \to 2$

$5 + \frac{1}{n} \to 5$

$2 + 5 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} \to 7$

Série 6

1. A l'aide du théorème des deux gendarmes, montrer que la suite (a_n) définie par $a_n = \dfrac{(n+1)^n \, n!}{n^{2n}}$ admet une limite nulle.

2. Montrer à l'aide de la définition que $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = +\infty$.

Puis utiliser ce résultat pour calculer $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(3-\sqrt{n})\,(\sqrt{n}+2)}{8n-4}$.

3. Etudier la convergence de la suite (a_n) définie par son terme général $a_n = \dfrac{n!}{2^n}$.

4. Soient $\{C_1\,,\ C_2\,,\ C_3\,,\cdots\}$ un ensemble infini de cubes. Sachant que le volume de C_{i+1} est égal à la moitié de celui de C_i $(i \in \mathbb{N}^*)$, déterminer, en fonction de l'arête c du premier cube, la hauteur H de la "tour" obtenue en superposant tous les cubes de l'ensemble.

5. La suite (b_n) est définie par son terme général :

$$b_n = 4{,}321\,321 \cdots 321 \quad \text{(partie décimale : } n \text{ fois "321").}$$

Calculer, si elle existe, la limite de cette suite.

6. Depuis le sol, on lance une balle vers le haut de sorte qu'elle atteigne la hauteur $h_1 = 5\,\mathrm{m}$. Elle retombe et rebondit instantanément pour atteindre une hauteur $h_2 = p \cdot h_1$, $p = 0{,}81$, et ainsi de suite, chaque nouvelle hauteur atteinte étant p fois la précédente.

En utilisant la relation entre la hauteur et le temps

$$h = \frac{1}{2}\, g\, t^2\,, \quad g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}\,,$$

donner le temps jusqu'à l'immobilisation de la balle.

Série 6 Analyse I

Ex 1 $a_n = \frac{(n+1)^n n!}{n^{2n}}$ $\qquad \frac{1\cdot(n+1)^n\cdot n!}{n\cdot n^{2n}}$

$$\frac{n^n n!}{n^{2n}} \leqslant a_n \leqslant \cancel{\frac{(2n)^n n!}{n^{2n}}} \qquad 1+\frac{1}{n}$$

$$\frac{n!}{n^n} = \frac{n}{n}\cdot\frac{(n-1)}{n}\cdot\frac{n-2}{n}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n}\cdot\frac{1}{n}$$

$$1 \quad \leqslant 1 \quad \leqslant 1 \qquad \downarrow \lim_{n\to\infty} = 0$$

$$1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\ldots\cdot 0 = 0$$

$$0 \leqslant a_n \leqslant \frac{2n^{2n} n!}{n^{2n}}$$

$$\cancel{\frac{2^n\cdot n^n\cdot n!}{n^{2n}} = \frac{2^n\cdot n!}{n^n} \quad \frac{2^n\cdot n}{n}\cdot\frac{2^{(n-1)}(n-1)}{n}\cdot\ldots\cdot\frac{2^3\cdot 3}{3}\cdot\frac{2^2\cdot 2}{2}\cdot\frac{2^1\cdot 1}{1}}$$

$$\cancel{\ldots 16 \quad 8 \quad 4 \quad 1}$$

$$\cancel{= 2^n\cdot 2^{n-1}\cdot 2^{n-2}\cdot\ldots\cdot 2^2\cdot 2^1}$$

$$\frac{\cancel{n^{2n}}\cdot n!}{\cancel{n^{2n}}} = n!$$

$$\frac{2n^{2n}\cdot n!}{n^n\cdot n^n} = e\cdot\frac{n!}{n^n} =$$

On est compris en 0 et 0 dont tend vers 0

Série 6

Analyse I

Ex 2 $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty$

$\sqrt{1} \leqslant \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ ... fonction croissante

$\cancel{\sqrt{1} - \sqrt{2} < \sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Il n'existe aucun entier N tel que un nombre fini d'élément de la suite $\sqrt{n}$ lui est supérieur donc $\sqrt{n} \to \infty$

$$6 + \sqrt{n} - n \to -n$$

$$\frac{(3-\sqrt{n})(\sqrt{n}+2)}{8n-4} = \frac{6+\sqrt{n}-n}{8n-4} = \frac{-n}{8n} = -\frac{1}{8}$$

Série 6 Analyse I

Ex 3

$$a_n = \frac{n!}{2^n} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdots \frac{n}{2}$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n}{2} \to \infty$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \ldots \cdot \infty = \infty$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{n!}{2^n} \to \infty$$

Ex 4

$$V = V \cdot \frac{1}{2} + V \cdot \frac{1}{4} + V \cdot \frac{1}{8} \ldots$$

$$V = k^3$$

$$\sqrt[3]{3x} = \sqrt{x} \cdot 3$$

$$\sqrt[3]{3x} = \sqrt[3]{x} \cdot \underbrace{\sqrt[3]{3}}_{3^{1/3}}$$

$$H = \sqrt[3]{V} + \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{2}} + \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} + \ldots$$

$$H = \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{n \cdot 2}} + \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{(n-1) \cdot 2}} + \ldots + \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{2 \cdot 2}} + \sqrt[3]{V \cdot \frac{1}{2}}$$

$$H = \sqrt[3]{V} \cdot \frac{1}{(n \cdot 2)^3} + \sqrt[3]{V} \cdot \frac{1}{((n-1) \cdot 2)^3} + \ldots + \sqrt[3]{V} \cdot \frac{1}{64} + \sqrt[3]{V} \cdot \frac{1}{8}$$

$$H = \sqrt[3]{V} \cdot \left(\frac{1}{2n^3} + \frac{1}{(2 \cdot (n-1))^3} + \frac{1}{(2 \cdot (n-2))^3} + \frac{1}{8 \cdot (n-3)^3} + \ldots + \frac{1}{8 (2)^3} + \frac{1}{8 \cdot (1)^3} \right) \qquad \frac{1}{\sqrt[3]{2^n}}$$

$$\frac{1}{8} \leqslant H \leqslant$$

$$h_n = c \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2^n}} = c \cdot \frac{1}{2^{n/3}}$$

$$H = c \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 \cdot 8}$$

7.

$A_1 = \cancel{A}\ a^2$

$A_2 = a^2 - \left(\frac{a^2}{16} + \frac{9a^2}{16}\right) = a^2 - \frac{10a^2}{16}$

$A_3 = a^2 - \left(\frac{a^2}{16} + \frac{9a^2}{16}\right) + \left(\frac{\frac{10a^2}{16}}{16} + \frac{9\cdot\frac{10a^2}{16}}{16}\right)$

$A_4 = a^2 - \frac{10a^2}{16} + \frac{10}{16}\cdot\frac{10a^2}{16} - \frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot\frac{10a^2}{16}$

$A_5 = a^2 - \frac{10}{16}a^2 + \frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot a^2 - \frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot a^2 + \frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot\frac{10}{16}\cdot a^2$

$\cancel{A_n = a^2\cdot\left(-\frac{10}{16}\right)^{(n-1)}}$

$A_n = a^2\cdot\left(-\frac{10}{16}\right)^0 + a^2\left(\frac{-10}{16}\right)^1 + a^2\left(\frac{-10}{16}\right)^2 + \dots + a^2\left(\frac{-10}{16}\right)^{(n-1)}$

raison $= -\frac{5}{8}$

$\overline{1-r}$

cette série converge car $\left|-\frac{5}{8}\right| < 1$

$\lim\limits_{n\to\infty} A_n = \frac{a^2}{1+\frac{5}{8}} = \frac{a^2}{\frac{13}{8}} \cdot \frac{\frac{8}{13}}{\frac{8}{13}} = a^2\cdot\frac{8}{13}$

$a\frac{1-r^{n+1}}{1-r} \qquad a^2\cdot\frac{1-\left(-\frac{5}{8}\right)^{n+1}}{\frac{13}{8}}$