

(écrire lisiblement s.v.p)

Nom :

Prénom :

Groupe : ...

Question	Pts max.	Pts
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
Total	20	

Note (barème sur 20 points) :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Formulaire

- $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n).$
- $\cos(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + o(x^{2n+1}).$
- $\frac{d}{dx} \cosh^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.$
- $\sum_{1 \leq j_1 < \dots < j_k \leq n} (-r_{j_1}) \dots (-r_{j_k}) = \frac{a_{n-k}}{a_n}.$

Les questions

Question 1 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Soient les polynômes $P, Q \in \mathbb{C}[Z]$ donnés par

$$\begin{aligned} P(Z) &= Z^{27} + Z^{26} + \dots + Z + 1 = \sum_{k=0}^{27} Z^k \\ Q(Z) &= Z^{11} + Z^{10} + \dots + Z + 1 = \sum_{k=0}^{11} Z^k. \end{aligned}$$

Trouvez le PGCD de $P(Z)$ et de $Q(Z)$.

Réponse à la question 1:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The background is a very light gray, and it is covered by a precise grid of thin, dark gray horizontal and vertical lines. These lines intersect to form a series of small, identical squares across the entire surface of the page. There are no margins, text, or other markings present.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

A l'aide des formules de Viète, trouvez quatre nombres x, y, z, t qui vérifient

$$\begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} = \frac{5}{3} \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 30 \\ \frac{xy}{6} - \frac{4}{zt} = 0 \end{cases}$$

Réponse à la question 2:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Calculez le développement limité à l'ordre 5 autour de $x_0 = 0$ de la fonction f qui vérifie

- $f(0)=1$,
- $f'(x) = e^{|\cos(x)|}$.

Réponse à la question 3:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Points obtenus: (laisser vide)

$$C_A := \{z \in \mathbb{C} : |\cos(z)| = A\}.$$

- Réponse à la question 4:*

laisser la
marge vide

[illegible]

Page 12 sur 14

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐