Série 3

1. Exprimer les quantités suivantes à l'aide d'une fonction trigonométrique de l'angle x uniquement.

a) $A = \cos(7\pi - x)$ c) $C = \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$ e) $E = \cot(-\frac{5\pi}{2} - x)$

b) $B = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ d) $D = \cos(x - \frac{9\pi}{2})$ f) $F = \sin(x + n\,\frac{\pi}{2})\,,\ n \in \mathbb{N}$

2. Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle donné :

a) $\cos x = \frac{1}{2}\,, \quad 15\pi \le x \le 16\pi$ c) $\tan x = -1\,, \quad -4\pi \le x \le -3\pi$

b) $\sin x = -\frac{1}{2}\,, \quad 15\pi \le x \le 16\pi$ d) $\cot x = \sqrt{3}\,, \quad -\pi \le x \le 0$

3. Résoudre les équations suivantes :

a) $(\cos t)\,(2\,\cos t + 3) = -1$ b) $4 - 5\sin t = 2\cos^2 t\,, \quad -\frac{11\pi}{2} \le t \le -5\pi$

4. Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle donné.

a) $\sin(4x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,, \qquad x \in [\,0\,,\,\pi\,]\,,$

b) $4\,\sin^4(2x) - 11\,\sin^2(2x) + 6 = 0\,, \qquad x \in [-\frac{3\pi}{2}\,,\,-\frac{\pi}{2}\,]\,,$

c) $\tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}\,, \qquad x \in [\,0\,,\,\pi\,]\,,$

d) $\cot^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3}\,, \qquad x \in \,]\,0\,,\,2\pi\,[\,.$

5. Résoudre les équations suivantes :

a) $\sin(2x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ c) $\cos(2x) = \sin(3x)$

b) $\cos(2x) = \cos(\frac{x}{3})$ d) $\tan(\frac{x}{3}) = \cot(x - \frac{\pi}{6})$

6. Résoudre les inéquations suivantes dans l'intervalle donné :

a) $\sin x \ge \frac{1}{2}\,, \quad 4\pi \le x < 5\pi\,,$

b) $-\frac{1}{2} < \cos x < 0\,, \quad -5\pi \le x < -3\pi\,,$

c) $\sin(\,3x + \frac{\pi}{4}\,) > \sin(-\frac{3\pi}{4}\,)\,, \quad -2\pi \le x < 0\,,$

d) $\tan x \le -\frac{\sqrt{3}}{3}\,, \quad 0 \le x < 2\pi\,,$

e) $\cot x > \sqrt{3}\,, \quad -2\pi \le x < \pi\,,$

f) $\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \le \frac{\sqrt{3}}{3}\,, \quad x \in [-\pi\,,\,0\,]\,.$

7. Soit A l'expression définie par $A = \dfrac{\cos(x-\frac{\pi}{2})\cdot\tan(\frac{3\pi}{2}+x)}{\sin(x+\frac{5\pi}{2})-\cos(\pi-x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition de A.

b) Simplifier cette expression.

Réponses de la série 3

1. a) $A=-\cos x$

b) $B=-\sin x$

c) $C=-\cos x$

d) $D=\sin x$

e) $E=\tan x$

f) $F=\begin{cases}\sin x & \text{si } \exists\, k\in\mathbb{N} \text{ tel que } n=4k\\ \cos x & \text{si } \exists\, k\in\mathbb{N} \text{ tel que } n=4k+1\\ -\sin x & \text{si } \exists\, k\in\mathbb{N} \text{ tel que } n=4k+2\\ -\cos x & \text{si } \exists\, k\in\mathbb{N} \text{ tel que } n=4k+3\end{cases}$

2. a) $S=\{\frac{47\pi}{3}\}$

b) $S=\{\frac{91\pi}{6},\ \frac{95\pi}{6}\}$

c) $S=\{-\frac{13\pi}{4}\}$

d) $S=\{-\frac{5\pi}{6}\}$

3. a) $S=\{\frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ -\frac{2\pi}{3}+2k\pi,\ \pi+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$

b) $S=\{-\frac{31\pi}{6}\}$

4. a) $S=\left\{\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{6}\right\}$,

b) $S=\left\{-\frac{4\pi}{3},\ -\frac{7\pi}{6},\ -\frac{5\pi}{6},\ -\frac{2\pi}{3}\right\}$,

c) $S=\left\{\frac{\pi}{4},\ \frac{3\pi}{4}\right\}$,

d) $S=\left\{\frac{2\pi}{3},\ \frac{4\pi}{3}\right\}$.

5. a) $S=\{\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ \frac{2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3},\ k\in\mathbb{Z}\}$,

b) $S=\{\frac{6k\pi}{5},\ \frac{6k\pi}{7},\ k\in\mathbb{Z}\}$,

c) $S=\{\frac{\pi}{10}+\frac{2k\pi}{5},\ \frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\}$,

d) $S=\{\frac{\pi}{2}+\frac{3k\pi}{4},\ k\in\mathbb{Z}\}$.

6. a) $S=\left[\frac{25\pi}{6},\ \frac{29\pi}{6}\right]$,

b) $S=\left]-\frac{14\pi}{3},\ -\frac{9\pi}{2}\right[\cup\left]-\frac{7\pi}{2},\ -\frac{10\pi}{3}\right[$,

c) $S=\left[-2\pi,\ -\frac{5\pi}{3}\right[\cup\left]-\frac{3\pi}{2},-\pi\right[\cup\left]-\frac{5\pi}{6},-\frac{\pi}{3}\right[\cup\left]-\frac{\pi}{6},0\right[$,

d) $S=\left]\frac{\pi}{2},\ \frac{5\pi}{6}\right]\cup\left]\frac{3\pi}{2},\ \frac{11\pi}{6}\right]$,

e) $S=\left]-2\pi,\ -\frac{11\pi}{6}\right[\cup\left]-\pi,\ -\frac{5\pi}{6}\right[\cup\left]0,\ \frac{\pi}{6}\right[$,

f) $S=\{-\pi\}\cup\left]-\frac{5\pi}{6},-\frac{\pi}{2}\right]\cup\left]-\frac{\pi}{3},0\right]$.

7. a) $D_{\text{def}}=\mathbb{R}-\{\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}\}$

b) $\forall\, x\in D_{\text{def}},\quad A=-\frac{1}{2}$
