(écrire lisiblement s.v.p)

Nom : ....

Prénom : ....

Question	Pts max.	Pts
1	8	
2	6½	
3	5½	
Total	20	

Note :

Indications

- Durée de l'examen : **100 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
  Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom**, **prénom**, **n° du contrôle**, **branche**, **ID** et **date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Question 1 (à 8 points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Dans le plan, muni d'un repère orthonormé, on donne :

- le cercle γ_1 d'équation cartésienne

$$\gamma_1 : (x+1)^2 + y^2 - 1 = 0\,,$$

- deux points $A\,(1\,;\,1)$ et $B\,(2\,;\,0)$,
- le cercle $\tilde{\gamma}\,(\tilde{\Omega}\,, \tilde{r})$ passant par les points A et B, d'équation cartésienne

$$\tilde{\gamma} : (x-2)^2 + (y-1)^2 - 1 = 0\,.$$

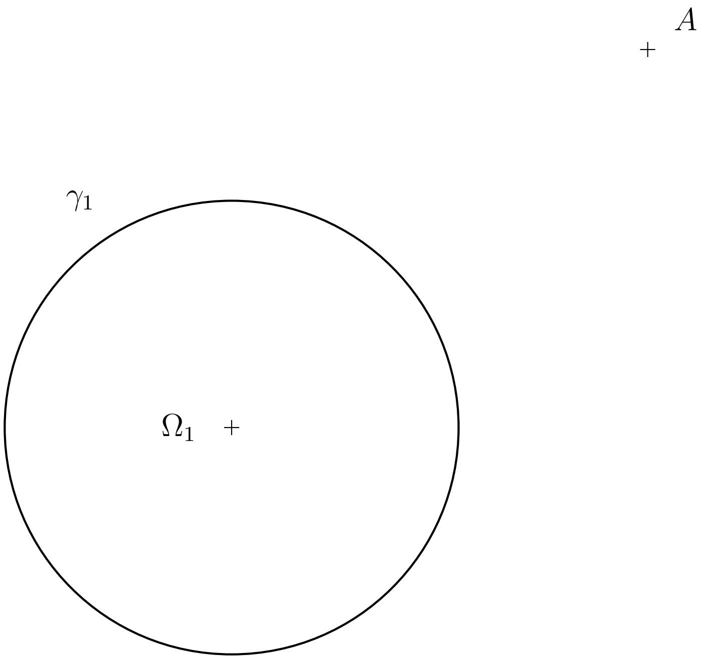
On considère un cercle $\gamma_2\,(\Omega_2\,, r_2)$ passant par les points A et B et tangent extérieurement à γ_1 en I.

(a) Déterminer le point central de γ_1, γ_2 et $\tilde{\gamma}$.

(b) Déterminer, par le calcul, l'équation cartésienne du cercle γ_2 dont le point de tangence I est tel que $x_I \geq 0$.

(c) Construire rigoureusement (règle, équerre, compas), sur la donnée graphique ci-jointe, le cercle $\gamma_2\,(\Omega_2\,, r_2)$ passant par les points A et B et tangent extérieurement à γ_1.

Donner, ci-dessous, une brève justification de votre construction.


A
B
γ_1
Ω_1

Réponse à la question 1:

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 2 (à $6\frac{1}{2}$ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Dans le plan, muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère l'ellipse $\mathcal{E}$ telle que :

- $\mathcal{E}$ est de grand axe vertical,
- son centre Ω se trouve sur la droite $d : x + y = 0$,
- $\mathcal{E}$ est tangente à l'axe Ox,
- $\mathcal{E}$ passe par le point $K(1\,;\,-2)$.

(a) Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ dépendant d'un paramètre.

(b) Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse $\mathcal{E}$ vérifiant la condition suivante :
- la polaire du point $P(1\,;\,1)$ est la droite $p : 2x - 2y - \frac{15}{2} = 0$.

Réponse à la question 2:

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 5½ points) Points obtenus: (laisser vide) . . . . .

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne l'hyperbole $\mathcal{H}$ suivante :

$$x^2 - \frac{y^2}{3} - 1 = 0$$

On note d la directrice du foyer d'abscisse positive et A le sommet tel que $x_A > 0$.
Soit D un point courant de d.
Déterminer le lieu de l'intersection de la polaire du point D et de la droite (AD).
Donner, avec précision, la nature géométrique du lieu.

Réponse à la question 3: laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

laisser la marge vide

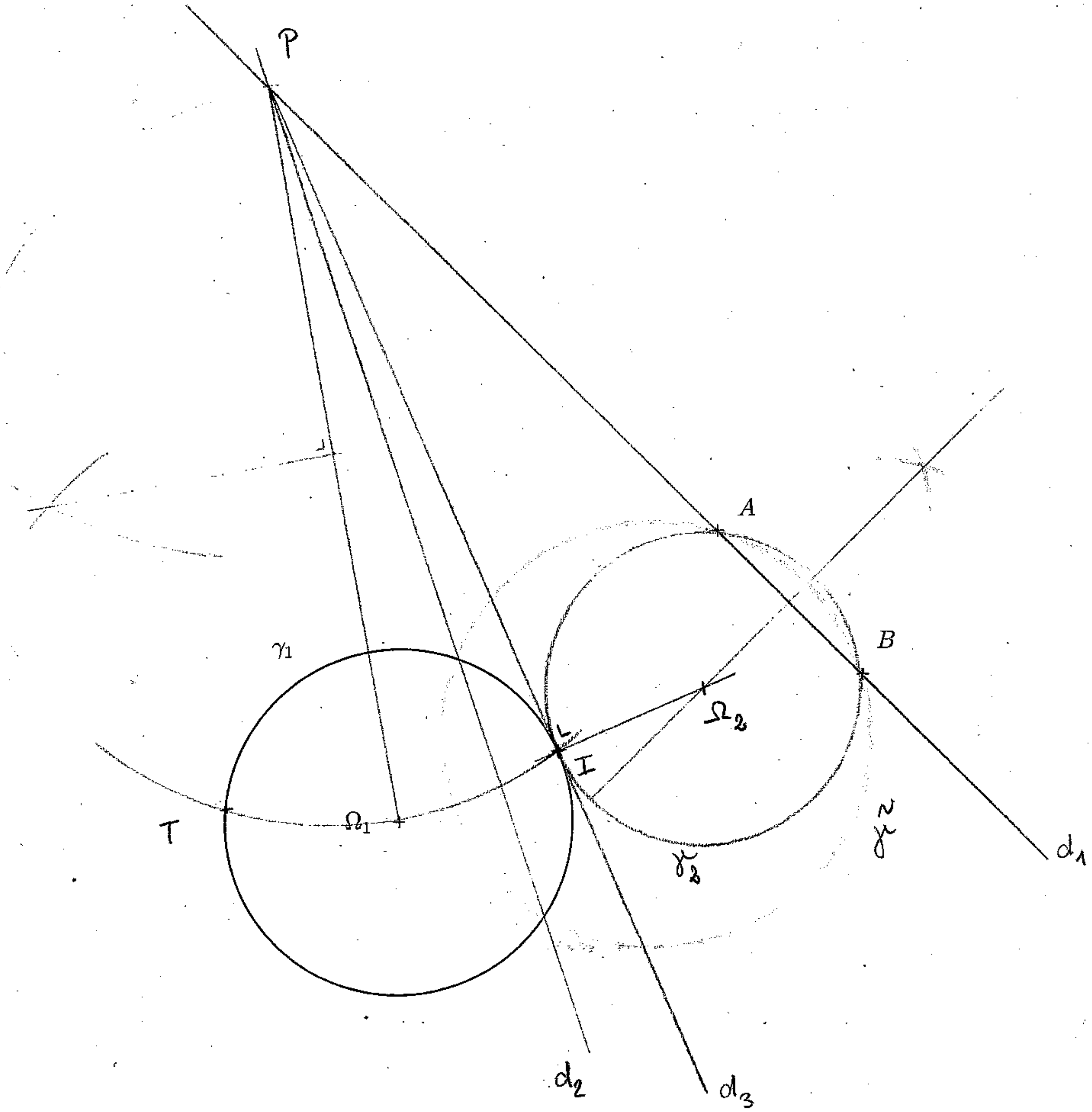
Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Solutions :

Question 1
(a) $P\,(0,\,2)$ (2 points)
(b) $\gamma_2 : (x-1)^2 + y^2 - 1 = 0$ (3.5 points)
(c) voir ci-après (2.5 points)

Question 2
(a) $\mathcal{E} : \dfrac{(x-\alpha)^2}{\frac{\alpha^2}{4}(\alpha-1)} + \dfrac{(y+\alpha)^2}{\alpha^2} - 1 = 0\,, \quad 1 < \alpha < 5$ (3.5 points)
(b) $\mathcal{E} : \dfrac{(x-3)^2}{\frac{9}{2}} + \dfrac{(y+3)^2}{9} - 1 = 0$ (3 points)

Question 3
$\mathcal{E} : \dfrac{(x-\frac{3}{2})^2}{\frac{1}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{3}{4}} - 1 = 0$
Le lieu est une ellipse de centre $\Omega\,(\frac{3}{2};\,0)$ et grand axe vertical. (5.5 points)



0.5p : brève justification
0.5p : médiatrice de AB
0.5p : point central (ou autre selon méthode)
0.5p : point de tangence I
0.5p : cercle (centre et rayon)
2.5p