# Série 1

**1.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les trois inéquations suivantes :

a) $\frac{11}{4}\,x + \frac{1}{5}\,(2-3x) \;\leq\; \frac{1}{3}\,(7x-1)\,,$

b) $\dfrac{x+2}{2x-4} \;\leq\; \dfrac{5-2x}{x-2} + 3\,,$

c) $\dfrac{1-x}{2+x} \;\leq\; -\dfrac{2}{3x-4}\,.$

**2.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes par rapport à la variable $x$ en fonction du paramètre réel $m$.

a) $mx - 4 \;=\; 2\,(x-m)\,,$

b) $\dfrac{2}{m-1}\,x \;\leq\; x - \dfrac{1}{m-1}\,, \quad m \neq 1\,.$

**3. Exercice facultatif**

On considère les fonctions $f$ et $g$ définies par $f(x) = \frac{1}{2}\,x - 2$ et $g(x) = -3\,x - \frac{11}{2}$.

a) Dans un repère orthonormé (unité = 2 carrés), représenter le graphe de $f$ et de $g$, puis en déduire celui de $|f|$.

Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $|f(x)| = g(x)$.

b) Interpréter graphiquement, sur l'exemple ci-dessus, l'équivalence suivante

$$|\,f(x)\,| = g(x) \quad \Leftrightarrow \quad g(x) \geq 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} f(x) = g(x) \\ \text{ou} \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

**4.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations suivantes :

a) $|-x+4| \;=\; -\dfrac{3}{x}\,,$

b) $\left|x^3 - 2x^2 - 4x + 3\right| \;=\; (x^2+1)\,(x-3)\,.$

**5.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante par rapport à la variable $x$ en fonction du paramètre $m$ :

$$\left|\,m\,x + m + 2\,\right| \;=\; x + 3\,.$$

Expliciter l'ensemble solution pour chaque valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$.

**6.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $|x^2 + 3x - 1| \;\geq\; x^2 + x + 1\,,$

b) $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| \;<\; x - 1\,,$

c) $\Big|\,2\,(x+3) - |x-1|\,\Big| \;\leq\; |x-1|\,,$

d) $\dfrac{1-x}{2+x} \;\leq\; 1 - \left|1 + \dfrac{2}{3x-4}\right|.$

**7.** Soient $a$ et $b$ deux nombres réels strictement positifs.

On définit la moyenne arithmétique $m_a$ , la moyenne géométrique $m_g$ et la moyenne harmonique $m_h$ de ces deux nombres de la façon suivante :

$$m_a = \frac{1}{2}\,(a+b) \qquad\qquad m_g = \sqrt{a\,b} \qquad\qquad \frac{1}{m_h} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

a) Comparer la moyenne arithmétique $m_a$ et la moyenne géométrique $m_g$ .

b) Déduire de a) une comparaison entre la moyenne géométrique $m_g$ et la moyenne harmonique $m_h$ .

---

# Réponses de la série 1

**1.** a) $S = [\,4\,;\ +\infty\,[$ .

b) $S = ]-\infty\,;\ 2\,[\,\cup\,[\,4\,;\ +\infty\,[$ .

c) $S = ]-\infty\,;\ -2\,[\,\cup\,[\,0\,;\ \frac{4}{3}\,[\,\cup\,[\,3\,;\ +\infty\,[$ .

**2.** a)
- $m = 2:\ \ S = \mathbb{R}$
- $m \neq 2:\ \ S = \{-2\}$ .

b)
- $m \in\ ]-\infty\,;\ 1\,[\,\cup\,]\,3\,;\ +\infty\,[\,:\ \ S = [\,\frac{1}{m-3}\,;\ +\infty\,[$
- $m \in\ ]\,1\,;\ 3\,[\,:\ \ S = ]-\infty\,;\ \frac{1}{m-3}\,]$
- $m = 3:\ \ S = \emptyset$ .

**4.** a) $S = \{2-\sqrt{7}\,\}$ .

b) $S = \{3\}$ .

**5.**
- si $m \in\ ]-\infty\,,\,-1\,[\,\cup\,]\,1\,,\,+\infty\,[$ alors $S = \{-1\,,\,-\frac{m+5}{m+1}\,\}$ ,
- si $m \in\ [-1\,,\,1\,[$ alors $S = \{-1\,\}$ ,
- si $m = 1$ alors $S = [-3\,,\,+\infty\,[$ .

**6.** a) $S = [\,-2\,;\ 0\,]\ \cup\ [\,1\,;\ +\infty\,[$ .

b) $S = ]\,1\,;\ +\infty\,[$ .

c) $S = [\,-3\,;\ -1\,]$ .

d) $S = ]-\infty\,;\ -2\,[\,\cup\,[\,0\,;\ 1\,]\ \cup\ [\,3\,;\ +\infty\,[$ .

---