

# PHYSIQUE GÉNÉRALE: Electrom. (SMT) Examen du 09.03.2022

Nom: ..... N. Sciper..... N. Place :.....

## Problème 1 [6 points]

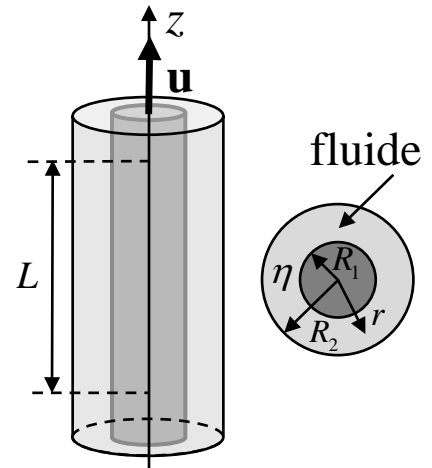
Un cylindre horizontal de rayon  $R_1$  se déplace parallèlement à son axe avec une vitesse  $\mathbf{u} = u\hat{\mathbf{z}}$  à l'intérieur d'un tube immobile de rayon  $R_2$  coaxial au cylindre. Un fluide visqueux et incompressible occupe l'espace entre le cylindre et le tube ( $R_1 < r < R_2$ ).

Déterminez:

- (a) par la symétrie du problème (sans calculs), quelle composante de la vitesse du fluide  $\mathbf{v}$  en coordonnées cylindriques  $v_z, v_r, v_\phi$  sont non nulle.
- (b) la vitesse du fluide  $\mathbf{v}$  pour  $R_1 < r < R_2$  (en fonction de  $R_1, R_2, r$ )
- (c) la force de frottement exercée par le fluide sur la paroi interne d'une partie de longueur  $L$  du tube (en fonction de  $R_1, R_2, \eta, L$ )

*Hypothèses:*

Le cylindre et le tube sont infiniment longs; le régime stationnaire est établi; gravitation négligeable;  $\nabla P = 0$  partout.



$\mathbf{u}$  : Vitesse du cylindre [m/s].

$R_1$ : Rayon du cylindre [m].

$R_2$ : Rayon du tube [m]

$\eta$ : Viscosité du fluide [Pa s]

$\rho$ : Densité du fluide [kg/m<sup>3</sup>]

$r$ : Distance de l'axe en coordonnées cylindriques [m].

*Indications:*

1) Exprimer la vitesse  $\mathbf{v}$  du fluide en coordonnées cylindriques  $v_r, v_\phi, v_z$

2) En coordonnées cylindriques dans la base  $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\boldsymbol{\phi}}, \hat{\mathbf{z}}$  pour un champ scalaire  $U$  et un champ vectoriel  $\mathbf{A}$ :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \left( \nabla^2 A_r - \frac{A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right) \hat{\mathbf{r}} + \left( \nabla^2 A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \hat{\boldsymbol{\phi}} + (\nabla^2 A_z) \hat{\mathbf{z}}$$

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$$

$$(\mathbf{A} \cdot \nabla) \mathbf{A} = \left( A_r \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{A_\phi^2}{r} + A_z \frac{\partial A_r}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{r}} + \left( A_r \frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{A_\phi A_r}{r} + A_z \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \hat{\boldsymbol{\phi}} + \left( A_r \frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} + A_z \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{z}}$$

Solution :

(a)

Par la symétrie du problème:

$$v_r = v_\phi = 0; \quad v_z = v_z(r) \neq 0 \quad (1 \text{ point})$$

$$\text{donc: } \mathbf{v} = v_z(r) \hat{\mathbf{z}}$$

(b)

Navier-Stokes:  $\rho \mathbf{g} - \nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{v} = \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}$  (1 point)

mais:  $\nabla P = 0$  ; gravité négligeable  $\Rightarrow \mathbf{g} = 0$ ; régime stationnaire  $\Rightarrow \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$

$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = (0+0-0+0)\hat{\mathbf{r}} + (0+0+0+0)\hat{\boldsymbol{\phi}} + \left(0+0+A_z \frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{z}}$  mais  $\frac{\partial A_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = 0$

$\nabla^2 \mathbf{v} = \left(\nabla^2 v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}\right)\hat{\mathbf{r}} + \left(\nabla^2 v_\phi - \frac{v_\phi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \phi}\right)\hat{\boldsymbol{\phi}} + (\nabla^2 v_z)\hat{\mathbf{z}} =$   
 $(0-0-0)\hat{\mathbf{r}} + (0-0+0)\hat{\boldsymbol{\phi}} + (\nabla^2 v_z)\hat{\mathbf{z}} = (\nabla^2 v_z)\hat{\mathbf{z}}$

$\nabla^2 v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + 0 + 0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$

$\Rightarrow \eta \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \Rightarrow \eta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \Rightarrow$

$r \frac{\partial v_z}{\partial r} = A \Rightarrow \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{A}{r} \Rightarrow v_z(r) = A \ln(r) + B$   $A, B$  : constantes (1 point)

mais:  $v_z(R_2) = 0$  et  $v_z(R_1) = u \Rightarrow$

$\begin{cases} A \ln(R_2) + B = 0 \\ A \ln(R_1) + B = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -A \ln(R_2) \\ A \ln(R_1) - A \ln(R_2) = u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -\frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \ln(R_2) \\ A = \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \end{cases}$

$\Rightarrow v_z(r) = \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \ln(r) - \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \ln(R_2) = u \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} \Rightarrow v_z(r) = u \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)}$  (1 point)

(c)

La force de frottement sur un élément de surface de la paroi interne du tube est  $ds = R_2 d\phi dz$  est :

$dF = \eta ds \frac{\partial v_z(r)}{\partial r} \Big|_{r=R_2}$  (1 point)

mais:  $\frac{\partial v_z(r)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( u \frac{\ln(r/R_2)}{\ln(R_1/R_2)} \right) = \frac{u}{r \ln(R_1/R_2)} \Rightarrow \frac{\partial v_z(r)}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \frac{u}{R_2 \ln(R_1/R_2)} \Rightarrow$

$dF = \eta ds \frac{u}{R_2 \ln(R_1/R_2)} = \eta R_2 d\phi dz \frac{u}{R_2 \ln(R_1/R_2)} = \eta d\phi dz \frac{u}{\ln(R_1/R_2)}$

La force de frottement par unité de longueur est donc:

$F = \int_0^L dz \int_0^{2\pi} \eta d\phi \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} = \eta \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \int_0^L dz \int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi L \eta \frac{u}{\ln(R_1/R_2)} \Rightarrow F = u \frac{2\pi L \eta}{\ln(R_1/R_2)}$  (2 points)

## Problème 2 [6 points]

Considérez une hémisphère isolante creuse de rayon  $R$  et de densité de charge surfacique homogène  $\sigma$  (en  $\text{C/m}^2$ ).

Déterminez:

(a) le flux du champ électrique  $\mathbf{E}$  à travers une sphère de rayon  $2R$  avec centre au point  $(0,0,0)$ .

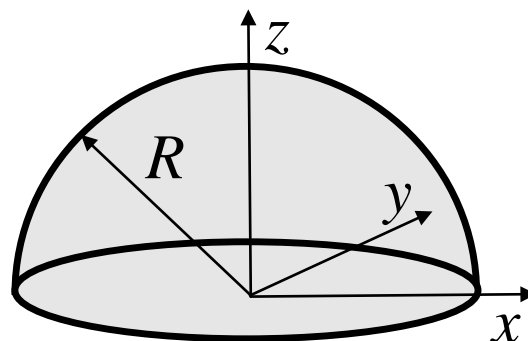
(b) le champ électrique  $\mathbf{E}(0,0,0)$  au centre de la base de l'hémisphère.

(c) la différence de potentiel électrostatique  $\Delta V = V(0,0,0) - V(0,0,R)$  entre le haut de l'hémisphère et le centre de la base de l'hémisphère.

(d) le travail  $W$  nécessaire pour déplacer une charge ponctuelle  $q$  du point  $(0,0,R)$  au point  $(0,0,\infty)$

Note :  $\int \frac{\sin(x)}{\sqrt{1-\cos(x)}} dx = 2\sqrt{1-\cos(x)} + \text{constant}$

$$\int \sin(x) \cos(x) dx = -(1/2) \cos^2(x) + \text{constant}$$



Solution :

(a)

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0} dV \Rightarrow \Phi_E = \int_{S'} \frac{\sigma}{\epsilon_0} ds = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \int_{S'} ds = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{1}{2} 4\pi R^2 = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \pi R^2$$

$S$  : surface de la sphère de rayon  $2R$ ,  $S'$  : surface de l'hémisphère de rayon  $R$

$$\Rightarrow \Phi_E = \frac{2\sigma}{\epsilon_0} \pi R^2 \quad (1 \text{ point})$$

(b)

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$dq = \sigma ds = \sigma R d\varphi \sin \theta R d\theta$$

$$E_z = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma R d\varphi \sin \theta \cos \theta R d\theta}{R^2} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta = \frac{2\pi\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} = \frac{\sigma}{4\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E}(0,0,0) = -E_z \hat{\mathbf{z}} = -\frac{\sigma}{4\epsilon_0} \hat{\mathbf{z}} \quad (2 \text{ points})$$

(c)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho}{r} dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma}{r} ds$$

$$V(0,0,R): \quad ds = 2\pi R \sin \theta R d\theta = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \quad r = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos \theta} = \sqrt{2R^2(1 - \cos \theta)} \Rightarrow$$

$$V(0,0,R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma}{\sqrt{2R^2(1 - \cos \theta)}} 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = \frac{\sigma R}{2\sqrt{2}\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \cos \theta}} d\theta = \frac{\sigma R}{2\sqrt{2}\epsilon_0} \left[ 2\sqrt{1 - \cos \theta} \right]_0^{\pi/2} = \frac{\sigma R}{\sqrt{2}\epsilon_0}$$

$$V(0,0,0): \quad ds = 2\pi R \sin \theta R d\theta = 2\pi R^2 \sin \theta d\theta \quad r = R$$

$$V(0,0,0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \frac{\sigma}{R} 2\pi R^2 \sin \theta d\theta = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0}$$

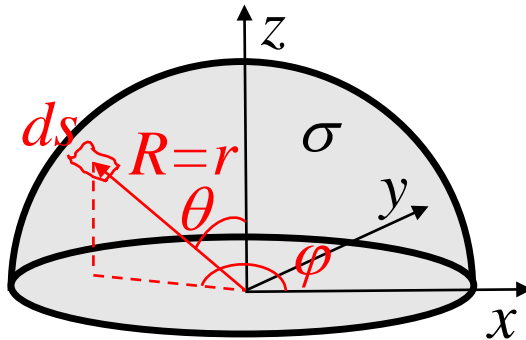
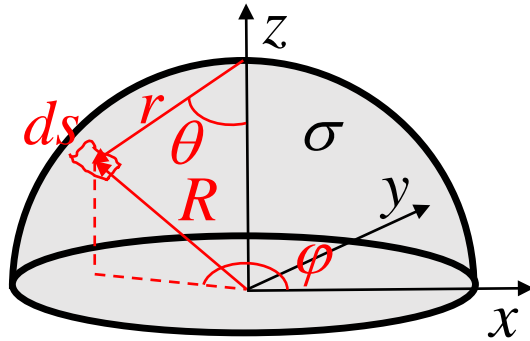
$$\Rightarrow \Delta V = V(0,0,R) - V(0,0,0) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sigma R}{2\epsilon_0} (\sqrt{2} - 1) \quad (2 \text{ points})$$

(d)

$$W = q\Delta V = q(V(0,0,R) - V(0,0,\infty))$$

$$V(0,0,\infty) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho}{r} dV = 0 \Rightarrow$$

$$W = qV(0,0,R) = \frac{q\sigma R}{\sqrt{2}\epsilon_0} \quad (1 \text{ point})$$



### Problème 3 [6 points]

Considérer deux spires conductrices circulaires coaxiales contenues dans deux plans parallèles, perpendiculaires à l'axe  $z$ . La grande spire de rayon  $b$  est immobile, a son centre à  $(0,0,0)$ , et est parcourue par un courant indépendant du temps  $I_b$ .

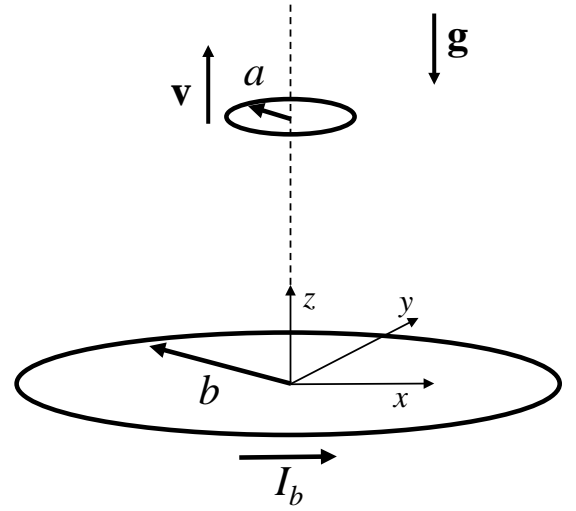
La petite spire de rayon  $a \ll b$ , résistance  $R$ , inductance négligeable, et masse  $M$  est maintenue en mouvement à une vitesse constante  $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{z}}$  par un agent extérieur.

Déterminez:

(a) le courant  $I_a$  dans la petite spire en fonction de la position  $z$  de la petite spire.

(b) la force  $\mathbf{F}$  appliquée par l'agent extérieur pour déplacer la petite spire à vitesse constant  $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{z}}$  en fonction de la position  $z$  de la petite spire. Ne pas ignorer la force de gravité agissant sur la petite spire.

*Indication:* puisque  $a \ll b$ , on peut supposer que pour un  $z$  donné le champ magnétique  $\mathbf{B}$  générée par la grande spire dans la surface de la petite spire est uniforme et égale à  $\mathbf{B}(0,0,z)$ .



Solution :

(a) Pour calculer le champ  $\mathbf{B}(0,0,z)$  produit par la grande spire, on utilise la loi de Biot-Savart:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dV = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} dl \quad (0.5 \text{ points})$$

$$\text{mais } \|\hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{r}}\| = 1 \Rightarrow \|d\mathbf{B}\| = dB = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{dl}{(x^2 + b^2)^2}$$

Par symétrie, la seule composante non nulle de  $\mathbf{B}(0,0,z) = B_z \hat{\mathbf{z}}$  :

$$dB_z = dB \sin \theta = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{dl}{(z^2 + b^2)^2} \frac{b}{(z^2 + b^2)^{1/2}} = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{b}{(z^2 + b^2)^{3/2}} dl$$

$$\Rightarrow \mathbf{B}(0,0,z) = B_z(0,0,z) \hat{\mathbf{z}} = \int_0^{2\pi b} \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{b}{(z^2 + b^2)^{3/2}} dl \hat{\mathbf{z}} = \frac{\mu_0 I_b}{4\pi} \frac{b}{(z^2 + b^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi b} dl \hat{\mathbf{z}} = \frac{\mu_0 I_b}{2} \frac{b^2}{(z^2 + b^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \Rightarrow$$

$$\mathbf{B}(0,0,z) = \frac{\mu_0 I_b b^2}{2(b^2 + z^2)^{3/2}} \hat{\mathbf{z}} \quad (0.5 \text{ points})$$

La force électromotrice est :

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

mais pour  $a \ll b$ ,  $\mathbf{B} \cong B_z(0,0,z) \hat{\mathbf{z}} \Rightarrow$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \int_{S(t)} B ds = \pi a^2 \frac{d}{dt} B = \pi a^2 \frac{d}{dt} \frac{\mu_0 I_b b^2}{2(b^2 + z(t)^2)^{3/2}} = \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \frac{z}{(b^2 + z(t)^2)^{5/2}} v$$

Le courant dans la petite spire est :

$$I_a = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2R} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} v \quad (2 \text{ points})$$

(b)

Par conservation de l'énergie, la puissance fournie par l'agent extérieur pour maintenir la boucle à une vitesse constante  $\mathbf{v}$  est convertie en puissance dissipée dans la petite boucle par effet Joule ( $P_J = RI^2$ ) et en énergie potentielle gravitationnelle ( $\Delta E_g = Mg\Delta z \Rightarrow P_g = \Delta E_g / \Delta t = \Delta E_g / (\Delta z / v) = Mgv$ )

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = P_J + P_g \Rightarrow Fv = RI_a^2 + Mgv \Rightarrow$$

$$F = \frac{RI_a^2}{v} + Mg = \frac{R}{v} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2R} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} v \right)^2 + Mg = \frac{v}{R} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} \right)^2 + Mg \Rightarrow$$

$$\mathbf{F} = \frac{v}{R} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \right)^2 \frac{z^2}{(b^2 + z^2)^5} \hat{\mathbf{z}} + Mg\hat{\mathbf{z}} \quad (3 \text{ points})$$

Autre solution :

$$\mathbf{F}_m = m_k \nabla B_k = m_z \nabla B_z = \pi a^2 I_a \frac{\partial}{\partial z} B = -\pi a^2 \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2R} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} v \frac{\mu_0 I_b b^2}{2} \frac{3z}{(b^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{F}_m = \frac{v}{R} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \right)^2 \frac{z^2}{(b^2 + z^2)^5} \hat{\mathbf{z}} \Rightarrow \mathbf{F} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_m = \frac{v}{R} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \right)^2 \frac{z^2}{(b^2 + z^2)^5} \hat{\mathbf{z}} + Mg\hat{\mathbf{z}}$$

Autre solution :

En coordonnées cylindriques :

$$\mathbf{B}(r, z, \varphi) = B_r(r, z, \varphi)\hat{\mathbf{r}} + B_z(r, z, \varphi)\hat{\mathbf{z}} + 0\hat{\boldsymbol{\phi}} \quad \text{et} \quad \mathbf{v}_e \cong v\hat{\mathbf{z}}$$

$$\text{Pour } r < a < b : B_z(r, z, \varphi) \cong B_z(0, z, \varphi)$$

$$\varepsilon = \oint_{C(t)} (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \cong \oint_{C(t)} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot a d\varphi \hat{\boldsymbol{\phi}} = v B_r(a, z) 2\pi a$$

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt} \int_{S(t)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \cong \pi a^2 \frac{d}{dt} B_z(0, z) \Rightarrow$$

$$v B_r(a, z) 2\pi a = \pi a^2 \frac{d}{dt} B_z(0, z) \Rightarrow B_r(a, z) = \frac{1}{2v} a \frac{d}{dt} B_z(0, z) = \frac{1}{2v} a \frac{1}{\pi a^2} \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} v \Rightarrow$$

$$B_r(a, z) = \frac{3\mu_0 I_b b^2 a}{4} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}}$$

$$d\mathbf{F}_m = I_a d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F}_m = \int_c I_a d\mathbf{l} B_r(a, z) \hat{\mathbf{z}} + 0\hat{\mathbf{r}} + 0\hat{\boldsymbol{\phi}} = 2\pi a I_a B_r(a, z) \hat{\mathbf{z}} = 2\pi a I_a \frac{3\mu_0 I_b b^2 a}{4} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} \hat{\mathbf{z}}$$

$$\mathbf{F}_m = 2\pi a \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2R} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} v \frac{3\mu_0 I_b b^2 a}{4} \frac{z}{(b^2 + z^2)^{5/2}} \hat{\mathbf{z}} = \frac{v}{R} \frac{9}{4} \pi^2 3a^4 \mu_0^2 I_b^2 b^4 \frac{z^2}{(b^2 + z^2)^5} \hat{\mathbf{z}} =$$

$$= \frac{v}{R} \left( \frac{3\pi a^2 \mu_0 I_b b^2}{2} \right)^2 \frac{z^2}{(b^2 + z^2)^5} \hat{\mathbf{z}}$$

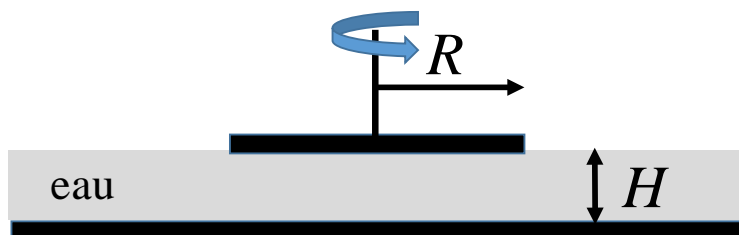
**Questions [une seule réponse correcte par question, 1 point/question, 16 points]**

$\epsilon_0$	$\epsilon_0 \cong 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$	
$\mu_0$	$\mu_0 \cong 1.26 \times 10^{-6} \text{ H/m}$	
Vitesse de la lumière	$c \cong 3 \times 10^8 \text{ m/s}$	(dans le vide)
Accélération de la pesanteur (gravité)	$g \cong 9.8 \text{ m/s}^2$	(à la surface de la Terre)
Pression atmosphérique	$P_{atm} \cong 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$	(pression atmosphérique "normale")
Masse de l'électron	$m_e \cong 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$	
Charge de l'électron	$e \cong -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	

Une balle de ping-pong a un diamètre d'environ 3.8 cm et une densité moyenne d'environ  $0.084 \text{ g/cm}^3$ . Déterminez la force nécessaire pour maintenir la balle de ping-pong complètement immergée dans l'eau (la densité de l'eau est d'environ  $1 \text{ g/cm}^3$ ).

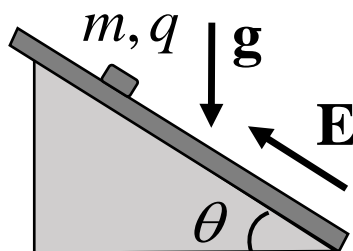
- A. 0
- B. 0.26 N**
- C. 0.28 N
- D. 0.30 N
- E. 0.4 N
- F. 0.026 N
- G. 0.028 N
- H. 0.030 N

Un disque horizontal de rayon  $R$  tourne à une distance  $H$  au-dessus d'une surface solide. L'espace entre le disque et la surface solide est rempli d'eau (de viscosité  $\eta$ ). Estimez le couple (en Nm) requis pour faire tourner le disque à une vitesse angulaire  $\omega$ . Nous supposons un profil de vitesse linéaire entre le disque et la surface solide.



- A. 0
- B.  $\pi\eta\omega R^3 / 2H^2$
- C.  $\eta\omega R^2 / 2$
- D.  $\pi\eta\omega R^2 / 4H$
- E.  $\eta\omega R^4 / H$
- F.  $2\pi\eta\omega R^3 / 3H$
- G.  $\pi\eta\omega R^4 / 2H$**
- H.  $\eta\omega R^3 / 3H$

Un petit bloc de masse  $m$  et de charge  $q$  est placé sur un plan incliné, sans frottement et incliné d'un angle  $\theta$ . Un champ électrique  $\mathbf{E}$  est appliqué parallèlement à l'inclinaison. Déterminer la magnitude du champ électrique qui permet au bloc de rester au repos.



- A.  $mg \sin \theta / q$**
- B.  $2mg \sin \theta / q$
- C.  $mg \cos \theta / q$
- D.  $mg / (q \cos \theta)$
- E.  $mg / q$
- F.  $q / mg$
- G.  $mgq$
- H.  $mg / (q \sin \theta)$

Un condensateur plan (i.e., à surfaces planes et parallèles) est rempli avec une feuille de mica de constante diélectrique  $\epsilon_r$ , à une capacité  $C_i$  et est initialement chargé à un potentiel  $V_i$ , puis isolé. Déterminer le travail  $W$  (en J) à fournir pour retirer la feuille de mica.

- A. 0
- B.  $2C_i V_i^2 (\epsilon_r - 1)$
- C.  $C_i V_i (\epsilon_r - 1)$
- D.  $(1/2)C_i V_i (\epsilon_r - 1)$
- E.  $(1/2)C_i V_i^2 \epsilon_r$
- F.  $C_i V_i^2 \epsilon_r$
- G.  $C_i V_i^2 (\epsilon_r - 1)$
- H.  $(1/2)C_i V_i^2 (\epsilon_r - 1)$**

Une charge  $Q$  est placée à l'intérieur d'un objet isolant de constante diélectrique  $\epsilon_r$  et sans autres charges libres. Le flux du champ  $\mathbf{D}$  à travers la surface extérieure de l'objet est :

(Attention: la question concerne le champ  $\mathbf{D}$  et pas le champ  $\mathbf{E}$ )

- A. 0
- B.  $Q$**
- C.  $Q / \epsilon_0$
- D.  $Q / \epsilon_0 \epsilon_r$
- E.  $Q / \epsilon_r$
- F.  $Q / 2\epsilon_0$
- G. Dépend des dimensions de l'objet.
- H. Dépend de la position de la charge  $Q$ .

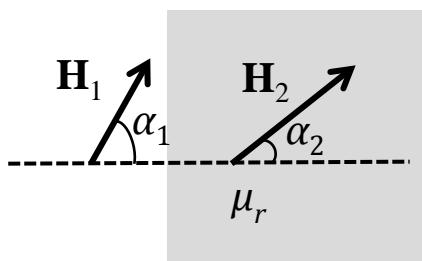
Un électron se déplace dans un champ électrique uniforme  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}$ , exprimé vectoriellement comme :

$$\mathbf{E} = (2.5\hat{\mathbf{x}} + 5\hat{\mathbf{y}}) \text{ V/m} \quad \mathbf{B} = (0.4\hat{\mathbf{z}}) \text{ T}$$

Déterminez l'accélération de l'électron lorsqu'il a une vitesse  $\mathbf{v} = 10\hat{\mathbf{x}} \text{ m/s}$ .

- A.  $(4.4\hat{\mathbf{x}} - 1.8\hat{\mathbf{y}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- B.  $(4.4\hat{\mathbf{x}} + 1.8\hat{\mathbf{y}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- C.  $(4.4\hat{\mathbf{x}} - 1.8\hat{\mathbf{z}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- D.  $(-4.4\hat{\mathbf{x}} + 1.8\hat{\mathbf{z}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- E.  $(-4.4\hat{\mathbf{x}} - 1.8\hat{\mathbf{z}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- F.  $(-4.4\hat{\mathbf{x}} + 1.8\hat{\mathbf{y}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$
- G.  $(-4.4\hat{\mathbf{x}} - 1.8\hat{\mathbf{y}}) \times 10^{11} \text{ m/s}^2$**

Considérez le champ magnétique  $\mathbf{H}$  à l'interface entre le vide et un matériau de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$ . Dans le vide l'angle entre le champ  $\mathbf{H}_1$  et la normale à l'interface est  $\alpha_1$ . Dans le matériau avec perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  l'angle entre le champ  $\mathbf{H}_2$  et la normale à l'interface est  $\alpha_2$ . Déterminez l'angle  $\alpha_2$  à l'intérieur du matériau.



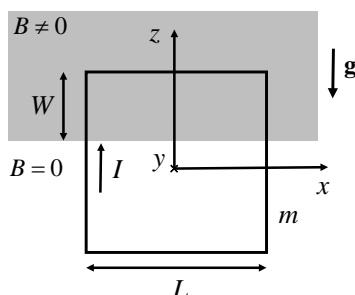
- A. 0
- B.  $\arctan(\mu_r \tan \alpha_1)$**
- C.  $\arctan(\mu_0 \mu_r \tan \alpha_1)$
- D.  $\arctan(2\mu_r \tan \alpha_1)$
- E.  $\arctan(\tan \alpha_1 / \mu_r)$
- F.  $\arctan(\mu_0 \tan \alpha_1 / \mu_r)$
- G.  $\arctan(\mu_0 \alpha_1 / \mu_r)$
- H.  $\arctan(1 / \mu_r)$
- I.  $\arctan(1 / 2\mu_r)$

Une goutte sphérique d'eau ayant un diamètre de 1 cm est en «lévitation» dans un champ magnétique  $\mathbf{B}$  vertical non uniforme ayant une valeur d'environ 2 T où la goutte est située. (Susceptibilité de l'eau  $\chi \cong -10^{-5}$ , densité de l'eau  $\rho \cong 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Le gradient de  $\mathbf{B}$  est approximativement donné par:

- A. 61.6 T/m
- B. 616 T/m**
- C. 6160 T/m
- D. 490 MT/m
- E. 490 T/m
- F. 4900 T/m
- G. 49 T/m
- H. 0

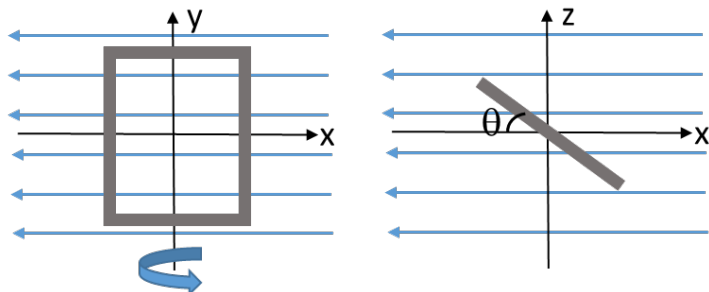


Une boucle conductrice carrée de masse  $m$  et de côté  $L$  est parcouru par un courant  $I$ . La partie supérieure (d'hauteur  $W$ ) se trouve dans champ magnétique  $\mathbf{B}$  uniforme. La boucle est dans le plan  $xz$  et la gravité est le long de l'axe  $z$ . Déterminez le champ  $\mathbf{B}$  qui est nécessaire pour maintenir la boucle en équilibre (c'est-à-dire en suspension).



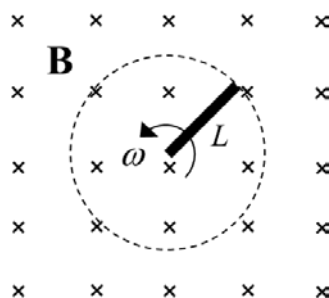
- A. 0
- B.  $(mg / IL)\hat{\mathbf{x}}$
- C.  $(mg / IL)\hat{\mathbf{y}}$
- D.  $(mg / IL)\hat{\mathbf{z}}$
- E.  $(mg / IW)\hat{\mathbf{x}}$
- F.  $(mg / IW)\hat{\mathbf{y}}$
- G.  $(2mg / IW)\hat{\mathbf{x}}$
- H.  $(2mgW / I)\hat{\mathbf{y}}$
- I.  $(2mg / IL)\hat{\mathbf{y}}$

Une bobine conductrice tourne à vitesse angulaire constante autour de l'axe  $y$  dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}=(B_x,0,0)$ . La force électromotrice induite  $\varepsilon(t)$  dans la bobine est :



- A.  $\varepsilon(t) = 0 \quad \forall t$
- B.  $\varepsilon(t) = 0$  pour  $\theta(t) = 0^\circ$
- C.  $\varepsilon(t) = 0$  pour  $\theta(t) = 30^\circ$
- D.  $\varepsilon(t) = 0$  pour  $\theta(t) = 45^\circ$
- E.  $\varepsilon(t) = 0$  pour  $\theta(t) = 60^\circ$
- F.  $\varepsilon(t) = 0$  pour  $\theta(t) = 90^\circ$
- G.  $\varepsilon(t) \neq 0 \quad \forall t$

Une barre de cuivre de longueur  $L$  tourne à vitesse angulaire  $\omega$  constante dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}$  perpendiculaire à son plan de rotation. Déterminer la force électromotrice induite entre les extrémités de la barre.



- A. 0
- B.  $\pi L^2 B \omega$
- C.  $2\pi L^2 B \omega$
- D.  $B \omega L$
- E.  $B \omega L^2$
- F.  $(1/2)B \omega L^2$
- G.  $(1/2)B \omega L$
- H.  $2\pi L B \omega$
- I.  $4\pi L B \omega$

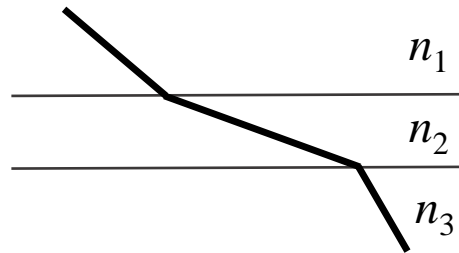
Une voiture avance vers un sonar de la police, qui émet à la fréquence  $f$ . La fréquence du signal réfléchi mesuré par la police est  $(9/8)f$ . La vitesse du son est 340 m/s. Déterminez la vitesse de la voiture.

- A. 10 m/s
- B. 20 m/s
- C. 30 m/s
- D. 37.8 m/s
- E. 42.5 m/s
- F. 89 m/s
- G. 120 m/s
- H. 302 m/s
- I. 382 m/s

On diffracte la lumière d'un laser rouge au moyen d'un trou circulaire de diamètre  $D$  (cas 1) et d'un trou circulaire de diamètre  $2D$  (cas 2), en gardant la même distance entre le trou et l'écran. La distance entre le centre et le premier minimum de la figure de diffraction sur l'écran est:

- A. Plus grande pour le cas 1 que pour le cas 2.  
 B. Plus petite pour le cas 1 que pour le cas 2.  
 C. Les distances sont identiques.

Voici la trajectoire d'un rayon lumineux traversant trois milieux d'indices de réfraction différents  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ . La figure est à l'échelle. Que peut-on conclure ?

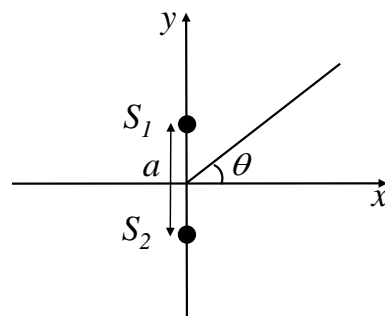


- A.  $n_2 < n_1 < n_3$   
 B.  $n_1 > n_2 > n_3$   
 C.  $n_3 < n_1 < n_2$   
 D.  $n_2 < n_3 < n_1$   
 E.  $n_1 < n_3 < n_2$   
 F.  $n_2 < n_1 = n_3$   
 G.  $n_2 = n_1 = n_3$   
 H.  $n_2 = n_1 < n_3$

Une lumière non polarisée ayant une intensité de  $1 \text{ W/m}^2$  traverse, l'un après l'autre, trois polariseurs identiques orientés dans la même direction. Déterminez l'intensité de la lumière après le troisième polariseur.

- A.  $2 \text{ W/m}^2$   
 B.  $1 \text{ W/m}^2$   
 C.  $0.5 \text{ W/m}^2$   
 D.  $0.33 \text{ W/m}^2$   
 E.  $0.25 \text{ W/m}^2$   
 F.  $0.125 \text{ W/m}^2$   
 G.  $0.75 \text{ W/m}^2$   
 H. 0

Deux sources identiques d'ondes scalaires  $S_1$  et  $S_2$  de longueur d'onde  $\lambda = 2a/3$  sont placées en  $(0, a/2, 0)$  et en  $(0, -a/2, 0)$ . Pour quels angles  $\theta \in [-90^\circ, +90^\circ]$  observera-t-on une intensité nulle dans le plan  $xy$  ?



- A.  $\pm 90^\circ$   
 B.  $\pm 41.8^\circ$   
 C.  $\pm 19.5^\circ; \pm 90^\circ$   
 D.  $\pm 41.8^\circ; \pm 90^\circ$   
 E.  $\pm 30^\circ$   
 F.  $\pm 45^\circ$   
 G.  $\pm 12.5^\circ$   
 H.  $\pm 39^\circ; \pm 90^\circ$   
 I.  $0^\circ; \pm 41.8^\circ$

