

## Série 22

1. Dans le plan  $(Oxy)$ , on considère le domaine fini  $D$  limité par la courbe d'équation  $y = x^{3/2} + 1$ , l'axe  $Ox$  et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$ .

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine  $D$

- a) autour de l'axe  $(Ox)$ ,                      b) autour de l'axe  $(Oy)$ .

2. On considère le domaine  $D$  du plan limité par la courbe d'équation  $y = 4 - x^2$  et par les droites d'équation  $y = 4$  et  $x = 2$ .

Calculer le volume du corps engendré par la rotation du domaine  $D$  autour de l'axe d'équation  $x = 2$ .

3. Déterminer le volume engendré par la rotation autour de l'axe  $(Ox)$  du domaine fini limité par les courbes d'équation  $y = x^3$  et  $y = \sqrt[3]{x}$  ( $x \geq 0$ ).

4. Dans le plan  $(Oxy)$ , on considère le domaine fini  $D$  limité par la courbe d'équation  $y = \sqrt[3]{2x}$ , l'axe  $(Ox)$  et la droite verticale d'équation  $x = 4$ .

Calculer le volume du corps obtenu par la rotation du domaine  $D$  autour de la droite verticale d'équation  $x = 4$ .

5. Dans le plan  $(Oxy)$ , on considère le domaine fini  $D$  limité par la courbe d'équation  $y = 4 - x^2$ , ( $x \geq 0$ ), l'axe  $(Ox)$  et l'axe  $(Oy)$ .

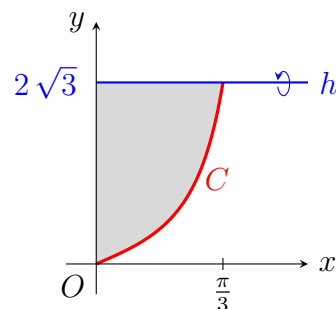
- a) Calculer le volume  $V_a$  du corps obtenu par la rotation du domaine  $D$  autour de l'axe  $(Oy)$ .

- b) Calculer le volume  $V_b$  du corps obtenu par la rotation du domaine  $D$  autour de la droite horizontale d'équation  $y = 4$ .

6. Soit  $D$  le domaine du plan limité par la courbe  $C$ , l'axe  $Oy$  et la droite horizontale  $h$  d'équation  $y = 2\sqrt{3}$ .

$$C : y = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)}, \quad x \in [0, \frac{\pi}{3}].$$

Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine  $D$  autour de l'axe  $h$ .

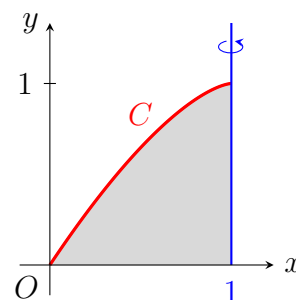


7. Vérifier que le volume d'une sphère de rayon  $r$  est égale à  $\frac{4}{3} \pi r^3$ .

8. Soit  $D$  le domaine du plan limité par la courbe  $C$ , l'axe  $Ox$  et la droite verticale d'équation  $x = 1$ .

$$C : \begin{cases} x(t) = \sin^2(t) \\ y(t) = 1 - \cos^3(t) \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation du domaine  $D$  autour de l'axe d'équation  $x = 1$ .



9. Dans l'espace muni d'un système d'axes cartésien  $(Oxyz)$ , on considère un corps dont les sections par des plans perpendiculaires à  $(Oy)$  sont des triangles  $ABC$  définis ainsi :  $A$  est sur l'axe  $(Oy)$ ,  $B$  est sur la droite d'équations  $x = y = z$  et  $C$ , dans le plan  $(Oxy)$ , appartient à l'arc  $\Gamma$  défini par

$$\Gamma : \begin{cases} x(t) = 2t + t^2 \\ y(t) = 2t - t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Calculer le volume du corps ainsi défini.

10. Soit  $\gamma$  la courbe de l'espace définie par  $x = t$ ,  $y = t^2$ ,  $z = t^3$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

On considère le corps engendré par des disques horizontaux dont les centres sont sur  $\gamma$  et dont les cercles frontières coupent l'axe  $Oz$ .

Calculer, pour  $z \geq 0$ , le volume de ce corps sachant que le rayon des disques varie entre 0 et  $\sqrt{2}$ .

11. Dans l'espace, muni d'un système d'axes cartésien  $Oxyz$ , on considère un corps dont les sections par des plans perpendiculaires à l'axe  $Oy$  sont des triangles  $ABC$  tels que  $A$  est sur l'axe  $Oy$ ,  $B$ , dans le plan  $Oxy$ , appartient à la droite  $d$  et  $C$ , dans le plan  $Oyz$ , appartient au quart de cercle  $\Gamma$  :

$$d : \begin{cases} y = x \\ z = 0, \end{cases} \quad \Gamma : \begin{cases} (y-2)^2 + z^2 = 4 \\ x = 0, \end{cases} \quad y \in [0, 2], \quad z \geq 0.$$

Calculer le volume  $V$  de ce corps.

## Réponses de la série 22

1.  $V_a = \frac{41\pi}{20}$

4.  $V = \frac{144\pi}{7}$

8.  $V = \frac{3\pi}{7}$

$V_b = \frac{11\pi}{7}$

5.  $V_a = 8\pi$

9.  $V = \frac{3}{10}$

2.  $V = \frac{8\pi}{3}$

$V_b = \frac{128\pi}{5}$

10.  $V = \frac{36\pi}{35}$

3.  $V = \frac{16\pi}{35}$

6.  $V = 4\pi^2 - 3\pi\sqrt{3}$

11.  $V = \pi - \frac{4}{3}$