Exercice 1* (10 min) **: Vitesse de libération**

Quelle vitesse doit avoir un objet de masse m, lancé à la verticale, pour se libérer du champ terrestre ? On négligera les frottements.

Indication : Rayon de la Terre $R_T = 6{,}4.10^6$ m

Exercice 2** (35 min) **: « Gravity – The retour »** (Examen 2014)

George et Sandra sont dans une station spatiale qui décrit une orbite géostationnaire. On note T la période de rotation de la Terre et M_T sa masse. La station a une masse totale M. On notera G la constante de gravitation universelle.

a) Calculez le rayon de l'orbite de la station ainsi que sa vitesse. Exprimez ces grandeurs en fonction des paramètres de l'énoncé.

Soudain George décide de retourner le plus rapidement possible sur Terre. Pour cela, Il monte dans la capsule qui est éjectée vers l'arrière de la station (par rapport au déplacement) de façon tangentielle à la trajectoire, de telle sorte que la capsule a une vitesse nulle juste après l'éjection. Elle retombe alors sur Terre. La capsule est de masse m et la masse de la station devient alors $M - m = 4m$. Les masses de George et de Sandra sont considérées comme négligeables devant m.

b) Exprimez la vitesse de la station spatiale juste après l'éjection de la capsule.
c) En raison de ce changement de vitesse, la station va passer sur une nouvelle orbite que l'on considèrera circulaire. Quel sera le rayon de cette nouvelle orbite ? Commentez.

Exercice 3** (50 min) **: Vol vers la Station Spatiale Internationale** (Examen 2018)

La station spatiale internationale est un satellite tournant autour de la Terre. Les spationautes sont ravitaillés périodiquement par une navette lancée par une fusée. On appellera G la constante de gravitation universelle et M la masse de la Terre.

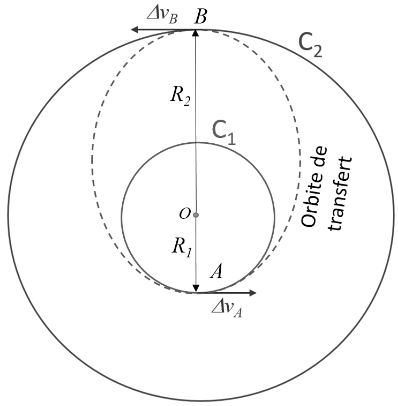
Après la libération par la fusée, la navette de masse m est placée sur une orbite circulaire C_1 de rayon R_1, qui est plus petite que l'orbite circulaire C_2 de rayon R_2 de la station spatiale.

a) Démontrez que la vitesse d'un satellite sur une orbite circulaire est constante.
b) Exprimez la vitesse v_1 de la navette sur l'orbite circulaire C_1 en fonction des données du problème.
c) Donnez l'expression de l'énergie mécanique E_1 sur l'orbite C_1 en fonction de G, m, M, et R_1.

La navette rejoint ensuite l'orbite C_2 grâce à l'allumage d'un moteur.

d) Calculer le travail W_{12} de la force de gravitation $\vec{F}$ qui s'exerce sur la navette quand celle-ci passe de l'orbite C_1 à l'orbite C_2.

En pratique, pour atteindre l'orbite circulaire C_2, il faut d'abord passer par une orbite de transfert qui est elliptique, comme indiqué en pointillé sur le schéma ci-dessous.



e) La navette est sur l'orbite de transfert. Exprimez la vitesse v_B de la navette au point B en fonction de sa vitesse v_A au point A.
f) Déterminez l'expression de l'énergie mécanique E_T sur l'orbite de transfert en fonction de G, m, M, R_1 et R_2.
g) Exprimez la vitesse $v_A = v_1 + \Delta v_A$ qu'il faut communiquer à la navette pour passer de l'orbite circulaire C_1 à l'orbite de transfert. Le résultat sera exprimé en fonction de E_T, E_1, et m.
h) En B, il faut ajuster la vitesse pour passer de l'orbite de transfert à l'orbite circulaire. Cette variation de vitesse Δv_B de la navette en B est-elle positive ou négative ? Justifiez votre réponse sans calcul.

***

Exercice S12.1(*)** (50 min) **: Swiss cube** (Examen 2012)

Le satellite Swisscube de masse *m* est placé sur une orbite circulaire de rayon r_0 contenue dans le plan équatorial.

a) Déterminez les énergies potentielles E_p, cinétique E_c, et totale E_{tot} du satellite. La masse de la Terre est notée M_T.

Avant d'être placé sur son orbite, le satellite est posé sur le sol, en un point *P* de latitude λ (on rappelle que la latitude d'un point de la surface terrestre est l'angle formé entre le plan équatorial et la droite reliant ce point au centre de la Terre). Sa vitesse V_e est due à la rotation de la Terre, supposée sphérique et de rayon R_T.

b) En vous appuyant sur un schéma, donnez l'expression de V_e en fonction de ω_T (pulsation de rotation de la Terre), R_T et λ. Déterminez les énergies potentielle $E_{p,1}$, cinétique $E_{c,1}$, et totale $E_{tot,1}$ du satellite au point *P*.
c) Pour placer le satellite sur son orbite, il faut lui fournir l'énergie : $\Delta E = E_{tot} - E_{tot,1}$. Montrez que ΔE varie avec λ (on distinguera les deux sens possibles de rotation du satellite sur son orbite). Où doit-on choisir les bases de lancement (i.e. quelle latitude choisir), et quel sens de rotation par rapport à celui de la Terre doit-on donner aux satellites pour que l'énergie ΔE soit minimale ?
d) L'altitude du satellite étant peu élevée, il subit les frottements des hautes couches de l'atmosphère. Son énergie totale (négative) diminue alors avec le temps suivant la loi $E_{tot}(t) = E_{tot,0}\left(1+\alpha t\right) < 0$, avec $\alpha > 0$. On suppose de plus que la perte d'énergie est suffisamment lente pour que la trajectoire reste circulaire. Déterminez, en fonction du temps, le rayon *r(t)* de la trajectoire, et la vitesse *v(t)* du satellite. En comparant les énergies, expliquez pourquoi la vitesse du satellite augmente alors qu'il est freiné par l'atmosphère.

*Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile*

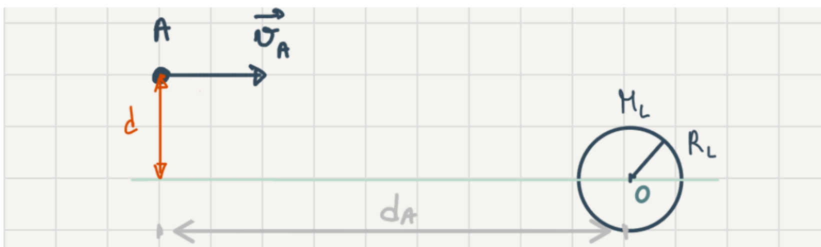
Le temps est indicatif et correspond au temps qui considéré en conditions d'examen

Exercice S12.2* (45 min) **: La sonde lunaire** (Examen 2019)

Une sonde de masse m se dirige vers la Lune (rayon R_L, masse M_L). Dans un premier temps le vecteur vitesse pointe vers le centre de la Lune et la sonde s'écrase sur celle-ci. Au point A, la sonde a la vitesse v_A. Le point A est à la distance d_A du centre de la Lune.

a) Calculer la variation d'énergie cinétique de la sonde au cours de l'impact, dans le référentiel de la Lune.

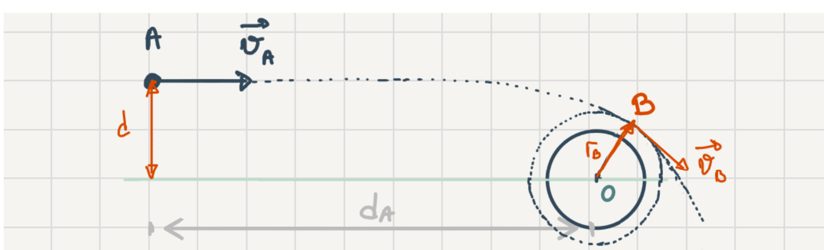
Pour éviter ce scénario-catastrophe, la sonde s'approche de la Lune avec la condition représentée sur le dessin ci-dessous. Au point A, $v_A = 1000$ ms^{-1}. La distance OA vaut 500'000 km. La masse de la Lune vaut $7 \cdot 10^{22}$ kg et la constante de gravitation $G = 7 \cdot 10^{-11}$ SI.



b) Montrer qu'au point A, l'énergie potentielle de la sonde est, en norme, négligeable devant son énergie cinétique.

c) La sonde est-elle en orbite autour de la Lune ? Justifier.

On suppose que la sonde suit la trajectoire représentée en pointillés. Au point B, sa vitesse est v_B, et le vecteur vitesse $\vec{v}_B$ est tangent à l'orbite circulaire de rayon r_B.



d) Calculer d en fonction de v_A, v_B et r_B.

e) Calculer d en fonction de r_B, G, M_L et v_A.

f) En déduire la valeur minimale de d telle que la sonde ne s'écrase pas sur la Lune.

g) Calculer la vitesse que devrait avoir la sonde en B pour avoir une orbite circulaire de rayon r_B.

h) Pour mettre la sonde sur une orbite circulaire en B faut-il diminuer ou augmenter sa vitesse ? Justifier.

Une fois sur l'orbite circulaire, la sonde est percutée par derrière par un petit astéroide de masse $m/2$ et de vitesse $2v_B$. Le choc est parfaitement inélastique.

i) Calculer la vitesse de la sonde juste après le choc en fonction de v_B

j) Quelle est la nouvelle trajectoire ? Justifier. Shématisez-la.