## Contrôle de géométrie analytique N°3

Durée: 1 heure 45 minutes Barème sur 20 points

NOM:	
	Groupe
PRENOM.	

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les équations cartésiennes de deux droites  $t_1$  et  $t_2$  et les coordonnées d'un point A:

$$t_1 : x + y = 0,$$
  $t_2 : 7x - y = 0$  et  $A(0; 2)$ .

Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle  $\gamma(\Omega, r)$  tangent à  $t_1$  et  $t_2$  et tel que les tangentes issues de A ont pour longueur 2. Donner la solution pour laquelle  $\Omega$  est situé dans le premier quadrant.

3.5 pts

2. Le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O. On donne les équations cartésiennes de deux cercles et les coordonnées d'un point P:

$$\gamma_1 : x^2 + y^2 - 12 = 0, \quad \gamma_2 : x^2 + (y - 3)^2 - 9 = 0 \text{ et } P(0; 1).$$

On considère les cercles  $\gamma$   $(\Omega, r)$  orthogonaux à  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ , la droite d passant par O et  $\Omega$  et la polaire p du point P par rapport à  $\gamma$ .

Soit M le point d'intersection des droites d et p.

Déterminer l'équation cartésienne du lieu des points M lorsque le cercle  $\gamma$  varie.

Montrer que ce lieu est une ellipse et déterminer les équations cartésiennes des directrices.

5.5 pts

6.5 pts

3. Le plan est muni d'un repère orthonormé d'origine O.

On considère la famille  $\mathcal{F}$  des ellipses  $\mathcal{E}$  qui sont tangentes à l'axe Oy, dont la distance entre les foyers vaut 2 et leur centre est sur la droite g d'équation y = x - 1.

a) Déterminer l'équation cartésienne des ellipses  $\mathcal{E}$  de la famille  $\mathcal{F}$  dont l'une des directrices est la droite d: y = 30.

Pour la suite du problème, on considère les ellipses de la famille  $\mathcal{F}$  dont le grand axe est parallèle à l'axe Ox.

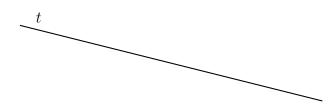
- b) Déterminer l'équation cartésienne de la famille  $\mathcal{F}$  dépendante d'un paramètre.
- c) Déterminer l'équation cartésienne de l'ellipse  $\mathcal{E}$  de la famille  $\mathcal{F}$  dont la polaire du point P(0; -1) est la droite d'équation 3x + 4y 4 = 0.

4. Dans le plan, on considère un point P et trois droites p, l et t.

Soient  $\gamma_1(\Omega_1, r_1)$  et  $\gamma_2(\Omega_2, r_2)$  deux cercles dont la ligne des centres est la droite l.

Le point P appartient à l'axe radical de  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  et il a pour polaire par rapport à  $\gamma_1$ , la droite p. La droite t est tangente au cercle  $\gamma_2$ .

Construire rigoureusement (règle, équerre, compas), sur la donnée graphique cidessous, les deux cercles  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ . 4,5 pts



l

