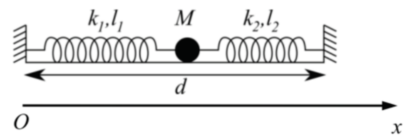
Physique Générale (Mécanique) STI-I et STI-II **Sections EL, MT & MX**

Daniele Mari & Nicolas Grandjean **Série 9** 11/11/2020

Exercice 1** (30 min) **: Deux ressorts et une masse**



Un point matériel sans dimension de masse *M* est attaché de chaque côté par deux ressorts de constante de raideur k_1 et k_2 et de longueur au repos l_1 et l_2. On note *d* la distance entre les deux parois auxquelles sont attachés les ressorts. On néglige tout frottement dans ce problème.

a) Dans un premier temps, on ne considère que le premier ressort (k_1, l_1) ; le deuxième ressort n'est pas attaché à la masse. Déterminez l'équation du mouvement de la masse *M*.

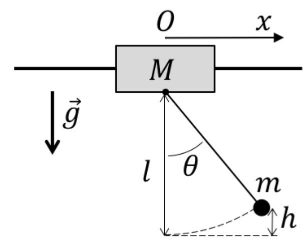
On attache maintenant le deuxième ressort.

b) Déterminez la position d'équilibre de la masse *M*.

c) Déterminez l'équation du mouvement de la masse *M*.

d) A quelle fréquence la masse oscille-t-elle dans les deux cas ?

Exercice 2** (40 min) **: Pendule et masse sur rail**



Un pendule de masse m est relié par un fil inextensible de longueur l à une masse M pouvant se déplacer librement sans frottement sur un axe horizontal. Les masses sont considérées comme ponctuelles. Le champ de pesanteur est $\vec{g}$.

1re partie: la masse *M* est fixe et le pendule subit une force de frottement fluide laminaire $\vec{F}_f = -K\eta\vec{v}$.

a) Faites un schéma sur lequel vous indiquerez les différentes forces et la vitesse de la masse m.
b) On se place dans l'approximation aux petits angles ($\sin\theta \approx \theta$). Tracez l'évolution de l'angle θ en fonction du temps pour un amortissement faible. Les conditions initiales à $t = 0$ sont $\theta = \theta_0$ et $\dot{\theta} = 0$.

2me partie: la masse *M* est mobile. Les frottements sont négligeables.

c) On lâche le pendule d'une hauteur h (voir schéma), les masses étant à l'arrêt. Calculez les vitesses des masses M et m lorsque le pendule est au point le plus bas.
d) Déterminez l'accélération de la masse M selon l'axe Ox en fonction de θ. On se limite au cas des petits angles ($\sin\theta \approx \theta$). Dans ce cas la norme de la tension du fil est mg.
e) Exprimez l'équation du mouvement du pendule de masse m dans l'approximation aux petits angles. En déduire la pulsation des oscillations.

Exercice 3* (40 min) **: Le flotteur**

Le flotteur (ou bouchon) d'une canne à pêche flotte à la surface de l'eau. Ce dernier est de forme cylindrique de rayon r, de hauteur h et de masse homogène. Le flotteur se tient verticalement dans l'eau et il se déplace de haut en bas en restant toujours partiellement immergé. En plus de son poids, le flotteur est soumis à la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$ et à une force de frottement visqueux $\vec{F} = -k\eta\vec{v}$. La masse volumique du flotteur vaut les deux tiers de celle de l'eau: $\rho_f = \frac{2}{3}\rho_{eau}$.

a) Calculez la hauteur *h'* du flotteur qui se trouve immergée à l'équilibre.

b) Déterminez l'équation différentielle du mouvement du flotteur. Exprimez la pulsation non amortie ω_0 et le coefficient d'amortissement λ en fonction des données du problème.

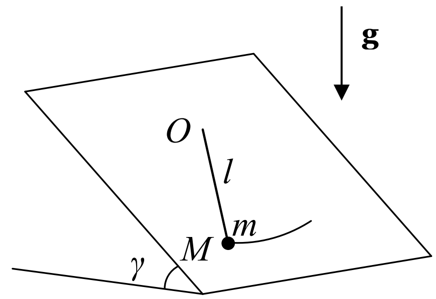
c) On appuie sur le flotteur et il se met à osciller verticalement jusqu'à retrouver sa position d'équilibre. Que pouvez-vous dire sur le type d'amortissement ? Dessinez l'amplitude de l'oscillation en fonction du temps.

*Difficulté des exercices : * facile ; ** moyen (niveau examen) ; *** difficile*

Le temps est indicatif et correspond au temps qui considéré en conditions d'examen

***

Exercice S9.1** (40 min) **: Pendule sur plan incliné**



On considère un pendule simple, soumis au champ de pesanteur $\vec{g}$, et formé par un point matériel M de masse m et un fil inextensible de longueur l attaché en O. Ce pendule glisse sans frottement sur une plaque plane faisant un angle γ avec l'horizontale (cf. schéma).

1. Trouvez (en la démontrant soigneusement) l'équation différentielle du mouvement.

2. La masse M est maintenant soumise à une force de frottement fluide $\overrightarrow{F_f} = -\alpha\vec{v}$. Déterminer la nouvelle équation différentielle du mouvement.

3. En faisant l'hypothèse d'un mouvement de faible amplitude devant l, simplifiez l'équation différentielle du mouvement, puis calculez et donnez en ses différentes solutions. On prendra comme conditions initiales $\vec{v} = \vec{0}$ et le pendule faisant un angle θ_0 par rapport à sa position d'équilibre.

Formulaire :

Coordonnées polaires :

$$\mathbf{v} = \dot{\rho}\mathbf{e}_\rho + \rho\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta$$

$$\mathbf{a} = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\right)\mathbf{e}_\rho + \left(\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta}\right)\mathbf{e}_\theta$$

Coordonnées cylindriques :

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z$$

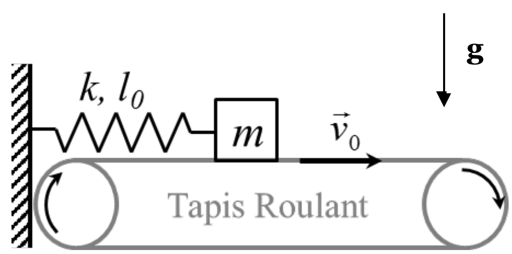
$$\mathbf{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\mathbf{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z$$

Coordonnées sphériques :

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + r\dot{\varphi}\sin\theta\mathbf{e}_\varphi$$

$$\mathbf{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)\mathbf{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\cos\theta\sin\theta\right)\mathbf{e}_\theta + \left(r\ddot{\varphi}\sin\theta + 2r\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta + 2\dot{r}\dot{\varphi}\sin\theta\right)\mathbf{e}_\varphi$$

Exercice S9.2*** (40 min) **: Phénomène de collé-glissé**



Une masse *m* est posée sur un tapis roulant sur lequel elle subit une force de frottement sec. On note le coefficient de frottement statique α_s et le coefficient de frottement dynamique α_d. De plus, la masse est attachée au mur par un ressort de raideur *k*, de longueur au repos l_0, et de masse négligeable. On note *g* l'accélération de la pesanteur.

a) A l'instant initial (t = 0), la longueur du ressort est égale à l_0 (*i.e.* le ressort est au repos) et le tapis roulant se met en marche. Il entraîne ainsi la masse *m* à une vitesse constante v_0, sous l'effet du frottement sec statique. Calculez le temps t_d au bout duquel la masse décroche du tapis, ainsi que la distance *d* parcourue. Exprimez-les en fonction des données du problème. La longueur du tapis est considérée comme très supérieure au déplacement de la masse.
b) Donnez l'équation du mouvement de la masse *m* juste après avoir décroché du tapis.
c) L'équation précédente est valable tant que la masse glisse sur le tapis. Donnez la condition pour que la masse se raccroche au tapis. Tracez qualitativement la vitesse en fonction du temps à partir de $t = 0$ en supposant $\alpha_d = 0$.