

(écrire lisiblement s.v.p)

Nom :

Prénom :

Groupe : ...

Question	Pts max.	Pts
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
Total	20	

Note (barème sur 20 points) :

Indications

- Durée de l'examen : **105 minutes**.
- Posez votre **carte d'étudiant** sur la table.
- La réponse à chaque question doit être rédigée **à l'encre** sur la place réservée à cet effet à la suite de la question.
Si la place prévue ne suffit pas, vous pouvez demander des feuilles supplémentaires aux surveillants ; chaque feuille supplémentaire doit porter **nom, prénom, n° du contrôle, branche, groupe, ID et date**. Elle ne peut être utilisée que pour **une seule question**.
- Les feuilles de brouillon ne sont pas à rendre : elles **ne seront pas** corrigées ; des feuilles de brouillon supplémentaires peuvent être demandées en cas de besoin auprès des surveillants.
- Les feuilles d'examen doivent être rendues **agrafées**.

Formulaire

- $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + o(x^n).$
- $\cos(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \dots + \frac{(-1)^n}{(2n)!}x^{2n} + o(x^{2n+1}).$
- $\cosh(x) = 1 + \frac{1}{2!}x^2 + \dots + \frac{1}{(2n)!}x^{2n} + o(x^{2n+1}).$

Question 1

Soient les polynômes $P, Q \in \mathbb{C}[Z]$ donnés par

$$\begin{aligned} P(Z) &= 2Z^4 - 2Z^3 - 2Z^2 - 2Z - 4 \\ Q(Z) &= 3Z^3 - 6(1+i)Z^2 + (12i-3)Z + 6. \end{aligned}$$

- (a) (4 points) Trouvez le PGCD de $P(Z)$ et de $Q(Z)$.
(b) (1 point) Cherchez les racines de $P(Z)$ et de $Q(Z)$.

Réponse à la question 1:

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Points obtenus: (laisser vide)

- $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt[3]{\cosh^2(x)} + \sqrt{\cos^3(x)}}.$$

- $$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x^2}.$$

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Page 5 sur 14

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Question 3 (à 5 points)

Points obtenus: (laisser vide)

Trouvez le polynôme $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ de quatrième degré tel que

- $7 + 2i$ est une racine complexe de $P(X)$.
- La division de $P(X)$ par $X - 6$ a un reste de 1.
- $P'(7) = 0$.
- $P''(7) = 0$.

Que vaut $P'''(7)$?

Réponse à la question 3:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐

Points obtenus: (laisser vide)

(a) (2 points) $|\sin(z)|^2 = \frac{1}{2} (\cosh 2y - \cos 2x)$

(b) (2 points) $|\cos(z)|^2 = \frac{1}{2} (\cosh 2y + \cos 2x)$

$$\begin{aligned} f: \mathbb{C} &\rightarrow \mathbb{C}, \\ x + iy &\mapsto f(x + iy) = \sinh(x) \end{aligned}$$

Réponse à la question 4:

laisser la
marge vide

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Page 12 sur 14

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

laisser la
marge vide

Vous pouvez continuer avec la réponse à la page suivante!

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

laisser la
marge vide

Si vous n'avez pas assez de place pour votre réponse, veuillez demander une feuille supplémentaire au surveillant et cocher la case qui suit: ☐