Contrôle d'analyse I N°1

Durée : 1 heure 30 minutes Barème sur 15 points

NOM :

PRENOM :

Groupe

1. Soit $P(x)$ le trinôme du deuxième degré défini par

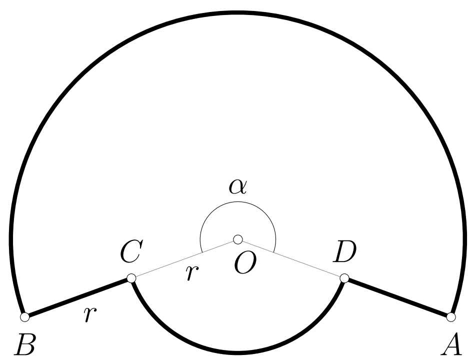
$$P(x) = \frac{2}{m}\, x^2 - 2\,x - \frac{m+2}{1-m}\,, \qquad m \in \mathbb{R} \setminus \{0\,,\,1\}\,.$$

Déterminer l'ensemble des valeurs de m de sorte que $P(x)$ admette deux racines distinctes $x_1 < x_2$ vérifiant la condition suivante :

$$-2 \in \,]-\infty\,,\,x_1\,[\; \cup \;]\,x_2\,,\,+\infty\,[\,.$$ 5 pts

2. On considère le domaine $\mathcal{D}$ décrit ci-contre dont la frontière est constituée de l'arc (AB) de centre O, de rayon $2r$ et d'angle au centre α, de l'arc (CD) de centre O et de rayon r, et des deux segments AD et BC.

L'angle α et le rayon r sont des quantités variables, mais le périmètre P du domaine $\mathcal{D}$ a pour valeur $P = 84$. On pose $\pi = 3$.



a) Déterminer l'aire $\mathcal{A}$ de ce domaine en fonction du rayon r.
En faire la représentation graphique dans un système d'axes cartésien (axe horizontal : 2 carrés = 1 unité, axe vertical : 1 carré = 20 unités).

b) Pour quelle valeur de α l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $\mathcal{D}$ est-elle maximale ? 5 pts

3. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante

$$\left|\sqrt{15 + 2x - x^2} - \frac{x}{2}\right| \geq \frac{x}{2} + 1$$ 5 pts