

Physique Construction Mécanique

Avril 2022

Introduction :

Dans ce document, nous allons développer les points théoriques démontrant le bon fonctionnement pèle carotte que nous avons conçu, tant sur le point physique que mécanique.

1 Physique

1.1 Force pour peler la carotte

Objectif : Déterminer la force à appliquer pour découper la carotte (insertion et découpe). Afin de déterminer ces valeurs, nous avons mesuré empiriquement la force à l'aide d'une balance de cuisine.

Valeurs expérimentales : 5N en moyenne et pic à 10N lors la découpe.

1.1.1 Force et vitesse angulaire fournies par un humain

Objectif : Déterminer la puissance que peut fournir l'utilisateur sans se fatiguer afin d'adapter l'ergonomie de l'appareil.

Après lecture de la littérature traitant de physiologie et d'ergonomie, nous avons pu compiler le tableau suivant.

Distribution de Force [N] de la main d'Homme

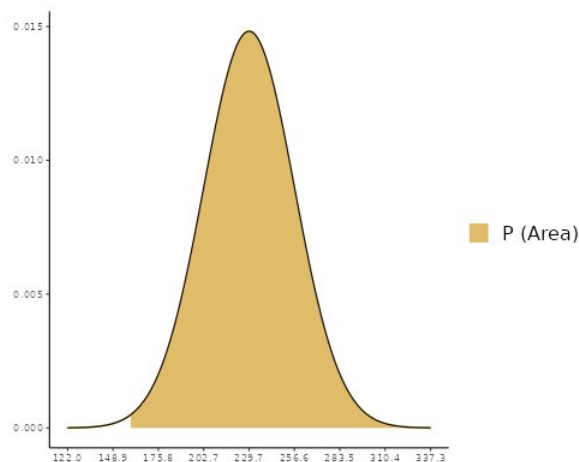
Input values

Parameters	'Compute probability'
Mean = 229.65	x1 = 159.42
SD = 26.915	Mode: P(X ≥ x1)

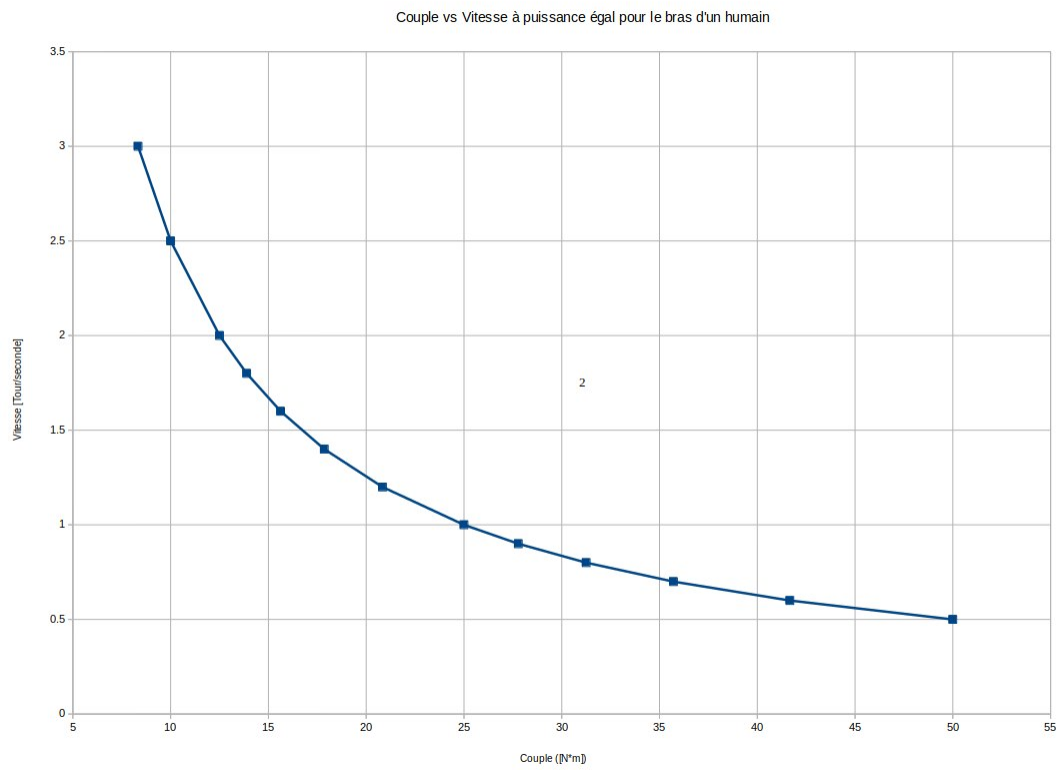
Results

Probability
P = 0.995

^ Probabilité que la personne ai une force supérieur à 159.42[N] ce qui correspond on 0.1-jeme percentile



nous avons la force maximum qu'une personne peut fournir. de là nous avons utilisé cette force et une étude de la NASA sur les capacités du corps humain pour obtenir une courbe à puissance constante tel que les gens ne se fatiguent pas.



Celle-ci montre que la quasi-totalité des adultes (homme et femme) sont en mesure de fournir une puissance de 12.5 ± 6.2 [W].

1.2 Angle entraînement carotte (ratio avance/rotation)

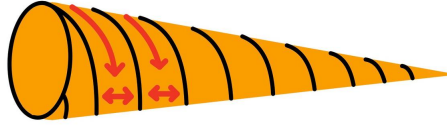
Objectif : Déterminer le ratio nécessaire pour une découpe entière et uniforme de la carotte.

Pour ce faire, il est nécessaire de déterminer la largeur moyenne des pelures (cf. les mesures en annexes du rapport sur la largeur des pelures).

$$L_{avance} = 5[mm]$$

Ensuite, il nous est nécessaire calculer le chemin parcouru par la lame autour de la carotte.

Nous ferons l'assomption que l'angle entre la roue et l'axe de la carotte est faible et que par conséquent la section de carotte est toujours circulaire.



la figure illustre l'effet de la largeur des pelures lors de d'une pelure hélicoïdale

$$L_{perimetreG} = 2 * \pi * R = 2 * \pi * 22.5[mm] = 141.37[mm]$$

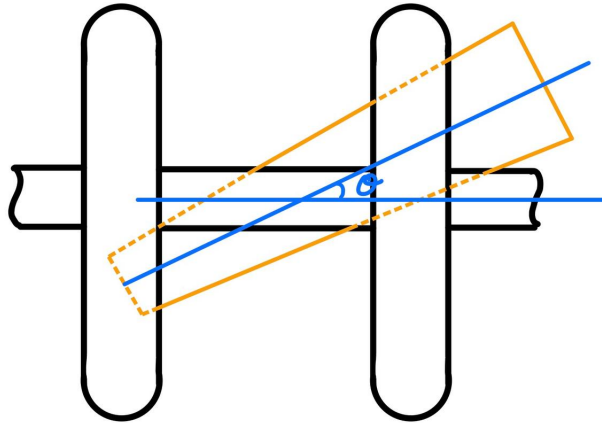
$$L_{perimetreP} = 2 * \pi * R = 2 * \pi * 10[mm] = 62.83[mm]$$

Afin d'éviter qu'une partie de la carotte ne soit pas pelée, il est nécessaire de baser ses calculs sur le pire des cas, soit le plus grand rayon.

De par ce choix, certaines zones des carottes de diamètre inférieur à 45mm seront parcourues deux fois par la lame. Cependant, après avoir réalisé des expériences sur ce sujet, nous avons pu conclure que la matière n'est pas retirée lors de la passe supplémentaire.

Il est donc nécessaire de calculer l'angle entre le rouleau et l'axe de la carotte pour garantir une avance le long du périmètre de 141.37 mm alors que l'avance longitudinale doit être de 5 mm.

Voici une figure qui illustre l'angle entre l'axe de la carotte et celui du rouleau :



En utilisant la trigonométrie, on obtient donc :

$$\theta = \arctan\left(\frac{L_{avance}}{L_{perimetreG}}\right) = \arctan\left(\frac{5[mm]}{141.37[mm]}\right) = 2.03^\circ$$

L'angle étant faible, il permet de vérifier l'hypothèse que nous avons effectuée plus tôt quant à la circularité des sections de carotte. Nous pouvons simplifier la pelure hélicoïdale de la carotte comme plusieurs pelures circulaires.

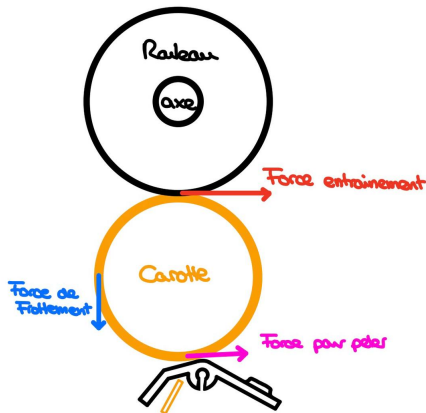
1.3 Force de Friction jointe torique/carotte (entraînement et risque de blocage)

Objectif : Déterminer la valeur minimale de la friction entre la carotte et le rouleau (mu statique, caoutchouc, carotte afin de déterminer le meilleur matériau à utiliser).

Le rouleau doit être en mesure de transmettre un couple supérieur ou égal à celui nécessaire pour découper la carotte [10N] tout en compensant les force de friction de la carotte avec le châssis.

Celles-ci dépendant de la force normale appliquée sur la carotte ainsi que de la force nécessaire pour entraîner la carotte, nous nous retrouvons dans une impasse.

Afin de simplifier le problème, nous allons supposer que les pertes de friction avec le châssis sont négligeables devant la force nécessaire pour peler la carotte, il nous suffira d'ajouter une marge de sécurité, nous allons donc supposer que 20N doivent être transmis à la carotte.



La force transmise à la carotte dépendant des frottements entre la carotte et les joints toriques du rouleau supposons que le coefficient de frottements statiques entre la carotte et un joint torique est plus important que celui entre une carotte et de l'acier. Ceci est confirmé par une mesure expérimentale des frottements statiques entre une carotte et un élastomère générique

$$\mu_d \approx 0.8$$

$$F_N = \frac{F_{tangent}}{\mu_{statique}} = \frac{20[N]}{0.8} = 25[N]$$

Nous pouvons donc conclure que le mécanisme ne risque pas de se bloquer ni de glisser.

1.4 Force normale appliquée par les ressorts

Objectif : Déterminer la constante de raideur des ressorts ainsi que la variation de force normale pour les différentes tailles de carotte possibles.

La force normale ayant été estimée dans le point précédent, nous avons donc dû sélectionner un ressort adapté en fonction de ce que propose le fournisseur. Le ressort est là pour ramener la partie inférieure du boîtier et ainsi avoir une force normale sur la carotte en plus de permettre au mécanisme de s'adapter aux irrégularités et forme de carotte. Le choix étant limité, la seule configuration acceptable trouvée contient huit ressorts avec les caractéristiques suivantes :

Propriétés du ressort : (Données du fournisseur)

- **Longueur au repos :** 20.2 mm
- **Constante de raideur :** $0.04 \text{ lbs.mm}^{-1} \Leftrightarrow 177.92 \text{ N.m}^{-1}$

Ainsi après un processus itératif nous avons fixé la distance minimale sur notre appareil à 35mm :

$$|F_R| = k * (l - l_0) = 177.92[\text{N.m}^{-1}] * (35 - 20) * 10^{-3}[\text{m}] = 2.66[\text{N}]$$

Cette force est la force minimale appliquée par un seul ressort, nos ressorts étant disposés en parallèle, les forces s'additionnent, ainsi :

$$F_T = 8 * F_R[\text{N}] = 21.35[\text{N}]$$

Pour la plus grosse carotte cette force atteint :

$$|F_T| = 8 * k * (l - l_0) = 8 * 177.92[\text{N.m}^{-1}] * (60 - 20) * 10^{-3}[\text{m}] = 56.6[\text{N}]$$

Nous pouvons constater que la force normale est généralement suffisante et que les régions de fonctionnement ou celle-ci est inférieure à la force nécessaire sont aussi celles où les frottements seront les plus faibles et donc inférieure au 10 [N] assumé précédemment.

1.5 Calcul des pertes dues à la frictions

Objectif : Déterminer les frottement maximum possible entre la carotte et le support dans le pire cas et ainsi limiter la gamme de matériaux utilisables pour la surface en contact avec la carotte en fonction des frottements entre les deux surfaces.

$$F_{\text{Frottement}} = F_{\text{normalMAX}}[\text{N}] * \mu_{\text{PTFE}} = 56.6[\text{N}] * 0.182 = 10.31[\text{N}]$$

pour référence les frottement minimum s'élèvent à

$$F_{\text{Frottement}} = F_{\text{normalMIN}}[\text{N}] * \mu_{\text{PTFE}} = 21.35[\text{N}] * 0.182 = 3.9[\text{N}]$$

L'assomption faite que la force d'entraînement minimal de 21.35 N suffise tiens. La force d'entraînement maximal avec les frottement maximal fonctionne aussi.

à partir de ces données nous pouvons faire le ratio des forces utiles sur le total des forces et ainsi avoir le rendement (la vitesse de rotation étant la même, la puissance dépendante seulement des forces) :

le pire cas

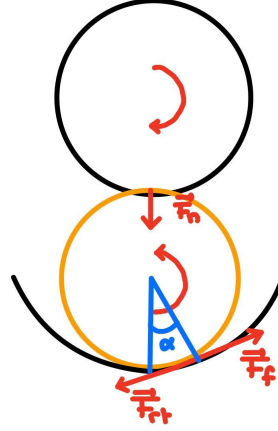
$$\eta = \frac{F_{\text{pelage}}[\text{N}]}{F_{\text{normalMAX}}[\text{N}] * \mu_{\text{POM}} + F_{\text{pelage}}[\text{N}]} * \eta_{\text{engrennages}} = \frac{5[\text{N}]}{15.31[\text{N}]} * 0.96 = 0.32$$

le meilleur cas

$$\eta = \frac{F_{\text{pelage}}[\text{N}]}{F_{\text{normalMAX}}[\text{N}] * \mu_{\text{POM}} + F_{\text{pelage}}[\text{N}]} * \eta_{\text{engrennages}} = \frac{5[\text{N}]}{8.9[\text{N}]} * 0.96 = 0.54$$

1.6 Stabilité de la carotte et garantie de la découpe ainsi que risque de blocage

Objectif : Garantir la stabilité de la carotte lors de la découpe, ainsi que la stabilité malgré les forces tangentielles appliquées.



1.6.1 Position de la lame

La lame est située environ trois millimètres au dessus du support de la carotte, la lame est capable de tourner afin de s'adapter aux légères inconsistances dans la taille de la carotte.

1.6.2 Calcul des forces appliquées

Nous avons donc trois forces s'appliquant sur notre carotte :

- Force Tangentielle de la roue : \vec{F}_T
- Force Normale de réaction de la roue : \vec{F}_N
- Les forces de frottements : \vec{F}_F

Ainsi :

$$\begin{aligned} F_T &= \mu_{CarroteElastomere} * F_N \\ F_F &= \mu_{CarrotePOM} * F_N * \cos(\alpha) \\ P &= -m * g \\ F_N &= -F_{Ressorts} = k * r \end{aligned}$$

D'après la seconde loi de Newton, à l'équilibre :

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_{ext} &= 0 \\ F_T = F_F &\Rightarrow \mu_{CarrotePOM} * F_N * \cos(\alpha) = F_N * \sin(\alpha) \\ \alpha &= \arctan(\mu_{Carrote/POM}) = 12.33^\circ \end{aligned}$$

Ainsi la hauteur de déviation s'exprime :

$$h_{DEV} = R_R(1 - \cos(\alpha)) = 40 * 10^{-3}(1 - \cos(12.33)) = 9.23 * 10^{-4}[m] < 3 * 10^{-3} = h_{LAME}$$

1.6.3 Conclusion

Cette déviation est plus faible en réalité, les ressorts s'adaptant et n'appliquant pas des forces uniquement perpendiculaire à la force tangentielle.

Étant plus faible que la hauteur de la lame, l'influence sur la découpe sera minime. De plus pour ce qui est du blocage, il n'y a pas de risque le système pouvant glisser si il devait être bloqué mais comme démontré dans les sections précédente, cela ne devrait pas arriver dans le cas d'une utilisation normale.

2 Engrenages et systèmes de transmission

2.1 Exigences rotation engrenages

Objectif : Définir la taille de la manivelle et ratios d'engrenages à partir de la force nécessaire pour peler tout en restant confortable pour l'utilisateur

Dans le but de garantir un fonctionnement facile à tous les utilisateurs il est nécessaire tenir compte de la force et la vitesse à laquelle un humain peut tourner une manivelle confortablement. De plus il est nécessaire de minimiser la durée d'actionnement pour peler une carotte afin que la tâche ne soit pas épuisante ou pénible.

Après consultation de la littérature, nous en sommes venus à la conclusion que la majorité des adultes (hommes et femmes) peuvent confortablement appliquer une force entre 10 et 20 Newton autour un cercle de rayon compris entre 100 mm et 200 mm à une vitesse d'environ 1 tour/s.

À partir de ces données nous pouvons calculer la puissance pouvant être développée celle-ci est donnée par :

$$P = R * F * \omega$$

Où :

- R est le rayon de la manivelle
- F la force tangentielle appliquée par l'utilisateur
- ω est la vitesse angulaire de la manivelle

et est comprise entre $12.5 \text{ W} \pm 6.2 \text{ W}$

Nous pouvons donc calculer l'énergie nécessaire pour peler une carotte en considérant la largeur moyenne de la pelure ainsi que la surface de la carotte et la force nécessaire pour la peler.

$$E = \frac{S}{l} * F_{pelure}$$

Où :

- S est la surface extérieure de la carotte
- F_{pelure} est la force nécessaire pour peler la carotte
- l est la largeur de la pelure

Pour la plus petite carotte cette énergie est de 12.56 J Pour la plus grande carotte cette énergie est de 28.27 J

Nous pouvons estimer le temps nécessaire pour couper une carotte comme étant compris entre 1 et 3 secondes selon la taille de la carotte. Mais les pertes vont rallonger ce temps. ainsi en prenant en compte l'efficacité nous avons un temps comprise entre 2 et 9 secondes.

Le temps de coupe étant fixé et connaissant le couple nécessaire pour peler une carotte nous pouvons déterminer la vitesse de rotation optimale de la carotte (diamètre moyen de la carotte, puissance moyenne fournie par l'utilisateur)

$$\omega = \frac{P}{F * l} = \frac{12.5W}{5N * 0.0325m} = 76.9rad/s = 12.2tour/s$$

Sachant que le plus gros rapport d'engrenages disponible à un prix raisonnable est de 1:4 et que le ratio entre les diamètre de la carotte et du rouleau est d'environ 1:1 (l'encombrement d'un rouleau apportant un ratio légèrement meilleur n'est pas justifié), L'utilisateur devra tourner la manivelle à 3 tours par seconde. Or nous savons que celui-ci n'est capable que de 1 tours par seconde ce qui triple le temps nécessaire et limite la puissance maximale qu'il est possible d'extraire de l'utilisateur .

Ceci triple le temps moyen nécessaire pour peler une carotte mais en moyenne celui-ci reste encore raisonnable même avec le mauvais rendement et ne justifie pas de rajouter un étage d'engrenage (un de nos objectifs principaux et d'avoir un objet compact et léger).

La force que l'utilisateur doit appliquer sur la manivelle est donnée par la formule suivante:

$$F_T = K * \eta * F_A * \frac{L}{R}$$

Où:

- F_T est la force de l'utilisateur
- $K = 4$ est le ratio des engrenages

- $\eta = 0.98$ est le rendement de la transmission entre engrenages
- F_T est la force totale appliquée
- L est la longueur de la manivelle
- R est le rayon du rouleau

Via l'application numérique, nous pouvons constater qu'avec le diamètre de manivelle choisi (qui est compris dans les 100-200mm assumés précédemment) la force est de X Newton qui est égale à la force qu'un humain peut fournir confortablement.

2.1.1 Module des roues dentées

Objectif : Calculer le module minimal des roues dentées afin que celles-ci résistent aux contraintes appliquées par la réaction de la carotte

Premièrement il est nécessaire de déterminer la force tangentielle maximum sur la roue dentée au rayon le plus faible.

Le rayon de notre rouleau est de 17 mm.

Le rayon primitif de la plus petite roue est de 7 mm, la force tangentielle maximale sur le rouleau est de 20[N] (10N pour la carotte + une marge pour les pertes).

les pertes dues aux engrenages sont considérées comme négligeables et seront donc ignorées ici.

En se basant sur les données de la section 2.1.1 nous pouvons obtenir le couple sur l'axe du rouleau :

$$C_R = F_T * R_R = 20[N] * 0.017[m] = 0.34[Nm]$$

De là on peut poser la force tangentielle sur la petite roue dentée car elle ne change pas le couple:

$$F_{TD} = \frac{C_R}{R_D} = \frac{0.34[Nm]}{0.007[m]} = 48.6[N]$$

en appliquant la formule suivante qui indique si le module est suffisant

$$m \geq 2.34 * \sqrt{\frac{T}{k * \sigma_{pe}}}$$

avec :

- T = Force tangentielle = 48.6 [N]
- k = longueur de la dent * surface de la dent (module) = 10[mm]*1
- σ_{pe} = résistance du nylon = 30 [MPa]

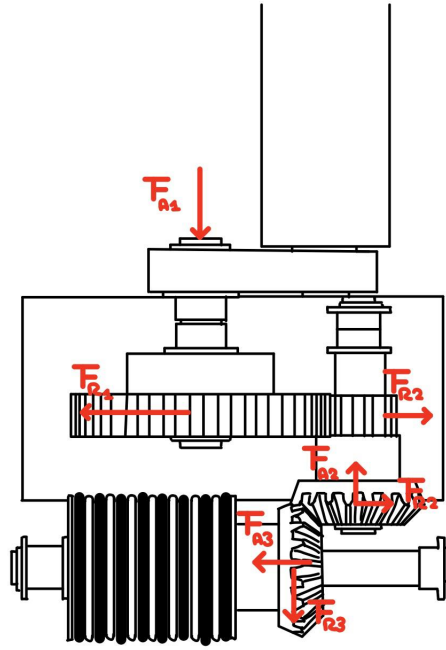
$$m \geq 2.34 * \sqrt{\frac{48.6[N]}{10 * 30[MPa]}} = 0.941$$

cette valeur est la même pour la grande roue dentée car les forces tangentielle, matériaux et largeurs de dents sont identiques. Ainsi le module de nos dents doit être de 1 au minimum

Pour ce qui est du module des dents des engrenages coniques, 1 fonctionne aussi car il ont une force tangentielle plus faible du fait de leurs rayon plus grand et de la plus grande largeur de dents que la petite roue dentée.

2.1.2 Force appliquée sur les axes

Objectif : Trouver les forces axiales et radiales s'appliquant sur les axes afin d'adapter les spécifications des roulements et des circlips.



Comme vu précédemment, nous savons que la force tangentielle appliquée au niveau du rouleau est de 20N. ainsi nous pouvons calculer le couple sur chaque axe et donc la force tangentielle au niveau des engrenages. de la nous pouvons projeter la parts des forces qui s'applique radialement ou axialement grâce à l'angle de pression des dents et l'angle de 45° des roues coniques.

les pertes dues aux engrenages sont considéré comme négligeable et seront donc ignoré ici.

Données numériques :

- R_R , Rayon du rouleau = 17mm
- R_C Rayon moyen roues coniques = 15mm
- R_D Rayon petite roue droite = 7mm
- R_{GD} Rayon grande roue droite = 30mm
- F_T Force tangentielle appliqué par le rouleau = 20N
- α angle de pression des dents = 20°
- β angle des roues coniques = 45°

En se basant sur les données de la section 2.1.1 nous pouvons obtenir le couple sur l'axe du rouleau :

$$C_R = F_T * R_R = 20[N] * 0.017[m] = 0.34[Nm]$$

De là on peut poser la force tangentielle sur les roues:

$$F_{TC} = \frac{C_R}{R_C} = \frac{0.34[Nm]}{0.015[m]} = 22.7[N]$$

$$F_{TD} = \frac{C_R}{R_D} = \frac{0.34[Nm]}{0.007[m]} = 48.7[N]$$

la force tangentielle sur la petite et la grande roues sont les mêmes

$$F_{TGD} = F_{TD} = 48.7[N]$$

Ainsi nous pouvons projeter ces forces avec les angles de pression:

- $F_{R1} = F_{TGD} * \sin(\alpha) = 48.7[N] * \sin(20) = 16.7[N]$
- $F_{R2A} = F_{TD} * \sin(\alpha) = 48.7[N] * \sin(20) = 16.7[N]$
- $F_{R2B} = F_{TC} * \sin(\alpha) * \sin(\beta) = 22.7 * \sin(20) * \sin(45) = 4[N]$
- $F_{R3} = F_{TC} * \sin(\alpha) * \sin(\beta) = 22.7 * \sin(20) * \sin(45) = 4[N]$
- $F_{A2} = F_{TC} * \sin(\alpha) * \sin(\beta) = 22.7 * \sin(20) * \sin(45) = 4[N]$
- $F_{A3} = F_{TC} * \sin(\alpha) * \sin(\beta) = 22.7 * \sin(20) * \sin(45) = 4[N]$

Ainsi nous pouvons sommer ces forces et vérifier qu'elle sont inférieure aux valeurs maximum admissible pour les paliers lisses et les circlips :

Données du fabricant :

- Palier lisse de 8mm

Dynamic Radial Load Capacity $60lbs.@120rpm = 266.88[N]$

Dynamic Thrust Load Capacity $85lbs.@120rpm = 378.08[N]$

- Palier lisse de 10mm

Dynamic Radial Load Capacity $75lbs.@120rpm = 333.5[N]$

Dynamic Thrust Load Capacity $100lbs.@120rpm = 444.8[N]$

La résistance des circlip étant supérieure à celle des paliers lisses ils nous suffit de vérifier les paliers lisses.

Vérification des forces sur les axes :

Radial Load Capacity

- $F_{R1} = 16.7[N] < 333.5[N]$
- $F_{R2} = F_{R2A} + F_{R2B} = 33.3[N] < 266.88[N]$
- $F_{R3} = 4[N] < 266.88[N]$

Dynamic Thrust Load Capacity

- $F_{A1} = \text{Force appliquée par l'utilisateur} < 444.8[N]$
- $F_{A2} = 4[N] < 333.5[N]$
- $F_{A3} = 4[N] < 333.5[N]$

la résistance des segments d'arrêt est de l'ordre 6200 N. la résistance des axes étant au moins égal à la résistance des segments d'arrêt (car ceux-ci prennent en compte la résistance de l'axe) il va de soit qu'il n'y a pas de risque de tordre l'axe

Conclusion Les paliers lisses et les circlips peuvent donc largement soutenir les forces auxquelles ils sont soumis.

3 Dimensionnement des éléments d'assemblage

3.1 Vis

Objectif : Déterminer la taille de vis nécessaire à un assemblage stable en évitant le desserrage.

Nous avons décidé de limiter le nombre de vis différentes pour simplifier l'assemblage. De plus la limite de taille de vis arbitraire du cahier des charges impose un diamètre minimal **M4** qui est nettement supérieur à ce qui est nécessaire. Nous allons donc prouver que la résistance de la vis M6 est suffisante. Nous avons choisi cette taille de vis afin de faciliter l'assemblage, en plus d'offrir une grande surface sous la tête de vis pour limiter la compression des alliages légers et éviter l'utilisation de rondelle.

3.1.1 Longueur d'implantation

La longueur d'implantation minimum est de 6mm, cette longueur est suffisante car les vis ne subissent aucune contrainte et servent uniquement à l'assemblage.

3.1.2 Force maximale supportée

Nous avons choisi des vis ayant pour classe de qualité 4.6 ainsi leur résistance élastique est de 240MPa nous pouvons considérer la surface de prise comme la surface d'un cylindre de rayon de 6 mm:

$$S = 2 * \pi * r * h = 1.1309 * 10^{-4} [m^2]$$

Ainsi la force maximale que la vis peut supporter en régime élastique

$$F_{MAX} = P_{MAX} * S = 2.4 * 10^8 * 1.1309 * 10^{-4} = 27 * 10^3 [N]$$

La vis peut donc supporter une force bien supérieure à celles qu'elle peut rencontrer lors de l'utilisation de notre machine, notamment les chutes.

3.2 Goupilles

Objectif : Déterminer que le dimensionnement et les caractéristiques des goupilles utilisées sont suffisantes pour l'utilisation faite dans le projet.

3.2.1 Force maximale supportée

Notre goupille est faite en acier inoxydable ($R_e = 225 [MPa] \Rightarrow R_{eg} = 117.5 [MPa]$).

Ainsi nous pouvons déterminer la force maximale supportée dans la condition $\tau = R_{eg}$

$$F_{MAX} = A * R_{eg}$$

Nous supposons que la section cisailée correspond à l'aire extérieure de notre goupille ($r = 2.5 [mm]$ $h = 10 [mm]$)

Ainsi :

$$A = 2 * \pi * r * h = 1.57 * 10^{-4} [m^2]$$

$$F_{MAX} = 117.5 * 10^6 * 1.57 * 10^{-4} = 18.5 * 10^3 [N]$$

Nos goupilles supportent donc des forces de 18.5 kN en cisaillement ce qui est largement supérieur à celles qu'elles pourraient rencontrer dans une utilisation normale de l'appareil.

Les composants en rapport avec les axes sont vérifiés dans la section précédente.