Problemas de Optimización

Cuando resolvemos problemas que implican optimizar es importante seguir estos pasos

Paso #1 Asignar símbolos a todas las cantidades y representar el problema gráficamente si es posible.

Paso #2 Escribir la función objetivo que hay que minimizar o maximizar que, en l mayoría de los casos, tendrá más de una variable.

Paso #3 Escribir la restricción del problema que relaciona las variables.

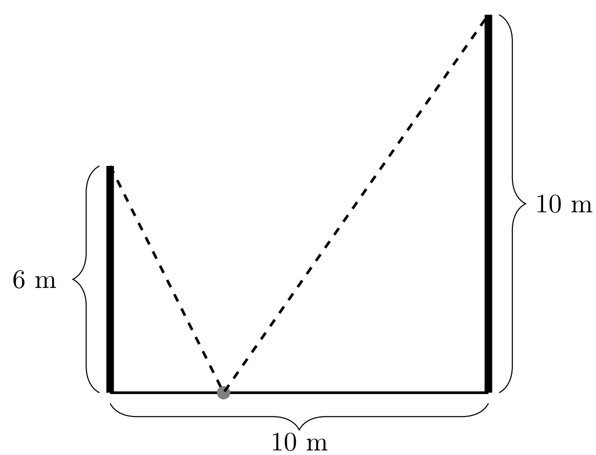
Paso #4 Obtener, a partir de la restricción, la función objetivo con una sola variable. Definir el dominio máximo en esta única variable

Paso #5 Calcular el máximo o mínimo buscado mediante derivación. Se debe usar el criterio de la primera o segunda derivada.

Paso #6 Dar la respuesta al problema con base en los datos solicitados.

Es importante **revisar las unidades** en el problema, es decir que se usen metros y metros cuadrados en todo el contexto de la situación, por ejemplo. Con base en esto, resuelva cada una de las siguientes dilemas

1. La distancia entre dos postes de teléfono es de 10 metros (como se muestra en la figura). La longitud de los postes es de 6 y 10 metros respectivamente. Para soportar los postes, un cable desde lo alto de cada poste se sujeta a un punto en la tierra entre ellos. ¿Donde debe estar el punto para que la longitud del cable sea mínima?

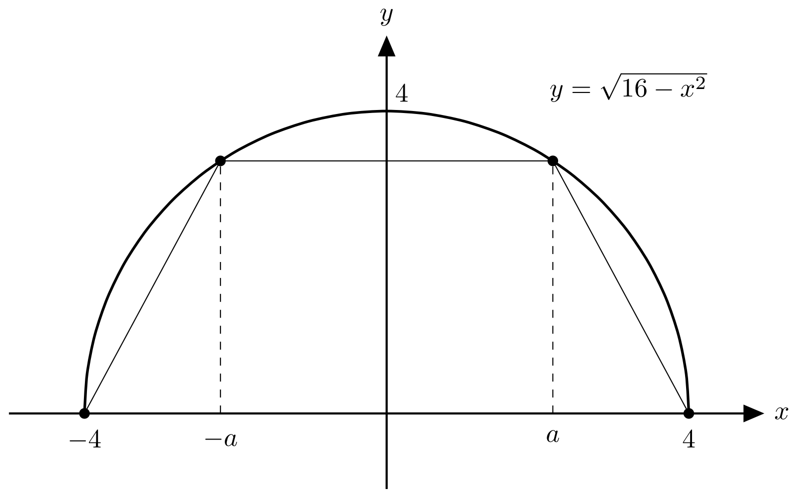


2. En un cartel rectangular, los márgenes superior e inferior miden 6 cm cada uno y los laterales, 4 cm. Si el área del material impreso se fija en 384 cm^2; ¿cuáles son las dimensiones del cartel de área mínima?

3. Se debe construir una caja rectangular de base cuadrada, sin tapa, tal que su capacidad sea de 125 metros cúbicos. Construir el fondo cuesta ₡250 por metro cuadrado y ₡83 el metro cuadrado de los laterales. Hallar las dimensiones para que su construcción sea la más económica.

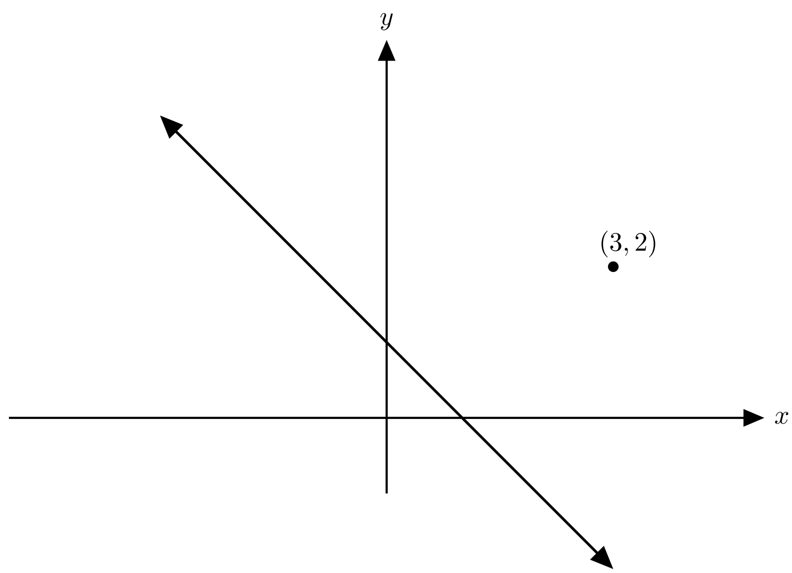
4. Encuentre las dimensiones del cilindro circular recto de volumen máximo que puede inscribirse en un cono de 12 cm de altura y 4 cm de radio.

5. Hallar las dimensiones del trapecio isósceles de mayor área que puede inscribirse en un semicírculo de radio 4.



6. Determine el área del rectángulo de mayor tamaño que se puede inscribir en un triángulo cuyos vértices están en los puntos $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, 1)$.

7. Halle el punto sobre la recta $x + y = 1$ más cercano al punto $(3, 2)$.



8. Halle el punto sobre la curva $y = ax^2$ más cercano al punto $(0, 4)$ (a es una constante positiva).

9. Un trozo de alambre, de 1 m de largo, se corta en dos partes. Una se dobla para formar un cuadrado y la otra para formar un triángulo equilátero. ¿Cómo debe cortarse el alambre de modo que el área total encerrada en las figuras sea: (a) máxima? (b) mínima?

10. Un bote sale de un muelle a las 2:00 p.m. y viaja hacia el sur a una velocidad de 20 km/h. Otro bote ha estado enfilando hacia el este a 15 km/h y llega al mismo muelle a las 3:00 p.m. ¿En qué momento estuvieron los dos botes más próximos?