

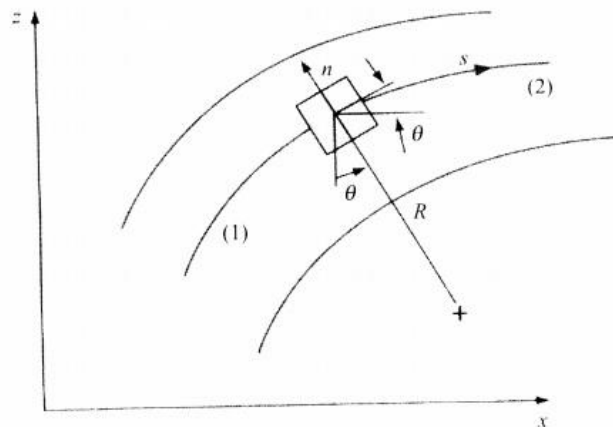
$$\frac{\Delta P}{\rho} = 2f \frac{\bar{u}^2 L}{D}$$

معادله فانسیگ

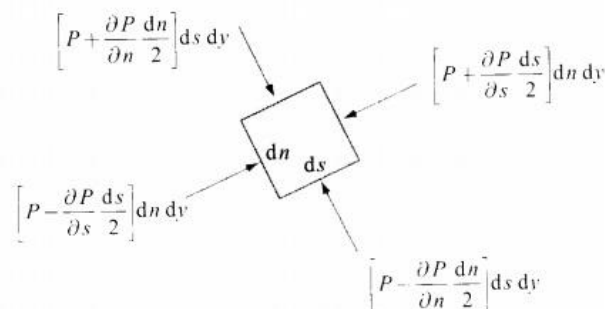
$$L = \frac{\Delta P D}{2 \rho \bar{u}^2 f} = \frac{70 \text{ Pa} \times 0.02291 \text{ m}}{2 \times 1000 \text{ Kg/m}^3 \times (0.12 \text{ m/s})^2 \times 0.01164} = 4.78 \text{ m}$$

موازنه نیرو بر روی سیال در حال جریان (معادله برنولی)

یکی از یکاهای برداری معادله گام در حال مائل جریان سیال (رینالید سیالیت) مورد استفاده قرار می‌گیرد معادله برنولی است. بررسی موازنه نیرو بر روی سیال در نقاط مختلف جریان



محور y عمود بر صفحه است



شکل ۵-۱۷ موازنه نیرو بر روی حجم کوچکی از مایع.

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g z_2 = \text{ثابت}$$

معادله برنولی (رابطه انرژی)

P : فشار

ρ : چگالی

u : سرعت

g : شتاب ثقل

z : ارتفاع

از این جمله معادله برنولی بیانگر تغییرات در طول خط جریان

در مبنای عبارات تغییر سرعت و در مبنای عبارات تغییر

در ارتفاع است.

شکل دیگر و متداول معادله برنولی بر حسب هد (Head) یا ارتفاع بیان می‌شود. اگر معادله فوق را به وزن مخصوص سیال (ρg) تقسیم کنیم، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z = h = \text{ثابت}$$

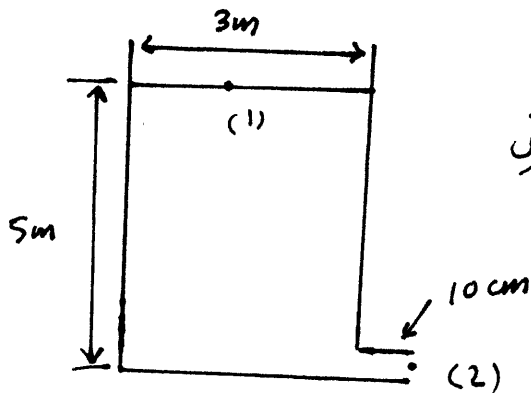
هد ارتفاع
هد سرعت
هد انرژی

هر عبارت در طرف چپ معادله بر حسب

واحد طول (m) بیان می‌شود. هد کل یک سیال در حال جریان در یک لوله توسط لوله سنج

قابل اندازه‌گیری است.

مثال - مخزن از جنس فولاد ضد زنگ به قطر ۳ متر حاوی نوشابه است. ارتفاع نوشابه در این مخزن ۵m باشد. از دریچه ۱ به قطر ۱۰cm برای تخلیه نوشابه از این مخزن استفاده می شود. با فرض یابا بودن جریان در صورتی که از اصطفاک، سرعت تخلیه نوشابه از مخزن و زمان لازم برای خالی شدن آن را محاسب کنید.



نقطه (۱): سطح آزاد نوشابه، فشار استاتیک، سرعت غیریست و معادل صفر

نقطه (۲): دریچه ۱۰cm، فشار استاتیک

$$\bar{u}_1 = 0, \rho_1 = \rho_2, P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho \bar{u}_2^2 + \rho g z_2$$

$$\rho g z_1 = \frac{1}{2} \rho \bar{u}_2^2 + \rho g z_2 \rightarrow \bar{u}_2 = \sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

$$\bar{u} = \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 5 \text{ m}} = 9.9 \text{ m/s}$$

رابطه تدریجی

$$\dot{V} = \bar{u} A = 9.9 \text{ m/s} \times \frac{\pi}{4} (0.1 \text{ m})^2 = 0.078 \text{ m}^3/\text{s}$$

شدت جریان

$$V = \frac{\pi}{4} \times (3 \text{ m})^2 \times 5 \text{ m} = 35.3 \text{ m}^3$$

حجم مخزن

$$t = \frac{V}{\dot{V}} = \frac{35.3 \text{ m}^3}{0.078 \text{ m}^3/\text{s}} = 455.2 \text{ s} = 7.6 \text{ min}$$

زمان تخلیه

مثال: یک سیال تراکم ناپذیر و گرانروی با چگالی 1100 kg/m^3 در یک خط لوله برآر دارد. در نقطه ای که قطر لوله 15 cm است، سرعت سیال 2 m/s و فشار 300 kPa است. فشار را در نقطه ای که در فاصله 10 m از آن قرار دارد و قطر لوله در آنجا 5 cm است و لوله در حالت افقی قرار دارد محاسبه کنید. اگر لوله بصورت عمودی قرار گرفته باشد، چقدر است؟

در حالت افقی $z_1 = z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 + \rho g z_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 + \rho g z_2 \quad \text{معادله برنولی}$$

با استفاده از معادله پیوستگی:

$$A_1 \bar{u}_1 = A_2 \bar{u}_2 \rightarrow \bar{u}_2 = \bar{u}_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2$$

$$\bar{u}_2 = 2 \text{ m/s} \left(\frac{0.15 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \right)^2 = 18 \text{ m/s}$$

حالت افقی با استفاده از معادله برنولی

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho(\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2)}{2} = 300 \text{ kPa} \times \frac{10^3 \text{ Pa}}{1 \text{ kPa}} + \frac{1100 \text{ kg/m}^3 ((2 \text{ m/s})^2 - (18 \text{ m/s})^2)}{2}$$

$$= 300 \times 10^3 - 176 \times 10^3 = 12400 \text{ Pa} = 12.4 \text{ kPa}$$

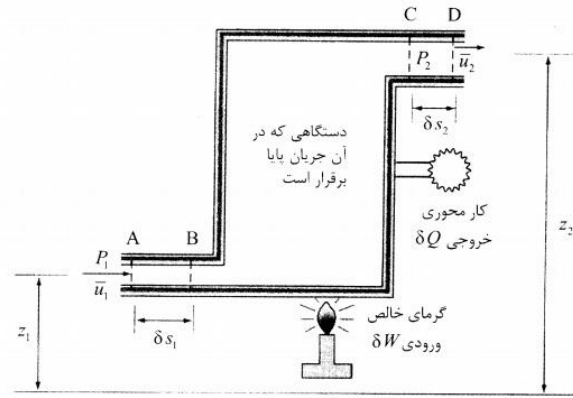
در حالت عمودی، $z_1 = 10 \text{ m}$ ، $z_2 = 0 \text{ m}$ ، با استفاده از معادله برنولی

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho(\bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2)}{2} + \rho(z_1 - z_2)g$$

$$= (300 \times 10^3 \text{ Pa} - 176 \times 10^3 \text{ Pa}) + 1100 \text{ kg/m}^3 (10 \text{ m} - 0 \text{ m}) \times 9.81 \text{ m/s}^2 = 239.9 \text{ kPa}$$

معادله انرژی برای جریان سیال

برای انتقال سیال به یک منبع انرژی (پمپ برقی یا مکانیکی) نیاز است که با استفاده از قانون اول ترمودینامیک و معادله انرژی، معادله انرژی، مرتوان روابط ریاضی مناسب برای محاسبه نیاز انرژی برای انتقال سیال را به دست آوریم.



شکل ۵-۲۰ وسیله‌ای با یک جریان پایا.

انرژی لازم برای پمپ در واحد حجم (E_p) برای انتقال یک سیال معین عبارت است:

$$E_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2) + g(z_2 - z_1) + E_f$$

انرژی لازم برای پمپ در واحد حجم (E_p)
 انرژی جنبشی (kinetic energy)
 انرژی پتانسیل (potential energy)
 تلفات انرژی مرتبط با اصطکاک (friction losses)

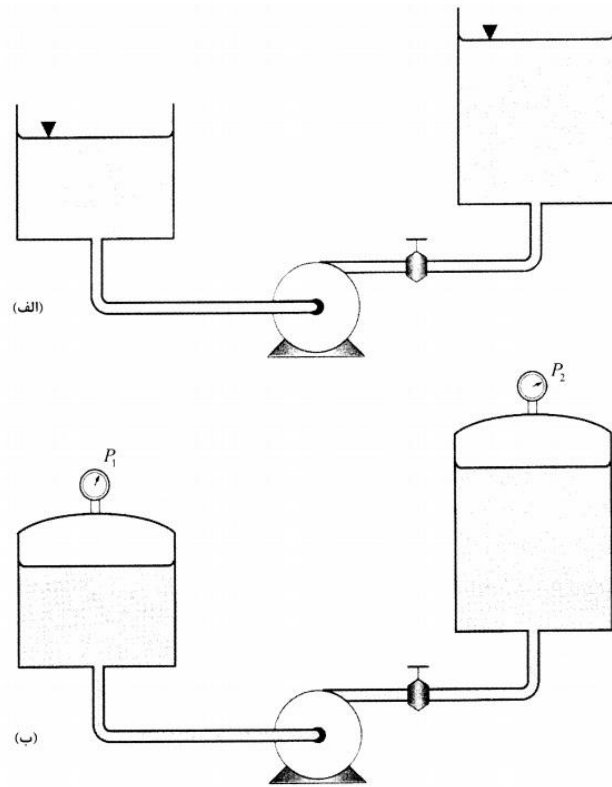
انرژی تلفی: نشان دهنده تلفات انرژی مرتبط با تغییرات دما، (۱)، (۲)

در صورتی که در دینامیک سیال، تغییرات دما را نادیده بگیریم $P_2 - P_1 = 0$

که یک بار در دینامیک سیال، تلفات انرژی را نادیده بگیریم، درجه دوم

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{P_2 - P_1}{\rho}$$

انرژی تلفی



شکل ۵-۲۱ پمپ کردن مایع در بین دو مخزن.

انرژی جنبشی:

دو معنی عبارت معادل از تغییرات سرعت سیال جاری از مکان (۱) به (۲) است. منجر به تغییر در انرژی جنبشی با توجه به نیروی مرکز گریز و سرعت در سطح مقطع که در هنگام افزایش است. استفاده از فریب تلفات α

$$\text{انرژی جنبشی} = \frac{\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2}{2\alpha}$$

$$\rightarrow \text{واحد} = \text{J/kg}$$

$$\alpha = \begin{cases} 0.5 & \text{جرای آرام} \\ 1.0 & \text{جرای متلاطم} \end{cases}$$

انرژی پتانسیل:

انرژی مورد نیاز برای غلبه بر تغییر ارتفاع در استقلال مایع

$$\text{انرژی پتانسیل} = g(z_2 - z_1)$$

$$\rightarrow \text{واحد} = \text{J/kg}$$

انرژی اصطکاک

شامل انرژی اصلی و انرژی فرعی است

$$E_f = E_{f, اصلی} + E_{f, فرعی}$$

انرژی اصلی مربوط به اصطکاک با جدار است که از طریق معادله نانسنج بدست می آید

$$E_{f, اصلی} = \frac{\Delta P}{\rho} = 2f \frac{\bar{u}^2 L}{D}$$

$$f = \frac{16}{N_{Re}}$$

ضریب اصطکاک
که غودار موری

انرژی اصطکاک فرعی

- افزای مختلف موجود در سیستم مثل شیر، سه راهی، زانو و ... (E_{ff})
- انقباض سیال: ورود سیال از قطر بزرگ به قطر کوچک (E_{fc})
- انبساط سیال: ورود سیال از قطر کوچک به قطر بزرگ (E_{fe})

$$E_{f, فرعی} = E_{f,c} + E_{f,e} + E_{f,f}$$

انقباض سیال انبساط سیال افتداد

اثر ناشی از انقباض ناگهانی ($E_{f,c}$)

کاهش قطر لوله یا عدد مایع از یک توربین به لوله (حالت صری) به انقباض ناگهانی به اثر ناشی از

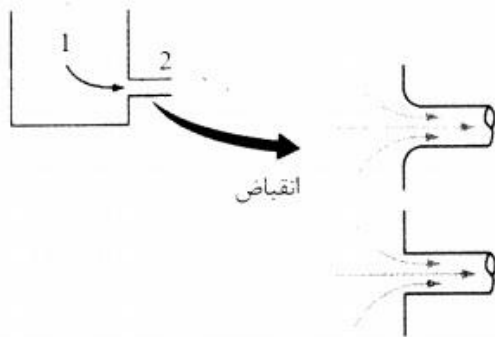
$$E_{f,c} = \frac{\Delta p}{\rho} = C_{fc} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

\bar{u} : سرعت در بالادست برنا

$$C_{fc} = 0.4 \left[1.25 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right], \quad \frac{A_2}{A_1} < 0.715$$

$$C_{fc} = 0.75 \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right) \right], \quad \frac{A_2}{A_1} \geq 0.715$$

$$C_{fc} = 0.5 \leftarrow \frac{A_2}{A_1} = 0 \leftarrow A_1 \gg A_2 \text{ (حالت صری)}$$



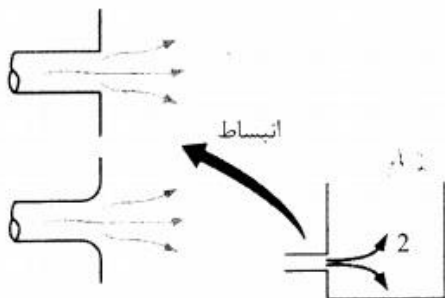
اثر ناشی از انقباض ناگهانی

اثر ناشی از سطح مقطع لوله به اثر ناشی از انقباض

$$E_{fe} = \frac{\Delta p}{\rho} = C_{fe} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

$$C_{fe} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

اینس (1): فراتر نقطه انقباض



شکل ۲۲-۵ جریان مایع از میان یک انقباض و یک انبساط

حالت صری: لوله به توربین $A_2 \gg A_1$

$$\frac{A_1}{A_2} = 0 \rightarrow C_{fe} = 1.0$$

انرژی از تنش از اتصال در لوله (E_{ff})

$$E_{ff} = \frac{\Delta P}{\rho} = C_{ff} \frac{u^2}{2}$$

درست کردن فریب C_{ff} از جدول در ضمیمه هند اتصال استفاده شده باشد، C_{ff} از هم انتخاب می‌کنیم.

جدول ۵-۲ اتلاف‌های اصطلاحی
برای اتصالات استاندارد

C_{ff}	نوع اتصال
	زانویی‌ها (Elbows)
0.2	شعاع بلند 45°، فلانژ
0.7	شعاع بلند 90°، رزوه‌دار
0.2	شعاع بلند 90°، فلانژ
0.4	معمولی 45°، رزوه‌دار
0.3	معمولی 90°، فلانژ
1.5	معمولی 90°، رزوه‌دار
	خم‌های یکطرفه 180°، (180° Return bends)
0.2	خم یکطرفه 180°، فلانژ
1.5	خم یکطرفه 180°، رزوه‌دار
	سه‌راهی‌ها (Tees)
1.0	جریان شاخه‌ای، فلانژ
2.0	جریان شاخه‌ای، رزوه‌دار
0.2	جریان خطی، فلانژ
2.0	جریان خطی، رزوه‌دار
0.8	یونیون‌ها، رزوه‌دار (Unions)
	شیرها (Valves)
2	زاویه‌ای، کاملاً باز
5.5	شیر توپی، $\frac{1}{3}$ بسته
210	شیر توپی، $\frac{2}{3}$ بسته
0.05	شیر توپی، کاملاً باز
2.3	شیر دیافراگمی، باز
2.6	شیر دیافراگمی، $\frac{1}{4}$ بسته
4.3	شیر دیافراگمی، $\frac{1}{2}$ بسته
17	شیر کشویی، $\frac{3}{4}$ بسته
0.26	شیر کشویی، $\frac{1}{4}$ بسته
2.1	شیر کشویی، $\frac{1}{2}$ بسته
0.15	شیر کشویی، کاملاً باز
10	شیر ساچمه‌ای، کاملاً باز
∞	شیر یکطرفه، جریان پسرو
2	شیر یکطرفه، جریان پیشرو

توان مورد نیاز تک میله

اثر اثر مورد نیاز برای میله کردن یک مایع از رابطه زیر بدست می آید

$$E_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2\alpha} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2) + g(z_2 - z_1) + E_{f \text{ اصلی}} + E_{f \text{ فرعی}}$$

$$E_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2\alpha} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2) + g(z_2 - z_1) + \frac{2f\bar{u}^2 L}{D} + C_{fe} \frac{\bar{u}^2}{2} + C_{fc} \frac{\bar{u}^2}{2} + C_{ff} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

تقسیم حد مورد نیاز میله ← تقسیم هر جزء معادله فوق به g

$$h = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{1}{2\alpha g} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2) + (z_2 - z_1) + \frac{2f\bar{u}^2 L}{Dg} + C_{fe} \frac{\bar{u}^2}{2g} + C_{fc} \frac{\bar{u}^2}{2g} + C_{ff} \frac{\bar{u}^2}{2g}$$

که $\frac{P_2 - P_1}{\rho g}$ که $\frac{1}{2\alpha g} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2)$ که $(z_2 - z_1)$ که $\frac{2f\bar{u}^2 L}{Dg}$ که $\frac{C_{fe} \bar{u}^2}{2g} + \frac{C_{fc} \bar{u}^2}{2g} + \frac{C_{ff} \bar{u}^2}{2g}$
 هدست هدست هد ارتفاع هد انداختن اصلی هد انداختن فرعی

می به توان مورد نیاز میله

$$P_{\text{توان}} = \dot{m} \cdot E_p$$

$$\text{kg/s} \times \text{J/kg} = \text{J/s} = \text{W}$$

اندازه رقیق لوله برای محاسبه و شریک آب

جدول ۳-۵ ابعاد لوله‌ها و لوله مبدل حرارتی

اندازه اسمی (in)	لوله فولادی (اِشیل 40)		لوله بهداشتی		لوله مبدل حرارتی (18 Gauge)	
	ID in/(m)	OD in/(m)	ID in/(m)	OD in/(m)	ID in/(m)	OD in/(m)
0.5	0.622 (0.01579)*	0.840 (0.02134)	—	—	0.402 (0.01021)	0.50 (0.0127)
0.75	0.824 (0.02093)	1.050 (0.02667)	—	—	0.652 (0.01656)	0.75 (0.01905)
1	1.049 (0.02644)	1.315 (0.03340)	0.902 (0.02291)	1.00 (0.0254)	0.902 (0.02291)	1.00 (0.0254)
1.5	1.610 (0.04089)	1.900 (0.04826)	1.402 (0.03561)	1.50 (0.0381)	1.402 (0.03561)	1.50 (0.0381)
2	2.067 (0.0525)	2.375 (0.06033)	1.870 (0.04749)	2.00 (0.0508)	—	—
2.5	2.469 (0.06271)	2.875 (0.07302)	2.370 (0.06019)	2.5 (0.0635)	—	—
3.0	3.068 (0.07793)	3.500 (0.08890)	2.870 (0.07289)	3.0 (0.0762)	—	—
4.0	4.026 (0.10226)	4.500 (0.11430)	3.834 (0.09739)	4.0 (0.1016)	—	—

* منبع: تولدو (۱۹۹۱)، اعداد درون پرانتز، اندازه‌ها را بر حسب متر نشان می‌دهد.

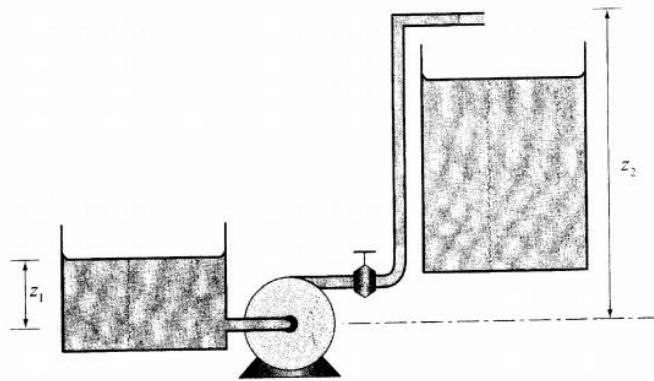
مثال: آب سبب بایرکس ۲۰ (۲۰٪ فزنی سافاز) در دمای ۲۷°C از یک ترمین روباز در سطح یک لوله بهداشتی صاف به قطر اسمی ۱ in به ترمین دیگری که در ارتفاع بالاتر قرار گرفته است می‌چسبد. شدت جریان جری ۱۴۹/۵ و طول لوله مستقیم ۳ m با درزهای استاندارد ۹۰° و یک تیر زاردهای است. سطح جامع در ترمین اول ۳ m و آب سبب سیستم را در ارتفاع ۱۲ m از کف بتن ترک می‌کند. توان مورد نیاز می‌چسب را می‌سبب کنند. (بازده می‌چسب را ۹۰٪ فرض کنید)

$$D = 0.02291 \text{ m}, \quad \rho = 997.1 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 2.1 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

و

جدول 3-5

جدول A.2.4 خواص آب-لیب



شکل ۵-۲۳ پمپ کردن آب سیب از یک مخزن به مخزن دیگر (مثال ۵-۱۵).

$$\dot{m} = \bar{u} \cdot A \cdot f \rightarrow \bar{u} = \frac{\dot{m}}{f \cdot A}$$

$$\bar{u} = \frac{1 \text{ kg/s}}{997.1 \text{ kg/m}^3 \times \frac{\pi}{4} \times (0.02291 \text{ m})^2} = 2.433 \text{ m/s}$$

$$N_{Re} = \frac{f \cdot D \cdot \bar{u}}{\mu} = \frac{997.1 \text{ kg/m}^3 \times 0.02291 \text{ m} \times 2.433 \text{ m/s}}{2.1 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}} = 26465$$

جرمان مستطیم

$$E_p = \frac{\Delta P}{\rho} + \frac{1}{2\alpha} (\bar{u}_2^2 - \bar{u}_1^2) + g(z_2 - z_1) + E_f$$

ی ب اثر شریک

مگر در مخزن اول و دوم؛

$$N_{Re} = 2.64 \times 10^4$$

$$f = 0.006$$

$$\epsilon/D = 0$$

مقدار موری

جرمان مستطیم $\alpha = 1$

مجموعه افت‌های اصطکاکی

①- افت اصطکاک مبدل از قطر به لوله $D_2/D_1 = 0$

$$E_{fc} = \frac{\Delta P}{\rho} = C_{fc} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

$$C_{fc} = 0.4 \left(1.25 - \frac{A_2}{A_1} \right)$$

$$C_{fc} = 0.4 (1.25 - 0) = 0.5$$

$$E_{fc} = \frac{\Delta P}{\rho} = 0.5 \frac{(2.433)^2}{2} = 1.48 \text{ J/kg}$$

②- افت اصطکاک مربوط به انحنای

$$E_{ff} = \frac{\Delta P}{\rho} = C_{ff} \frac{\bar{u}^2}{2}$$

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{(2 \times 1.5 + 2) \times (2.433)^2}{2} = 14.79 \text{ J/kg}$$

$\xleftarrow{\text{زانو}}$ $\xrightarrow{\text{بند زانویی}}$

حرف قطر لوله برابر 12 است از زانویی
زنده دار، 90° ، $C_{ff} = 1.5$ استفاده شده است

③- افت اصطکاک مربوط به 30 متر لوله

$$E_{f_{\text{اصلي}}} = \frac{\Delta P}{\rho} = 2f \frac{\bar{u}^2 L}{D}$$

$$E_f = 2 \times 0.006 \times \frac{(2.433)^2 \times 30}{0.02291} = 93.01 \text{ J/kg}$$

$$\Sigma E_f = 93.01 + 14.79 + 1.48$$

کل افت‌های مربوط به اصطکاک

$$E_p = \frac{1}{2 \times 1} (2.433)^2 + 9.81 (12 - 3) + 109.3 = 200.5 \text{ J/kg}$$

توان نظری مورد نیاز می باشد.

$$\dot{\Phi} = \dot{m} \cdot E_p =$$

$$(200.5 \text{ J/kg}) (1 \text{ kg/s}) = 200.5 \text{ J/s} = 200.5 \text{ W}$$

توان در درمی می باشد با توجه به بازده ۰.۶ می باشد.

$$\text{توان در درمی} = \frac{\text{توان نظری}}{\text{بازده}} = \frac{\dot{\Phi}}{\eta} = \frac{200.5 \text{ W}}{0.6} = 344.2 \text{ W}$$