

معادله متعارف خط: اگر معادله پارامتری به هر خط  $V = \langle a, b, c \rangle$

تکلی غیر همزمان می‌توان معادله پارامتری خط را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \\ z = ct + z_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{x - x_0}{a} \\ t = \frac{y - y_0}{b} \\ t = \frac{z - z_0}{c} \end{cases} \rightarrow \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

معادله متعارف خط

اما اگر یکی از پارامترهای خط صفر بود مثل  $b = 0$  معادله متعارف خط به صورت زیر نوشته می‌شود

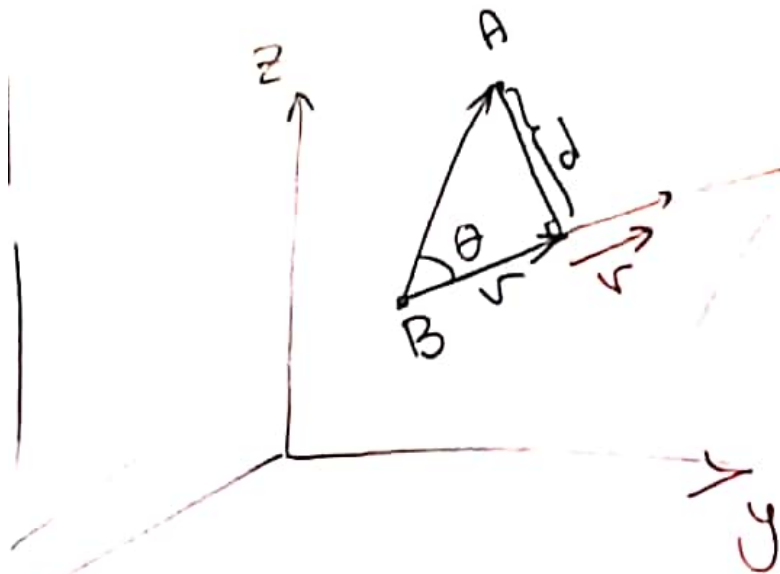
$$y = y_0, \quad \frac{x - x_0}{a} = \frac{z - z_0}{c}$$

مسئله: معادله متعارف خطی، از نقطه  $(-4, 3, 2)$  میگذرد و با بردار  $\vec{v} = \langle 2, 5, 2 \rangle$  موازی باشد به صورت زیر است.

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{2}$$

فاصله نقطه از خط: فرض کنید  $L$  خطی موازی با بردار  $\vec{v}$  باشد،  $A$  نقطه‌ای

از فضایی که  $B$  بر نقطه دلخواه از خط  $L$  باشد، فاصله نقطه  $A$



تا خط  $L$  را با  $d$  نمایش دهیم داریم

$$d = \frac{|\vec{v} \times \vec{AB}|}{|\vec{v}|}$$

$$\sin \theta = \frac{d}{|\vec{AB}|}$$

$$d = |\vec{AB}| \sin \theta \times \frac{|\vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{|\vec{v}| |\vec{AB}| \sin \theta}{|\vec{v}|} = \frac{|\vec{v} \times \vec{AB}|}{|\vec{v}|}$$

برنامبر

سؤال: فاصلہ نقطہ  $A(5, -4, 2)$  اور خط  $L$  کے درمیان

$$L: \begin{cases} x=1 \\ y=-1+4t \rightarrow t=0 \rightarrow B=(1, -1, 2) \\ z=2-3t \end{cases} \quad \vec{v} = \langle 0, 4, -3 \rangle$$

$$\vec{AB} = \langle -4, 5, 0 \rangle$$

$$\vec{v} \times \vec{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & -3 \\ -4 & 5 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} k$$

$$= +12i - (-12)j + 16k \Rightarrow |\vec{v} \times \vec{AB}| = \sqrt{12^2 + 12^2 + 16^2} = \sqrt{288 + 256} = \sqrt{544} = 24$$

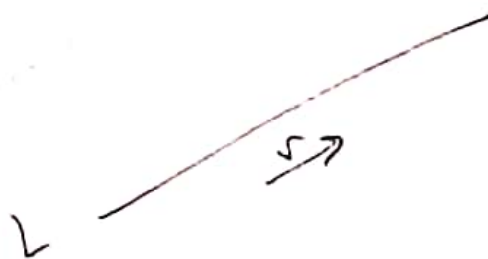
$$d = \frac{|\vec{v} \times \vec{AB}|}{|\vec{v}|} = \frac{24}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{24}{5} = 4.8$$

نام خداوندی که تد

مسئله: معادله مستقیم خطی را بنویسید از نقطه  $A(7, 0, -2)$  بگذرد و با خط

$$L: \frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{2}$$

صوازی باشد.



$$\frac{x-2}{5} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{2}$$

$$\vec{v} = \left\langle \frac{5}{2}, \frac{4}{2}, -2 \right\rangle$$

$$\vec{v} = \langle 15, 1, -12 \rangle$$

$$\frac{x-7}{12} = \frac{y-0}{1} = \frac{z+2}{-12}$$

برنامه

معادله صفحه در فضای 3: دو دستگاه معادلات قائم لفظ را به هم مرتبط می‌کنیم و معادله صفحه را رسم کرده

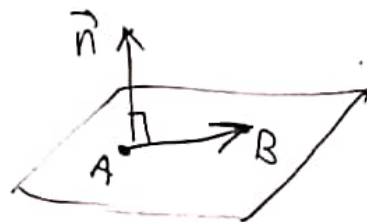
و معمولاً با  $P$  نمایش می‌دهند. معادله لفظ را به یک نقطه از آن برداری می‌کنیم

لفظ عمود است بر هر دو بردار عمود بر صفحه را بردار قائم لفظ یا

بردار نرمال لفظ می‌نامند.

فرض کنیم  $A(x_1, y_1, z_1)$  نقطه معلومی از صفحه  $P$  باشد. بردار عمود بر

$\vec{n} = \langle a, b, c \rangle$  بر صفحه عمود است. اگر  $B(x_2, y_2, z_2)$  یک نقطه دلخواه



دایره از صفحه باشد. بردار  $\vec{AB}$  بر  $\vec{n}$  عمود هستند.

و داریم  $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$  بنابراین می‌توان نوشت

$$\vec{AB} = \langle x - x_0, y - y_0, z - z_0 \rangle$$

$$\vec{n} = \langle a, b, c \rangle$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0 \quad \text{--- the plane's equation}$$

$$ax - ax_0 + by - by_0 + cz - cz_0 = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0$$

$$d = -ax_0 - by_0 - cz_0$$



4

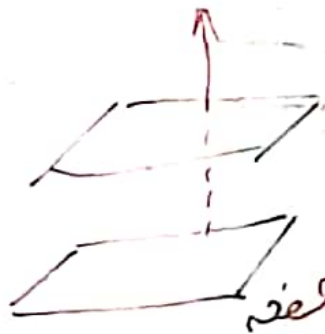
5

مسئله: معادله صفحه ای به از نقطه  $(3, 1, -2)$  می گذرد و بردار  $\vec{n} = \langle 2, 0, 1 \rangle$

بر آن عمود است را بنویسید.

$$2(x+2) + 0(y-1) - 1(z-3) = 0$$

نکته: اگر دو صفحه با هم موازی باشند بردار قائم بر آن ها بردار قائم بر دیگری هم هست.



$(0, 0, 0)$

بردار موازی با صفحه

مسئله: معادله صفحه ای را بنویسید از مبدأ مختصات موازی با بردار  $2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$

$$2x + (-y) + 3z = 0$$

$$2x - y + 3z = 0$$

$$\vec{n} = \langle 2, -1, 3 \rangle$$

برنامه

مثال: معادله صفحه را بنویسید از نقطه  $(-2, 4, 5)$  بگذرد و با ضرایب  $5x - 2y + 3z = 7$

موازی باشد

$$5(x - (-2)) + (-2)(y - 4) + 3(z - 5) = 0$$

$$5x + 10 - 2y + 8 + 3z - 15 = 0$$

$$5x - 2y + 3z + 3 = 0$$

نام خداوندی که تکیه بر

فاصله نقطه از صفحه : فاصله نقطه  $A(x, y, z)$  از صفحه  $P$

$$P: ax + by + cz + d = 0 \quad \text{به صورت زیر می باشد}$$

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

مثال: فاصله نقطه  $A(1, 0, 2)$  از صفحه  $4x - 2y + 3z = -1$  را بیابید.

$$h = \frac{|\sum_{i=1}^3 a_i x_i + d|}{\sqrt{\sum_{i=1}^3 a_i^2}} = \frac{9}{\sqrt{29}} \times \frac{\sqrt{29}}{\sqrt{29}} = \frac{9\sqrt{29}}{29}$$