دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

اگر فرض H_0 در سطح ۹۵٪ قبول شد، در سطح ۹۹٪ ← ؟

اگر فرض H_0 در سطح ۹۹٪ رد شد، در سطح ۹۵٪ ← ؟

اگر فرض H_0 در سطح ۹۵٪ رد شد، در سطح ۹۹٪ ← ؟

نمونه‌های جفت نشده

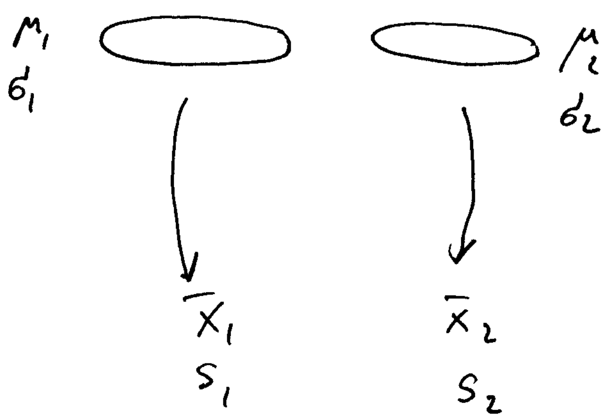
غذای کودک A	غذای کودک B
$n_1 = 12$	$n_2 = 10$
$\bar{X}_1 = 85$	$\bar{X}_2 = 81$
$S_1^2 = 16$	$S_2^2 = 25$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \longrightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \longrightarrow \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\hat{t} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \longrightarrow$$

درجه آزادی در جدول t چقدر باشد؟



بررسی تساوی واریانس ۲ جامعه با آزمون F

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\hat{F} = \frac{\text{واریانس بزرگتر}}{\text{واریانس کوچکتر}} = \frac{S_1^2}{S_2^2} > 1$$

جدول F ← سطح اطمینان ، درجه آزادی

$$\hat{F} = \frac{25}{16} = 1.56$$

جدول F → 99% ، (9,11) → ?

$\hat{F} < F_t \longrightarrow$ فرض H_0 : ?

درصورت تساوی واریانس‌ها $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2) \longrightarrow$ امکان ادغام s^2 وجود دارد

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n}{n-1}$$

صرت کل : Sum of squares (SS)   نجع کر : Degree of freedom (df)

م : Mean of squares (MS)

واریانس :

$$MS = \frac{SS}{df}$$

$$MS_1 = s_1^2 = \frac{SS_1}{df_1}$$

$$MS_2 = s_2^2 = \frac{SS_2}{df_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{SS_1}{df_1} = s_1^2 \\ \\ \frac{SS_2}{df_2} = s_2^2 \end{array}\right\rangle s_p^2 = \frac{SS_1 + SS_2 + \cdots}{df_1 + df_2 + \cdots}$$

$$\hat{t} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\longrightarrow \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}} = \sqrt{S_p^2\left(\frac{n_1+n_2}{n_1 \cdot n_2}\right)} = S_p\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 \cdot n_2}}$$

$$S^2 = \frac{SS}{df} \quad \begin{cases} SS_1 = S_1^2 \cdot df_1 \\ SS_2 = S_2^2 \cdot df_2 \end{cases}$$

$$S_p^2 = \frac{SS_1 + SS_2}{df_1 + df_2} \longrightarrow \frac{S_1^2 \cdot df_1 + S_2^2 \cdot df_2}{n_1 - 1 + n_2 - 1}$$

$$S_p^2 = \frac{S_1^2(n_1-1) + S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}$$

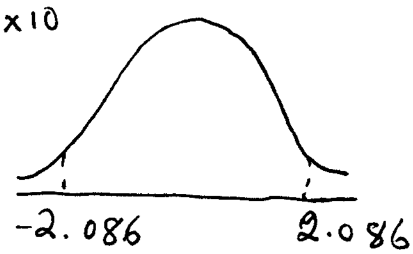
$$S_p = \sqrt{\frac{S_1^2(n_1-1) + S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}}$$

برگشت به مثال :

$$S_p = \sqrt{\frac{16(12-1) + 25(10-1)}{12+10-2}} = 4.478$$

$$\hat{t} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 \cdot n_2}}} = \frac{85 - 81 - (0)}{4.478\sqrt{\frac{12+10}{12 \times 10}}} = 2.07$$

جدول t $\begin{cases} n_1 + n_2 - 2 = 20 \\ \alpha = 5\% \end{cases} \longrightarrow 2.086$



نتیجه = ؟

$$\hat{t} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \longrightarrow \text{آزمون } F$$

$$\text{آزمون } F \nearrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \xrightarrow{\text{ادغام}} \hat{t} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}}$$

$$\text{آزمون } F \searrow \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \longrightarrow ?$$

مثال :

σ_1, μ_1	σ_2, μ_2
$n_1 = 4$	$n_2 = 8$
$\bar{X}_1 = 25$	$\bar{X}_2 = 21$
$S_1^2 = 0.67$	$S_2^2 = 19.71$

در ابتدا انجام آزمون F : تست برابری واریانس‌ها

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$\hat{F} = \frac{19.71}{0.67} = 29.4$$

$$F \text{ جدول} \to \alpha = 1\% ,\ (7, 3) \longrightarrow 27.6\, F$$

$$\hat{F} > F_{\text{جدول}} \longrightarrow \text{فرض } H_0 : ? \longrightarrow ?$$

در این حالت ادغام t ها و تبدیل به t'

$$t_1, t_2 \longrightarrow \text{ادغام} \longrightarrow t' = \frac{w_1 \cdot t_1 + w_2 \cdot t_2}{w_1 + w_2}$$

$$w_1 = \frac{S_1^2}{n_1}$$

$$w_2 = \frac{S_2^2}{n_2}$$

$$t^{\alpha=5\%}_{df=3} = 3.182 \qquad t^{\alpha=5\%}_{df=7} = 2.365$$

$$t' = \frac{\left(\frac{0.67}{4} \times 3.182\right) + \left(\frac{19.71}{8} \times 2.465\right)}{\left(\frac{0.67}{4} + \frac{19.71}{8}\right)} = 2.41$$

$$\hat{t} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{(25-21) - (0)}{\sqrt{\frac{0.67}{4} + \frac{19.71}{8}}} = 2.46$$

$$\hat{t} > t_{\text{جدول}} \longrightarrow$$ فرض H_0 : ?

نتیجه گیری = ?

مقایسه دو میانگین

نمونه جفت شده: $\hat{t} = \frac{\bar{D} - \mu_D}{S_{\bar{D}}}$

$$\begin{cases} \hat{t} > t_{\text{جدول}} & H_0 : \text{رد} \\ \hat{t} < t_{\text{جدول}} & H_0 : \text{قبول} \end{cases}$$

نمونه جفت نشده:

$$\hat{t} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

آزمون F

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$:

$$\hat{t} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}}}$$

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$:

$$\hat{t} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\longrightarrow t' = \frac{w_1 \cdot t_1 + w_2 \cdot t_2}{w_1 + w_2}$$

$$\begin{cases} \hat{t} > t' & H_0 : \text{رد} \\ \hat{t} < t' & H_0 : \text{قبول} \end{cases}$$

چنانچه تعداد میانگین‌ها بیشتر از ۲ باشد

$\bar{X}_1 \quad \bar{X}_2 \quad \bar{X}_3 \quad \bar{X}_4 \quad \bar{X}_5$

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$$

$$\frac{5\times4\times3\times2\times1}{2\times1\times3\times2\times1} = 10$$

Design & Analysis of Experiments

Analysis of Variance (ANOVA)