Ejercicio 1: Ancova
Una de las características más relevantes a la hora de elegir un auto es el gasto de energía (combustible) que realiza por cantidad de distancia recorrida. Se realizó un experimento con 32 autos y se midió la distancia promedio recorrida por unidad de energía consumida (en Millas por galón). Se cree que esta cantidad pueda verse influenciada por el tipo de motor (0 si es automático y 1 si es manual). Además, se sabe que la distancia promedio recorrida por unidad de energía consumida se correlaciona con los caballos de fuerza del auto (potencia necesaria para elevar verticalmente a la velocidad de 1 pie/minuto un peso de 33 000 libras). Se asume no interacción entre caballos de fuerza y tipo de motor. La información está contenida en la base de datos `mtcars` en `R`.

a) En base a lo enunciado, ¿qué modelo propondría? Plantee los supuestos e interprete cada una de las componentes involucradas.

Respuesta

El modelo que correspondería estudiar se enmarca en un análisis de covarianza, pues poseemos la variable respuesta (distancia promedio recorrida por unidad de energía consumida en Millas por galón), la variable factor corresponde a tipo de motor (automático o manual) de tipo fijo y la variable predictora los caballos de fuerza del auto (potencia necesaria para elevar verticalmente a la velocidad). Así, el modelo asumiendo rectas paralelas puede escribirse como sigue:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \gamma(X_{ij} - \bar{X}_{\cdot\cdot}) + \epsilon_{ij}$$

i corresponde a los niveles del factor motor, es decir $i = 1, 2$
j corresponde a la observación j dentro de cada factor i, es decir, $j = 1, ..., n_i$
τ_i corresponde al efecto por sobre el intercepto (media global de distancia promedio recorrida) asociado al nivel i del factor motor.
$\mu + \tau_i$ corresponde al intercepto de la recta correspondiente al nivel i del factor motor.
γ corresponde a la pendiente de las rectas, es decir, el ponderador de la variable caballos fuerza centrada en cero.
ϵ_{ij} corresponde al error aleatorio asociado en cada estimación.

Dado que el motor es un factor fijo, se utiliza la restricción usual:

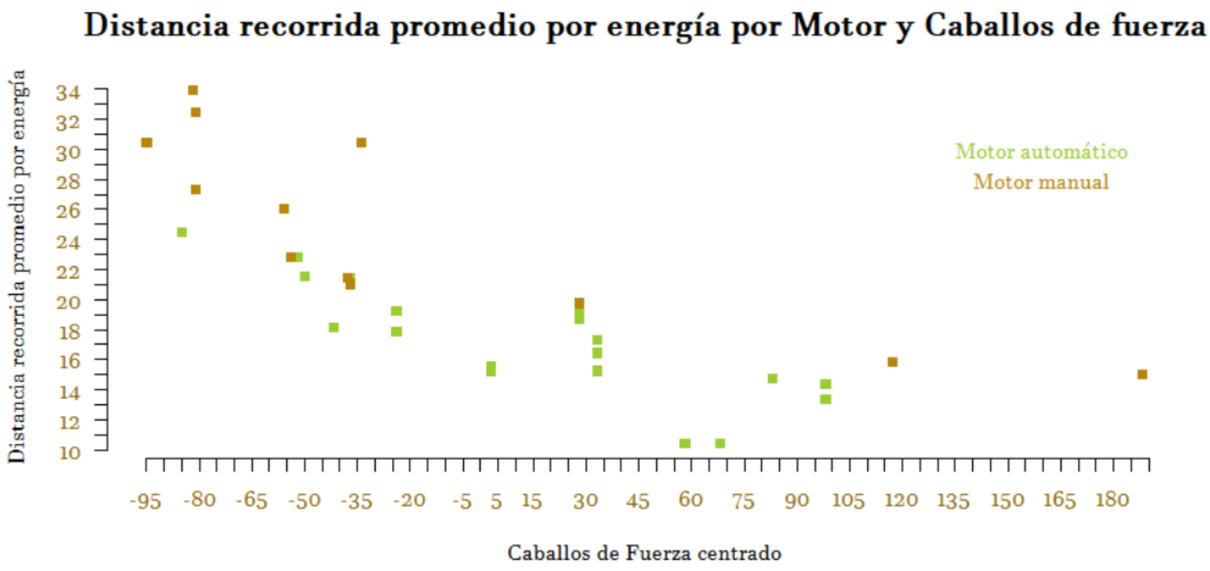
$$\sum_{i=1}^{2} \tau_i = 0$$

$$\epsilon_{ij} \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

b) Realice un gráfico que le permita observar la variable distancia promedio recorrida por motor del auto y su relación con los caballos de fuerza. Comente.

Respuesta

```
data<-mtcars[,c("am","mpg","hp")]

names(data)<-c("Motor","Distancia","Caballos")

print(data)
                    Motor Distancia Caballos
Mazda RX4               1      21.0      110
Mazda RX4 Wag           1      21.0      110
Datsun 710              1      22.8       93
Hornet 4 Drive          0      21.4      110
Hornet Sportabout       0      18.7      175
Valiant                 0      18.1      105
Duster 360              0      14.3      245
Merc 240D               0      24.4       62
Merc 230                0      22.8       95
Merc 280                0      19.2      123
Merc 280C               0      17.8      123
Merc 450SE              0      16.4      180
Merc 450SL              0      17.3      180
Merc 450SLC             0      15.2      180
Cadillac Fleetwood      0      10.4      205
Lincoln Continental     0      10.4      215
Chrysler Imperial       0      14.7      230
Fiat 128                1      32.4       66
Honda Civic             1      30.4       52
Toyota Corolla          1      33.9       65
Toyota Corona           0      21.5       97
Dodge Challenger        0      15.5      150
AMC Javelin             0      15.2      150
Camaro Z28              0      13.3      245
Pontiac Firebird        0      19.2      175
Fiat X1-9               1      27.3       66
Porsche 914-2           1      26.0       91
Lotus Europa            1      30.4      113
Ford Pantera L          1      15.8      264
Ferrari Dino            1      19.7      175
Maserati Bora           1      15.0      335
Volvo 142E              1      21.4      109

dim(data)
[1] 32  3

table(data$Motor)  #ni
 0  1
19 13


#install.packages("extrafont")
library(extrafont)

#font_import()
#loadfonts(device="win")     #Importa tipos de letra de windows
fonts()

data$Caballos<- data$Caballos-mean(data$Caballos) #Covariable centrada en 0

data$Motor<-factor(data$Motor)

attach(data)

par(family="Javanese Text")
plot(Caballos,Distancia,pch="",main="Distancia recorrida promedio por energia por Motor y
Caballos de fuerza", xlab="Caballos de Fuerza centrado",ylab="Distancia recorrida promedio
por energia", axes=FALSE, cex.main=1.5)
points(Caballos[Motor==0],Distancia[Motor==0],col="yellowgreen",pch=15)
points(Caballos[Motor==1],Distancia[Motor==1],col="darkgoldenrod",pch=15)
axis(1, at=seq(-95,190, by=5), col.axis="darkgoldenrod4", las=1)
axis(2, at=seq(10,34, by=1), col.axis="darkgoldenrod4", las=1)
text(x=160, y= 30, labels="Motor automatico", col="yellowgreen", cex=1)
text(x=160, y= 28, labels="Motor manual", col="darkgoldenrod", cex=1)
```



En el gráfico es posible observar que la distancia recorrida promedio por unidad de energía y la variable caballos de fuerza se relacionan negativamente, pues a medidida que aumentan los caballos de fuerza, se observa una disminución en la distancia recorrida promedio por unidad de energía. Además, respecto al factor Motor, es posible observar que los autos de tipo Motor manual aparentemente tendrían una distancia recorrida promedio por unidad superior a los autos de tipo motor automático, aún así, note que es necesario realizar análisis de los coeficientes τ_i pues los puntos se observan bastante cercanos, por lo tanto, es pertinente análisis de significancia del modelo propuesto.

c) Realice el ajuste del modelo y obtenga los coeficientes estimados, ¿cómo se interpretan estos coeficientes?

Respuesta

```
modelo <- lm(Distancia~Motor+Caballos,
             contrasts=list(Motor=contr.sum))

coef(modelo)
(Intercept)      Motor1     Caballos
 20.5853517  -2.6385427  -0.0588878

levels(Motor)
[1] "0" "1


#Intercepto de la recta para Motor automatico:

coef(modelo)[1]+coef(modelo)[2]
(Intercept)
   17.94681

#Intercepto de la recta para Motor manual:

coef(modelo)[1]-coef(modelo)[2]  #Usar contraste suma del factor motor
(Intercept)
   23.22389

#La pendiente de ambas rectas es:

coef(modelo)[3]
  Caballos
-0.0588878
```

Interpretación:

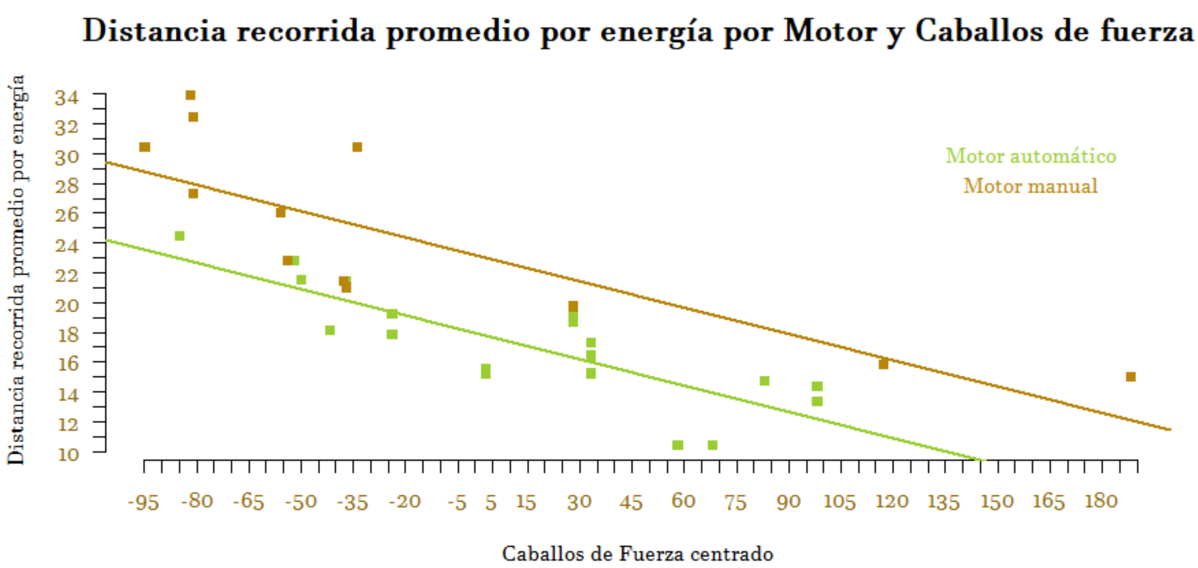
- Tanto para el grupo de autos de motor automático como de motor manual, se asume que a medida que los caballos de fuerza aumentan en una unidad, el promedio de la distancia promedio recorrida por unidad de energía disminuye en -0.0588878 unidades.
- Para el grupo de autos de motor automático, cuando los caballos de fuerza son iguales al promedio (es decir, la variable caballos de fuerzada centrada es cero) el valor ajustado para la distancia promedio recorrida por unidad de energía es de 17.94681.
- Para el grupo de autos de motor manual, cuando los caballos de fuerza son iguales al promedio (es decir, la variable caballos de fuerzada centrada es cero) el valor ajustado para la distancia promedio recorrida por unidad de energía es de 23.22389.
- Así, las rectas para cada grupo son:

$$\text{Para Motor automático:} \qquad \widehat{Distancia} = 17.94681 - 0.0588878 \cdot \text{Caballos centrada}$$

$$\text{Para Motor manual:} \qquad \widehat{Distancia} = 23.22389 - 0.0588878 \cdot \text{Caballos centrada}$$

Gráficamente, esto puede observarse como sigue:

```
par(family="Javanese Text")
plot(Caballos,Distancia,pch="",main="Distancia recorrida promedio por energia por Motor y
Caballos de fuerza", xlab="Caballos de Fuerza centrado",ylab="Distancia recorrida promedio
por energia", axes=FALSE, cex.main=1.5)
points(Caballos[Motor==0],Distancia[Motor==0],col="yellowgreen",pch=15)
points(Caballos[Motor==1],Distancia[Motor==1],col="darkgoldenrod",pch=15)
axis(1, at=seq(-95,190, by=5), col.axis="darkgoldenrod4", las=1)
axis(2, at=seq(10,34, by=1), col.axis="darkgoldenrod4", las=1)
text(x=160, y= 30, labels="Motor automatico", col="yellowgreen", cex=1)
text(x=160, y= 28, labels="Motor manual", col="darkgoldenrod", cex=1)
abline(coef(modelo)[1]+coef(modelo)[2],modelo$coefficients[3],col="yellowgreen", lwd=2)
abline(coef(modelo)[1]-coef(modelo)[2],modelo$coefficients[3],col="darkgoldenrod", lwd=2)
```



d) ¿Diría usted que el tipo de motor resulta explicar diferencias importantes en términos de distancia promedio recorrida por unidad de energía? ¿la variable caballos de fuerza resulta significativa en el modelo? Comente.

Respuesta

Para observar si el tipo de motor explica diferencias en términos de la variable distancia promedio recorrida por unidad de energía realizamos el test F usual contenido en la tabla Anova (notar que tipo de motor es de efectos fijos):

$$H_0: \ \tau_i = 0 \ \ \forall \ i = 1, 2 \qquad H_1: \ \exists \ \ \tau_i \neq 0$$

```
anova(modelo)                 #Suma cuadratica secuencial
                              #SS(A), SS(B|A) El orden importa!

Analysis of Variance Table

Response: Distancia
          Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Motor      1 405.15  405.15  47.871 1.327e-07 ***
Caballos   1 475.46  475.46  56.178 2.920e-08 ***
Residuals 29 245.44    8.46
---
Signif. codes:  0   ***   0.001   **   0.01   *   0.05   .   0.1       1
```

Podemos observar que el valor- p asociado al test F es menor a 0.05, por ende, existe evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula que asume que $\tau_i = 0 \forall i = 1, 2$ esto significa que no podríamos asumir que las rectas tienen igual intercepto para los autos de motor de tipo automático o manual.

Para observar si la variable caballos de fuerza es significativa, pudiera testear si la pendiente γ es o no significativamente distinta de cero:

$$H_0: \ \gamma = 0 \qquad H_1: \ \gamma \neq 0$$

```
summary(modelo)

Call:
lm(formula = Distancia ~ Motor + Caballos, contrasts = list(Motor = contr.sum))

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-4.3843 -2.2642  0.1366  1.6968  5.8657

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 20.585352   0.524142  39.274  < 2e-16 ***
Motor1      -2.638543   0.539770  -4.888 3.46e-05 ***
Caballos    -0.058888   0.007857  -7.495 2.92e-08 ***
---
Signif. codes:  0   ***   0.001   **   0.01   *   0.05   .   0.1       1

Residual standard error: 2.909 on 29 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.782, Adjusted R-squared:  0.767
F-statistic: 52.02 on 2 and 29 DF,  p-value: 2.55e-10
```

Es posible observar en el test T de significancia de la variable caballos de fuerza, que posee un valor- p asociado menor a 0.05, por lo que, se rechaza que la pendiente γ es nula, es decir, sí sería una variable significativa en el modelo.

e) ¿La variable caballos de fuerza logra aportar significativamente al modelo ya incluida la variable factor motor? ¿y la variable motor logra aportar significativamente ya incluida la variable caballos de fuerza? Comente.

Respuesta

Una manera de ver enfrentar este problema es a partir de la tabla anova tipo II Complemento, la cual realiza los tests F por sobre las sumas cuadráticas jerárquicas, es decir, condicionada a que la otra variable ya esté en el modelo cuánta suma cuadrática aporta la nueva variable:

```
## En un caso balanceado, anova tipo I, II y III son coincidentes

library(car)

Anova(modelo, type="II")  #Suma cuadratica jerarquica
                          #SS(A|B) y SS(B|A)
Anova Table (Type II tests)

Response: Distancia
          Sum Sq Df F value    Pr(>F)
Motor     202.24  1  23.895 3.46e-05 ***
Caballos  475.46  1  56.178 2.92e-08 ***
Residuals 245.44 29
---
Signif. codes:  0  ***  0.001  **  0.01  *  0.05  .  0.1     1

# Anova tipo III es para el caso con interaccion significativa
```

Es posible observar que los tests F basados en sumas cuadráticas jerárquicas resultan ser mayores que el cuantil de la F correspondiente. Es decir, ambas variables aportarían significativamente al modelo aunque ya estuviera la otra presente.

Otra manera de plantearlo es realizando test F anidados:

$$\text{Modelo1: Distancia Motor}$$

$$\text{Modelo2: Distancia Caballos}$$

$$\text{Modelo: Distancia Motor+Caballos}$$

Y la hipótesis nula de los tests es que el modelo reducido es correcto o aceptado, mientras que la hipótesis alternativa es que el modelo completo o más grande es aceptado. Esto se realiza fácilmente con el comando `anova`:

```
modelo1<-lm(Distancia~Motor,
            contrasts=list(Motor=contr.sum))

modelo2<-lm(Distancia~Caballos)

anova(modelo, modelo1)  #Modelo completo versus modelo con Motor
Analysis of Variance Table

Model 1: Distancia ~ Motor + Caballos
Model 2: Distancia ~ Motor
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
1     29 245.44
2     30 720.90 -1   -475.46 56.178 2.92e-08 ***
---
Signif. codes:  0  ***  0.001  **  0.01  *  0.05  .  0.1     1

#Notar que el valor-p coincide con valor-p de la tabla tipo II

anova(modelo, modelo2)  #Modelo completo versus modelo con Caballos
Analysis of Variance Table
```

```
Model 1: Distancia ~ Motor + Caballos
Model 2: Distancia ~ Caballos
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq      F    Pr(>F)
1     29 245.44
2     30 447.67 -1   -202.24 23.895 3.46e-05 ***
---
Signif. codes:  0  ***  0.001  **  0.01  *  0.05  .  0.1     1
#Notar que el valor-p coincide con valor-p de la tabla tipo II

#Podriamos probar con la interaccion:


modelointer <- lm(Distancia~Motor*Caballos,
                contrasts=list(Motor=contr.sum))

anova(modelointer, modelo) #Interaccion se asume no significativa
Analysis of Variance Table

Model 1: Distancia ~ Motor * Caballos
Model 2: Distancia ~ Motor + Caballos
  Res.Df    RSS Df  Sum of Sq     F Pr(>F)
1     28 245.43
2     29 245.44 -1 -0.0052515 6e-04 0.9806
```

Ambos procedimientos son equivalentes y se concluye que ambas variables aportan información adicional al modelo ya considerando la otra variable.

f) Compare el porcentaje de variabilidad explicada considerando el modelo completo y el modelo sólo con la variable factor. Comente.

Respuesta

Es posible observar en ambos modelos el R^2 ajustado:

```
summary(modelo)$adj.r.squared   #Considerando motor y caballos de fuerza
[1] 0.7670025

summary(modelo1)$adj.r.squared  #Considerando solo motor
[1] 0.3384589
```

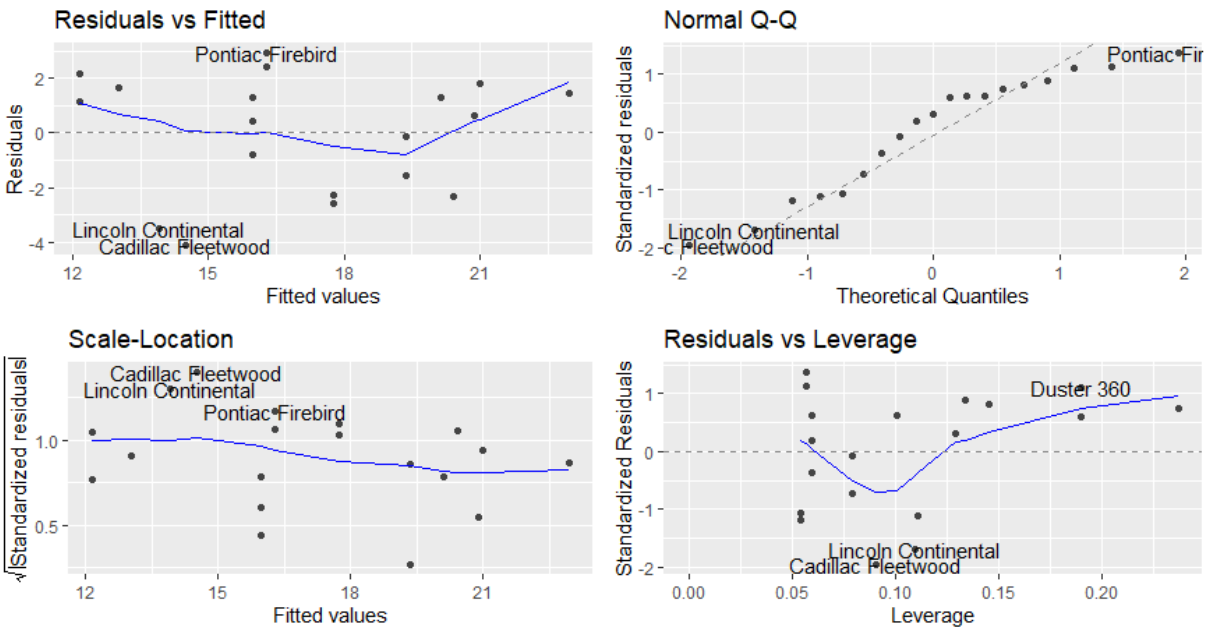
Al añadir la covariable caballos de fuerza se observa un aumento del 42% de variabilidad explicada de la variable distancia promedio recorrida por unidad de energía. El modelo ancova surge al querer aportar variabilidad que no pudiera ser explicada por las variables de tipo factor a través de una covariable de tipo cuantitativa (que debe estar correlacionada con la variable respesta).

g) Evalúe los supuestos del modelo.

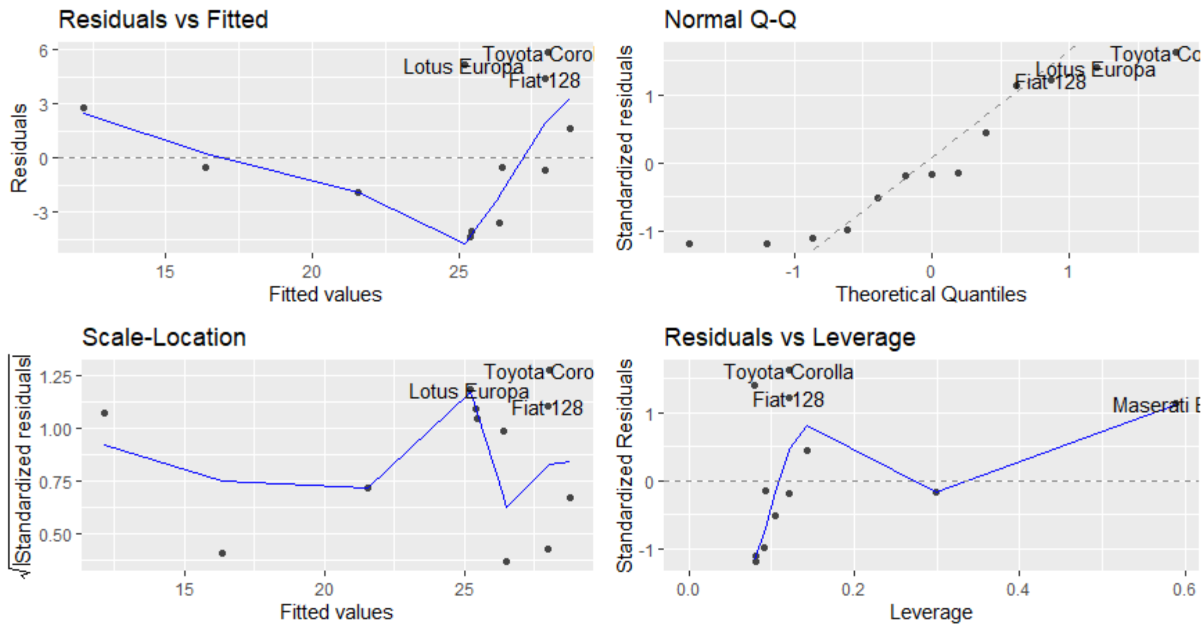
Respuesta

Es necesario realizar los análisis por grupo (factor motor):

```
modeloauto<-lm(Distancia~Caballos, data=data[Motor==0,])

modelomanual<-lm(Distancia~Caballos, data=data[Motor==1,])

#install.packages("ggfortify")

library(ggfortify)

autoplot(modeloauto)
```




```
autoplot(modelomanual)
```




```
# Normalidad
shapiro.test(modeloauto$residuals); shapiro.test(modelomanual$residuals)
```

```
    Shapiro-Wilk normality test

data:  modeloauto$residuals
W = 0.92307, p-value = 0.129


    Shapiro-Wilk normality test

data:  modelomanual$residuals
W = 0.91028, p-value = 0.185

#Homocedasticidad:

library(lmtest)

bptest(modeloauto); bptest(modelomanual)

    studentized Breusch-Pagan test

data:  modeloauto
BP = 1.967, df = 1, p-value = 0.1608


    studentized Breusch-Pagan test

data:  modelomanual
BP = 1.2063, df = 1, p-value = 0.2721

#residuos intra grupo se comportan bien

anova(modeloauto)[2,3]; anova(modelomanual)[2,3]   #MCE
[1] 4.802991
[1] 14.88938

#No habria homocedasticidad entre grupos
```

Ejercicio 2: Repaso de factores aleatorios

Un fabricante farmacéutico estaba desarrollando un nuevo espectrofotómetro para laboratorios médico y detectó un posible problema en la consistencia de las mediciones por día entre diferentes máquinas, lo cual es crítico pues se pretende observar variabilidad nula entre las mediciones por día y máquina. Para el experimento, se seleccionaron 4 máquinas al azar del proceso de producción y se probaron en 4 días seleccionados al azar. Por día, se asignaron al azar 8 muestras de suero a las 4 máquinas (2 muestras por máquina). La respuesta es el nivel de triglicéridos [mg / dl] de una muestra.

Defina los datos de la siguiente forma:

```
data <- data.frame(trigl = c(142.3, 144.0, 148.6, 146.9, 142.9, 147.4, 133.8, 133.2, 134.9, 146.3,
145.2, 146.3, 125.9, 127.6, 108.9, 107.5, 148.6, 156.5, 148.6, 153.1, 135.5, 138.9, 132.1, 149.7,
152.0, 151.4, 149.7,152.0, 142.9, 142.3, 141.7, 141.2), dia = factor(rep(1:4, each = 8)),
maquina = factor(rep(rep(1:4, each = 2), 2)))
```

a) ¿Qué modelo le sugeriría estudiar al fabricante? Sea explícito con los supuestos.

   Respuesta
   Se poseen dos factores en el experimento. El factor máquina que corresponde a un factor de efectos aleatorios pues se eligen 4 máquinas al azar, y además el factor día, pues se eligen 4 días aleatorios. Por lo anterior, se propone el siguiente modelo para medir los efectos de los factores máquina y día por sobre la medición de trigliceridos de una muestra:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk}, \text{con} \quad i = 1, ..., a = 4, \quad j = 1, ..., b = 4 \ \text{ y } \ k = 1, 2$$

$$\alpha_i \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0, \sigma_\alpha^2)$$

$$\beta_j \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0, \sigma_\beta^2)$$

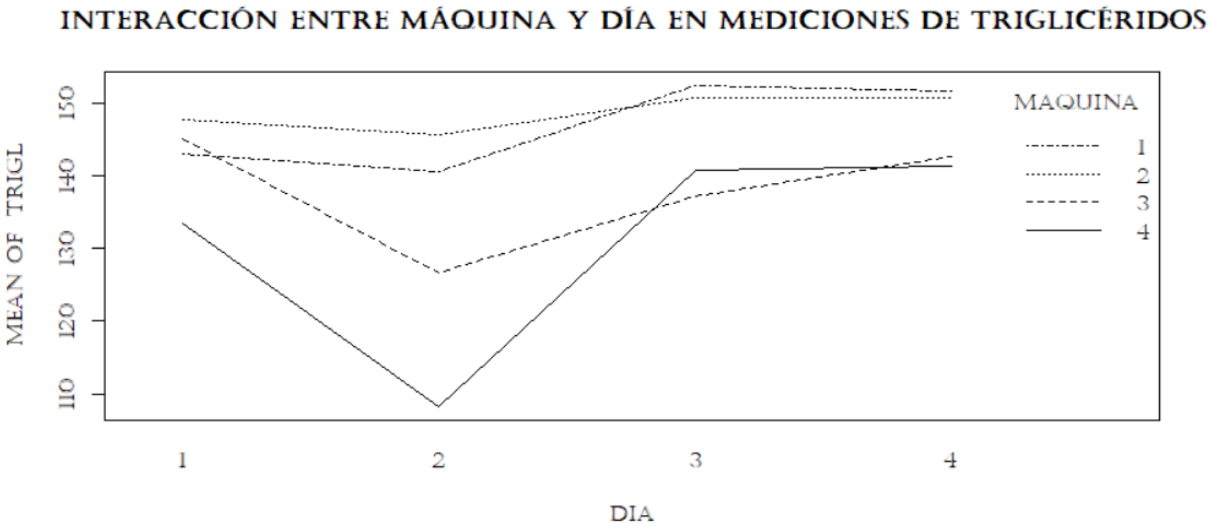
$$(\alpha\beta)_{ij} \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0, \sigma_{\alpha\beta}^2)$$

$$\epsilon_{ijk} \overset{\text{i.i.d}}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

b) Realice un análisis previo al modelamiento de la interacción día-máquina. En base a los días y máquinas aleatoriamente seleccionados, ¿es posible observar indicios de interacción?

Respuesta

```
fonts()
par(family="Castellar" )
with(data, interaction.plot(x.factor = dia, trace.factor = maquina, response = trigl,
main="Interaccion entre maquina y dia en mediciones de trigliceridos"))
```



En base al gráfico, es posible observar varios cruces en los comportamientos por máquina según día, esto indicaría que existe cierto grado de interacción en las mediciones obtenidas por combinación de máquina y día aleatoriamente seleccionados. Note que estos resultados cambiarían al realizar nuevamente el experimento, pueso nos encontramos en un caso de factores aleatorios.En base a las mediciones de triglicéridos por máquinas y días aleatoriamente seleccionados, ¿es posible afirmar que la variabilidad entre mediciones es nula por factor y/o máquina?

Respuesta

La pregunta apunta a realizar el test F asociado a cada componente del modelo planteado: efectos marginales y efecto de la interacción:

c)
```
model<-aov(trigl~dia*maquina, data=data)

> anova(model)[,1:3]
             Df  Sum Sq Mean Sq
dia           3 1334.46  444.82
maquina       3 1647.28  549.09
dia:maquina   9  786.04   87.34
Residuals    16  286.33   17.90
```

Efecto marginal factor dia
$H_0 : \sigma^2_\alpha = 0,\ H_1 : \sigma^2_\alpha > 0$:

$$F_\alpha = \frac{MCA}{MCAB} \sim F^{1-\alpha}_{(a-1),\ (a-1)(b-1)}$$

```
(Fdia=anova(model)[1,3]/anova(model)[3,3])
[1] 5.093143

(a<-length(levels(data$dia)))
[1] 4

(b<-length(levels(data$maquina)))
[1] 4

Fdia>qf(p=(1-alpha),df1=(a-1),df2=(a-1)*(b-1))
[1] TRUE
```

En base a los días aleatoriamente seleccionados, sí se observaría variabilidad asociada a las mediciones de triglicéridos por día.

Efecto marginal factor máquina
De manera análoga se plantea el test para el factor aleatorio máquina: $H_0 : \sigma^2_\beta = 0$, $H_1 : \sigma^2_\beta > 0$:

$$F_\beta = \frac{MCB}{MCAB} \sim F^{1-\alpha}_{(b-1),\ (a-1)(b-1)}$$

```
(Fmaquina=anova(model)[2,3]/anova(model)[3,3])
[1] 6.28704

Fmaquina>qf(p=(1-alpha),df1=(b-1),df2=(a-1)*(b-1))
[1] TRUE
```

En base a las máquinas aleatoriamente seleccionadas, sí se observaría variabilidad asociada a las mediciones de triglicéridos por máquina.

Efecto conjunto máquina y día
$H_0 : \sigma^2_{\alpha\beta} = 0,\ H_1 : \sigma^2_{\alpha\beta} > 0$:

$$F_{\alpha\beta} = \frac{MCAB}{MCE} \sim F^{1-\alpha}_{(a-1)(b-1),ab(n-1)}$$

```
(n<-unique(table(data$dia, data$maquina)))
[1] 2

(Finter=anova(model)[3,3]/anova(model)[4,3])
[1] 4.880454

Finter>qf(p=(1-alpha),df1=(a-1)*(b-1),df2=a*b*(n-1))
[1] TRUE
```

En base a los días y máquinas aleatoriamente seleccionados, sí se observaría variabilidad en las mediciones de triglíceridos por combinación de máquina y día.

d) En base a los resultados anteriores, calcule el porcentaje de variabilidad que logra explicar cada componente en el experimento realizado. Comente.

Respuesta

En base al modelo propuesto, la variabilidad total en el experimento es:

$$Var(Y_{ijk}) = \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + \sigma^2_{\alpha\beta} + \sigma^2$$

Observando la tabla ANOVA:

```
anova(model)[,c(1,3)]
             Df  Mean Sq
dia           3   444.82
maquina       3   549.09
dia:maquina   9    87.34
Residuals    16    17.90
```

Y utilizamos como estimadores de σ^2, σ^2_α, σ^2_β y σ^2_α los siguientes:

$$\hat{\sigma}^2 = MCE = 17.90$$
$$\hat{\sigma}^2_\alpha = \frac{MCA - MCAB}{nb} = \frac{444.82 - 87.34}{2 \cdot 4} = 44.685$$
$$\hat{\sigma}^2_\beta = \frac{MCB - MCAB}{na} = \frac{549.09 - 87.34}{2 \cdot 4} = 57.71875$$
$$\hat{\sigma}^2_{\alpha\beta} = \frac{MCAB - MCE}{2} = \frac{87.34 - 17.90}{2} = 34.72$$
$$Var(Y_{ijk}) = \sigma^2_\alpha + \sigma^2_\beta + \sigma^2_{\alpha\beta} + \sigma^2 = 44.685 + 57.71875 + 34.72 + 17.90 = 155.0238$$

Y puede realizarse una tabla como sigue:

Fuente	**Variabilidad**	**Porcentaje variabilidad**
Factor dia	44.685	28.8%
Factor máquina	57.71875	37.2%
Interacción día máquina	34.72	22.3%
Residuos	17.90	11.5%

Utilizando los factores días y máquina y su interacción, se logra explicar el 88% de la variabilidad del experimento realizado. Note que la interacción logra aportar un 22% de variabilidad al modelo, lo cual tiene estricta relación con que dicha componente resulte significativa.

e) Utilice la función `lmer` del paquete `lme4` para obtener las variabilidades anteriores directamente.

Respuesta

```
randomeffects <- lmer(trigl ~ (1 | dia) + (1 | maquina) + (1 | maquina:dia), data = data)

summary(randomeffects)
Linear mixed model fit by REML ['lmerMod']
Formula: trigl ~ (1 | dia) + (1 | maquina) + (1 | maquina:dia)
   Data: data

REML criterion at convergence: 215

Scaled residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-1.8426 -0.3558  0.0348  0.2072  2.3178

Random effects:
 Groups      Name        Variance Std.Dev.
```

```
 maquina:dia (Intercept) 34.69    5.890
 maquina     (Intercept) 57.77    7.601
 dia         (Intercept) 44.76    6.690
 Residual                17.90    4.230
Number of obs: 32, groups:  maquina:dia, 16; maquina, 4; dia, 4

Fixed effects:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  141.184      5.325   26.51
convergence code: 0

Model failed to converge with max|grad| = 0.002216 (tol = 0.002, component 1)
```