

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu  
Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej  
Katedra Statystyki

---

## Język macierzowy w R

---

Materiały dydaktyczne  
dr hab. Marcin Szymkowiak, prof. UEP

# Spis treści

1.	Zadania . . . . .	2
2.	Lista funkcji operujących na macierzach . . . . .	5

# 1. Zadania

**Zadanie 1.** Zadeklaruj w programie R następujące macierze:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 5 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 0 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. Oblicz wyznacznik macierzy  $\mathbf{A}$ .
2. Znajdź iloczyn  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ .
3. Znajdź macierz transponowaną  $\mathbf{B}^T$ .
4. Znajdź macierz odwrotną  $\mathbf{A}^{-1}$ ,
5. Znajdź  $\mathbf{A}^3$ .

**Zadanie 2.** Zadeklaruj w programie R następujące macierze:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \\ -2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

1. Oblicz wyznaczniki macierzy  $\mathbf{A}$  i  $\mathbf{C}$ .
2. Znajdź iloczyn  $\mathbf{AB}^T$ .
3. Znajdź macierz transponowaną  $\mathbf{C}^T$ .
4. Znajdź macierz odwrotną  $\mathbf{C}^{-1}$ .
5. Znajdź  $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{C}^2$ .

**Zadanie 3.** Dana jest macierz  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

Obliczyć  $\mathbf{A}^2 - 6\mathbf{A} + 4\mathbf{I}$ , gdzie  $\mathbf{I}$  jest macierzą jednostkową postaci:

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Zadanie 4.** Oblicz  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ,  $2\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A}^T - 4\mathbf{B}^T$ ,  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T \mathbf{C}$ , jeżeli:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 9 \\ 3 & 18 & -6 \end{pmatrix}.$$

**Zadanie 5.** W programie R na 3 różne sposoby zadeklaruj macierz postaci:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Zadanie 6.** W programie R na 3 różne sposoby zadeklaruj macierz postaci:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Korzystając z funkcji wbudowanych w R:

1. Wyznacz liczbę wierszy i kolumn macierzy  $\mathbf{A}$ .
2. Wyznacz sumę wszystkich elementów macierzy  $\mathbf{A}$ .
3. Wyznacz sumy wszystkich elementów w poszczególnych kolumnach macierzy  $\mathbf{A}$ .
4. Wyznacz sumy wszystkich elementów w poszczególnych wierszach macierzy  $\mathbf{A}$ .
5. Wyznacz średnie wszystkich elementów w poszczególnych kolumnach macierzy  $\mathbf{A}$ .
6. Wyznacz średnie wszystkich elementów w poszczególnych wierszach macierzy  $\mathbf{A}$ .
7. Oblicz  $A_{11} + A_{32}$ .
8. Wyświetl zawartość drugiej kolumny.
9. Wyświetl zawartość pierwszego wiersza.

**Zadanie 7.** W programie R na 3 różne sposoby zadeklaruj macierz jednostkową postaci:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Zadanie 8.** W celu zbadania zależności między wydajnością pracy (w sztukach na godzinę) i stażem pracy pracowników (w latach) pewnego zakładu przemysłowego wylosowano próbę 10 pracowników i otrzymano dla nich następujące dane:

Staż pracy - x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Wydajność pracy - y	10	15	13	22	23	20	18	25	27	22

Źródło: Dane umowne

1. Sporządź wykres punktowy i na tej podstawie oceń czy można przyjąć, że zależność między wydajnością pracy a stażem pracy jest liniowa.
2. Oblicz i zinterpretuj współczynnik korelacji liniowej Pearsona.
3. Oszacuj parametry liniowej funkcji regresji wydajności pracy względem stażu pracy pracownika.

**Zadanie 9.** Mając informacje o tygodniowych płacach (w zł) i stażu pracy 10 pracowników (w latach) zatrudnionych w pewnym zakładzie i bazując na języku macierzowym w programie R:

Staż pracy - x	1	5	3	3	7	4	10	10	8	6
Płace - y	300	500	405	400	505	500	605	600	600	500

Źródło: Dane umowne

1. Sporządź wykres punktowy i na tej podstawie oceń czy można przyjąć, że zależność między płacami a stażem pracy jest liniowa.
2. Ustal siłę i kierunek związku korelacyjnego między tymi zmiennymi.
3. Oszacuj parametry liniowej funkcji regresji tygodniowej płacy względem stażu pracy pracownika.

**Zadanie 10.** Na podstawie informacji o wartościach trzech zmiennych przedstawionych w tabeli:

Lp.	Spożycie dobra y [kg]	Cena dobra $x_1$ [zł]	Cena substytutu $x_2$ [zł]
1	4	8	4
2	12	8	4
3	16	12	8
4	20	16	12
5	28	16	12

Źródło: Dane umowne

1. Wyznacz macierz współczynników korelacji liniowej Pearsona pomiędzy wszystkimi zmiennymi.
2. Oszacuj parametry liniowej funkcji regresji spożycia na pewne dobro względem jego ceny i ceny dobra substytucyjnego.

## 2. Lista funkcji operujących na macierzach

<code>sum(A)</code>	Funkcja zwracająca sumę wszystkich elementów macierzy <b>A</b> .
<code>t(A)</code>	Transpozycja macierzy <b>A</b> .
<code>det(A)</code>	Wyznacznik macierzy <b>A</b> .
<code>solve(A)</code>	Macierz odwrotna do macierzy <b>A</b> .
<code>ginv(A)</code>	Uogólniona macierz odwrotna do macierzy <b>A</b> w pakiecie <i>MASS</i> .
<code>+</code> ( <code>-</code> )	Operator dodawania (odejmowania) macierzy.
<code>%*%</code>	Operator mnożenia macierzy.
<code>*</code>	Operator mnożenia macierzy po elementach.
<code>diag(n)</code>	Funkcja tworząca macierz jednostkową rzędu $n$ .
<code>matrix(k, m, n)</code>	Funkcja tworząca macierz o wymiarach $m \times n$ , której wszystkimi elementami są liczby $k$ .
<code>nrow(A)</code>	Funkcja zwracająca liczbę wierszy macierzy <b>A</b> .
<code>ncol(A)</code>	Funkcja zwracająca liczbę kolumn macierzy <b>A</b> .
<code>diag(c)</code>	Funkcja tworząca macierz <b>A</b> , której elementami diagonalnymi są elementy wektora $c$ .
<code>colSums(A)</code>	Funkcja zwracająca sumy elementów w poszczególnych kolumnach macierzy <b>A</b> .
<code>rowSums(A)</code>	Funkcja zwracająca sumy elementów w poszczególnych wierszach macierzy <b>A</b> .
<code>colMeans(A)</code>	Funkcja zwracająca średnie elementów w poszczególnych kolumnach macierzy <b>A</b> .
<code>rowMeans(A)</code>	Funkcja zwracająca średnie elementów w poszczególnych wierszach macierzy <b>A</b> .
<code>colMaxs(A), colMins(A)</code>	Funkcja zwracająca odpowiednio elementy maksymalne (minimalne) w poszczególnych kolumnach macierzy <b>A</b> z pakietu <i>matrixStats</i> .
<code>rowMaxs(A), rowMins(A)</code>	Funkcja zwracająca odpowiednio elementy maksymalne (minimalne) w poszczególnych wierszach macierzy <b>A</b> .
<code>rbind(A, B)</code>	Funkcja służąca do konkatencji poziomej macierzy <b>A</b> i <b>B</b> . Zwraca nową macierz powstałą z poziomego połączenia macierzy <b>A</b> i <b>B</b> .
<code>cbind(A, B)</code>	Funkcja służąca do konkatencji pionowej macierzy <b>A</b> i <b>B</b> . Zwraca nową macierz powstałą z pionowego połączenia macierzy <b>A</b> i <b>B</b> .
<code>eigen(A)</code>	Funkcja zwracająca wartości własne macierzy <b>A</b> .
<code>tr(A)</code>	Funkcja z pakietu <i>psych</i> zwracająca ślad macierzy <b>A</b> .
<code>A[i, j]</code>	Odwołanie się do elementu leżącego na przecięciu $i$ -tego wiersza i $j$ -kolumny macierzy <b>A</b> .

Źródło: Opracowanie własne