

Recurrent Neural Networks - RNNs

Arquiteturas, Treinamento e Aplicações

Fernanda Villa Verde, Leonardo Britto, Luiza Helena e Rodrigo Petrus

Utilização de RNNs em séries temporais e processamento de linguagem natural
LSTM / GRU / BiLSTM / BiGRU

25 de novembro de 2025

Agenda

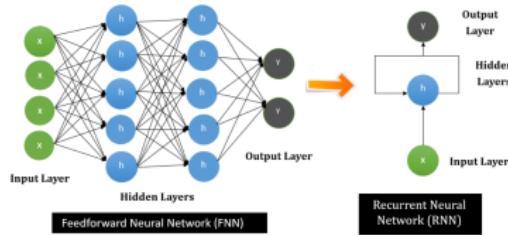
- 1 Motivação e Contexto Histórico
- 2 Linha do Tempo das RNNs
- 3 Modelos RNN Clássicos
- 4 Arquiteturas Bidirecionais e Fusão Pós-BiRNN
- 5 Regularização e Estabilização em RNNs
- 6 Casos de Uso em Séries Temporais e Processamento de Linguagem Natural

Motivação e Contexto Histórico

Por que RNNs? As redes feedforward assumem entradas independentes e processam cada amostra isoladamente. Entretanto, muitas tarefas reais exigem **modelagem temporal**:

- Séries financeiras e sensoriais
- Áudio e fala
- Texto e linguagem natural
- Sequências de vídeo

Avanço conceitual: As **Redes Neurais Recorrentes (RNNs)** introduziram a noção de **memória de estados anteriores**, permitindo representar dependências temporais ao longo da sequência.



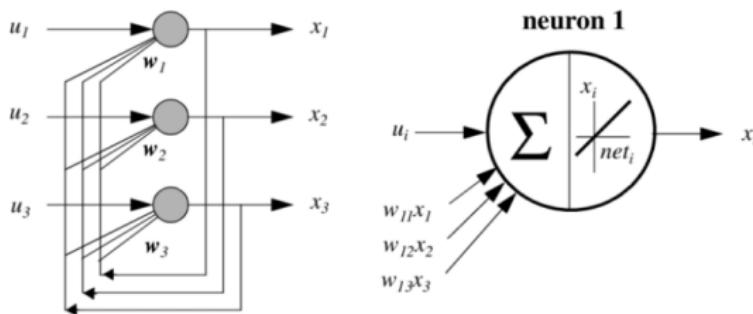
RNN: fluxo temporal de estados com memória.

Linha do Tempo das RNNs

Ano	Autor(es)	Contribuição
1982	Hopfield	Rede recorrente como memória associativa (não sequencial).
1986	Jordan	Recorrência via saída anterior.
1990	Elman	Recorrência via estado oculto (RNN padrão).
1990	Werbos	Formaliza BPTT para treinar RNNs.
1991	Hochreiter	Demonstra o vanishing gradient .
1997	Hochreiter & Schmidhuber	Introduzem LSTM (estado de célula preserva gradiente).
1997	Schuster & Paliwal	Introduzem BiRNN (contexto passado + futuro).
2005	Graves & Schmidhuber	Combinação: LSTM + BiRNN .
2014	Cho et al.	Introduzem GRU (simplifica LSTM).
2014	Chung, J.	Combinação: GRU + BiRNN .

Hopfield Network (1982) - Memória associativa [1]

Ideia central: A Hopfield Network é uma rede recorrente totalmente conectada e simétrica, capaz de armazenar e recuperar padrões — funcionando como uma **memória associativa**.



Rede totalmente conectada: cada neurônio recebe sinais dos demais.

Resumo conceitual:

- **Conexões simétricas:** garantem estabilidade e convergência.
- **Atualização recorrente:** cada neurônio depende do estado dos outros.
- **Mínimo de energia:** estado fixo da rede corresponde a uma memória recuperada.
- **Padrões aprendidos:** configurações estáveis codificadas nos pesos.

A Hopfield Network introduz o princípio de memória associativa — base conceitual das RNNs.

Jordan Network (1986) [2]

Ideia central: memória via **feedback** da saída em *context units*.

Contexto (copia saída anterior):

$$c_t = y_{t-1}$$

Estado oculto:

$$h_t = \phi(W_{xh} x_t + W_{ch} c_t + b_h)$$

Saída:

$$y_t = \psi(W_{hy} h_t + b_y)$$

Onde: ϕ tipicamente tanh (ou ReLU) e ψ pode ser softmax (classificação) ou identidade (regressão).

Resumo: a **memória** vem de y_{t-1} (não de h_{t-1}).

Elman (1990) - RNN: Simple Recurrent Network (SRN) [3]

Ideia central: recorrência no **estado oculto** — a RNN “padrão”.

Estado oculto (recorrente):

$$h_t = \phi(W_{xh} x_t + W_{hh} h_{t-1} + b_h)$$

Saída:

$$y_t = \psi(W_{hy} h_t + b_y)$$

Notação:

- x_t : entrada no tempo t
- h_t : estado oculto (memória)
- y_t : saída predita
- W_{hh} : pesos de transição (estado \rightarrow estado)
- W_{xh} : pesos de entrada (entrada \rightarrow estado)
- W_{hy} : pesos de saída (estado \rightarrow saída)
- b_h, b_y : vieses

Inicialização típica: $h_0 = 0$ (ou parâmetro treinável).

Observações:

- ϕ costuma ser tanh; ψ pode ser softmax (classificação).
- Base para variantes modernas (LSTM/GRU) que mitigam *vanishing/exploding gradients*.

Werbos (1990) — Backpropagation Through Time (BPTT) [4]

Forward:

$$h_t = \phi(W_{xh}x_t + W_{hh}h_{t-1} + b_h), \quad y_t = \psi(W_{hy}h_t + b_y)$$

Perda total:

$$L = \sum_{t=1}^T \ell(y_t, \tilde{y}_t)$$

BPTT — o gradiente retropropaga no tempo:

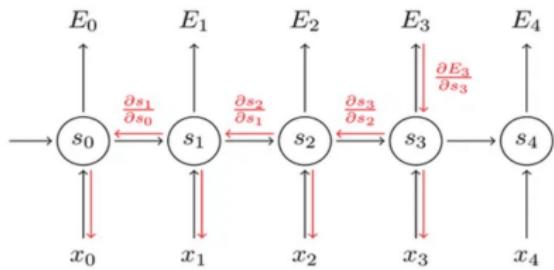
$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = \frac{\partial L}{\partial y_t} \frac{\partial y_t}{\partial h_t} + \frac{\partial L}{\partial h_{t+1}} \frac{\partial h_{t+1}}{\partial h_t}$$

$$\frac{\partial h_{t+1}}{\partial h_t} = D_{t+1} W_{hh}, \quad D_{t+1} = \text{diag}(1 - \tanh^2(\cdot))$$

$$\frac{\partial L}{\partial W_{hh}} = \sum_{t=1}^T \left(\frac{\partial L}{\partial h_t} \right) (h_{t-1})^\top$$

Ponto-chave: O erro “viaja para trás” através do tempo, acumulando dependências.

Werbos (1990) — Backpropagation Through Time (BPTT) [4] (cont.)



Backpropagation Through Time

A RNN vista ao longo do tempo. Cada estado s_t influencia o próximo.

Ideia central

- A RNN processa a sequência passo a passo.
- Cada estado oculto h_t guarda uma memória do passado.
- O passado influencia o futuro através da recorrência.

Por que isso é importante?

- Permite modelar dependências temporais.
- Útil para texto, fala, séries temporais, sensores, controle, etc.

Resumo mental:

estado novo = $f(\text{entrada atual}, \text{lembra} \ddot{\text{e}} \text{ do passado})$

Hochreiter (1991) — Vanishing Gradient [5]

Equação-chave (forma simplificada do gradiente):

$$\frac{\partial L}{\partial h_t} = \frac{\partial L}{\partial h_T} \prod_{k=t+1}^T \frac{\partial h_k}{\partial h_{k-1}}$$

Para uma RNN simples com \tanh :

$$\frac{\partial h_k}{\partial h_{k-1}} = D_k W_{hh}, \quad \text{onde} \quad D_k = \text{diag}(1 - \tanh^2(\cdot)), \quad \|D_k\|_2 \leq 1.$$

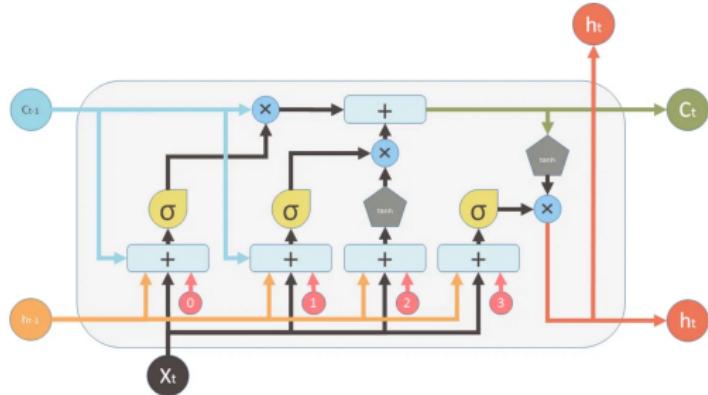
Consequência:

$$\left\| \frac{\partial h_k}{\partial h_{k-1}} \right\|_2 \leq \|W_{hh}\|_2 \Rightarrow \left\| \frac{\partial L}{\partial h_t} \right\| \lesssim \|W_{hh}\|_2^{T-t}$$

Interpretação:

- Se $\|W_{hh}\|_2 < 1$: o gradiente **decai exponencialmente** → **vanishing gradient**.
- Se $\|W_{hh}\|_2 > 1$: o gradiente pode **explodir**.
- Esse efeito **não é de implementação**, mas da **matemática da recorrência**.

Hochreiter & Schmidhuber (1997) — LSTM [6]



Inputs:	outputs:	Nonlinearities:	Vector operations:
X_t Input vector	C_t Memory from current block	σ Sigmoid	\times Element-wise multiplication
C_{t-1} Memory from previous block	h_t Output of current block	\tanh Hyperbolic tangent	$+$ Element-wise Summation / Concatenation
h_{t-1} Output of previous block		Bias: b	

Resumo:

- A LSTM adiciona **portas** para controlar escrita, esquecimento e leitura da memória.
- O estado de célula c_t funciona como **rota de gradiente preservada**.
- Resolve o problema identificado por Hochreiter (1991).

Hochreiter & Schmidhuber (1997) — LSTM (cont.)[6]

Ideia central: introduzir um **estado de célula** c_t com **rota de gradiente quase constante**, permitindo **memória de longo prazo** e evitando **vanishing gradient**.

Equações da LSTM:

$$i_t = \sigma(W_{xi}x_t + W_{hi}h_{t-1} + b_i) \quad (\text{porta de entrada})$$

$$f_t = \sigma(W_{xf}x_t + W_{hf}h_{t-1} + b_f) \quad (\text{porta de esquecimento})$$

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_{xc}x_t + W_{hc}h_{t-1} + b_c) \quad (\text{conteúdo candidato})$$

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t \quad (\text{estado de célula})$$

$$o_t = \sigma(W_{xo}x_t + W_{ho}h_{t-1} + b_o) \quad (\text{porta de saída})$$

$$h_t = o_t \odot \tanh(c_t) \quad (\text{estado oculto})$$

Por que isso evita vanishing gradient?

$$\frac{\partial c_t}{\partial c_{t-1}} = f_t$$

Se $f_t \approx 1$, então:

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} \approx \frac{\partial L}{\partial c_{t-1}} \Rightarrow \text{gradiente flui sem decair}$$

Schuster & Paliwal (1997) — RNN Bidirecional (BiRNN) [7]

Ideia central: processar a sequência **nos dois sentidos** — um fluxo temporal **forward** ($t = 1 \rightarrow T$) e outro **backward** ($t = T \rightarrow 1$), permitindo que cada posição tenha acesso ao **passado e ao futuro**.

Equações da BiRNN:

$$\vec{h}_t = \phi\left(W_x^\rightarrow x_t + W_h^\rightarrow \vec{h}_{t-1} + b^\rightarrow\right)$$

$$\overleftarrow{h}_t = \phi\left(W_x^\leftarrow x_t + W_h^\leftarrow \overleftarrow{h}_{t+1} + b^\leftarrow\right)$$

Fusão (saída no tempo t):

$$h_t = [\vec{h}_t; \overleftarrow{h}_t] \quad (\text{concatenação, mais comum})$$

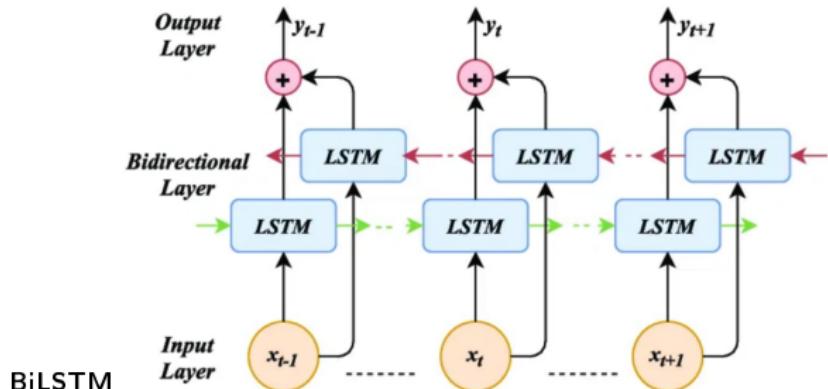
Interpretação:

- A rede **forward** captura contexto do **passado**.
- A rede **backward** captura contexto do **futuro**.
- A combinação fornece **representações mais ricas por tempo t** .

Aplicações típicas:

- Rotulação de sequência (POS tagging, NER, chunking)
- Reconhecimento de fala e alinhamento temporal (CTC, seq2seq)
- Modelos de atenção e embeddings contextuais (pré-transformer)

Graves & Schmidhuber (2005) - BiLSTM — Bidirectional LSTM [8]



Por que utilizar BiLSTM?

- Mantém a **memória de longo prazo** da LSTM.
- Excelente para tarefas onde o **contexto futuro é relevante**.
- Muito utilizada em **NLP** (POS tagging, NER, parsing), **fala**, **bio-sinais**.

Graves & Schmidhuber (2005) - BiLSTM — Bidirectional LSTM (cont.) [8]

Ideia central: aplicar uma **LSTM** no sentido **forward** e outra no sentido **backward**, de modo que cada passo temporal tenha acesso a **passado + futuro**.

LSTM forward:

$$\vec{h}_t, \vec{c}_t = \text{LSTM}_{\rightarrow}(x_t, \vec{h}_{t-1}, \vec{c}_{t-1})$$

LSTM backward:

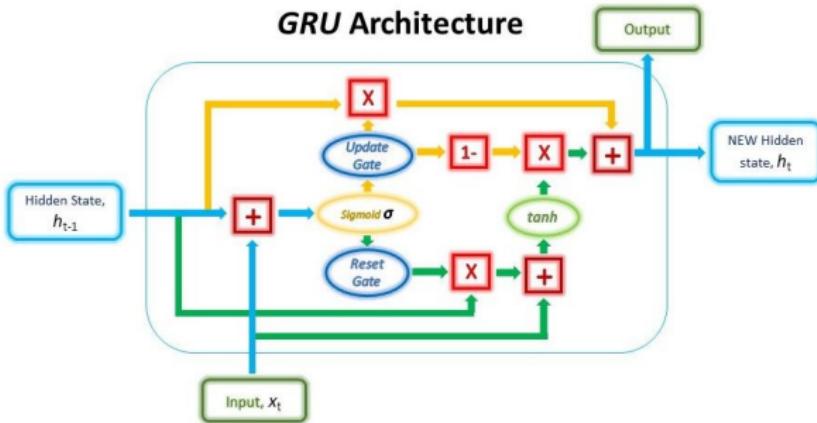
$$\overleftarrow{h}_t, \overleftarrow{c}_t = \text{LSTM}_{\leftarrow}(x_t, \overleftarrow{h}_{t+1}, \overleftarrow{c}_{t+1})$$

Fusão (saída no tempo t):

$$h_t = [\vec{h}_t; \overleftarrow{h}_t] \quad (\text{concatenação, mais comum})$$

Interpretação:

- \vec{h}_t : informações do **passado**.
- \overleftarrow{h}_t : informações do **futuro**.
- A fusão fornece uma representação **contextual bidirecional**.



Por que GRU ficou popular?

- Menos parâmetros que LSTM → **mais leve**.
- Desempenho comparável em muitas tarefas sequenciais.
- Treino mais estável que RNN simples (não sofre vanishing severo).

Cho et al. (2014) — GRU (Gated Recurrent Unit) (cont.)

[9]

Ideia central: simplificar a LSTM mantendo a capacidade de **memória de longo prazo**, reduzindo o número de portas e **sem estado de célula separado** (h_t = memória).

Equações da GRU:

$$z_t = \sigma(W_{xz}x_t + W_{hz}h_{t-1} + b_z) \quad (\text{porta de atualização})$$

$$r_t = \sigma(W_{xr}x_t + W_{hr}h_{t-1} + b_r) \quad (\text{porta de reset})$$

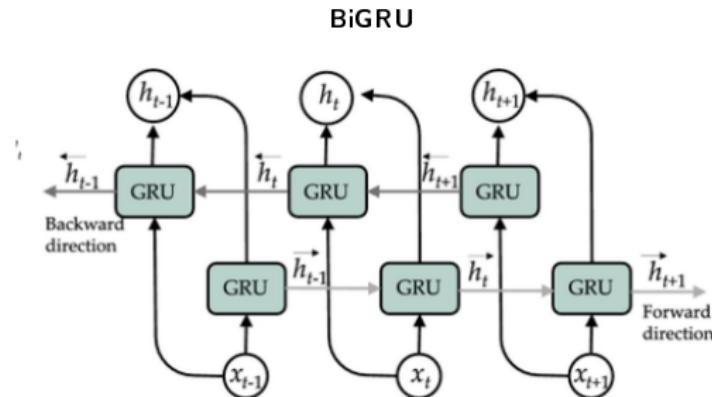
$$\tilde{h}_t = \tanh(W_{xh}x_t + W_{hh}(r_t \odot h_{t-1}) + b_h) \quad (\text{conteúdo candidato})$$

$$h_t = (1 - z_t) \odot h_{t-1} + z_t \odot \tilde{h}_t \quad (\text{estado oculto atualizado})$$

Interpretação:

- z_t decide **quanto do passado manter**.
- r_t decide **quanto ignorar do passado** ao propor novo conteúdo.
- Não possui estado de célula c_t : **memória é mantida em h_t** .

Chung, J. (2014) - BiGRU — Gated Recurrent Unit Bidirecional [10]



Por que utilizar BiGRU?

- Mantém as vantagens da GRU (menos parâmetros que LSTM).
- Boa estabilidade em sequências longas.
- Muito utilizada em NLP, fala, **anotação de sequência, NER, segmentação**.

Chung, J. (2014) - BiGRU — Gated Recurrent Unit Bidirecional (cont.) [10]

Ideia central: aplicar uma **GRU** no sentido **forward** e outra no sentido **backward**, combinando seus estados ocultos para obter **contexto passado + futuro**.

GRU forward:

$$\vec{h}_t = \text{GRU}_{\rightarrow}(x_t, \vec{h}_{t-1})$$

GRU backward:

$$\overleftarrow{h}_t = \text{GRU}_{\leftarrow}(x_t, \overleftarrow{h}_{t+1})$$

Fusão (saída no tempo t):

$$h_t = [\vec{h}_t; \overleftarrow{h}_t] \quad (\text{concatenação})$$

Interpretação:

- \vec{h}_t captura dependências **anteriores** na sequência.
- \overleftarrow{h}_t captura dependências **futuras**.
- A concatenação fornece uma **representação mais rica** em cada passo temporal.

Arquiteturas Bidirecionais: Acoplada vs. Desacoplada [11]

Objetivo: Capturar dependências temporais **passado** \leftrightarrow **futuro**.

1) BiRNN Acoplada (Convencional)

- **Forward e Backward** recebem a **mesma entrada** x_t .
- São processadas **em paralelo** e **independentes** entre si.
- A fusão ocorre **após** o cálculo dos dois estados:

$$\overrightarrow{h}_t = f(x_t, \overrightarrow{h}_{t-1}), \quad \overleftarrow{h}_t = f(x_t, \overleftarrow{h}_{t+1}), \quad z_t = [\overrightarrow{h}_t; \overleftarrow{h}_t].$$

- **Usada apenas offline**, pois depende de informação futura.

2) BiRNN Desacoplada (Teacher–Student)

- O ramo **backward** é **treinado primeiro** (usa contexto futuro).
- Depois, a rede **forward** é **treinada usando** x_t e a representação do backward como **sinal professor**:

$$\begin{aligned} \overleftarrow{h}_t &= f(x_t, \overleftarrow{h}_{t+1}) && (\text{treino offline}) \\ \overrightarrow{h}_t &= g(x_t, \overrightarrow{h}_{t-1}, \overleftarrow{h}_t) && (\text{treino do aluno}) \end{aligned}$$

- Na **inferência**, somente \overrightarrow{h}_t é usado \rightarrow **modelo causal**.

Acoplada = duas direções independentes em paralelo.

Desacoplada = backward como professor \rightarrow forward aprende a prever sem ver o futuro.

Técnicas de Fusão Bidirecional pós-BiRNN:

- Concatenação Direta
- Fusão gated
- Fusão recorrente (Fuser RNN)

Fusão Bidirecional pós-BiRNN: Concatenação direta [7, 8]

Após processar a sequência com uma BiRNN (BiLSTM/BiGRU), precisamos combinar as representações das duas direções em um vetor único para cada passo de tempo t

$$z_t = [h_t^{\rightarrow}; h_t^{\leftarrow}]$$

- Simples, padrão em BiLSTM/BiGRU.
- Mantém toda a informação das duas direções.
- Limitação: trata passado e futuro como igualmente relevantes, sem controle dinâmico.

Fusão Bidirecional pós-BiRNN: Fusão *gated* (seleção dinâmica) [11]

$$g_t = \sigma(W_g[\vec{h}_t; \overleftarrow{h}_t] + b_g)$$

$$z_t = g_t \odot \vec{h}_t + (1 - g_t) \odot \overleftarrow{h}_t$$

g_t : vetor de pesos entre 0 e 1 (gate dinâmico)

W_g, b_g : parâmetros aprendidos

\odot : produto elemento a elemento

- A rede aprende quando confiar mais no histórico causal (\vec{h}_t) ou no contexto futuro (\overleftarrow{h}_t).
 - $g_t \approx 1 \rightarrow$ usa mais \vec{h}_t (passado);
 - $g_t \approx 0 \rightarrow$ usa mais \overleftarrow{h}_t (futuro);
 - $0 < g_t < 1 \rightarrow$ mistura adaptativa.
- Melhora robustez em sinais ruidosos.
- A fusão gated aprende automaticamente quanto de passado ou futuro é relevante em cada passo.

Fusão Bidirecional pós-BiRNN: Fusão recorrente (*fuser RNN*) [11]

$$z_t = [h_t^{\rightarrow}; h_t^{\leftarrow}]$$

$$u_t = \text{GRU}_{\text{fuser}}(z_t, u_{t-1})$$

- Após concatenar as direções da BiRNN, uma GRU (ou LSTM) unidirecional processa a sequência fundida z_t .
- Gera uma representação **causal** u_t , pois depende apenas de u_{t-1} e z_t .
- Atua como um **refinador temporal**: suaviza ruídos da BiRNN, estabiliza a dinâmica e acumula contexto adicional ao longo do tempo.
- Permite treinar com **contexto bidirecional** (offline), mas **implantar apenas um modelo causal** (online), ideal para aplicações em tempo real.

Comparativo de Estratégias de Fusão Bidirecional

Método	Mecânica de Fusão	Vantagens Principais	Aplicações Típicas
Concatenação	Combina diretamente os estados das direções: $z_t = [h_t^{\rightarrow}; h_t^{\leftarrow}]$	<ul style="list-style-type: none">• Simples e eficiente.• Mantém toda a informação temporal.• Fácil de integrar com MLPs/CNNs.	<ul style="list-style-type: none">• Classificação e regressão offline.• Representação de contexto completo.• Modelos base ou ablação.
Fusão Gated	Calcula um gate dinâmico: $z_t = g_t \odot h_t^{\rightarrow} + (1 - g_t) \odot h_t^{\leftarrow}$, onde $g_t = \sigma(W_g[h_t^{\rightarrow}; h_t^{\leftarrow}])$	<ul style="list-style-type: none">• Adapta a contribuição de cada direção por timestep.• Robusto a ruído e desbalanceamento temporal.• Oferece interpretabilidade (causal/anticausal).	<ul style="list-style-type: none">• Séries ruidosas (sensores, texto clínico).• Diagnóstico temporal.• Detecção de eventos.
Fuser RNN	Empilha uma RNN extrema sobre a fusão: $u_t = \text{GRU}_{\text{fuser}}([h_t^{\rightarrow}; h_t^{\leftarrow}], u_{t-1})$	<ul style="list-style-type: none">• Agrega contexto de longo prazo.• Suaviza e refina a sequência.• Permite distilação causal para deploy online.	<ul style="list-style-type: none">• Modelos industriais/tempo real.• Reconstrução e previsão contínua.• “Teacher–student” bidirecional → causal.

Concat = simples, Gate = adaptativo, Fuser = refinamento temporal e causal.

Regularização e Estabilização em RNNs

O treinamento de **Redes Neurais Recorrentes (RNNs)** exige técnicas específicas para lidar com **instabilidades de gradiente** e **overfitting**, mantendo a coerência temporal e a convergência estável do modelo.

Objetivos principais:

- Evitar explosão/vanishing de gradientes.
- Melhorar generalização em sequências longas.
- Estabilizar ativações internas e acelerar o aprendizado.

Técnicas essenciais:

- ① **Gradient Clipping [12]** — limita a norma do gradiente ($\|g\|_2 \leq c$) para evitar atualizações instáveis.
- ② **Variational Dropout [13]** — aplica a mesma máscara de dropout ao longo do tempo, preservando a coerência temporal.
- ③ **Layer Normalization [14]** — normaliza as ativações por camada e timestep, reduzindo flutuações internas e melhorando a estabilidade numérica.

Essas estratégias combinadas formam a base para o treinamento robusto de RNNs, LSTMs e GRUs em contextos de sequências longas e ruído nos dados.

Pascanu, Mikolov & Bengio (2013) — Gradient Clipping [12]

Motivação: Em redes recorrentes (RNNs) e arquiteturas profundas, o problema do **exploding gradient** faz com que os gradientes cresçam descontroladamente, causando instabilidade numérica e divergência no treinamento.

Ideia principal: Limitar a norma do gradiente (*gradient norm clipping*) mantendo o vetor dentro de um raio máximo c .

1) Gradiente completo

$$g = \nabla_{\theta} L$$

- g : vetor de derivadas da perda em relação aos parâmetros.
- Norma L2: $\|g\|_2 = \sqrt{\sum_i (\partial L / \partial \theta_i)^2}$.

2) Regra de clipping

$$\text{se } \|g\|_2 > c, \quad g \leftarrow \frac{c}{\|g\|_2} g$$

- Fator de reescala: $\alpha = \frac{c}{\|g\|_2} < 1$.
- Preserva a direção do gradiente; reduz apenas sua **magnitude**.

3) Resultado do clipping

$$\left\| \frac{c}{\|g\|_2} g \right\|_2 = c$$

- Previne saltos muito grandes na superfície de perda.
- Garante que a atualização permaneça num “raio seguro” em torno dos parâmetros.
- Contribui para estabilidade numérica, e facilita o treinamento de redes profundas ou recorrentes.

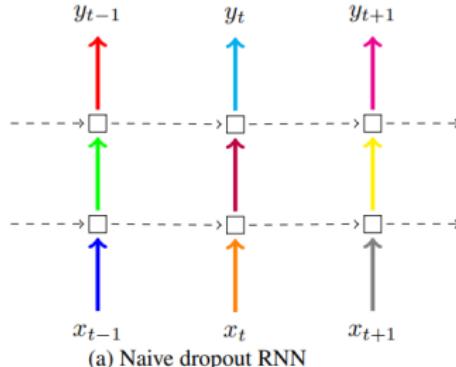
Problema do dropout tradicional em RNNs:

Se uma **máscara diferente** for aplicada a cada timestep:

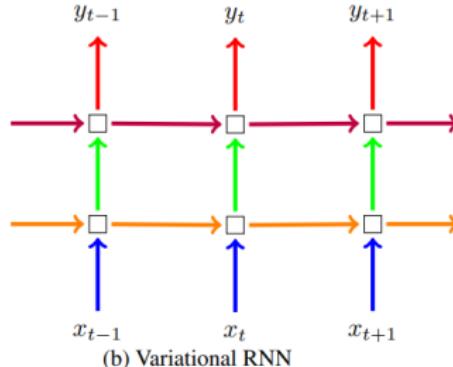
- o ruído muda a cada timestep,
- **desestabiliza a memória** da rede, pois não há aplicação nas conexões recorrentes.

Solução: Variational Dropout

- A **mesma máscara de dropout** é mantida para todos os timesteps, inclusive nas conexões recorrentes.
- Preserva a coerência temporal, mantendo a mesma estrutura ativa ou inativa durante toda a sequência, estabilizando o aprendizado.
- Reduz overfitting sem destruir o estado recorrente.



(a) Naive dropout RNN



(b) Variational RNN

Em frameworks modernos:

$$h_t = f(W_{hh}(d_h \odot h_{t-1}) + W_{xh}(d_x \odot x_t))$$

h_t	: estado oculto no tempo t
x_t	: entrada no tempo t
W_{hh}, W_{xh}	: matrizes de pesos recorrentes e de entrada
d_h, d_x	: máscara de dropout, $d_h, d_x \sim \text{Bernoulli}(p)$
p	: probabilidade de retenção (ex: $p = 0.8$)
\odot	: produto elemento a elemento
$f(\cdot)$: $\begin{cases} \tanh(\cdot), & \text{em uma RNN simples} \\ \text{gates} + \tanh(\cdot), & \text{em uma GRU} \\ \text{combinação das portas } (i, f, o, g), & \text{em um LSTM} \end{cases}$

Ba, Kiros & Hinton (2016) - Layer Normalization (LN) [14]

- Normaliza as ativações dentro de cada camada, em cada passo de tempo, de forma independente do tamanho do batch:

$$\text{LN}(h_t) = \gamma \frac{h_t - \mu_t}{\sqrt{\sigma_t^2 + \varepsilon}} + \beta \quad \text{com } \varepsilon > 0 \text{ pequeno.}$$

h_t : vetor de ativações da camada no tempo t

μ_t, σ_t : média e desvio padrão das ativações em h_t

γ, β : parâmetros aprendidos de escala e deslocamento

- Reduz instabilidade do gradiente e acelera a convergência, especialmente em sequências longas.
- Em LSTMs/GRUs, é aplicada nas transformações lineares de cada porta:

$$i_t = \sigma(\text{LN}(W_i[h_{t-1}, x_t]) + b_i)$$

i_t : porta de entrada (input gate)

W_i : pesos da porta de entrada

$[h_{t-1}, x_t]$: concatenação do estado anterior e da entrada atual

b_i : termo de viés (bias)

O mesmo processo é aplicado às demais portas (f, o, g), mantendo escalas consistentes entre todas as transformações internas.

Comparação entre LSTM, GRU, BiLSTM e BiGRU

RNNs permanecem relevantes em nichos específicos: dispositivos embarcados com recursos limitados, processamento em tempo real com baixa latência, e aplicações onde paralelização não é crítica.

Característica	LSTM	GRU	BiLSTM	BiGRU
Portas	3 (forget, input, output)	2 (reset, update)	3 (duas direções) C_t, h_t	2 (duas direções) $\vec{h}_t, \overleftarrow{h}_t$
Estados internos	C_t, h_t	h_t	$\vec{h}_t, \overleftarrow{h}_t$	$\vec{h}_t, \overleftarrow{h}_t$
Contexto capturado	Passado	Passado	Passado e futuro	Passado e futuro
Nº de parâmetros	Alto	$\sim 25\%$ menor	$\sim 2\times$ o da LSTM	$\sim 2\times$ o da GRU
Velocidade de treino	Mais lenta	Mais rápida	Mais lenta (duas passagens)	Razoável (duas passagens)
Capacidade de modelagem	Alta	Boa	Muito alta	Alta
Aplicações típicas	Séries longas	Modelos leves	NLP, voz, texto bidir.	NLP leve, embeddings

Resumo: Modelos bidirecionais (BiLSTM/BiGRU) exploram dependências temporais em ambas as direções. GRU e BiGRU são mais leves; LSTM e BiLSTM tendem a capturar relações mais complexas.

Conclusões Principais

1) Contribuição Conceitual das RNNs

- Introduzem a ideia de **estado oculto** como **memória dinâmica**.
- Permitem modelar séries temporais, fala, texto e qualquer dado sequencial.
- Fundamentam a passagem de redes estáticas → modelos temporais.

2) Contribuição Matemática

- BPTT torna explícita a **dependência temporal no gradiente**.
- Vanishing/Exploding não é falha de implementação — é da **recorrência**.
- LSTM e GRU criam **caminhos estáveis** para o gradiente ao longo do tempo.

3) Arquiteturas bidirecionais

- BiLSTM/BiGRU incorporam **contexto futuro** → melhores embeddings.
- Ainda são eficazes quando há **causalidade, baixa latência ou poucos dados**.
- **Transformers não substituem RNNs:** estendem a ideia com **multihead attention**.

Mensagem Final: RNNs são o **ponto de transição** entre redes neurais clássicas e modelos de atenção. Entender suas equações é entender o **alicerce** do processamento moderno de sequências.

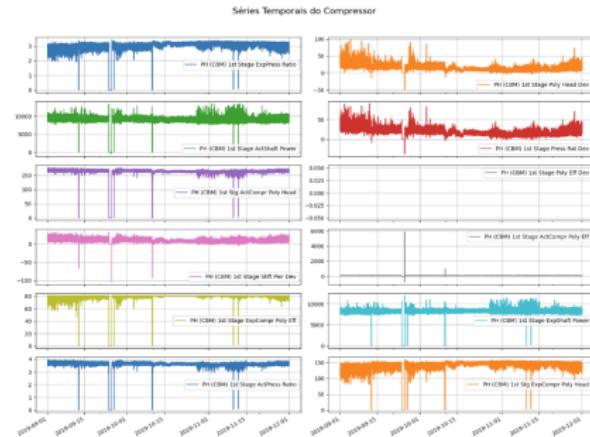
Caso de Uso em Séries Temporais

Problema: Modelar séries temporais industriais (compressores) com amostragem irregular, dados faltantes e alta dimensionalidade. Dois cenários: **predição** e **reconstrução** utilizando arquiteturas recorrentes (RNNs e BiRNNs).

Estratégias adotadas:

- Avaliação de modelos clássicos e bidirecionais.
- Teste de três técnicas de fusão pós-BiRNN (concat/ gate / GRU fuser).
- Uso de regularização temporal: layer normalization.

Base de dados: Cognite — Sinais reais de sensores de um compressor industrial offshore.



Exemplo de séries reais utilizadas no estudo (12 sinais simultâneos).



Caso de Uso em Séries Temporais - Metodologia de Treinamento e Avaliação

Figura de Mérito:

- Micro MSE (Mean Squared Error)

Setup de Treino:

- Divisão de dados: 60% treino, 20% validação, 20% teste.
- Otimizador: Adam W
- Warm up
- Schedular
- Weight decay (L2 regularization).
- Early stopping com paciência de 20 épocas para Predição (com 300 épocas no treinamento) e 50 épocas para Reconstrução (com 500 épocas no treinamento).

Caso de Uso em Séries Temporais - Metodologia de Treinamento e Avaliação

- **Predição:**

- Loss: MSE no último timestamp de cada janela

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\sum_{t=1}^T m_t} \sum_{t=1}^T m_t \cdot (x_t - \hat{x}_t)^2$$

- **Reconstrução:**

- Inserção de difusão de ausência (missingness diffusion)
- Loss: último timestamp da janela
L1 — NLL Gaussiano ponderado por $\hat{\lambda}_t$:

$$sse_t = \sum_c (\hat{x}_{t,c} - x_{t,c})^2, \quad \hat{\lambda}_t = \text{softplus}(W_\lambda h_t + b_\lambda)$$

$$\log p(x_t | h_t) = -\frac{1}{2} \hat{\lambda}_t sse_t + \frac{1}{2} n \log \hat{\lambda}_t - \frac{1}{2} n \log(2\pi)$$

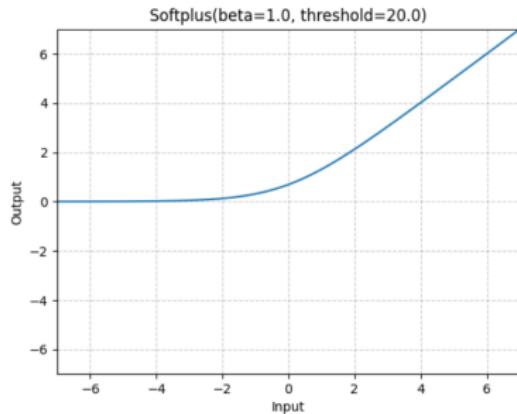
$$\mathcal{L}_1 = - \sum_t \log p(x_t | h_t)$$

- Layer Normalization

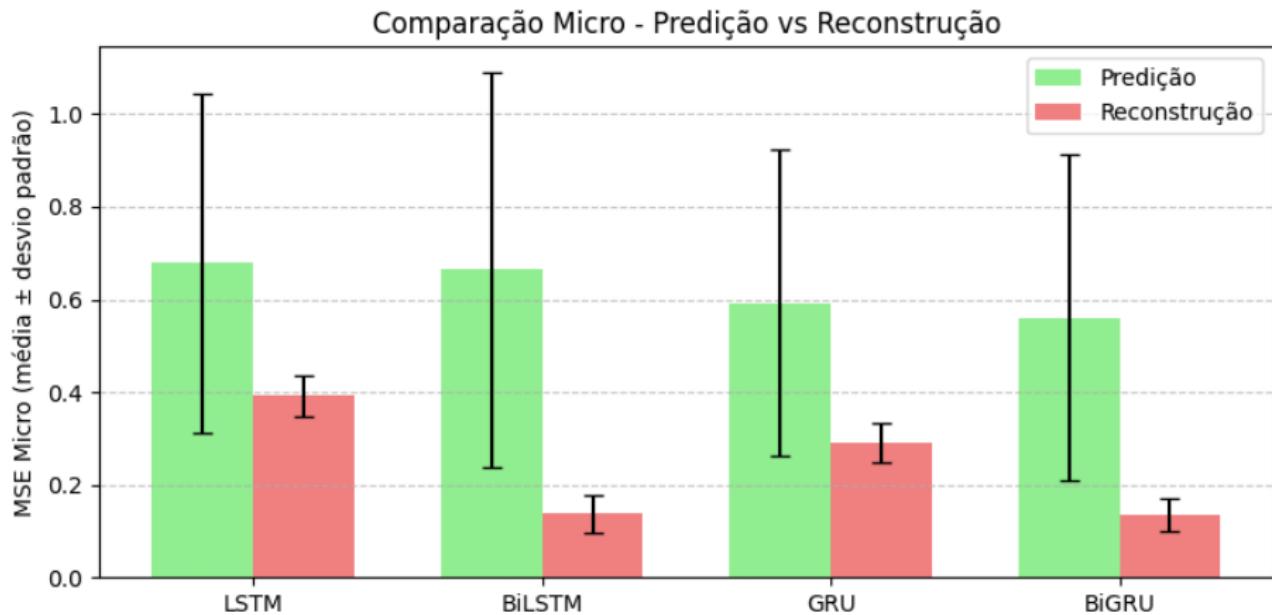
Caso de Uso em Séries Temporais - Metodologia de Treinamento e Avaliação

$$\text{Softplus}_\beta(x) = \frac{1}{\beta} \log(1 + e^{\beta x})$$

Softplus: função de ativação suave que aproxima a ReLU, evitando regiões mortas e garantindo derivada contínua. Controla-se a suavidade via o parâmetro β : valores maiores tornam a curva mais próxima da ReLU; menores tornam a função mais suave.



Caso de Uso em Séries Temporais - Resultados MSE micro na Predição e Reconstrução



A reconstrução alcança resultados melhores que a predição, apesar de ser mais complexa, pois além de informar o que a predição já faz, a reconstrução recupera os valores ausentes da série temporal por difusão.

Resultados - MSE micro na Predição e Reconstrução

Predição		
Configuração	Média	Desvio padrão
BiGRU coupled	0.5610	± 0.3509
BiGRU	0.5684	± 0.3483
GRU	0.5921	± 0.3298
BiGRU gate	0.6054	± 0.3852
BiLSTM	0.6613	± 0.3705
BiLSTM coupled	0.6639	± 0.4266
BiLSTM gate	0.6699	± 0.3597
LSTM	0.6795	± 0.3659
BiGRU GRU Fuser	0.6869	± 0.3208
BiLSTM GRU Fuser	0.7416	± 0.3806

Reconstrução		
Configuração	Média	Desvio padrão
BiGRU coupled GRU Fuser	0.1234	± 0.0409
BiLSTM coupled gate	0.1333	± 0.0359
BiGRU coupled	0.1339	± 0.0355
BiLSTM coupled	0.1373	± 0.0401
BiLSTM GRU Fuser	0.1390	± 0.0433
BiGRU gate	0.1406	± 0.0379
BiGRU	0.1414	± 0.0384
BiLSTM gate	0.1434	± 0.0425
BiLSTM	0.1441	± 0.0335
BiGRU GRU Fuser	0.1464	± 0.0389
BiLSTM coupled GRU Fuser	0.1532	± 0.0381
BiGRU coupled gate	0.1613	± 0.0277
GRU	0.2914	± 0.0433
LSTM	0.3926	± 0.0443

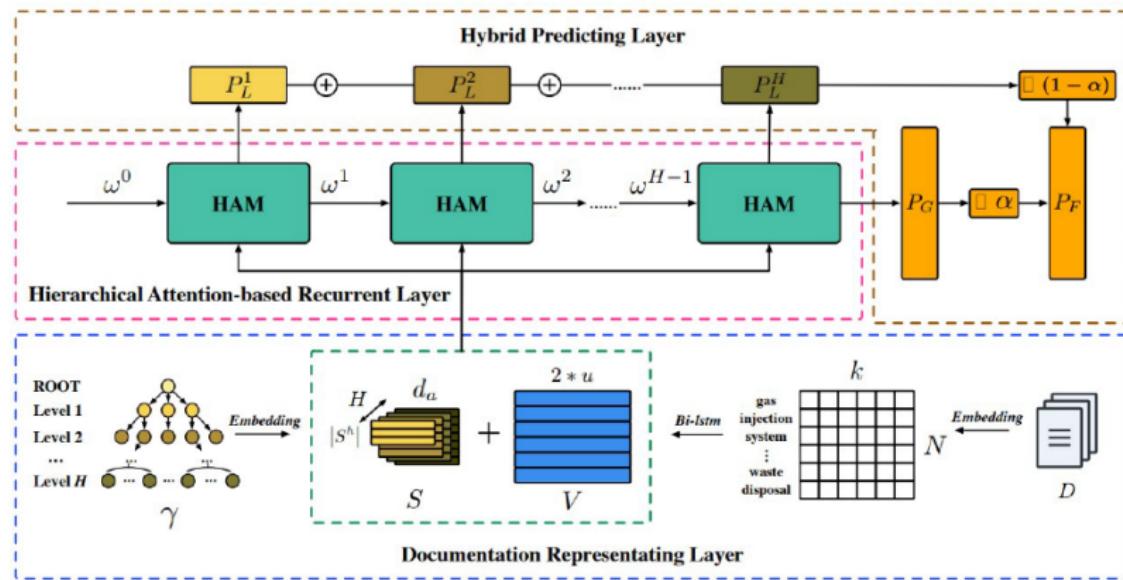
* **Regra dos Dois Desvios Padrão:** Valores dentro de $\mu \pm 2\sigma$ correspondem aproximadamente ao intervalo de confiança de 95%.

* **Teste de Wilcoxon:** Não foi possível realizar o teste estatístico de Wilcoxon entre os melhores modelos de predição e reconstrução, pois há forte desbalanceamento entre as classes.

Caso de Uso em Processamento de Linguagem Natural: Hierarchical Attention-based Recurrent Neural Network - HARNN (2019) [15]

Problema: Classificação multirrótulo hierárquica na DBpedia ($L_1=9$, $L_2=70$, $L_3=219$).

Desafio: prever vários rótulos mantendo coerência pai \rightarrow filho e lidando com desbalanceamento.



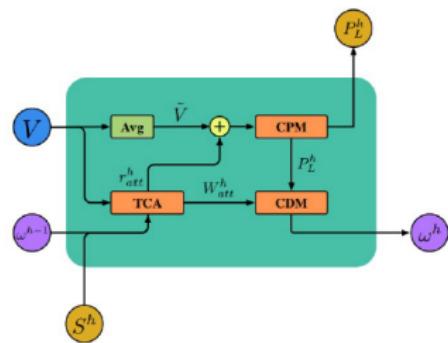
Caso de Uso em Processamento de Linguagem Natural: Hierarchical Attention-based Recurrent Neural Network (HARNN) (2019) [15]

1) Documentation Representing Layer (DRL)

- Cada palavra vira um vetor de embedding e a BiLSTM lê a frase nos dois sentidos, produzindo uma representação contextual do documento.
- Cada classe da árvore hierárquica tem seu embedding de rótulo, que funciona como uma *consulta de atenção* ligando o documento à hierarquia.

2) Hierarchical Attention-based Recurrent Layer (HAM)

- TCA - Text–Category Attention: destaca as palavras mais relevantes para cada categoria do nível, comparando as palavras do texto com o vetor (embedding) da própria categoria e montando um “resumo por categoria”.
- CPM - Category Prediction Module: usa esses resumos para prever as categorias do nível.
- CDM - Category Dependency Module: passa sinais do nível de cima para o de baixo, ajudando a manter coerência (L1 guia L2; L2 guia L3).



3) Hybrid Predicting Layer (HPL)

- Junta a visão local (por nível) com a visão global do documento.
- Gera a decisão final, equilibrando consistência hierárquica e detalhe específico.

Resultados HARNN – Dados de teste

Métricas micro

Método	F1 _{micro}	Prec _{micro}	Rec _{micro}
REG LOG	0.8123	0.8123	0.8123
XGBoost	0.9182	0.9312	0.9060
HARNN adaptado	0.9701	0.9764	0.9639
HARNN campeã	0.9739	0.9755	0.9722

Métricas macro

Método	F1 _{macro}	Prec _{macro}	Rec _{macro}
REG LOG	0.7114	0.7335	0.7314
XGBoost	0.8640	0.9055	0.8322
HARNN adaptado	0.9475	0.9617	0.9373
HARNN campeã	0.9548	0.9586	0.9524

Subset accuracy

Método	Subset_Acc
REG LOG	0.7355
XGBoost	0.7853
HARNN adaptado	0.9266
HARNN campeã	0.9412

- **Ganho claro no nível micro:** HARNN campeã supera todas as demais em F1 e Recall.
- **Macro com melhora robusta:** +0,0908 em F1 vs. XGBoost; +0,2434 vs. REG LOG e vs. adaptado +0,0073 — melhor equilíbrio entre classes.
- **Subset accuracy bem superior:** 0,9412 (+15,6 pp sobre XGBoost; +20,6 pp sobre REG LOG; +1,46 pp sobre HARNN adaptado).
- **Trade-off precisão/recall:** HARNN campeã tem precisão levemente menor (−0,09 pp micro; −0,31 pp macro) em relação ao adaptado, mas o recall maior (+0,83 pp micro; +1,51 pp macro) melhora cobertura de classes de cauda e aumenta F1.

Referências |

- [1] J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 79, no. 8, pp. 2554–2558, 1982.
- [2] M. I. Jordan, "Attractor dynamics and parallelism in a connectionist sequential machine," in *Proceedings of the 8th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, pp. 531–546, 1986.
- [3] J. L. Elman, "Finding structure in time," *Cognitive Science*, vol. 14, no. 2, pp. 179–211, 1990.
- [4] P. J. Werbos, "Backpropagation through time: What it does and how to do it," *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, no. 10, pp. 1550–1560, 1990.
- [5] S. Hochreiter, *Untersuchungen zu dynamischen neuronalen Netzen*. PhD thesis, Technische Universität München, 1991.
- [6] S. Hochreiter and J. Schmidhuber, "Long short-term memory," *Neural Computation*, vol. 9, no. 8, pp. 1735–1780, 1997.
- [7] M. Schuster and K. K. Paliwal, "Bidirectional recurrent neural networks," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 11, pp. 2673–2681, 1997.
- [8] A. Graves and J. Schmidhuber, "Framewise phoneme classification with bidirectional lstm networks," in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, pp. 2047–2052, 2005.
- [9] K. Cho, B. van Merriënboer, C. Gülcöhre, D. Bahdanau, F. Bougares, H. Schwenk, and Y. Bengio, "Learning phrase representations using rnn encoder-decoder for statistical machine translation," *arXiv preprint arXiv:1406.1078*, 2014.
- [10] J. Chung, C. Gülcöhre, K. Cho, and Y. Bengio, "Empirical evaluation of gated recurrent neural networks on sequence modeling," *arXiv preprint arXiv:1412.3555*, 2014.
- [11] D. Serdyuk, N. R. Ke, A. Sordoni, A. Trischler, C. Pal, and Y. Bengio, "Twin networks: Matching the future for sequence generation," in *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, 2018. *arXiv:1708.06742*.
- [12] R. Pascanu, T. Mikolov, and Y. Bengio, "On the difficulty of training recurrent neural networks," in *Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning (ICML)*, pp. 1310–1318, 2013.
- [13] Y. Gal and Z. Ghahramani, "A theoretically grounded application of dropout in recurrent neural networks," in *Advances in Neural Information Processing Systems (NeurIPS)*, pp. 1019–1027, 2016. *arXiv:1512.05287*.
- [14] J. L. Ba, J. R. Kiros, and G. E. Hinton, "Layer normalization," *arXiv preprint arXiv:1607.06450*, 2016.
- [15] W. Huang, E. Chen, Q. Liu, Y. Chen, Z. Huang, Y. Liu, Z. Zhao, D. Zhang, and S. Wang, "Hierarchical multi-label text classification: An attention-based recurrent network approach," in *Proceedings of the 28th ACM International Conference on Information and Knowledge Management (CIKM '19)*, pp. 1051–1060, 2019.