

Curso de Sistemas Lineares I

Natanael Junior^{1 2}

natmourajr@lps.ufrj.br, [natmourajr.github.io](https://github.com/natmourajr)

¹Universidade Federal do Rio de Janeiro

²Laboratório de Processamento de Sinais

15/04/2016

Estrutura do Curso

- 1 Objetivo do Curso
- 2 Bibliografia Adotada
- 3 Regras Gerais
- 4 Resultados Anteriores
- 5 Classificação de Sinais
- 6 Operações Básicas com Sinais
- 7 Classificação de Sistemas
- 8 Modelagem de Sistemas Elétricos
- 9 Análise de Sistemas no Domínio do Tempo
- 10 Transformada de Laplace
- 11 Análise de Sistemas no Domínio das Frequências Complexas
- 12 Resposta em Frequências de um Sistema Linear
- 13 Transformada de Fourier
- 14 Análise de Sistemas no Domínio das Frequências
- 15 Referências Bibliográficas

Objetivo do Curso

Disponibilizar e avaliar o conhecimento de uma turma do **3º período** do curso de **Engenharia Eletrônica e de Computação** da Universidade Federal do Rio de Janeiro nos seguintes tópicos: *Modelagem, analogias e análise de sistemas físicos. Resposta a entrada zero, resposta ao estado zero e convolução. Resposta a uma entrada exponencial. Transformação de Fourier. Transformação de Laplace. Função de transferência, pólos e zeros. Resposta impulsional, resposta ao degrau, resposta senoidal. Sistemas de 1^a e 2^a ordens e de ordem superior, sistemas de fase não mínima: Resposta em freqüência e Diagramas de Bode.*

Bibliografia Adotada

- ① Linear Systems and Signals, 2nd Edition, B. P. Lathi [1]
- ② Signals and systems, 2nd Edition, Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab [2]
- ③ Linear System Theory and Design, 3rd Edition, Chi-Tsong Chen [3]
- ④ Circuits, Signals and Systems, William Siebert [4]

Regras Gerais

- 2 Provas Escritas - P_1 (13/05) e P_2 (01/07)
- Média das Provas (MP): $\frac{P_1+P_2}{2}$
- 5 Listas de Exercícios - L_0, L_1, L_2, L_3, L_4
- 2^a Chamada (08/07) - **Substitutiva**
- Média das Listas (ML): $\frac{L_0+L_1+L_2+L_3+L_4}{5}$
- Média Inicial (MI): $MP + 0.1 \cdot ML$
- $MI \leq 3.0$ - **Reprovado**
- $MI \geq 8.0$ - **Aprovado**
- $3.0 < MI < 8.0$ - **Trabalho Final**
- Trabalho Final: Trabalho Escrito (T_e) e Trabalho Apresentado (T_a) - 05/07 a 12/07
- Rodadas de Apresentação: 15/07 - 22/07
- Média Final (MF): $\frac{2 \cdot T_e + 2 \cdot T_a + MI}{5}$
- $MF \geq 5.0$ - **Aprovado**
- $MF < 5.0$ - **Reprovado**

Resultados Anteriores

- 2015/01
 - Número de Inscritos: 43
 - Média da P_1 : 3.9
 - Média da P_2 : 3.1
 - Média da $P_{2^a Cham.}$: 1.4
 - Total de Reprovados: 18
- 2015/02
 - Número de Inscritos: 33
 - Média da P_1 : 3.4
 - Média da P_2 : 3.3
 - Média da $P_{2^a Cham.}$: 3.4
 - Total de Reprovados: 15

Lista 0

Em uma folha de papel A4, resolva os seguintes exercícios:

- ① Para a EDO descrita por $ay''(t) + by'(t) + cy(t) = 0$ com $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e $b^2 - 4ac = 0$, mostre que $y(t) = e^{-\frac{b}{2a}t}$ é solução.
- ② Encontre a solução da EDO abaixo

$$\frac{\partial y}{\partial x} - 2xy = x$$

- ③ Utilizando o **VI** (Valor Inicial) $y(1/3) = e/3$, encontre a solução da EDO abaixo

$$\frac{\partial y}{\partial t} = e^{3t}$$

- ④ Dada a EDO abaixo, encontre a sua solução pelo **método do fator integrante**.

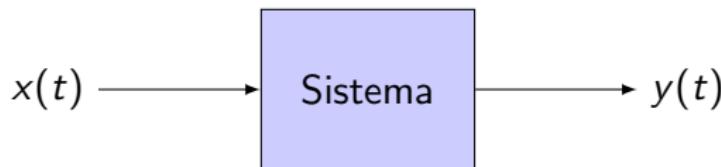
$$\frac{\partial y(t)}{\partial t} + \frac{2}{t}y(t) = t$$

Classificação de Sinais

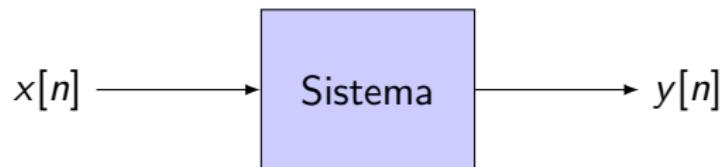
- O que é um **Sinal**?
 - Por Definição: Um função de uma ou mais **variáveis**, a qual veicula informação sobre a natureza de um fenômeno físico
- Sinal dependente de uma variável → **Sinal Unidimensional**
 - Ex: $x(t)$, geralmente t representa a variável tempo contínuo
 - Ex: $y[n]$, geralmente n representa a variável tempo discreto
- Sinal dependente de duas ou mais variáveis → **Sinal Multidimensional**
 - Ex: $\Theta(t, x, y)$: temperatura em uma sala
 - Ex $V[\alpha, n]$: Valor de um ativo α da bolsa de valores na amostra n

Classificação de Sinais

- No curso de Sistemas Lineares I, sinais serão inseridos em **sistemas**.
- O que é um **Sistema**?
 - Um sistema é uma entidade que manipula um ou mais sinais para realizar uma função, produzindo como resposta novos sinais



- Para o sistema acima a entrada é $x(t)$ e a saída é $y(t)$

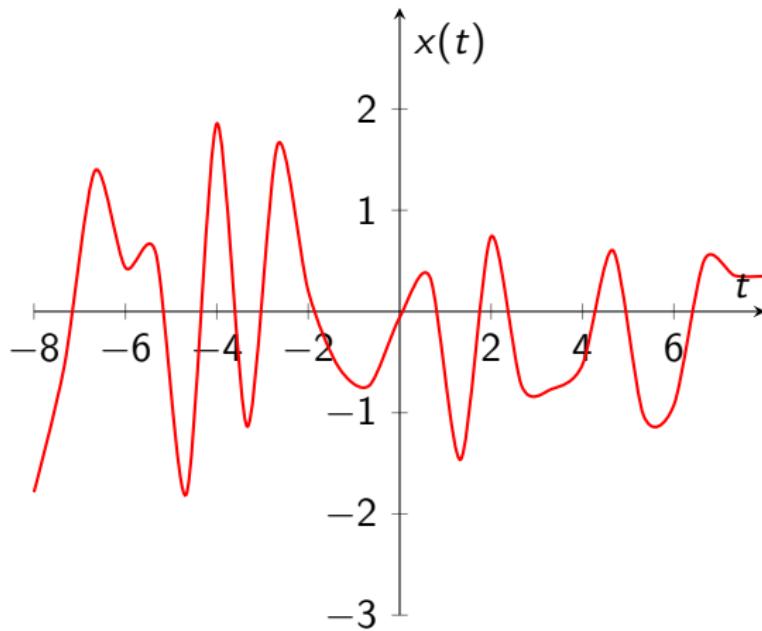


- Para o sistema acima a entrada é $x[n]$ e a saída é $y[n]$

Classificação de Sinais

Sinais no Tempo Contínuo e Sinais no Tempo Discreto

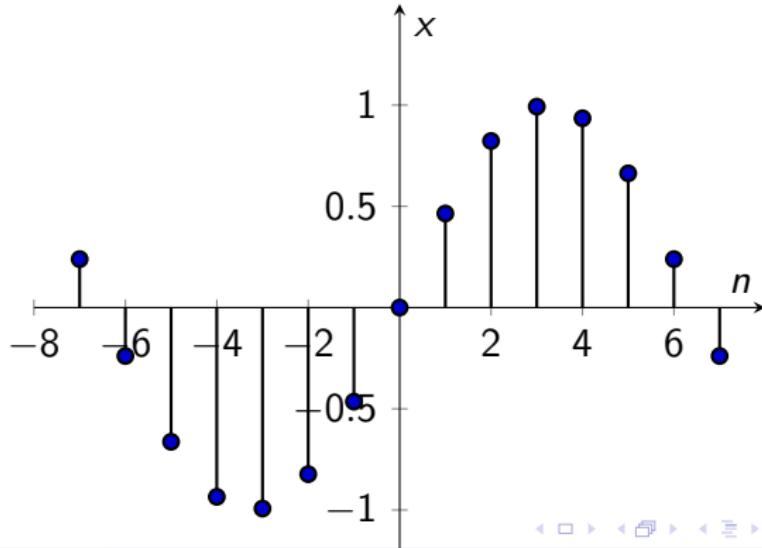
- $x(t)$ é dito de **tempo contínuo** se definido para todo tempo t



Classificação de Sinais

Sinais no Tempo Contínuo e Sinais no Tempo Discreto

- Um sinal de tempo discreto é frequentemente derivado de um sinal de tempo contínuo, amostrando-se o sinal a uma taxa **uniforme**. Definindo-se T como o período de amostragem e n como sendo um **número inteiro**, tem-se para $t = nT$, $x(t) = x(nT)$
- Por conveniência, utilizamos $x[n] = x(nT)$ para $n \in \mathbb{Z}$



Classificação de Sinais

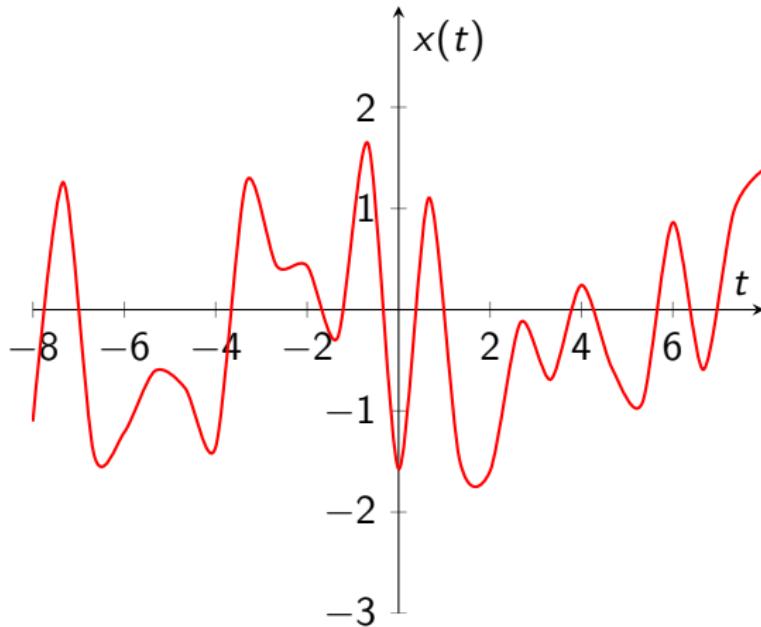
Como um sinal é uma entidade que se desenvolve ao longo de uma variável (que seja tempo ou qualquer outra) temos que o seu comprimento pode ser determinado em função da variável independente.

- Comprimento de um Sinal Contínuo - Intervalos de tempo contínuo
- Comprimento de um Sinal Discreto - quantidade de amostras no tempo discreto

Classificação de Sinais

Sinais Analógicos e Sinais Digitais

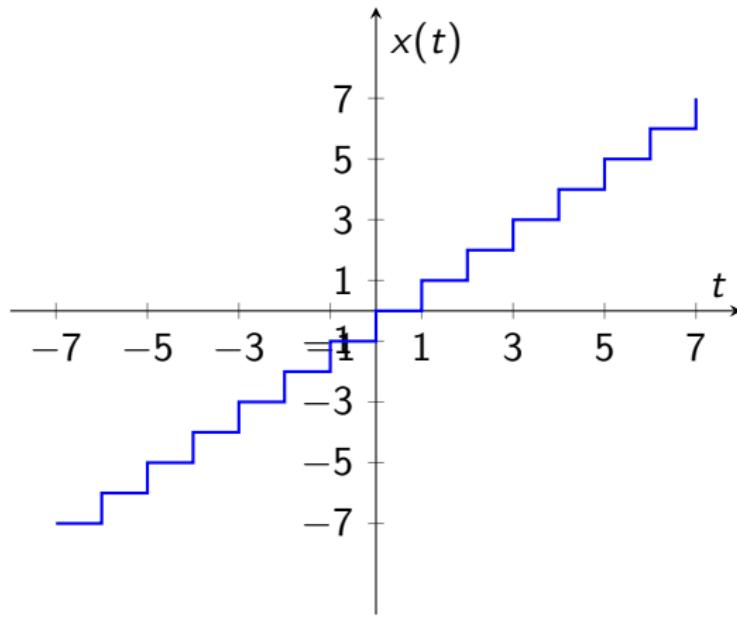
- **Sinais Analógicos** são definidos como sinais que podem assumir quaisquer valores em sua **faixa dinâmica**



Classificação de Sinais

Sinais Analógicos e Sinais Digitais

- **Sinais Digitais** são definidos como sinais que só podem assumir determinados valores em sua **faixa dinâmica**



Classificação de Sinais

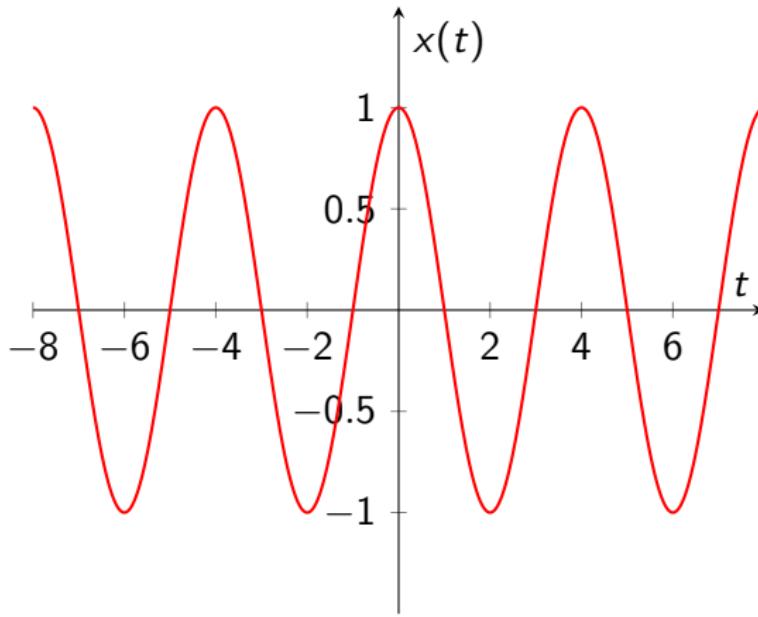
Uma confusão natural (e muito frequente) é

- Sinal Analógico → Sinal em tempo contínuo
- Sinal Digital → Sinal em tempo discreto

Classificação de Sinais

Sinais Pares e Sinais Ímpares

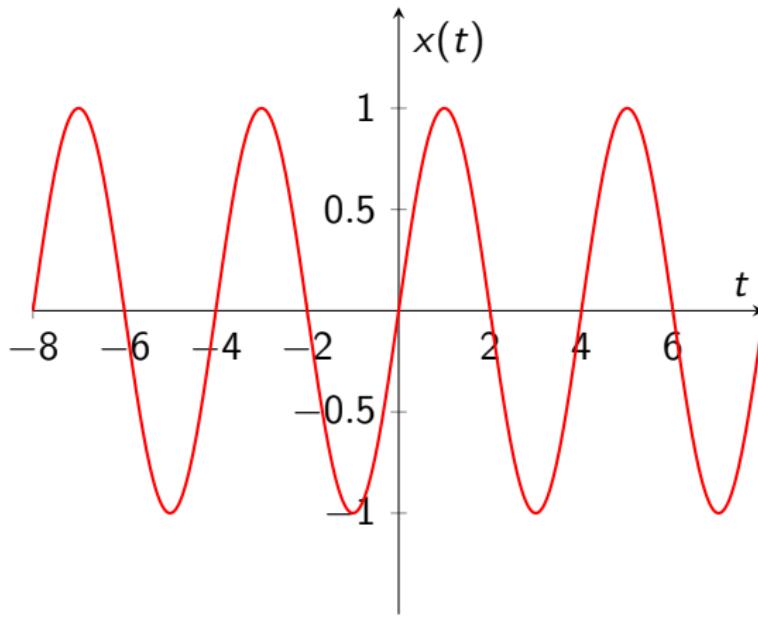
- Um sinal $x(t)$ é chamado **par** se $x(t) = x(-t)$
- Par \rightarrow Simetria em relação ao eixo das ordenadas



Classificação de Sinais

Sinais Pares e Sinais Ímpares

- Um sinal $x(t)$ é chamado **ímpar** se $x(t) = -x(-t)$
- Ímpar → assimetria em relação ao eixo das ordenadas



Classificação de Sinais

Sinais Pares e Sinais Ímpares - Propriedades

- Sinal par x Sinal ímpar = Sinal ímpar
- Sinal par x Sinal par = Sinal par
- Sinal ímpar x Sinal ímpar = Sinal par

Suponha um sinal $x_p(t)$ par e um sinal $x_i(t)$ ímpar. Sendo assim, temos:

$$\int_{-a}^a x_p(t) dt = 2 \int_0^a x_p(t) dt \quad (1)$$

$$\int_{-a}^a x_i(t) dt = 0 \quad (2)$$

Classificação de Sinais

Sinais Periódicos e Sinais Não-Periódicos

- **Sinais Periódicos** são os sinais que atendem a equação de periodicidade (equação 3) para todos os valores possíveis de T

$$x(t) = x(t + T) \quad (3)$$

- Definições secundárias:
 - Período fundamental do sinal $x(t) = T$ segundos
 - Frequência fundamental do sinal $x(t) = f$ Hz (onde $f = \frac{1}{T}$)
 - Frequência angular fundamental do sinal $x(t) = \omega$ rad/s (onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$)
- Todo o sinal que não atende a equação 3, são chamados de **Sinais Não-Periódicos** ou **Sinais Aperiódicos**

Classificação de Sinais

Sinais Causais, Sinais Não-Causais e Sinais Anti-Causais

- **Sinais Causais** são os sinais definidos apenas para $t \geq 0$
- **Sinais Não-Causais** são os sinais definidos para $t \geq 0$ e $t < 0$
- **Sinais Anti-Causais** são os sinais definidos apenas para $t < 0$

Classificação de Sinais

Sinais de Energia e Sinais de Potência

- Um sinal é caracterizado como **sinal de energia** se satisfizer a condição abaixo:

$$0 < E_{x(t)} < \infty \quad (4)$$

- Um sinal é caracterizado como **sinal de potência** se satisfizer a condição abaixo:

$$0 < P_{x(t)} < \infty \quad (5)$$

- Condições mutuamente **excludentes**

Classificação de Sinais

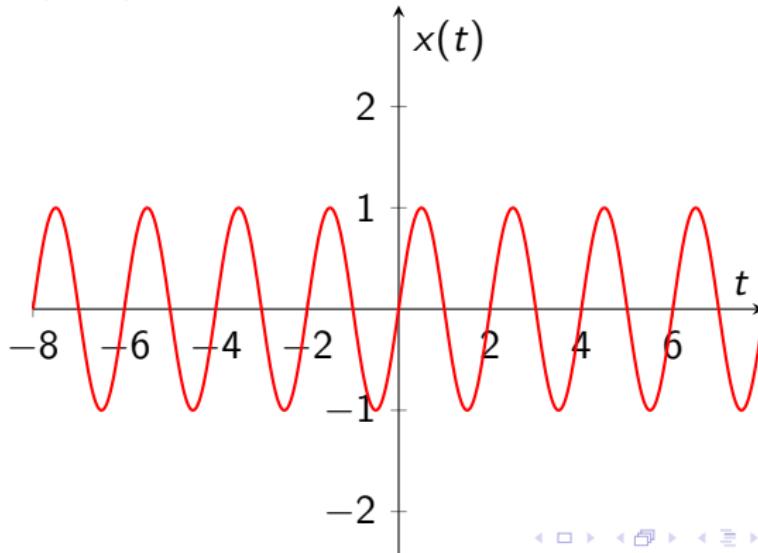
Sinais de Energia e Sinais de Potência

- As unidades de Energia e de Potência dependem **diretamente** da unidade do sinal a ser medido.

Classificação de Sinais

Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios

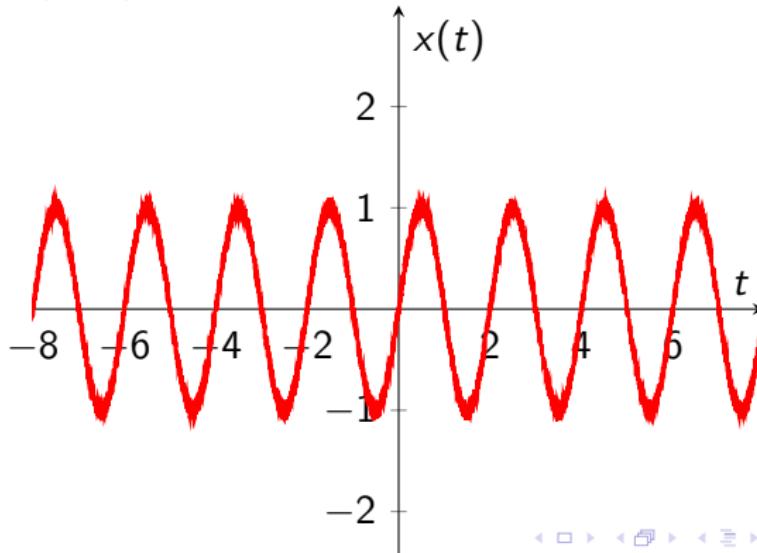
- São chamados de **Sinais Determinísticos**, os sinais aos quais não existe incerteza com respeito ao seu valor em qualquer instante de tempo
- São sinais aos quais podemos encontrar um modelo que modele **perfeitamente** o sinal
- Ex: $x(t) = \sin(\pi \cdot t)$



Classificação de Sinais

Sinais Determinísticos e Sinais Aleatórios

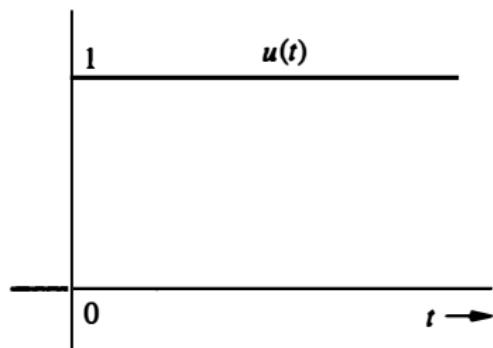
- São chamados de **Sinais Aleatórios**, os sinais aos quais existe **alguma** incerteza com respeito ao seu valor em qualquer instante de tempo
- São sinais aos quais não podemos encontrar um modelo que modele **perfeitamente** o sinal
- Ex: $x(t) = \text{sen}(\pi \cdot t) + \text{ruído}$



Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Degrau unitário ($u(t)$)

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (6)$$

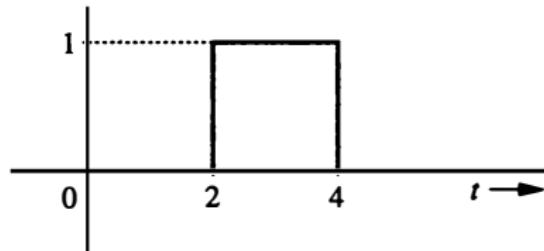
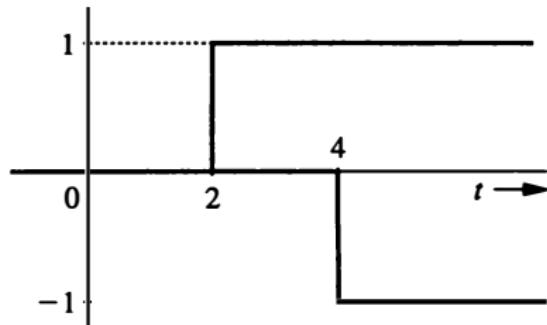


- Esse sinal também é chamado de **sinal causalizador**

Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Degrau unitário ($u(t)$) - Composição de sinais

- Podemos unir dois degraus unitários para compor um sinal totalmente diferente, por exemplo $x(t) = u(t - 2) - u(t - 4)$

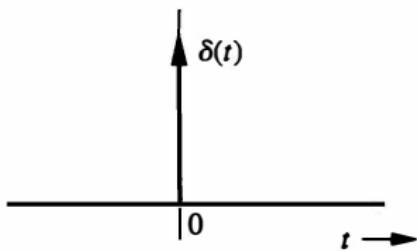


Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Impulso unitário ($\delta(t)$)

$$\delta(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

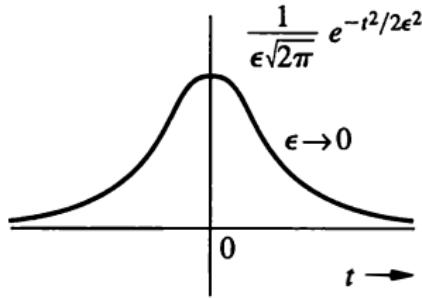
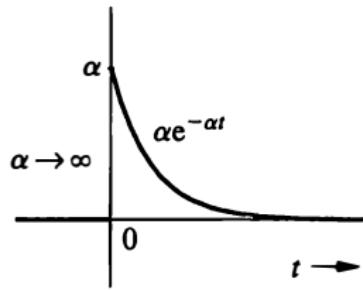
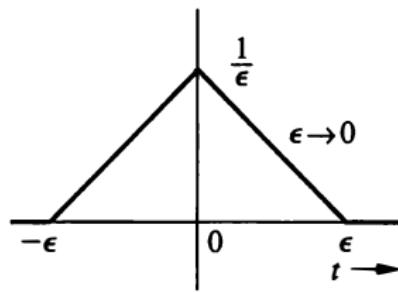
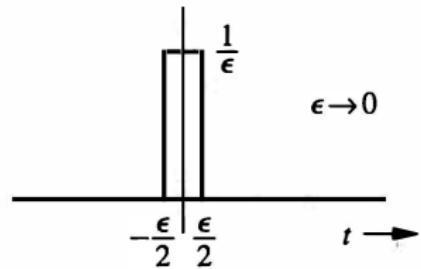
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (8)$$



- Esse é o impulso ideal, idealizado por **Paul Adrien Maurice Dirac**. Na prática, esse impulso é impossível de ser concebido.

Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Impulso unitário ($\delta(t)$) - Aproximações



Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Exponencial (e^{st})

$$s = \sigma + j\omega \quad (9)$$

$$e^{st} = e^{\sigma t + j\omega t} \quad (10)$$

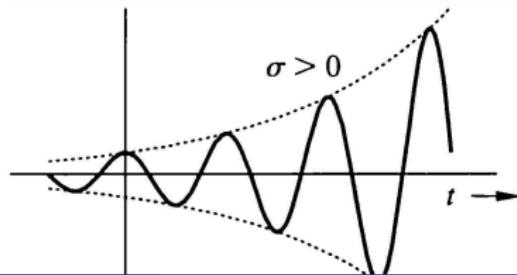
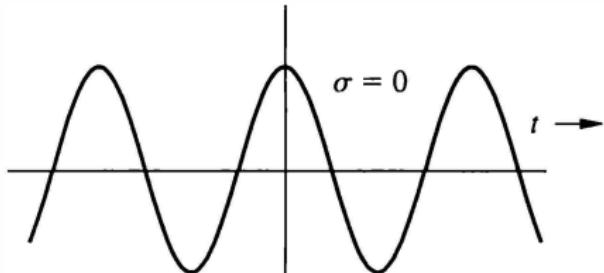
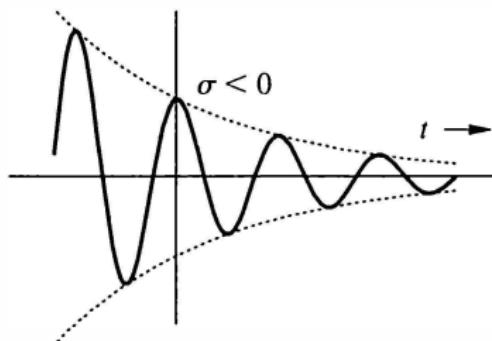
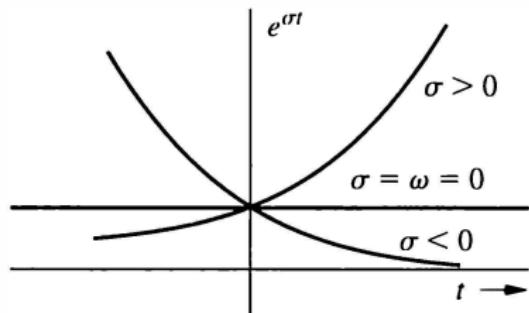
$$e^{st} = e^{\sigma t} (\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)) \quad (11)$$

Representações mais utilizadas

- ① Valor Constante (k) $\rightarrow ke^0$ ($s = 0$)
- ② Exponencial ($e^{\sigma t}$) $\rightarrow (\omega = 0)$
- ③ Senóide ($e^{j\omega t}$) $\rightarrow (\sigma = 0)$
- ④ Senóide Descrescente $\rightarrow (\sigma < 0)$
- ⑤ Senóide Crescente $\rightarrow (\sigma > 0)$

Classificação de Sinais

Modelos básicos de Sinais: Sinal Exponencial (e^{st}) - Análise



Operações Básicas com Sinais

- Energia Total de um sinal contínuo

$$E_{x(t)} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x^2(t) dt \quad (12)$$

- Energia Total de um sinal discreto

$$E_{x[n]} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] \quad (13)$$

Operações Básicas com Sinais

- Potência Média de um sinal contínuo

$$P_{x(t)} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x^2(t) dt \quad (14)$$

- Potência Média de um sinal contínuo **periódico**

$$P_{x(t)} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t) dt \quad (15)$$

Operações Básicas com Sinais

- Potência Média de um sinal discreto

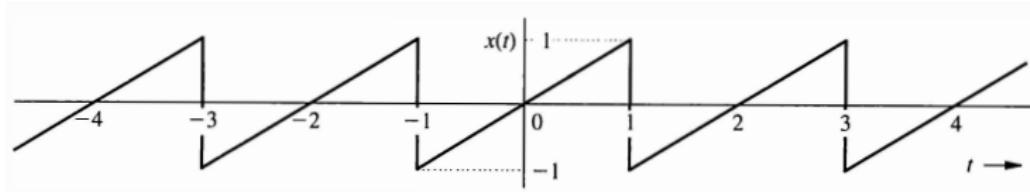
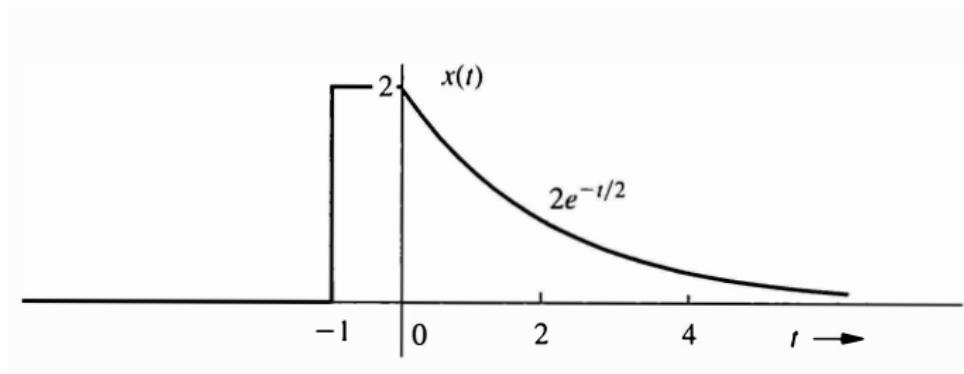
$$P_{x(t)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N x^2[n] \quad (16)$$

- Potência Média de um sinal discreto **periódico**

$$P_{x(t)} = \frac{1}{2N} \sum_{n=-N}^N x^2[n] \quad (17)$$

Operações Básicas de Sinais

Calcule a Energia e a Potência Média dos Sinais abaixo



Operações Básicas de Sinais

Solução:

- Para o primeiro sinal, podemos ver que para $t \rightarrow \infty$, a amplitude $\rightarrow 0$, ou seja, podemos calcular a energia da seguinte forma:

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt = \int_{-1}^0 2^2 dt + \int_0^{+\infty} 4e^{-t} dt = 4 + 4 = 8 \text{ u.a.e.}$$

- Para o segundo sinal, vemos que a amplitude não tende a zero, ou seja, a energia não converge para um valor. Mas a potência média pode ser calculada através de

$$P_{x(t)} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} x^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} t^2 dt = \frac{1}{3} \text{ u.a.p.}$$

Operações Básicas com Sinais

Supondo dois sinais $x_1(t)$ e $x_2(t)$

Adição de Sinais

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (18)$$

Multiplicação de Sinais

$$y(t) = x_1(t) \cdot x_2(t) \quad (19)$$

Mudança de Escala de Sinais

$$y(t) = \alpha \cdot x_1(t) \quad (20)$$

Operações Básicas com Sinais

Supondo um sinal $x(t)$

Diferenciação de Sinais

$$y(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial t} \quad (21)$$

Integração de Sinais

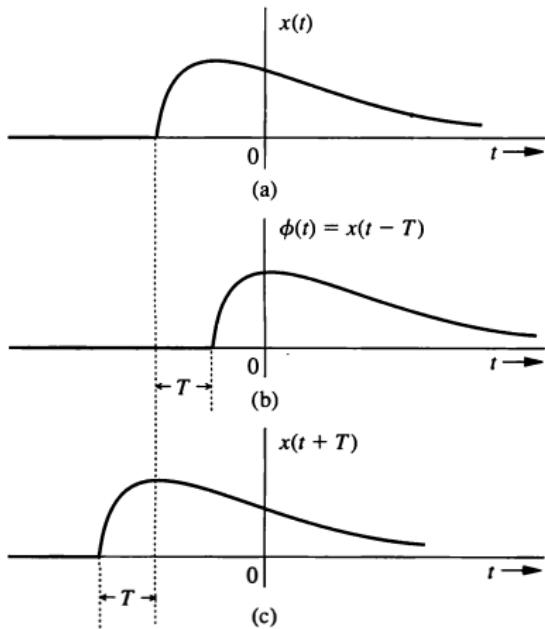
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(t) dt \quad (22)$$

Operações Básicas com Sinais

Deslocamento no Tempo

Considere um sinal $x(t)$ (expresso na figura ao lado)

- O descolamento é expresso por:
 $x(t \pm T)$
- Na figura **b**, temos o sinal atrasado ($T < 0$)
- Na figura **c**, temos o sinal adiantado ($T > 0$)

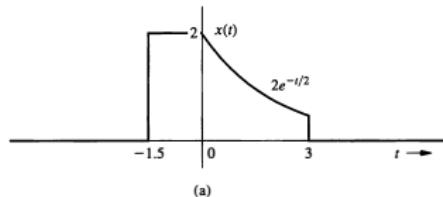


Operações Básicas com Sinais

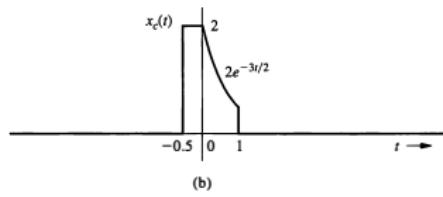
Compactação/Expansão no Tempo

Considere um sinal $x(t)$ (expresso na figura ao lado)

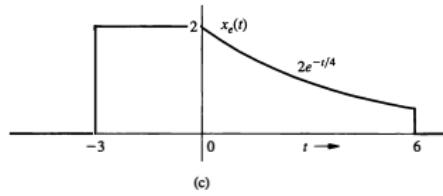
- Para $0 < \alpha < +\infty$
- A compactação é dada por $x(\alpha \cdot t)$, se $\alpha > 1$ (figura b)
- A expansão é dada por $x(\alpha \cdot t)$, se $\alpha < 1$ (figura c)



(a)



(b)

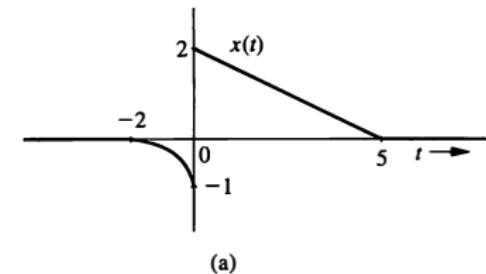


(c)

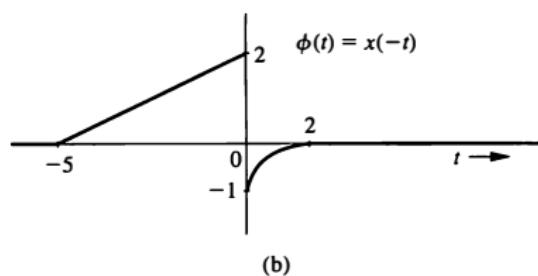
Inversão no Tempo

Considere um sinal $x(t)$ (expresso na figura ao lado)

- A inversão pode ser vista como uma complementação do processo de compactação ou expansão no tempo.
- Com $\alpha = -1$, temos a figura expressa ao lado (figura b)



(a)



(b)

Combinação entre duas ou mais operações básicas

- A combinação entre operações deve ser feito com **bastante** cuidado.
Pois o domínio e a imagem da operação deve ser observado.
- Por exemplo: $x(at - b)$, este sinal pode ser obtido de duas maneiras diferentes:
 - ① Podemos atrasar o sinal em b e depois compactar o sinal atrasado por a (uma vez que a compactação afeta somente a variável tempo)

$$x(t) \rightarrow x(t - b) \rightarrow x(at - b)$$

- ② Podemos compactar o sinal de a e depois atrasar o sinal compactado por $\frac{b}{a}$ (uma vez que o atraso afeta o argumento do sinal na sua totalidade)

$$x(t) \rightarrow x(at) \rightarrow x\left(a\left(t - \frac{b}{a}\right)\right)$$

Multiplicação por um Impulso Unitário

- Na equação 7 temos a definição do impulso unitário **ideal**. Nesta equação, vemos que para $t = 0$ o impulso unitário assume o valor 1. Com isso, podemos inferir que se um sinal $f(t)$ for multiplicado por $\delta(t)$, teremos:

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

- Ou seja, uma função contínua $f(t)$ multiplicada por um impulso unitário gera um impulso com **altura** (ou “**força**”) de $f(0)$ (valor da função na posição do impulso)
- Caso o impulso esteja atrasado de T , temos o seguinte comportamento:

$$f(t)\delta(t - T) = f(T)\delta(t - T)$$

Propriedade da Amostragem por um Impulso Unitário

- Na equação 8 temos a definição da área de impulso unitário **ideal**. De posse da equação 8 somada com a **multiplicação por um impulso unitário**, podemos montar um processo de **amostragem**. Com isso, podemos inferir que se um sinal $f(t)$ for multiplicado por $\delta(t)$ e depois integrado para todo o tempo, teremos:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = f(0)$$

- Caso o impulso esteja atrasado de T , temos o seguinte comportamento:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-T)dt = f(T) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = f(T)$$

Decomposição de Sinais em partes pares e ímpares

- Todo Sinal pode ser expresso como uma soma de sinais pares e ímpares. Sendo que a sua forma final pode ser vista como:

$$x(t) = \underbrace{\frac{1}{2} [x(t) + x(-t)]}_{\text{parte par}} + \underbrace{\frac{1}{2} [x(t) - x(-t)]}_{\text{parte ímpar}}$$

Operações Básicas com Sinais

Desenhe o sinal e faça a operação pedida.

- ① $x_1(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$, expandir o sinal por 2
- ② $x_2(t) = e^{-at}u(t)$, inverter o sinal no tempo
- ③ $x_3(t) = \delta(t)$, $x'_3(t) = x_3(3t - 5)$
- ④ $x_4(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$, multiplicação por $\delta(t)$
- ⑤ $x_5(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$, multiplicação por $\delta(t - 1)$ e integração no tempo
- ⑥ $x_6(t) = e^{j\omega t}$, decomposição em sinais pares e ímpares

Sistemas Lineares e Sistemas Não-Lineares

- Para provar a **linearidade**, devemos provar duas características separadamente:
 - Aditividade** - É a propriedade de um sistema responder da **mesma maneira** na presença de uma ou mais entradas. Então, supondo que para a entrada $x_1(t)$, um sistema S_1 responda $y_1(t)$ e para uma entrada $x_2(t)$ o mesmo sistema responda $y_2(t)$, então a propriedade da aditividade diz que:

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t) \quad (23)$$

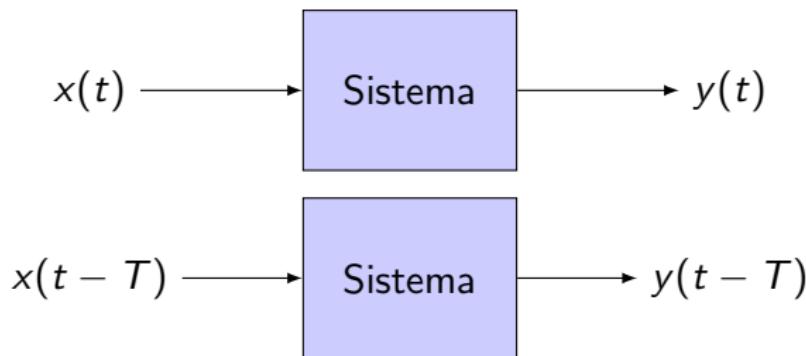
- Homogeneidade** - É a propriedade de um sistema responder da **mesma maneira** para diferentes amplitudes de entrada. Então, supondo que para a entrada $x_1(t)$, um sistema S_1 responda $y_1(t)$, então a propriedade da homogeneidade diz que:

$$\alpha x_1(t) \rightarrow \alpha y_1(t) \quad (24)$$

- Sistemas que não atendem uma das propriedades acima são chamados de **Sistemas Não-Lineares**

Sistemas Variantes no tempo e Sistemas Invariantes no tempo

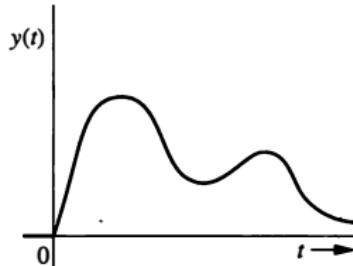
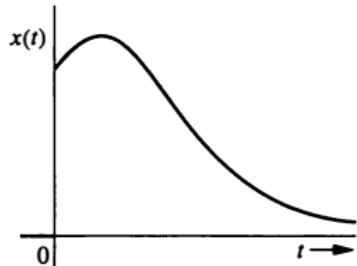
- A **propriedade da invariância no tempo** representa a capacidade do sistema não se modificar durante um intervalo de tempo T .



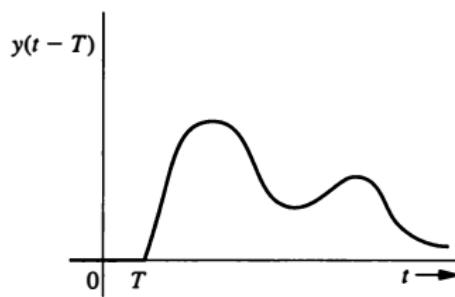
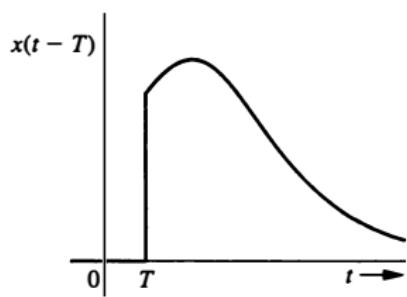
- Caso $y(t) = y(t - T)$, dizemos que o sistema é **Invariante no Tempo**.

Classificação de Sistemas

Sistemas Variantes no tempo e Sistemas Invariantes no tempo



(a)



(b)

Sistemas Instantâneos e Sistemas Dinâmicos

- **Sistemas Instantâneos** - Sistemas que dependem apenas do instante de tempo t para gerar a resposta $y(t)$. Também são chamados de **Sistemas sem Memória**, pois entradas anteriores ao tempo t são irrelevantes para a resposta $y(t)$.
- **Sistemas Dinâmicos** - Sistemas que dependem de instantes de tempo T anteriores a t para gerar a resposta $y(t)$ são chamados de **Sistemas Dinâmicos ou com memória**. Podemos ter sistemas com memória **finita** (sistemas digitais de processamento de sinais) ou memória **infinita** (sistemas analógicos de processamento de sinais).

Classificação de Sistemas

Sistemas Causais e Sistemas não-Causais

- **Sistemas Causais** (ou Sistemas Físicos ou Sistemas Não-Antecipativos) são sistemas que geram a resposta $y(t)$ somente dependendo de instantes de tempo anteriores a t .
- **Sistemas não-Causais** (ou Sistemas Antecipativos) são sistemas que geram a resposta $y(t)$ com alguma dependência de instantes de tempo posteriores a t .
- Ex: $y(t) = x(t - 2)$ é um sistema causal (a saída $y(t)$ depende apenas da entrada no instante no instante $t - 2$)
- Ex: $y(t) = x(t - 2) + x(t + 2)$ é um sistema não-causal (a saída $y(t)$ depende da entrada no instante no instante $t - 2$ e no instante $t + 2$, ou seja no futuro)
- Na prática, sistemas reais não podem ser não-causais, pois teríamos que fazer uma **predição** dos valores da entrada no **futuro**, o que geraria um erro de estimativa inerente ao processo (tornando o projeto inviável).

Classificação de Sistemas

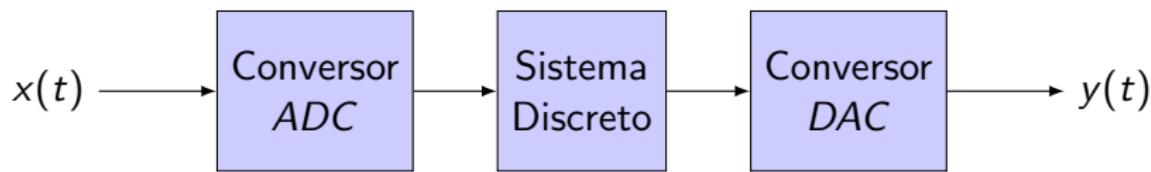
Sistemas de tempo contínuo e Sistemas de tempo discreto

- **Sistemas em tempo contínuo** são sistemas que operam em tempo contínuo
- **Sistemas em tempo discreto** são sistemas que operam em tempo discreto

Sistemas Analógicos e Sistemas Digitais

- **Sistemas Analógicos** são sistemas que operam em sinais analógicos
- **Sistemas Digitais** são sistemas que operam em sinais digitais

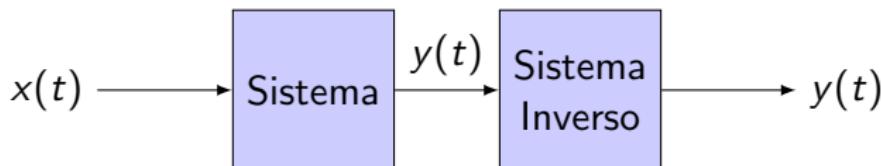
Sinais em tempo contínuo analógicos **podem** ser processados em sistemas digitais e de tempo discreto



Classificação de Sistemas

Sistemas Inversíveis e Sistemas Não-Inversíveis

- Se um sistema S processa um conjunto de operações que pode ser **desfeito**, este sistema é chamado **sistema inversível**. Ex:
 $y(t) = 2 \cdot x(t)$.
- O sistema que processa o conjunto **inverso** de operações é chamado de **sistema inverso** de S



- Se um sistema S processa um conjunto de operações que não pode ser **desfeito** (distorcendo o sinal **permanentemente**), este sistema é chamado de **sistema não-inversível**. Ex: $y(t) = |x(t)|$

Sistemas Estáveis e Sistemas Instáveis

- Sistemas Estáveis: Estabilidade Interna vs. Estabilidade Externa
 - Estabilidade Externa: Toda **entrada limitada gera saída limitada**, chamada de estabilidade **BIBO** (*bounded input - bounded output*)
 - Estabilidade Interna: Depende da estabilidade das variáveis internas do sistema (a serem analisadas mais profundamente posteriormente)
- Caso o sistema não apresente uma das estabilidades acima, o mesmo será considerado **instável** no sentido da estabilidade rompida.

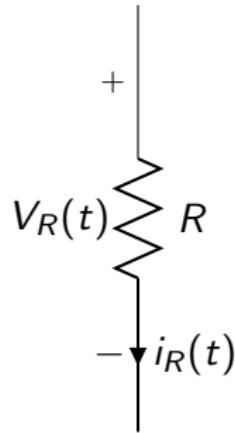
Classificação de Sistemas

Responda a afirmativa, justificando (onde $y(t)$ é a saída e $x(t)$ é a entrada:

- ① $y(t) = x^2(t)$, é linear?
- ② $y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$, é instantâneo?
- ③ $y(t) = \frac{1}{3}(x(t) + x(t - 1) + x(t - 2))$, é linear?
- ④ $y(t) = x(t) + n(t)$, onde $n(t)$ é ruído, é inversível?
- ⑤ $y(t) = \int_t^{+\infty} x(\tau) d\tau$, é causal?
- ⑥ $y(t) = \alpha^t x(t)$, onde $\alpha \leq 1$, é instável?

Equações Características de Componentes Elétricos

- Resistor (R)
- Unidade: Ohm (Ω)
- Lei de Ohm

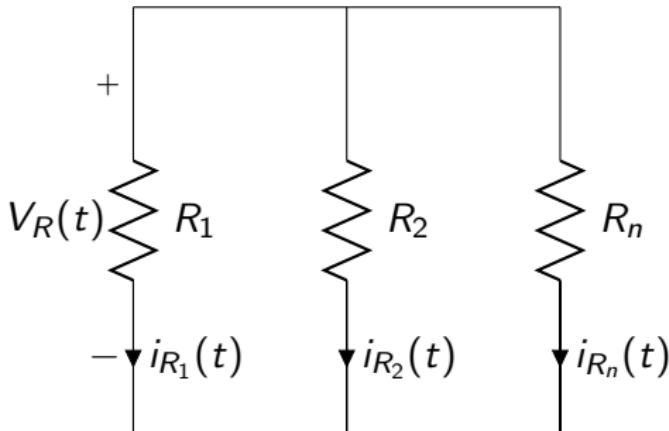


$$V_R(t) = R \cdot i_R(t) \quad (25)$$

Modelagem de Sistemas Elétricos

Equações Características de Componentes Elétricos

- Associação de Resistores

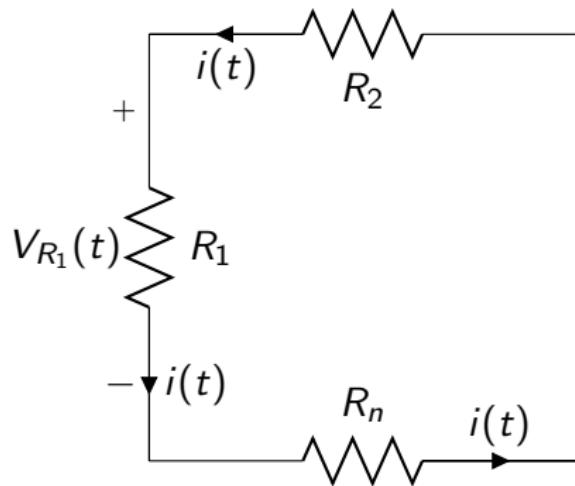


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (26)$$

Modelagem de Sistemas Elétricos

Equações Características de Componentes Elétricos

- Associação de Resistores



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n \quad (27)$$

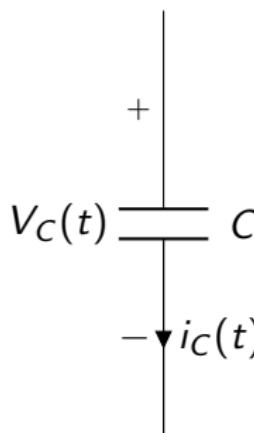
Modelagem de Sistemas Elétricos

Equações Características de Componentes Elétricos

- Capacitor (C)
- Unidade: Faraday (F)

Quantidade de Carga:

$$q(t) = C \cdot V_C(t) \quad (28)$$



Corrente em um Capacitor

$$i_C(t) = \frac{\partial q(t)}{\partial t} = C \frac{\partial V_C(t)}{\partial t} \quad (29)$$

Tensão em um Capacitor

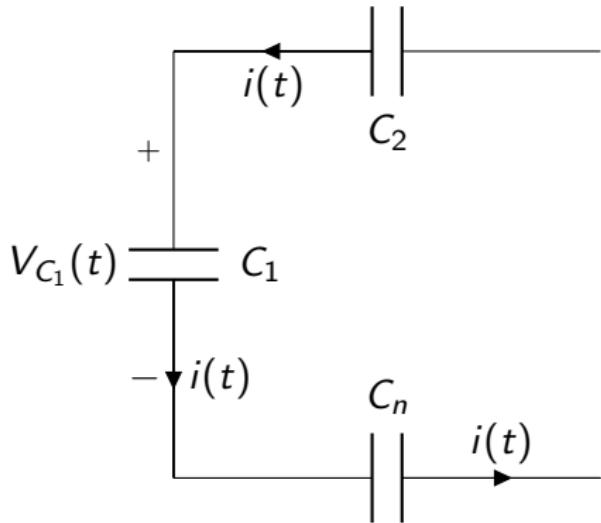
$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_C(t) dt \quad (30)$$

Energia armazenada

$$E_C(t) = \frac{C \cdot V^2(t)}{2} \quad (31)$$

Equações Características de Componentes Elétricos

- Associação de Capacitores

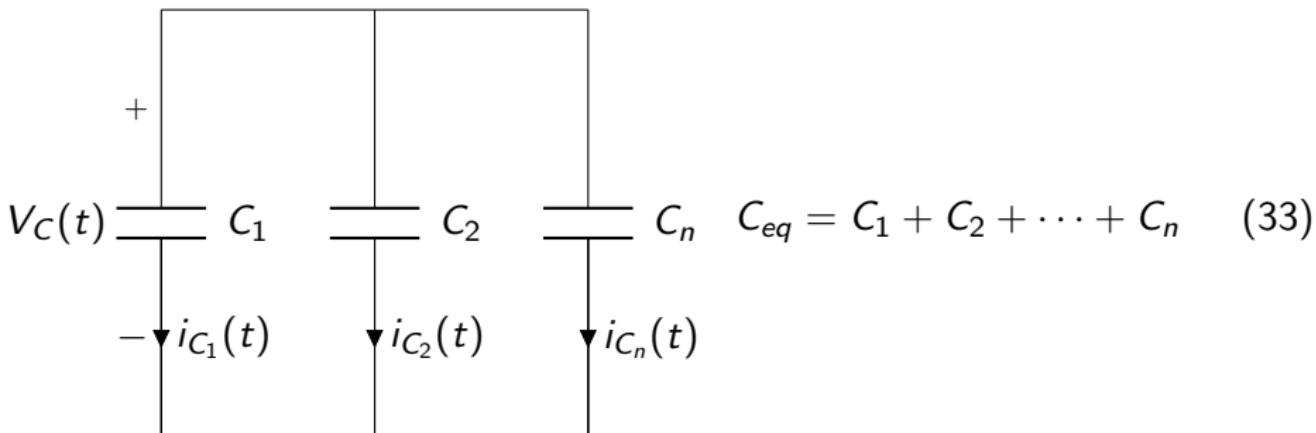


$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (32)$$

Modelagem de Sistemas Elétricos

Equações Características de Componentes Elétricos

- Associação de Capacitores



Leis de Kirchoff

Modelagem de Circuitos

Decomposição da Entrada de um Sistema Linear

Resposta a Entrada Zero

Resposta ao Impulso Unitário - $h(t)$

Integral de Convolução

Convolução Gráfica

Resposta ao Estado Zero

Transformada de Laplace

Análise de Sistemas no Domínio das Frequências Complexas

Resposta em Frequências de um Sistema Linear

Transformada de Fourier

Análise de Sistemas no Domínio das Frequências

Referências Bibliográficas I

- [1] B. P. Lathi, *Linear Systems and Signals*.
Oxford, UK: Oxford University Press, 2nd ed., 2009.
- [2] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, and S. H. Nawab, *Signals & Systems (2Nd Ed.)*.
Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1996.
- [3] C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design*.
New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 3rd ed., 1998.
- [4] W. M. Siebert, *Circuits, Signals, and Systems*.
Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1986.