Найти производную функции:

1. $y=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}-\frac{5}{x^3}+\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$

Это производная от суммы, поэтому представим ее в виде суммы производных:

$$y'=\left(\frac{1}{x}\right)'+\left(\frac{2}{x^2}\right)'-\left(\frac{5}{x^3}\right)'+\left(\sqrt{x}\right)'-\left(\sqrt[3]{x}\right)'+\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)'=(x^{-1})'+(2x^{-2})'-(5x^{-3})'+(x^{\frac{1}{2}})'-(x^{\frac{1}{3}})'+(3x^{-\frac{1}{2}})'=$$

$$=-x^{-2}-2\cdot 2x^{-3}-3\cdot(-5)x^{-4}+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}+3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}}=-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}+\frac{15}{x^4}+\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}-\frac{3}{2\sqrt{x^3}};$$

2. $y=x\cdot\sqrt{1+x^2}$

Это производная от произведения, поэтому преобразуем ее согласно свойствам и правилам:

$$y'=(x)'\cdot\sqrt{1+x^2}+x\cdot\left(\sqrt{1+x^2}\right)'=\sqrt{1+x^2}+x\cdot\left((1+x^2)^{\frac{1}{2}}\right)'=\sqrt{1+x^2}+\frac{x}{2\sqrt{1+x^2}};$$

3. $y=\frac{2x}{1-x^2}$

Это производная от частного, поэтому преобразуем ее согласно свойствам и правилам:

$$y'=\frac{(2x)'\cdot(1-x^2)-2x\cdot(1-x^2)'}{\left(1-x^2\right)^2}=\frac{2(1-x^2)-2x(-2x)}{\left(1-x^2\right)^2}=\frac{2+2x^2}{\left(1-x^2\right)^2};$$

5. $y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$

Это производная сложной функции, поэтому преобразуем ее согласно свойствам и правилам:

$$y'=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot(x+\sqrt{x^2+1})'=\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\right);$$

6. $y=x\cdot\ln(x+\sqrt{x^2+1})-\sqrt{x^2+1}$

Тут и произведение, и разность и сложная функция.

$$y=x'\cdot\ln(x+\sqrt{x^2+1})+x\cdot\left(\ln(x+\sqrt{x^2+1})\right)'-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'=$$

$$=\ln(x+\sqrt{x^2+1})+x\cdot\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\right)-\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}};$$