

# Лабораторная работа №2

Nikita A. Toponen

RUDN University, 15 February 2022 Moscow, Russia

# Задача о погоне

# Прагматика выполнения работы

- Знакомство с основами математического моделирования на примере задачи о погоне.
- Визуализация результатов моделирования путем построения графиков.

## Цель выполнения работы

- Научиться строить математические модели для выбора правильной стратегии при решении задачи поиска на примере задачи о погоне.
- Научиться решать уравнения и строить графики в системе Scilab

## Постановка задачи лабораторной работы

- На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

## Задания для выполнения

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки.

# Выполнение работы

## Вывод уравнения 1/6

- Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер —  $k - x$  (или  $k + x$  в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $k - x/4.8v$  (во втором случае  $k + x/4.8v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.



## Вывод уравнения 2/6

- Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.8v} \text{ в первом случае}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.8v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения  $x_1 = \frac{17.4}{5.8} = 3$  и  $x_2 = \frac{17.4}{3.8} = \frac{8.7}{1.9}$ , задачу будем решать для двух случаев.

## Вывод уравнения 3/6

- После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  — радиальная скорость и  $v_\tau$  — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $\frac{dr}{dt} = v$ .

## Вывод уравнения 4/6

- Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{\partial\theta}{\partial t}$  на радиус  $r$ ,  $v_\tau = r \frac{\partial\theta}{\partial t}$

Из рисунка (рис. 1) видно:  $v_\tau = \sqrt{23.04v^2 - v^2} = \sqrt{22.04}v$  (учитывая, что радиальная скорость равна  $v$ ). Тогда получаем  $r \frac{\partial\theta}{\partial t} = \sqrt{22.04}v$

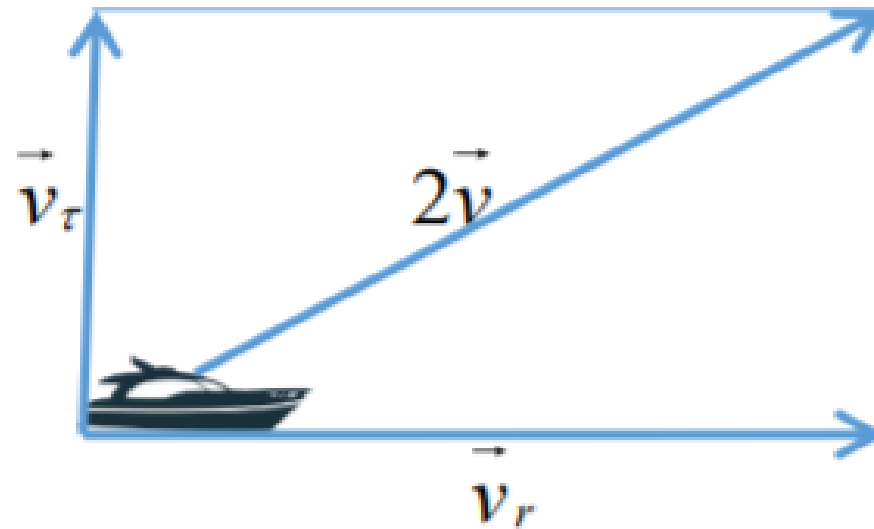


рис.1 Разложение скорости на радиальную и тангенциальную

## Вывод уравнения 5/6

- Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{22.04} v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 3 \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{8.7}{1.9} \end{cases} \end{aligned}$$

## Вывод уравнения 6/6

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{22.04}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

# Результаты выполнения работы

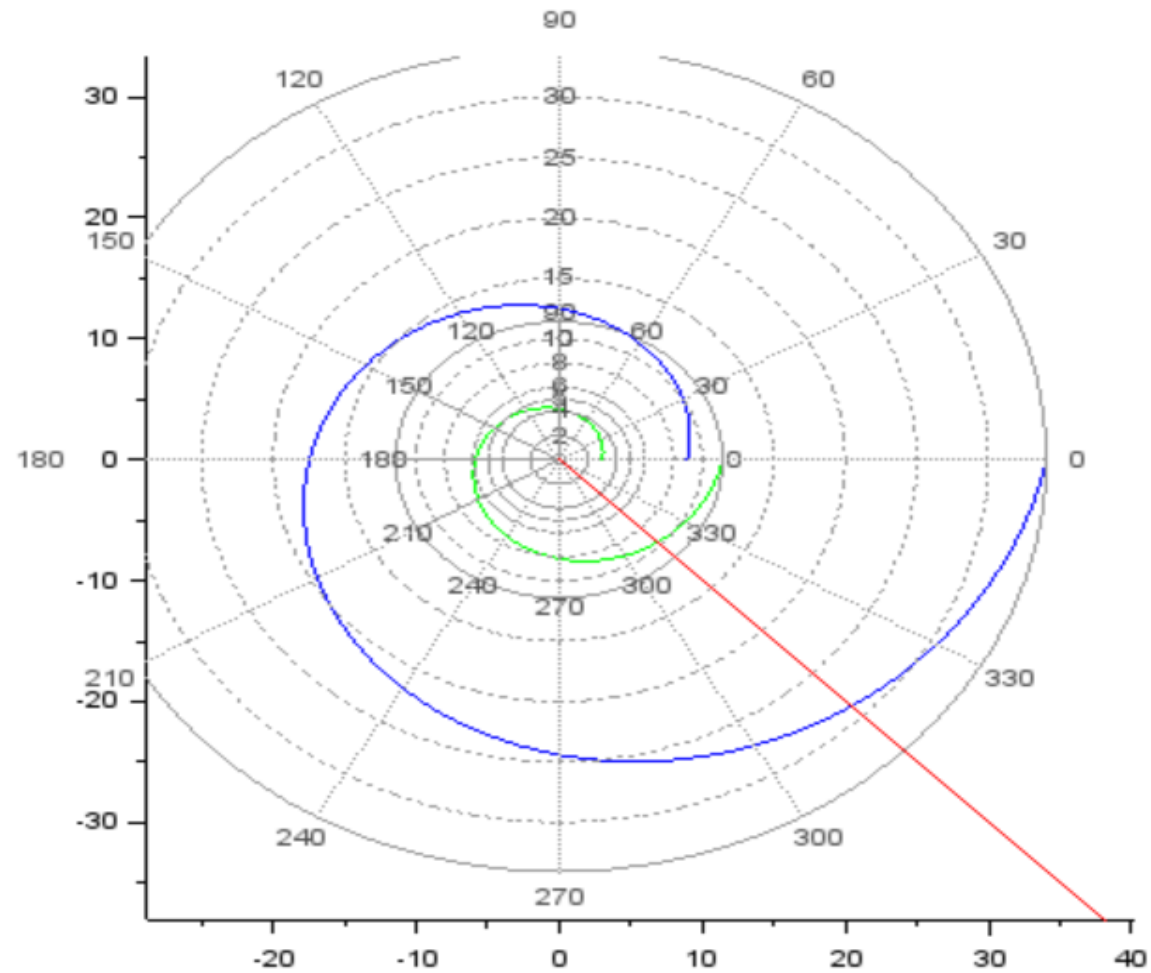


рис.2 Графики

**Спасибо за внимание!**