

# **Лабораторная работа №7**

**Эффективность рекламы**

Топонен Никита Андреевич

# Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	10
Случай первый: $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$	10
Случай второй: $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$	11
Случай третий: $\alpha_1(t) \approx \alpha_2(t)$	13
Сравнение эффективности	16
Вопросы к лабораторной	16
Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)	16
Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)	17
На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы	18
Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$	18
Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$	18
Выводы	20
Список литературы	21

# Список иллюстраций

1	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	8
2	График логистической кривой . . . . .	9
1	График изменения людей, знающих о товаре в случае 1 . . . . .	11
2	График изменения людей, знающих о товаре в случае 2 . . . . .	13
3	График изменения людей, знающих о товаре в случае 3 . . . . .	15
4	Сравнение эффективности рекламы . . . . .	16
5	График решения уравнения модели Мальтуса . . . . .	18
6	График логистической кривой . . . . .	19

## Список таблиц

## Цель работы

Рассмотреть модель эффективности рекламы. Написать модель в OpenModelica, построить и проанализировать графики эффективности рекламы для трех случаев.

# Задание

## Вариант 41

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.

$$\frac{dn}{dt} = (0.205 + 0.000023 * n(t)) * (N - n(t))$$

2.

$$\frac{dn}{dt} = (0.0000305 + 0.24 * n(t)) * (N - n(t))$$

3.

$$\frac{dn}{dt} = (0.05 * \sin(t) + 0.03 * \cos(4t) * n(t)) * (N - n(t))$$

При этом объем аудитории  $N = 2300$ , в начальный момент о товаре знает  $n(0) = 20$  человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

# Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t) * (N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t) > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампа-

нии (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t) * (N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t) * n(t)) * (N - n(t)) \quad (1)$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (@001)

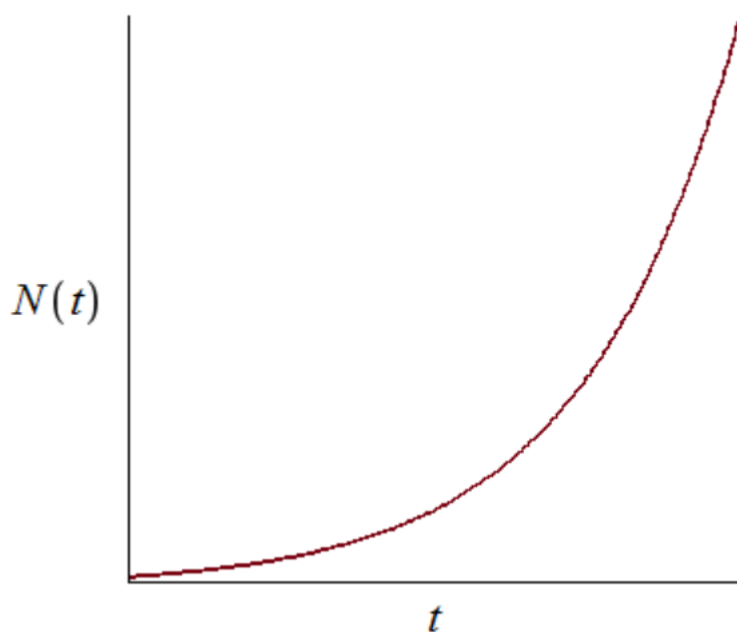


Рис. 1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой (@002):



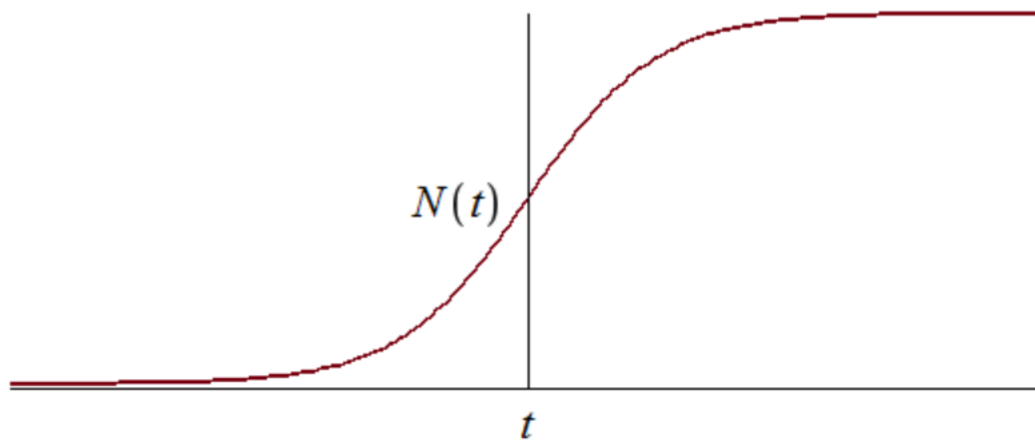


Рис. 2: График логистической кривой

# Выполнение лабораторной работы

## Случай первый: $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

В этом случае уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{dn}{dt} = (0.205 + 0.000023 * n(t)) * (N - n(t))$$

С начальными значениями  $N = 2300, n = 20$ .

Код модели для первого случая:

```
model lab07_case1
```

```
constant Real alpha_1=0.205 "значение коэффициента alpha_1";  
constant Real alpha_2=0.000023 "значение коэффициента alpha_2";  
constant Real N=2300 "объем аудитории";
```

```
Real n "число людей знающих о товаре";
```

```
initial equation
```

```
n=20 "количество людей, знающий о товаре в момент времени t=0";
```

```
equation
```

```
der(n)=(alpha_1+alpha_2*n)*(N-n);
```

```
end lab07_case1;
```

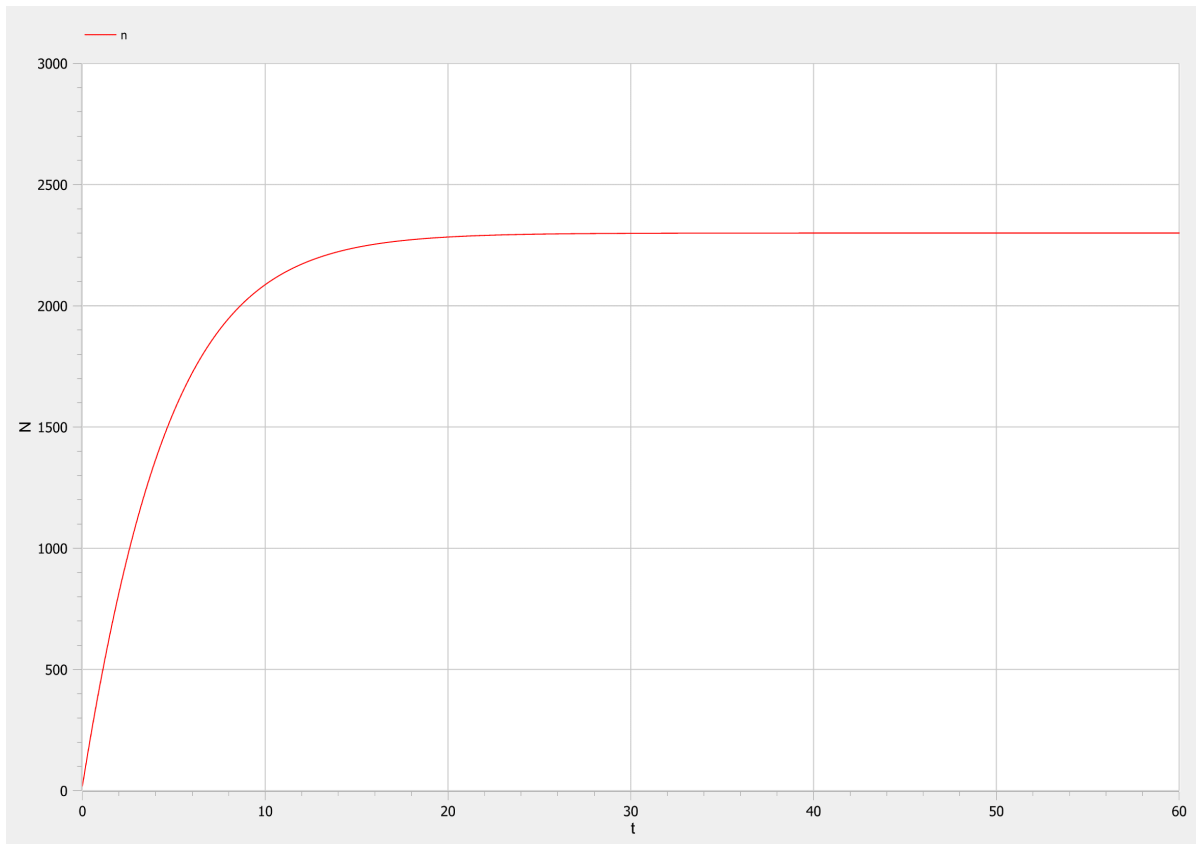


Рис. 1: График изменения людей, знающих о товаре в случае 1

### Случай второй: $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

В этом случае уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{dn}{dt} = (0.0000305 + 0.24 * n(t)) * (N - n(t))$$

С начальными значениями  $N = 2300, n = 20$ .

Код модели для второго случая:

```
model lab07_case2
```

```

constant Real alpha_1=0.0000305 "значение коэффициента alpha_1";
constant Real alpha_2=0.24 "значение коэффициента alpha_2";
constant Real N=2300 "объем аудитории";

Real n "число людей знающих о товаре";

initial equation
n=20 "количество людей, знающих о товаре в момент времени t=0";

equation
der(n)=(alpha_1+alpha_2*n)*(N-n);

end lab07_case2;

```

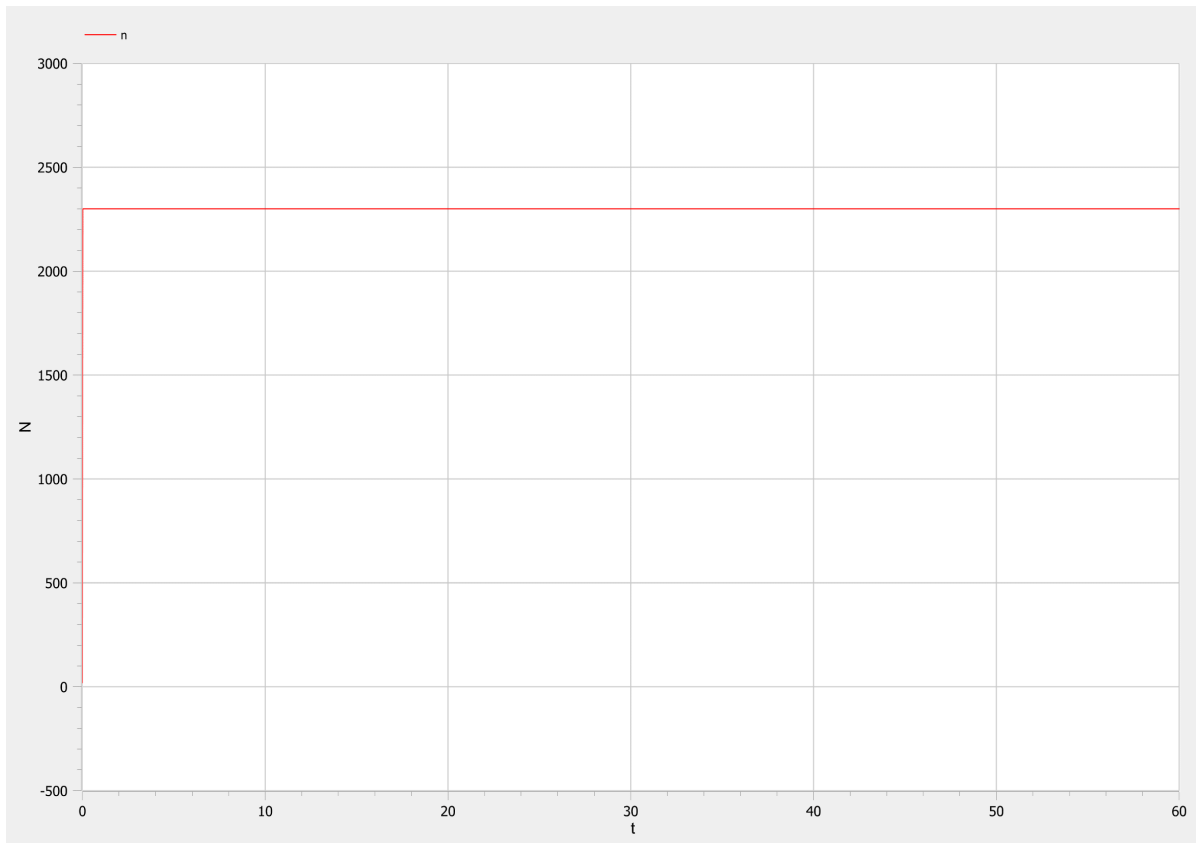


Рис. 2: График изменения людей, знающих о товаре в случае 2

Как видно из графика скорость распространения рекламы имеет максимальное значение с ростом количества узнавших о продукте людей, так как в данном случае, когда коэффициент  $\alpha_2$  много больше  $\alpha_1$  практически вся реклама распространяется сарафанным радио. То есть чем больше людей знает, тем быстрее распространяется реклама.

### Случай третий: $\alpha_1(t) \approx \alpha_2(t)$

В этом случае уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{dn}{dt} = (0.05 * \sin(t) + 0.03 * \cos(4t) * n(t)) * (N - n(t))$$

С начальными значениями  $N = 2300$ ,  $n = 20$ .

Код модели для третьего случая:

```
model lab07_case3

constant Real N=2300 "объем аудитории";

Real n "число людей снающих о товаре";
Real alpha_1 "значение коэффициента alpha_1";
Real alpha_2 "значение коэффициента alpha_2";

initial equation
n=20 "количество людей, знающий о товаре в момент времени t=0";
alpha_1=0 "начальное значение коэффициента alpha_1";
alpha_2=0.03 "начальное значение коэффициента alpha_2";

equation
alpha_1=abs(0.05*sin(time));
alpha_2=abs(0.03*cos(4*time));
der(n)=(alpha_1+alpha_2*n)*(N-n);

end lab07_case3;
```

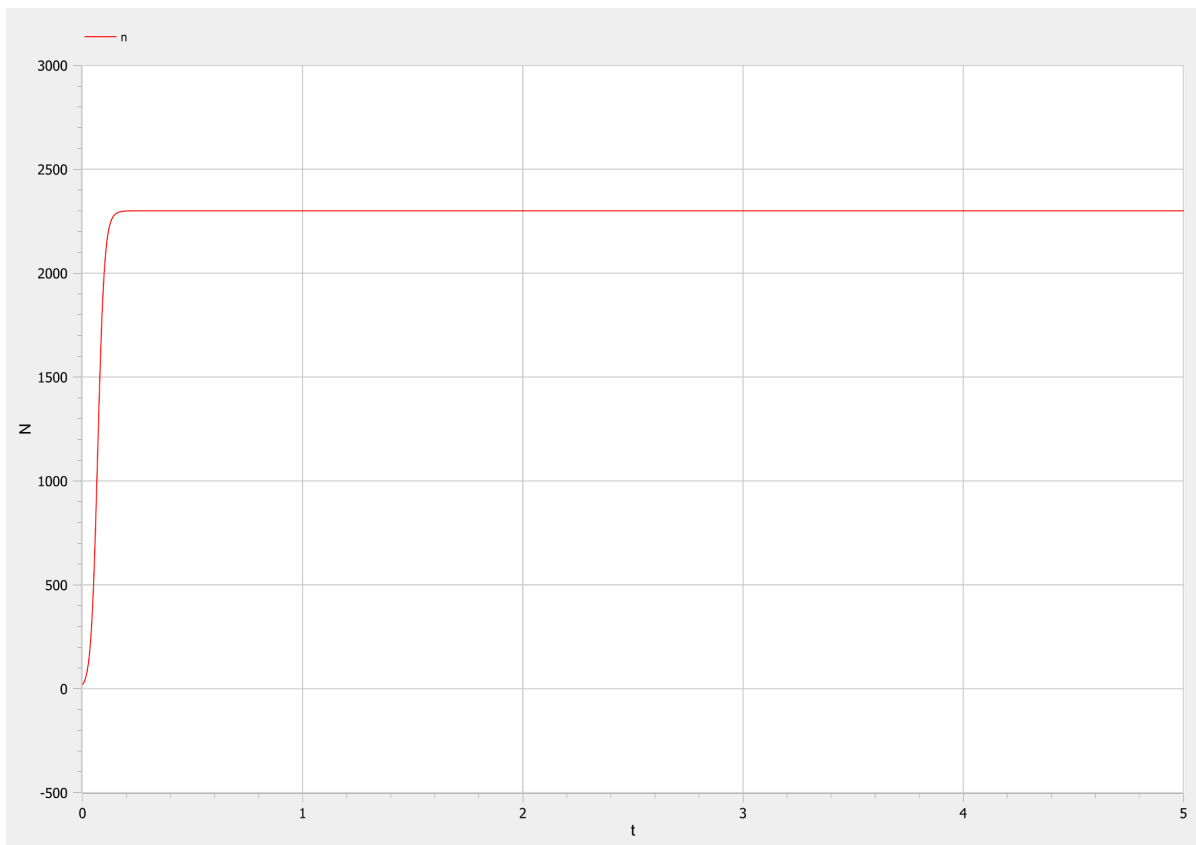


Рис. 3: График изменения людей, знающих о товаре в случае 3

## Сравнение эффективности

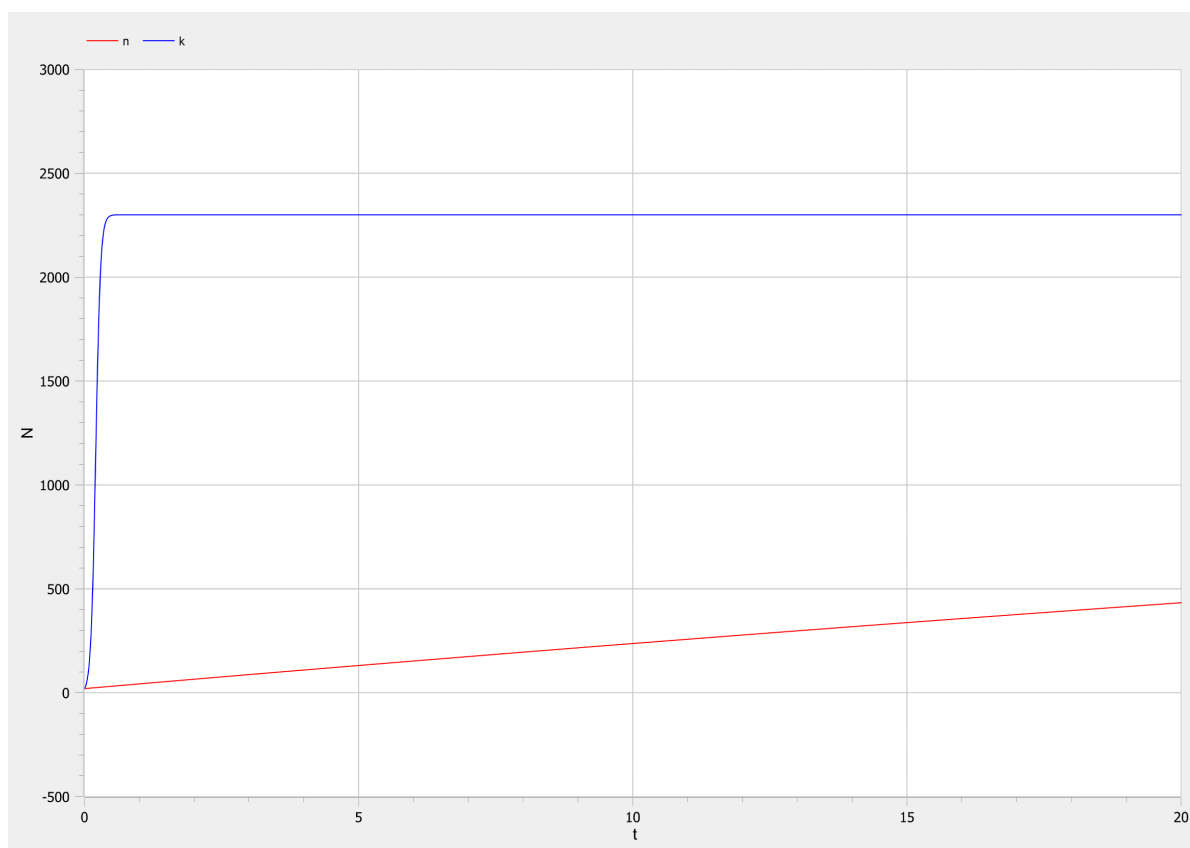


Рис. 4: Сравнение эффективности рекламы

На данном графике синяя линия - это эффективность сарафанного радио, а красная - эффективность рекламы.

## Вопросы к лабораторной

**Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)**

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$



где

- $N$  — исходная численность населения,
- $r$  — коэффициент пропорциональности, для которого  $r = b - d$ , где
  - $b$  — коэффициент рождаемости
  - $d$  — коэффициент смертности
- $t$  — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

**Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)**

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

- $r$  — характеризует скорость роста (размножения)
- $K$  — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции)

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;
- скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

## На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$\alpha_2(t)$  — интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

## Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса (@007):

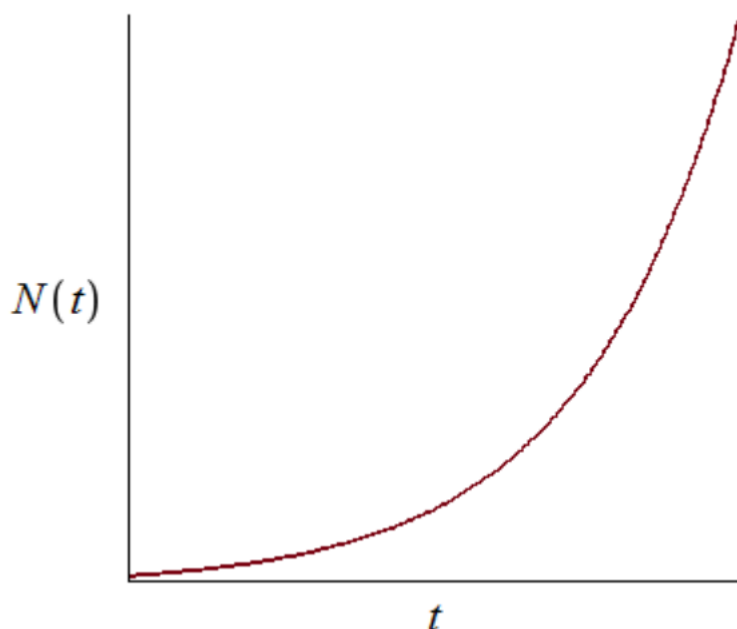


Рис. 5: График решения уравнения модели Мальтуса

## Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

При  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой (@008):

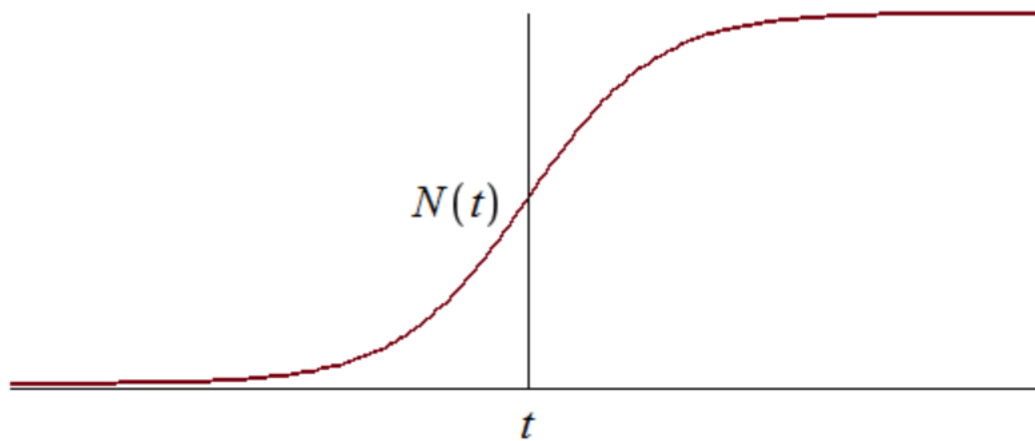


Рис. 6: График логистической кривой

## Выводы

Как видно по графикам трех случаев и сравнения эффективности, в данной модели сарафанное радио работает намного лучше, так как намного больше людей узнает о продукте именно благодаря ему.

## Список литературы

- Кулябов Д.С. *Лабораторная работа №7*
- Кулябов Д.С. *Задания к лабораторной работе №7 ( по вариантам )*