

Цель работы

Научиться строить математические модели для выбора правильной стратегии при решении задачи поиска на примере задачи о погоне, а также научиться решать уравнения и строить графики движения.

Задание

Вариант 41

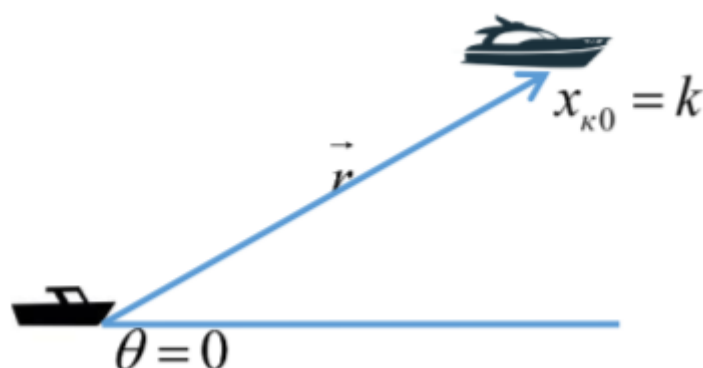
На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 17,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,8 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения: $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$. Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки: $x_{к0} = 17.4$
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($0 = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. -@fig:001)



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/4.8v$ (во втором случае $k + x/4.8v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.8v} \text{ в первом случае}$$

или

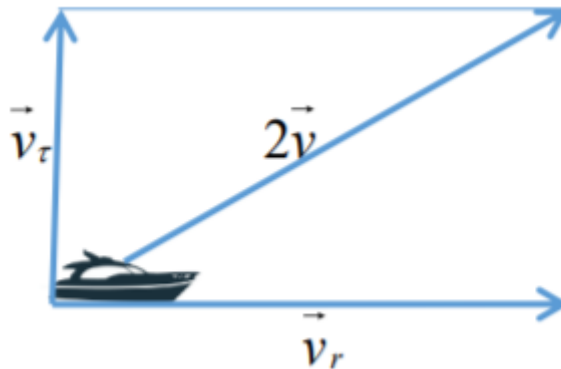
$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4.8v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{17.4}{5.8} = 3$ и $x_2 = \frac{17.4}{3.8} = \frac{8.7}{1.9}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_τ — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость — это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$

Из рисунка (рис. -@fig:002) видно: $v_\tau = \sqrt{23.04v^2 - v^2} = \sqrt{22.04}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{22.04}v$



6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{22.04}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{8.7}{1.9} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{22.04}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Построение траектории движения и точки пересечения

Код для обоих случаев в Scilab:

```
s=17,4;//начальное расстояние от лодки до катера
fi=3*pi/4;//направление движения лодки в полярных координатах

//функция, описывающая движение катера береговой охраны
function dr = f(tetha,r)
    dr=r/sqrt(22.04);
endfunction;

//начальное условие в случае 1
r0_1=3;
tetha0_1=0;

//начальное условие в случае 2
r0_2=8.7/1.9;
tetha0_2=-pi;

//тета изменяется от 0 до 2пи с шагом 0.01
tetha=0:0.01:2*pi;

//решение диф. ур. в случае 1
r_1=ode(r0_1,tetha0_1,tetha,f);

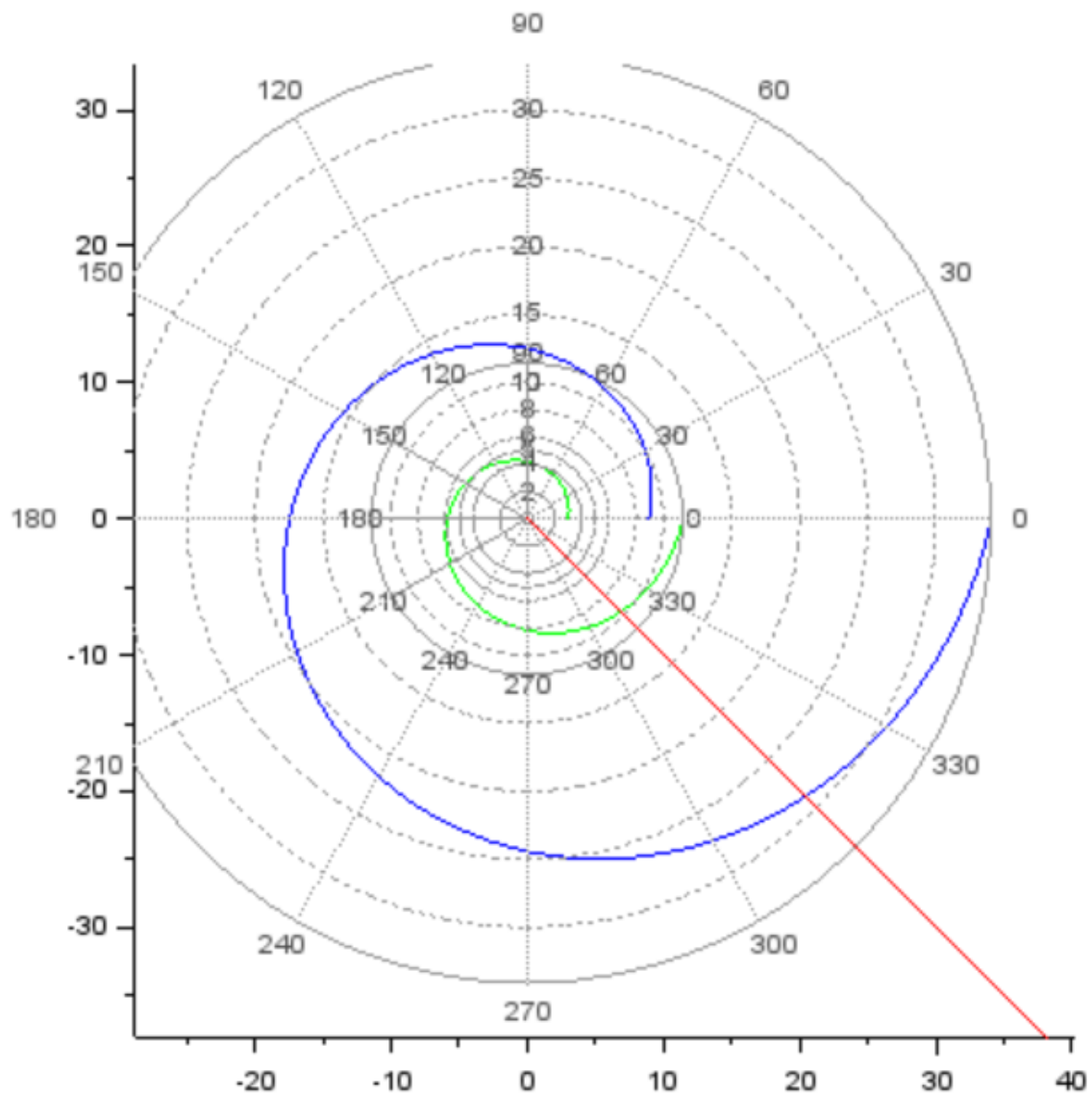
//решение диф. ур. в случае 2
r_2=ode(r0_2,tetha0_2,tetha,f);

//функция, описывающая движение лодки браконьеров
function xt=f2(t)
    xt=tan(fi)*t;
endfunction

//время изменяется от 0 до 800 с шагом 1
t=0:1:800;

polarplot(tetha,r_1,style=color('green'));//траектория движения катера в
полярных координатах с начальными условиями 1
polarplot(tetha,r_2,style=color('blue'));//траектория движения катера в полярных
координатах с начальными условиями 2
plot2d(t,f2(t),style=color('red'));//траектория движения лодки браконьеров
```

Графики движения и точки пересечения. Зелёным цветом — охрана в первом случае, синим цветом — охрана во втором случае, красным — браконьеры. (рис. -@fig:003)



В первом случае браконьеры проехали 9.75 метров. Во втором случае браконьеры проехали 30.26 метров.

Выводы

1. Записал уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Нашел точки пересечения траектории катера и лодки для двух случаев.
4. Научился решать задачу о погоне, строить графики.

Библиография

- [Кулябов Д. С. Лабораторная работа №2](#)
- [Кулябов Д. С. Задания к лабораторной работе №2 \(по вариантам \)](#)