행렬의 랭크(Rank)의 정의와 중요성

practice_선형대수 · 2024. 10. 3. 18:00

선형 결합이란?

•이렇게 어떠한 벡터를 다른 벡터들의 선형 결합 (Linear Combination) 으로 나타낼 수 있다

•선형 결합은, 벡터들에 상수를 곱하고 더하는 것을 나타낸다

•만약 벡터 A, B, C가 있을때, A와 B의 선형 결합으로 C를 나타낼 수 없으면, C는 A와 B에 대해 선형 독립 (Linear Independence)이다.

A와 B에 상수를 곱하고 더해서 C를 못 만들면, C는 A와 B에 대해 선형 독립이다

•행렬에는 일반적으로 여러 개의 열 (Column) 이 있다

•이때 선형 독립인 열의 개수를 랭크 라고 한다

• $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

•위의 행렬에서, 세번째 열은 첫번째와 두번째 열을 더하는 것으로 만들 수 있다

세번째 열은 선형 독립이 아니다

•그에 반해, 첫번째와 두번째 열은 서로 선형 독립이다

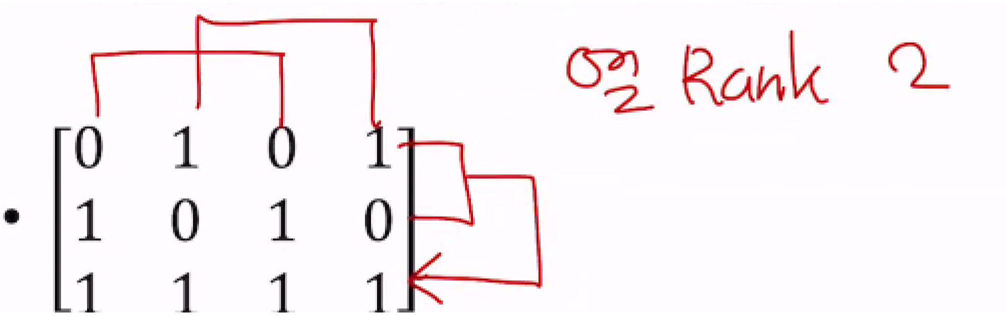
•따라서 이 행렬의 랭크는 2이다

•행렬에는 두가지 랭크가 있다

1.선형 독립적인 열 (Column)의 개수

2.선형 독립적인 행 (Row)의 개수

•이 둘은 모든 행렬에 대해 같다는 것이 증명되었다



•위 행렬에서, 첫번째와 세번째, 두번째와 네번째 열은 같다 (Column Rank = 2)

•비슷하게, 세번째 행은 첫번째와 두번째 행의 합과 같다 (Row Rank = 2)

•행렬의 랭크는 다양한 분야에서 중요하게 사용된다

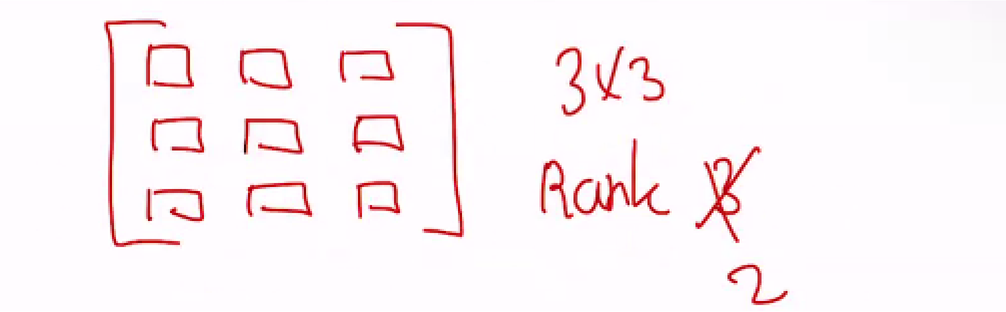
•다만 이러한 내용을 전부 공부하는 것은 시간적으로 불가능하다

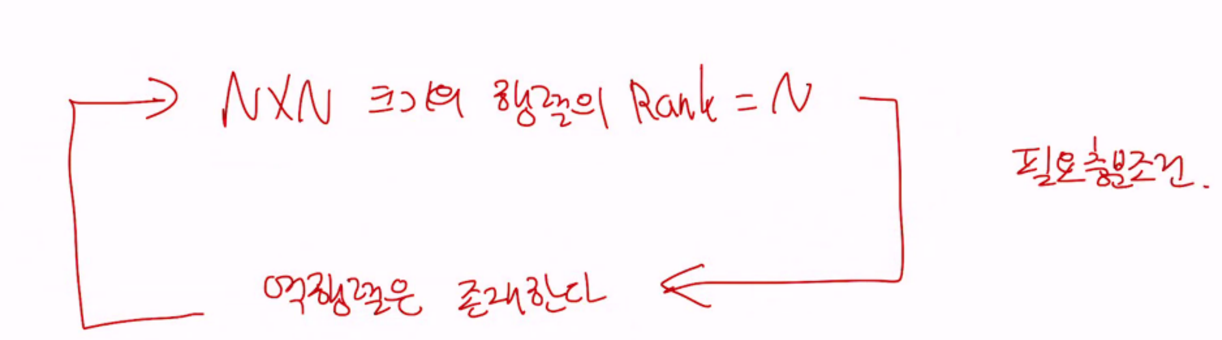
•상대적으로 쉽게 이해할 수 있는 사용처는 행렬의 역행렬 계산이다

•어떠한 N x N 크기의 정방행렬 A가 있다.

•이때 정방행렬 A의 랭크가 N이 아니면, A의 역행렬은 존재하지 않는다.

•반대로, A의 랭크가 N이면, A의 역행렬은 존재한다.





•행렬의 랭크는 행렬의 선형 독립적인 행 또는 열의 개수를 나타냅니다.

•정방행렬이 역행렬이 존재하는지를, 랭크를 통해 예측할수 있다.

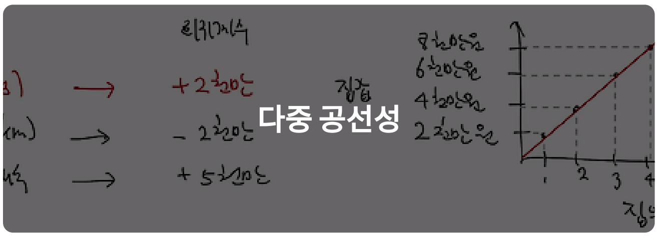
공감 구독하기

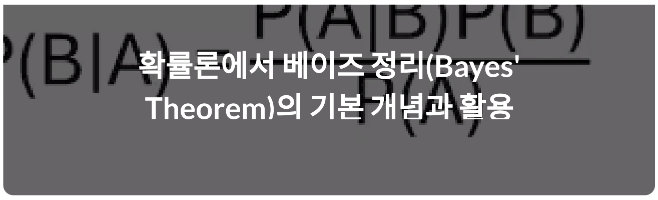
'practice_선형대수' 카테고리의 다른 글

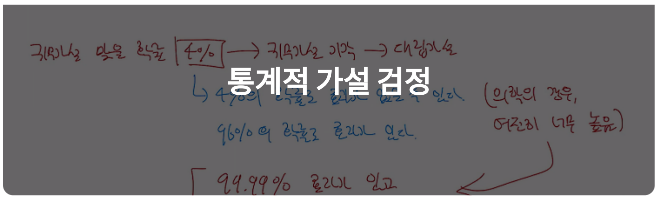
선형 변환 (0) 2024.10.04
다중 공선성 (0) 2024.10.04
확률론에서 베이즈 정리(Bayes' Theorem)의 기본 개념과 활용 (0) 2024.10.01
통계적 가설 검정 (0) 2024.10.01
확률변수의 조건부 확률 (Conditional Probability)과 독립성 (Independence) (0) 2024.10.01

관련글

관련글 더보기







자연어(NLP)

네이쳐2024 님의 블로그입니다.

구독하기+

댓글 1

익명

비밀댓글입니다.

2024. 10. 3. 18:02

이름

비밀번호

내용을 입력하세요.

등록