

확률론에서 베이즈 정리(Bayes' Theorem)의 기본 개념과 활용

practice 선형대수 · 2024. 10. 1. 18:22

Q. 확률론에서 베이즈 정리(Bayes' Theorem)의 기본 개념과 활용 예시에 대해 설명해 주세요.

- 주어진 사건의 조건 하에서 다른 사건의 확률을 계산하는 데 사용됩니다.
- 여러가지 용도가 있지만, 일반적으로 $P(A|B)$ 를 통해 $P(B|A)$ 를 추정할때 사용한다
전제조건이 $P(A)$, $P(B)$ 를 알아야된다.

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

$$P(A, B) = P(A|B) P(B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

서로 베이즈 공식을 써서
바꿀수 있다.

$$P(A), P(B) \text{ 를 알고 있다면, } P(A|B) \rightleftharpoons P(B|A)$$

아래그림) $P(A|B) = P(A \text{ given } B) = B$ 가 주어진 조건에 A 를 구하는 확률

$$\begin{aligned} P(A, B) &= P(A|B) P(B) \\ P(A|B) &= \frac{P(A, B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \end{aligned}$$

아래그림) 주사위 3이 나오면서 홀구인것은 1/6

A	B
주사위 3이 나온	홀수가 나온 (1, 3, 5)

$$P(A, B) = \frac{1}{6}$$
$$P(A|B) = \frac{P(A, B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{3}$$

•일반적으로, $P(A|B)$ 와 $P(B|A)$ 는 같지 않다 -> 다른거로 바꾸기 위해 사용한다.

•예시

•코로나 검사 키트가 있다. 만약 실제 코로나에 걸린 사람이 이 키트를 사용하면, 90%의 확률로 양성 결과가 나온다.

•만약 어떤 사람이 이 검사를 해서 양성 결과가 나왔다면, 이 사람이 90%의 확률로 코로나에 걸려 있다고 할 수 있을까?

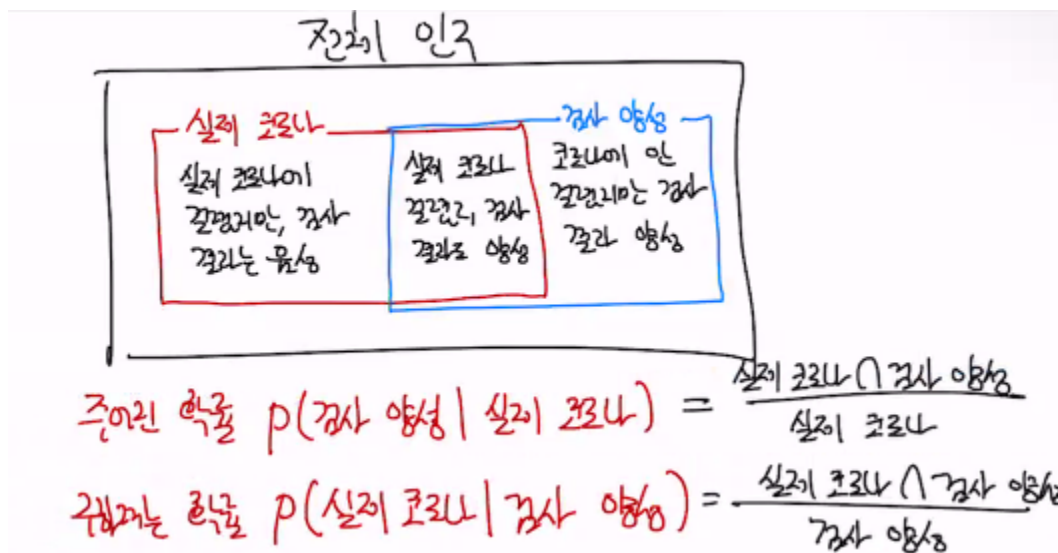
아래그림

•코로나 검사 키트는 실제로 코로나에 걸린 사람이 검사를 했을 때 90%의 확률로 양성 판정을 내린다

$P(\text{검사 양성} \mid \text{실제 코로나}) \Rightarrow 90\%$

•이때 우리가 알고 싶은 것은, 검사 결과가 나왔을 때 이 사람이 실제 코로나에 걸려 있을 확률이 다

$P(\text{실제 코로나} \mid \text{검사 양성}) \Rightarrow ?$



베이즈 정리에 대입해보면

$$P(\text{실제 코로나} \mid \text{검사 양성}) = \frac{P(\text{검사 양성} \mid \text{실제 코로나})P(\text{실제 코로나})}{P(\text{검사 양성})}$$

$= 90\%$ $= ?$
 $= ?$

• $P(\text{검사 양성} \mid \text{실제 코로나})$ 는 이미 0.9 (90%)로 알려져 있다

•하지만 이를 통해 실제로 $P(\text{실제 코로나} | \text{검사 양성})$ 을 계산하려면, 추가로 $P(\text{실제 코로나})$ 와 $P(\text{검사 양성})$ 의 확률들이 필요

만약 우리가 이 확률들을 알고 있다면 계산할 수 있다

• $P(\text{실제 코로나})$ 는 코로나의 유병률이다

•만약 우리가 (다른 경로를 통해) 전체 인구 중 대략 1%가 코로나에 걸려있다는 것을 알게 되었다면, $P(\text{실제 코로나})$ 는 1%이다.

• $P(\text{검사 양성})$ 은 두가지로 구성되어 있다

•첫번째는 실제로 코로나를 가지고 있는 사람이 양성으로 판정될 확률

•두번째는 코로나에 걸리지 않았지만 양성으로 판정될 확률

•이 둘을 더하면 $P(\text{검사 양성})$ 을 구할 수 있다



90% (전체 인구의) 1%

99% (전체 인구의) 99%

10% (전체 인구의) 10%

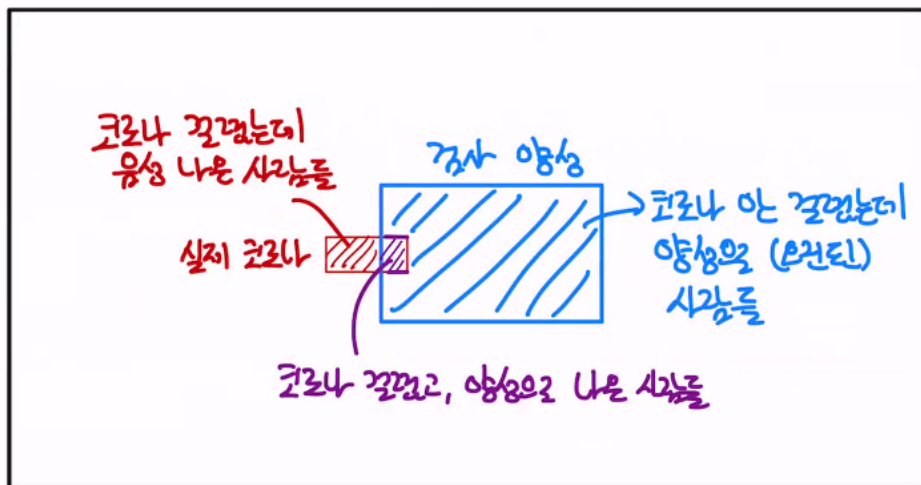
10.8%

• $P(\text{검사 양성}) = P(\text{검사 양성} | \text{실제 코로나}) \times P(\text{실제 코로나}) + P(\text{검사 양성} | \text{코로나 안걸림}) \times P(\text{코로나 안걸림})$

•이에 추가로, 코로나에 안 걸린 사람이 검사에서 양성으로 나올 확률을 10%라고 하자

•결과적으로, $P(\text{검사 양성}) = (90\% \times 1\%) + (10\% \times 99\%) = 10.8\%$

전체 인구



$$P(\text{실제 코로나} | \text{검사 양성}) = \frac{\text{보라색}}{\text{파란색}}$$

결론

만약 코로나에 안 걸렸는데 양성으로 (오진)할 확률을 현재 10%에서 1%로 줄인다면(보라색 아닌 파란부분)

현재의 90%에서 99%로 증가시키면, $P(\text{실제 코로나} | \text{검사 양성})$ 이 47.6%로 크게 향상된다

공감



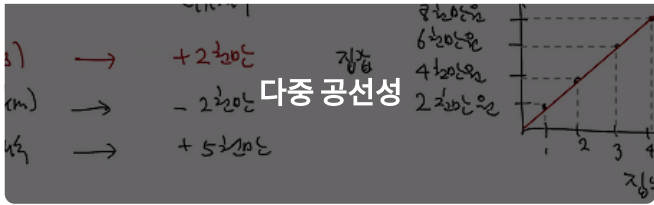
구독하기

'practice_선형대수' 카테고리의 다른 글

다중 공선성 (0)	2024.10.04
행렬의 랭크(Rank)의 정의와 중요성 (1)	2024.10.03
통계적 가설 검정 (0)	2024.10.01
확률변수의 조건부 확률 (Conditional Probability)과 독립성 (Independence) (0)	2024.10.01
주성분 분석 (Principal Component Analysis): 차원 축소, 설명된 분산 (2)	2024.09.30

관련글

[관련글 더보기](#)



행렬의 랭크(Rank)의 정의와 중요성

통계적 가설 검정

가설을 맞춘 확률 $\frac{1}{4}$ \rightarrow 가설을 맞춘 \rightarrow 대립가설

4%의 확률로 옳다 (의심의 정도, 여전히 너무 높음)

96%의 확률로 옳지 않다

99.99% 확률로 옳고

확률변수의 조건부 확률 (Conditional Probability)과 독립성 (Independence)

자연어(NLP)

네이쳐2024 님의 블로그입니다.

구독하기 +



댓글 0

이름

비밀번호

내용을 입력하세요.

등록