

1. 변수와 수식

➤ 변수

변수와 상수

- 변수(變數)의 변(變)은 '변하다'는 의미
- '변하는 수'를 변수라고 함

♥ 그림 1-1 변수와 상수

$$y = 2x + 3$$

상수

변수

1. 변수와 수식

➤ 변수

- 파이썬에서는 변수를 사용하려면 '변수이름 = 값'의 형태로 변수를 만들며, 동시에 값도 할당(저장)됨

♥ 그림 1-2 파이썬에서 변수 형태

$$x = 5$$

변수 이름 값

1. 변수와 수식

➤ 변수

- 변수 이름을 만들 때는 다음 규칙을 지켜야 함
 - 문자와 숫자, _(밑줄 문자)를 사용할 수 있음
 - 공백은 사용할 수 없음
 - 대.소문자를 구분함
 - 문자와 숫자를 혼용하여 사용할 수 있으나, 문자부터 시작해야 함
 - 특수 문자(+, -, @, % 등)는 사용할 수 없음

1. 변수와 수식

➤ 변수

- 파이썬에서는 다음과 같이 변수를 선언함

In [1]:

x 변수에 5 값을 저장합니다

x = 5

print(x)

5

In [2]:

x, y, z 변수에 1, 2, 3 값을 각각 저장합니다

x, y, z = 1, 2, 3

print(x, y, z)

1, 2, 3

1. 변수와 수식

➤ 변수

항, 상수항, 계수

- 항은 숫자 또는 문자의 곱으로 구성된 식을 의미
- 즉, 숫자와 문자를 곱한것이나 문자와 문자를 곱한 것이 항이 됨
- 수식 1.1처럼 숫자와 문자를 곱한 결과는 숫자이기 때문에 항이 됨
- 문자만 있는 수식 1.2는 문자와 1을 곱했기 때문에 이것 역시 항이라고 할 수 있음

$$3a, 2a^2$$

수식 1.1

$$a, a^2$$

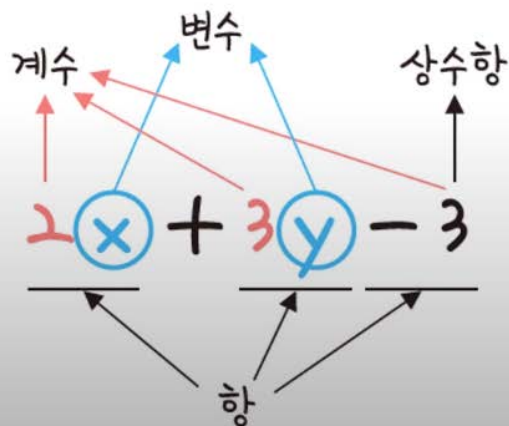
수식 1.2

1. 변수와 수식

➤ 변수

- 상수항은 항 중에서 숫자만 있는 항을 의미
- 예를 들어 $2x + y + 1$ 이라는 식이 있을 때, 여기에서 1이 상수항임
- 계수는 상수와 변수로 구성된 단항식에서 변수와 곱해진 상수를 의미

▼ 그림 1-3 항, 상수항, 계수



1. 변수와 수식

➤ 변수

- 그림 1-3과 같은 수식 $2x + 3y - 3$ 에서 항은 숫자와 문자의 곱으로 구성된 $2x$ 와 $3y$ 가 됨
- -3 도 하나의 항이 되는데, 숫자만 있기 때문에 항이면서 상수항임
- 계수는 문자 앞에 곱해진 수이므로 $2x$ 의 2 와 $3y$ 의 3 이 됨
- -3 상수는 $x0$ (x 의 0 제곱)과 -3 의 곱으로 볼 수 있기 때문에 상수항인 -3 도 계수에 포함

1. 변수와 수식

➤ 변수

단항식과 다항식

- 다항식에서 '다(多)'는 '많다'는 뜻
- 항이 하나로 된 식은 단항식, 항이 두개 이상인 항의 합으로 된 식은 다항식임
- 그림 1-3의 수식으로 다시 설명하면, $2x + 3y - 3$ 은 세 개의 항으로 구성되었기 때문에 다항식임
- $2x$, $3y$, -3 각각은 단항식임

1. 변수와 수식

➤ 변수

차수

- 차수는 문자를 곱한 횟수를 의미
- 그림 1-4의 수식에서 $2x^2$ 은 x 를 두 번 곱했기 때문에 차수가 2고, $3y^1$ 은 y 를 한 번 곱했기 때문에 차수가 1이 됨
- 상수항인 -3 은 x^0 (혹은 y^0)이므로 차수가 0이 됨

▼ 그림 1-4 차수

$$2x^2 + 3y - 3$$

1. 변수와 수식

➤ 변수

- x 를 기준으로 차수를 구하면 'x에 대한 이차식'이 되며, y 를 기준으로 차수를 구하면 'y에 대한 일차식'이 됨
- 이때 차수가 1인 다항식을 일차식이라고 하며, 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 함
- 예를 들어 다항식 $5x^2 + 3x - 6y + 4$ 는 다음과 같음

■ $5x^2$, $3x$, $-6y$, 4 처럼 네 개의 항으로 구성되어 있기 때문에 다항식임

■ 4는 상수항임

■ 각 항의 차수를 보면 $5x^2$ 은 2, $3x$ 는 1, $-6y$ 는 1, 4는 0임

차수는 x 를 기준으로 하면 'x에 대한 차수는 2'이며, y 를 기준으로 하면 'y에 대한 차수는 1'임

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

등식

- 방정식을 이해하려면 먼저 '등식'을 이해해야 함
- 등식은 등호(=)를 기준으로 양쪽에 숫자와 문자로 구성된 식이 '서로 같음'을 의미하는 관계식임
- 예를 들어 $2 + 2 = 4$ 를 계산할 때 = 기호를 '등호'라고 하며, 이 기호(=)는 '좌변과 우변이 서로 같다'는 것을 의미

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

좌변과 우변

- 등호의 왼쪽을 좌변, 오른쪽을 우변이라고 하며, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 함

▼ 그림 1-5 좌변과 우변

The diagram shows the equation $2 + 1 = 3$. A horizontal line is drawn under the expression $2 + 1$ on the left and under the number 3 on the right. Below the line under $2 + 1$ is the label '좌변' (Left Side). Below the line under 3 is the label '우변' (Right Side). Two blue arrows point from '좌변' and '우변' towards the center of the equation, where the label '양변' (Both Sides) is located.

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 다음은 모두 등식의 예시

- $2 + 5 = 3 + 4$

- $6 - 2 = 2 + 2$

- $6 - 3 = 3$

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 이때 식이 맞든 틀리든 모두 등식임
- 식이 맞으면 참인 등식이라고 하며, 틀리면 거짓인 등식이라고 함

- 참인 등식: $9 = 6 + 3$

- 거짓인 등식: $7 + 2 = 6 - 4$

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

방정식

- 방정식은 x 같은 미지수에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 식을 의미
- 방정식은 반드시 등호와 미지수가 함께 있어야 함
- 예를 들어 $x + 2 = 6$ 이 있다고 함

■ x 가 4일 때 좌변과 우변은 모두 6이 되어 참인 식이 됨

■ x 가 3일 때 좌변은 5, 우변은 6이 되어 거짓인 식이 됨

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 이와 같이 미지수 x 에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하기 때문에 $x + 2 = 6$ 은 방정식임
- 방정식이 참일 때 미지수를 방정식의 해(또는 방정식의 근)라고 함
- 앞의 예를 다시 사용한다면 $x + 2 = 6$ 에서 x 가 4일 때 식이 참이었기 때문에 방정식의 해는 4임

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 예를 들어 $x + 1 = 3$ 식을 좌변으로 이항하면 $x + 1 - 3 = 0$ 형태로 (일차방정식) = 0이 되기 때문에 일차방정식임

이항

$$(1) x + 1 = 3$$

$$(2) x + 1 - 3 = 0$$

이항하면 기호가 바뀜

$$(3) x - 2 = 0$$

(일차방정식) = 0 형태이므로 일차방정식임

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- $2(x + 1) = 3 + 2x$ 의 경우, 좌변으로 이항하면 $2x + 2 - 3 - 2x = 0$ 이 되지만 계산 결과 x 가 없어져 차수를 나타내는 변수가 없으므로 일차방정식이 아님

이항

$$(1) 2(x + 1) = 3 + 2x$$

$$(2) 2(x + 1) - 3 - 2x = 0$$

이항하면 기호가 바뀜

$$(3) 2x + 2 - 3 - 2x = 0$$

$$(4) -1 = 0$$

x 가 사라지므로 일차방정식이 아님

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 일차방정식으로 판별한 후에는 다음 순서로 해를 구함

- (1) 변수(x, y 등)는 모두 좌변으로, 상수는 모두 우변으로 이항함
- (2) 각 변을 정리함
- (3) x의 계수로 양변을 나눔

- 예를 들어 $2x + 2 = 3 + 3x$ 가 있다고 함

- (1) 변수를 좌변, 상수를 우변으로 이항하면 $2x - 3x = 3 - 2$ 가 됨
- (2) 각 변을 정리하면 $-x = 1$ 이 됨
- (3) x의 계수인 -1로 양변을 나누면 $x = -1$ 이 됨

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 일차방정식에서 x의 차수가 1이었다면, 이차방정식은 x의 차수가 2인 방정식임
- 다음 수식 1.4처럼 표현할 수 있음

$$ax^2 + bx + c = 0$$

수식 1.4

- 이때 $a = 0$ 일 경우 최고차항의 차수가 1이 되기 때문에 이차방정식이 될 수 없으므로 $a \neq 0$ 이어야 한다는 점에 주의함

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 파이썬에서도 방정식의 해를 구할 수 있음
- 파이썬에서는 방정식의 해를 구하려면 SymPy 라이브러리와 solve() 함수를 사용함
- SymPy란 :
SymPy는 파이썬에서 기호 수학(symbolic math)을 위한 라이브러리임
- 모두 파이썬으로 작성했으며, 속도와 시각화 등에 필요한 확장 기능도 포함되어 있음
- SymPy를 이용하면 대수(algebra) 문제를 기호 수학으로 풀 수 있음
- SymPy에서 기호변수는 symbol() 함수를 사용하는데, from sympy import Symbol, solve처럼 기호변수를 사용하기 전에 미리 정의해야 함

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 파이썬의 SymPy 라이브러리는 다음 수학적 풀이에 사용함
 - 방정식의 해 구하기
 - 미분과 적분

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 특히 방정식을 풀 때는 solve() 함수가 필요함
- solve() 함수를 사용하려면 아나콘다 프롬프트(Anaconda Prompt) 창에서 다음 명령으로 NumPy와 SymPy 라이브러리를 설치해야 함

> pip install numpy 또는 conda install numpy

> pip install sympy 또는 conda install sympy

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 파이썬에서는 다음과 같이 구현함

In [4]:

```
# SymPy 라이브러리를 불러오고, 사용할 기호변수 x를 선언합니다
```

```
from sympy import Symbol, solve
```

```
x = Symbol('x')
```

```
# 방정식을 풀려면 "(일차방정식) = 0"으로 만들어 주어야 합니다
```

```
# 이를 위해 모든 식을 좌변으로 이항한 후 equation으로 변수화합니다
```

```
equation = 2 * x - 6
```

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

```
# 방정식을 풀려면 SymPy에 내장된 solve() 함수를 사용합니다
# solve() 함수 안에 equation을 입력하면
# 방정식을 풀어서 결과를 반환합니다
solve(equation)
```

[3]

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

연습 문제

다음 방정식의 해를 구하세요.

(1) $4 = k - 2$

(2) $10 = 2k$

(3) $\frac{k}{2} = 8$

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

문제 풀이

$$(1) 4 = k - 2$$

$$k = 4 + 2 = 6$$

In [5]:

```
from sympy import Symbol, solve
k = Symbol('k')
equation = k - 2 - 4
solve(equation)
```

[6]

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

$$(3) \frac{k}{2} = 8$$

$$k = 2 \times 8 = 16$$

In [7]:

```
from sympy import Symbol, solve
k = Symbol('k')
equation = k / 2 - 8
solve(equation)
```

[16]

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 수식 1.5의 문제를 풀어 보자
- 수식 1.5의 (1)과 (2)에서 x 및 y 의 계수가 다르기 때문에 (1), (2) 식 간의 덧셈이나 뺄셈만으로는 미지수를 줄일 수 없음
- (1), (2) 식에 적절한 수를 곱해서 x 혹은 y 의 계수를 맞추어야 함

2. 방정식과 부등식

▼ 표 1-3 방정식과 항등식 비교

구분	방정식	항등식
참인 수식일 조건	미지수가 특정한 값을 가질 때만 참인 수식	미지수가 어떤 값을 가져도 참인 수식
좌변과 우변의 조건	좌변 \neq 우변	좌변 = 우변

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

연습 문제

다음 중 방정식과 항등식을 모두 고르세요.

(1) $x + x = 2x$

(2) $2x + 1 < 6$

(3) $2x - x = x$

(4) $2 + 5 = 7$

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

문제 풀이

(1) 좌변의 $x + x = 2x$ 가 되므로 우변 $2x$ 와 같아 항등식입니다.

(2) 등호가 없기 때문에 등식이 아닙니다.

(3) 좌변의 $2x - x = x$ 가 되므로 우변 x 와 같아 항등식입니다.

(4) $2 + 5 = 7$ 에서 미지수가 없기 때문에 방정식도 아니고 항등식도 아닙니다.

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

연립방정식

- 연립방정식이란 미지수가 여러 개 포함된 방정식을 묶어 놓은 것을 의미
- 예를 들어 수식 1.5는 연립방정식임

$$\begin{cases} 3x + y = 2 & \text{----- (1)} \\ x - 2y = 3 & \text{----- (2)} \end{cases}$$

수식 1.5

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 수식 1.5는 미지수가 x와 y를 포함하기 때문에 연립방정식이라고 할 수 있음
- 이때 미지수가 두 개라면 식도 최소 두 개이어야 하며, 미지수가 세 개라면 수식 1.6처럼 식도 최소 세 개가 주어져야 함

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 5 \\ z - x = 3 \end{cases}$$

수식 1.6

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 수식 1.5의 문제를 풀어 보자
- 수식 1.5의 (1)과 (2)에서 x 및 y 의 계수가 다르기 때문에 (1), (2) 식 간의 덧셈이나 뺄셈만으로는 미지수를 줄일 수 없음
- (1), (2) 식에 적절한 수를 곱해서 x 혹은 y 의 계수를 맞추어야 함

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 수식 1.5의 (2) 식에 3을 곱해서 다음과 같이 x 의 계수를 맞추면 $x = 1, y = -10$ 이 됨

$$\begin{array}{r} 3x + y = 2 \\ -) \boxed{3x - 6y = 9} \\ \hline 7y = -7 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{x}3 \text{ 취함} \\ \swarrow \end{array}$$

- y 가 -1 이므로 (1) 식에 y 를 대입해도 x 를 구할 수 있음
- 즉, (1) 식인 $3x + y = 2$ 에 $y = -1$ 을 대입하면 $3x - 1 = 2$ 이므로 $x = 1$ 임
- (2) 식에서 구한 x 값과 같음

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

- 파이썬에서는 다음과 같이 연립방정식을 구함

In [8]:

```
# SymPy 라이브러리를 불러오고, 사용할 기호변수 x, y를 선언합니다
from sympy import Symbol, solve
x = Symbol('x')
y = Symbol('y')

# 방정식을 풀려면 "(일차방정식) = 0"으로 만들어 주어야 합니다
# 이를 위해 모든 식을 좌변으로 이항한 후 equation1과 equation2로 변수화합니다
equation1 = 3 * x + y - 2
equation2 = x - 2 * y - 3
```

2. 방정식과 부등식

➤ 방정식

```
# 방정식을 풀려면 SymPy에 내장된 solve() 함수를 사용합니다
# solve() 함수 안에 equation을 차례로 입력하면
# 방정식을 풀어서 결과를 반환합니다
solve((equation1, equation2), dict=True) # dict 옵션은 해를 딕셔너리
형태로 반환합니다
```

```
[{x: 1, y: -1}]
```

2. 방정식과 부등식

➤ 부등식

- 등호(=)와 미지수가 포함된 식에서 미지수에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 것이 방정식임
- 부등호(<, ≤, >, ≥)를 사용하여 나타낸 식을 부등식이라고 함
- 부등식은 조건에 따라 두 가지 유형이 있음

■ 절대부등식: 모든 실수 값에 대해 항상 성립하는 부등식

■ 조건부등식: 어떤 실수 값에 대해서만 성립하는 부등식

- 즉, 절대부등식은 항등식 개념과 같고, 조건부등식은 방정식 개념과 같다고 생각하면 됨

2. 방정식과 부등식

➤ 부등식

- 다음 예시로 절대부등식과 조건부등식을 살펴보자

(1) $x + 2 \leq 7$

(2) $x^2 + 5 \geq 0$

- (1) 식을 풀면 $x \leq 5$ 가 됨
- x 값이 5보다 작거나 같으면 참이고, 5보다 크면 거짓이 되는 조건부등식임
- (2) 식을 풀면 x 에 어떤 값을 넣더라도 항상 0보다 크므로 모든 실수에 대해 항상 성립하는 절대부등식이 됨

2. 방정식과 부등식

➤ 부등식

- 부등식의 성질은 다음과 같음

- 부등식의 양변에 같은 수를 더하면 부등호 방향은 바뀌지 않음

예시 $5 > 4$ 부등식에서 양변에 5를 더하면

$5 + 5 > 4 + 5$ 가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음

- 부등식의 양변에 같은 수를 빼면 부등호 방향은 바뀌지 않음

예시 $5 > 4$ 부등식에서 양변에 2를 빼면

$5 - 2 > 4 - 2$ 가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음

2. 방정식과 부등식

➤ 부등식

- 부등식의 양변에 같은 수를 곱할 때 양수를 곱하면 그대로, 음수를 곱하면 부등호 방향이 바뀜

예시 ① $5 > 4$ 부등식에서 양변에 2를 곱하면

$5 \times 2 > 4 \times 2$ 가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음

② $5 > 4$ 부등식에서 양변에 -2를 곱하면

$5 \times (-2) > 4 \times (-2)$ 가 되어 부등호 방향이 바뀜

2. 방정식과 부등식

부등식

- 부등식의 양변에 같은 수를 나눌 때 양수로 나누면 그대로, 음수로 나누면 부등호 방향이 바뀐다.

예시 ① $5 > 4$ 부등식에서 양변에 2를 나누면
 $\frac{5}{2} > \frac{4}{2}$ 가 되어 부등호 방향은 바뀌지 않음

② $5 > 4$ 부등식에서 양변에 -2를 나누면
 $\frac{5}{(-2)} < \frac{4}{(-2)}$ 가 되어 부등호 방향이 바뀐다.

2. 방정식과 부등식

부등식

- 마지막으로 다음 표로 부등호 유형을 살펴보자

부등호	부등식 예시	설명	그림으로 표현
$>$	$x > a$	x는 a보다 큼.	
$<$	$x < a$	x는 a보다 작음.	
\geq	$x \geq a$	x는 a보다 크거나 같습니다.	
\leq	$x \leq a$	x는 a보다 작거나 같습니다.	