Processamento de Sinais Multimídia 1º bim

Prof. Thiago Raposo Milhomem

Filtros e Análise Espectral

Prof. Thiago Raposo Milhomem

Filtros

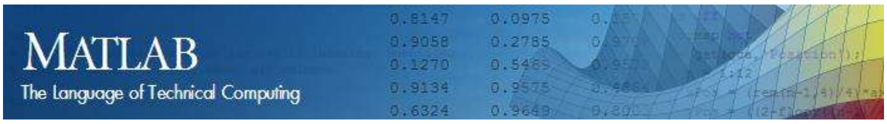
- Analógicos ou Digitais

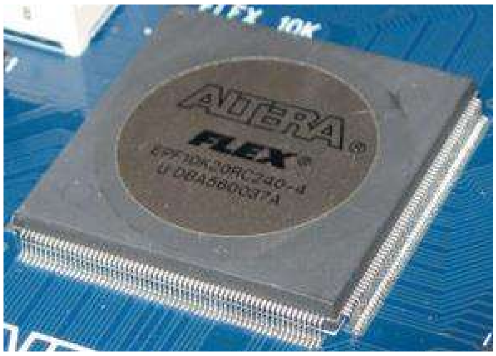
- Manipulação de sinais
  - Extrair características
  - Evidenciar características
  - Atenuar características
  - "Adicionar" características, efeitos etc.

Filtros

- Filtros Digitais

- Implementados em hardware ou software
  - FPGA - *Field-programmable gate array*
  - MATLAB, SciLAB





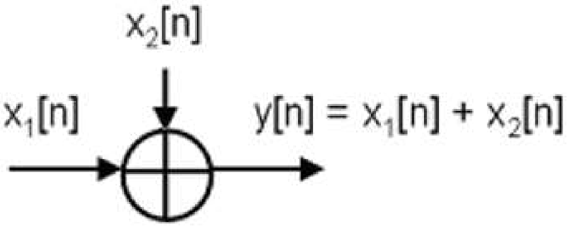
Filtros

- Lineares e invariantes ao deslocamento
  - Aplicações diversas

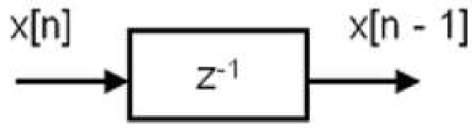
- Não lineares ou invariantes ao deslocamento
  - Filtros adaptativos
  - Efeitos em áudio (distorção, etc.)
  - Aplicações em imagens (binarização, *safe colors* etc.)

Filtros LTI ou SLID

- Filtros LTI (ou SLIDs) possuem os elementos básicos



Somador de sinais



Atraso unitário

Multiplicador por escalar (Amplificação/Ganho)

Filtros

- Exemplo

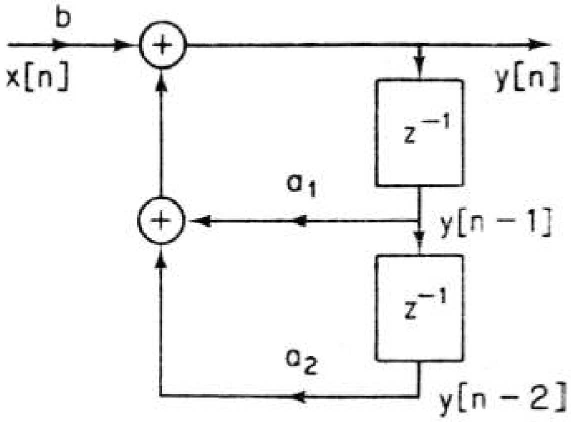
$$y[n] = a_1.y[n-1] + a_2.y[n-2] + b.x[n]$$

Filtros

- Exemplo (filtro digital com realimentação)

$$y[n] = a_1.y[n-1] + a_2.y[n-2] + b.x[n]$$

- Outra forma de representá-lo



Filtros

- Caso geral
  - No domínio do tempo

$$y[n] = \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

Filtros

- Caso geral
  - Função de transferência

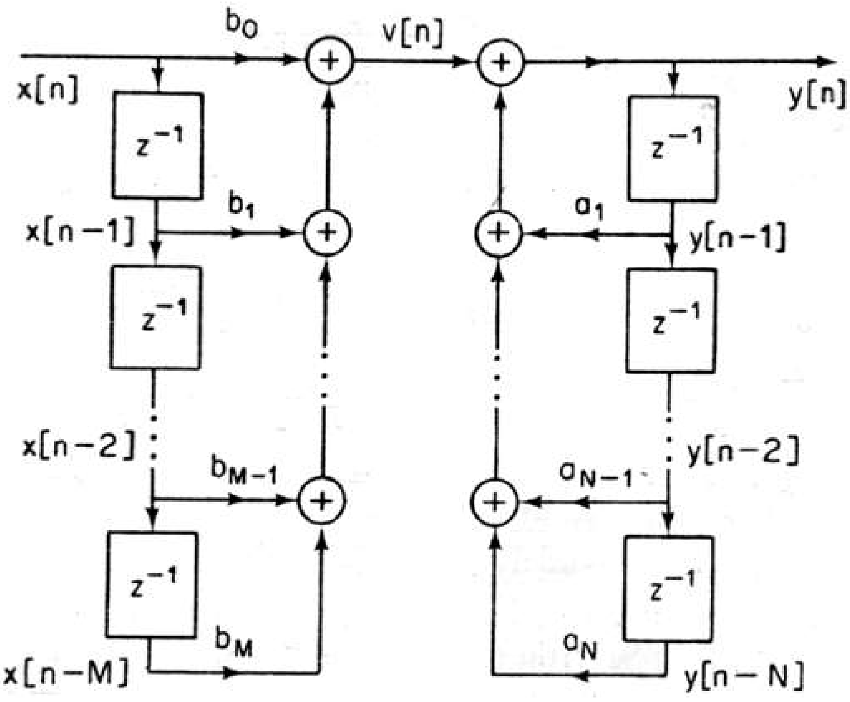
$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{M} b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^{N} a_k z^{-k}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Filtros

- Caso geral
  - Diagrama de Blocos

$$v[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

$$y[n] = v[n] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]$$



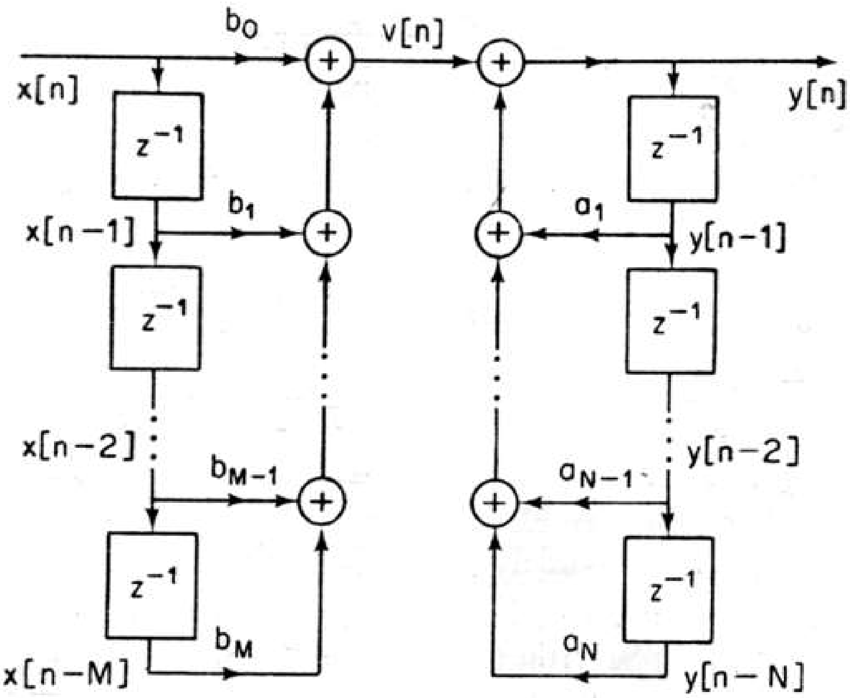
Filtros

- Caso geral
  - Diagrama de Blocos

$$v[n] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

$$y[n] = v[n] + \sum_{k=1}^{N} a_k y[n-k]$$

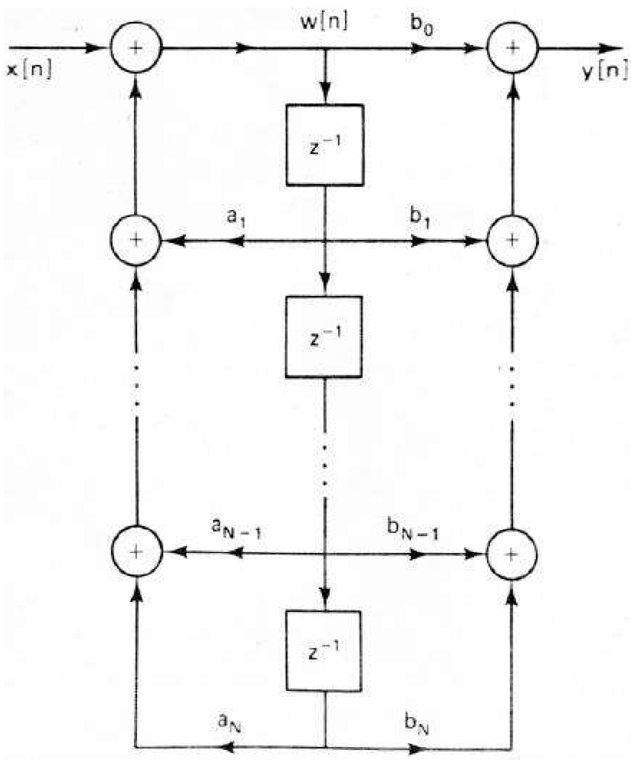
Forma Direta I



Filtros

- Caso geral
  - Diagrama de Blocos

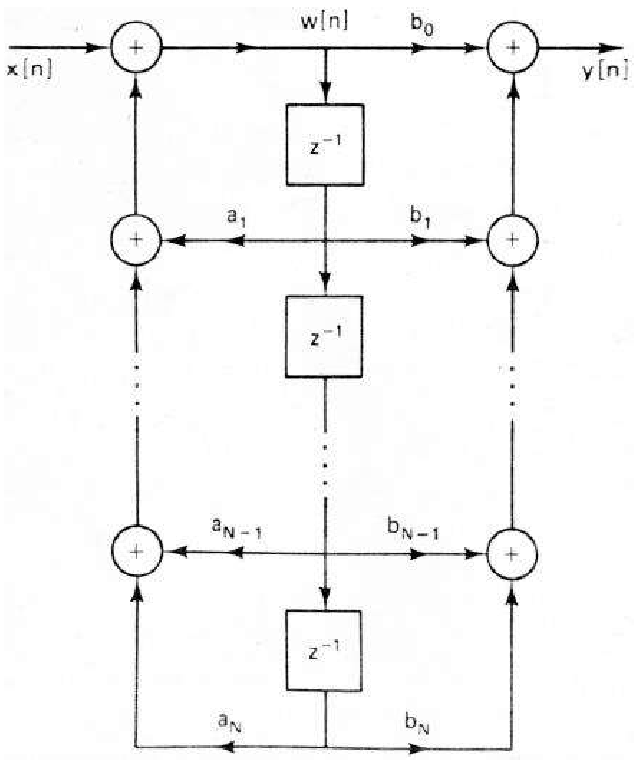
Forma Direta II



Filtros

- Caso geral
  - Diagrama de Blocos

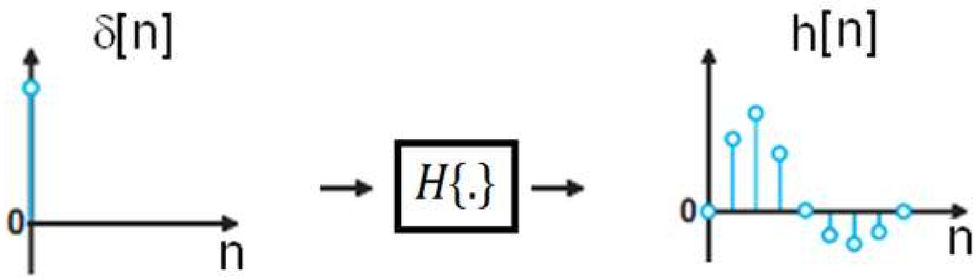
Forma Direta II



menos elementos de atraso unitário

Filtros

- Resposta ao impulso



Filtros

- Classificação do filtro quanto à resposta ao impulso $h[n]$
  - FIR
    - Resposta ao impulso finita
    - O filtro possui uma quantidade **finita** de coeficientes não nulos
  - IIR
    - Resposta ao impulso infinita
    - O filtro possui uma quantidade **infinita** de coeficientes não nulos

Filtros FIR

- Chamados também de *feed-forward*

- Pode ser representado listando diretamente os coeficientes da resposta ao impulso $h[n]$

- Possuem espectro de frequências suave

Filtros FIR

- Caso geral
  - Descrição no domínio do tempo (eq. diferenças)

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N} b_k x[n-k]$$

  - Descrição pela função de transferência

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N} b_k z^{-k}$$

Filtros FIR

- Caso geral
  - Descrição no domínio do tempo (eq. diferenças)

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N} b_k x[n-k]$$

  - Descrição pela função de transferência

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N} b_k z^{-k}$$

Polinômio em z^-1 (sem denominador envolvendo z^-1)

Filtros FIR

- Filtros FIR causais têm resposta ao impulso na forma:

$$h[n] = \begin{cases} b_n & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & \textit{senão} \end{cases}$$

- Sua equação de diferenças se resume a:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + \ldots + b_{N-1} x[n-N+1]$$

Filtros FIR

- Filtros FIR causais têm resposta ao impulso na forma:

$$h[n] = \begin{cases} b_n & 0 \le n \le N-1 \\ 0 & senão \end{cases}$$

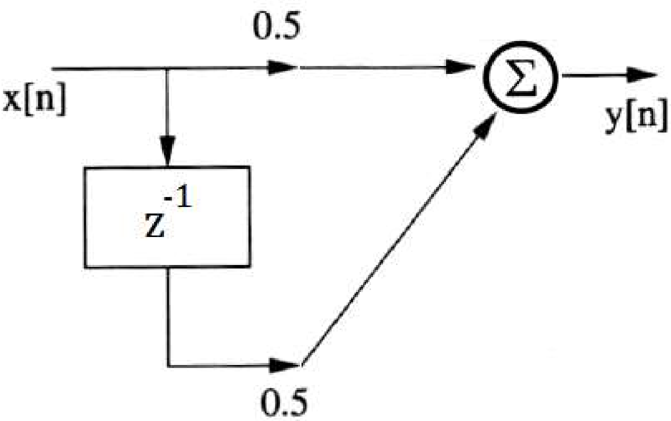
- Sua equação de diferenças se resume a:

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \ldots + b_{N-1}x[n-N+1]$$

Não há versões atrasadas da saída y[n] na equação

Filtros FIR

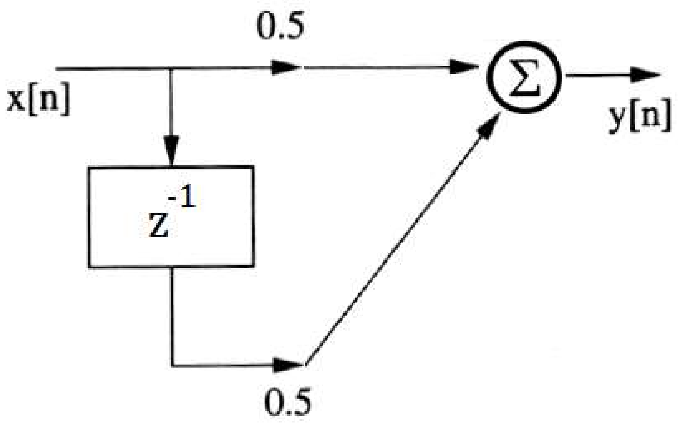
- Exemplo



  - Qual a saída y[n] deste filtro (causal) para uma entrada x[n] = [1 0 0 0 ...]?

Filtros FIR

- Exemplo



  – Qual a saída y[n] deste filtro (causal) para uma entrada x[n] = [1 0 0 0 ...]?
    - y[n] = [0,5 0,5 0 0 0 ...]

Filtros FIR

- Em outras palavras, realizamos a soma de convolução

$$y[n] = 0,5.x[n] + 0,5.x[n - 1]$$

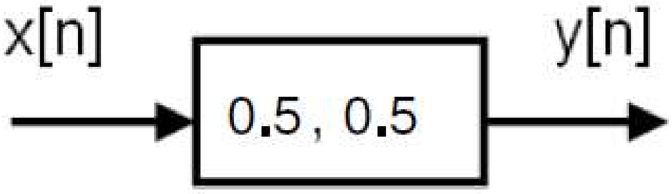
$$y[0] = 0,5.x[0] + 0,5.x[-1]$$

$$y[1] = 0,5.x[1] + 0,5.x[0]$$

$$\vdots$$

Filtros FIR

- Outra maneira comum de representar filtros FIR
  - Explicitando seus coeficientes no diagrama de blocos
    - Usando o exemplo anterior:



Filtros FIR

- Outra forma de determinar a saída
  - Considere um filtro dado por [6 7 8] ao qual uma entrada [1 2 3 4 5] é submetida

```
1   2   3   4   5
6   7   8
-------------
6  12  18  24  30
    7  14  21  28  35
        8  16  24  32  40
-------------------
6  19  40  61  82  67  40
```

Filtros FIR

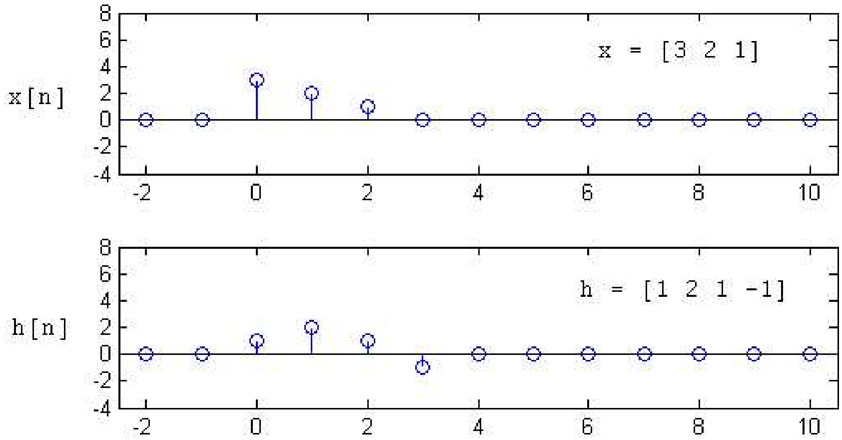
- Outra forma de determinar a saída
  - Considere um filtro dado por [6 7 8] ao qual uma entrada [1 2 3 4 5] é submetida

```
1   2   3   4   5
6   7   8
-------------
6  12  18  24  30
    7  14  21  28  35
        8  16  24  32  40
-------------------
6  19  40  61  82  67  40
```

Soma de convolução!

Filtros FIR

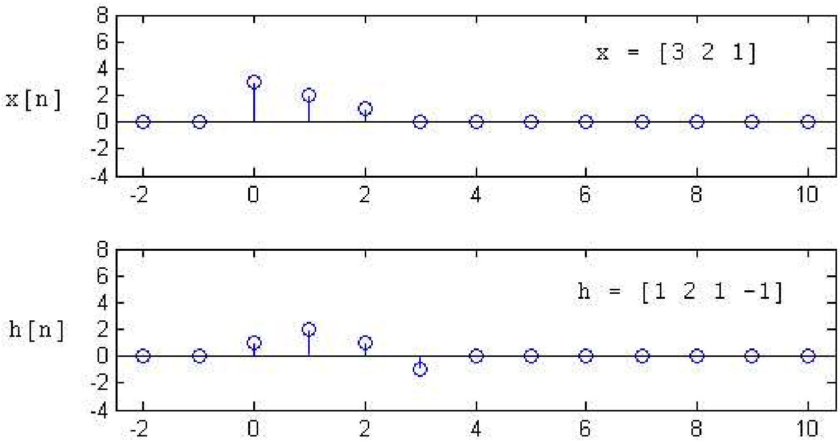
- Exemplo de soma de convolução (vista como soma de sinais)



y[n] = x[n]*h[n]

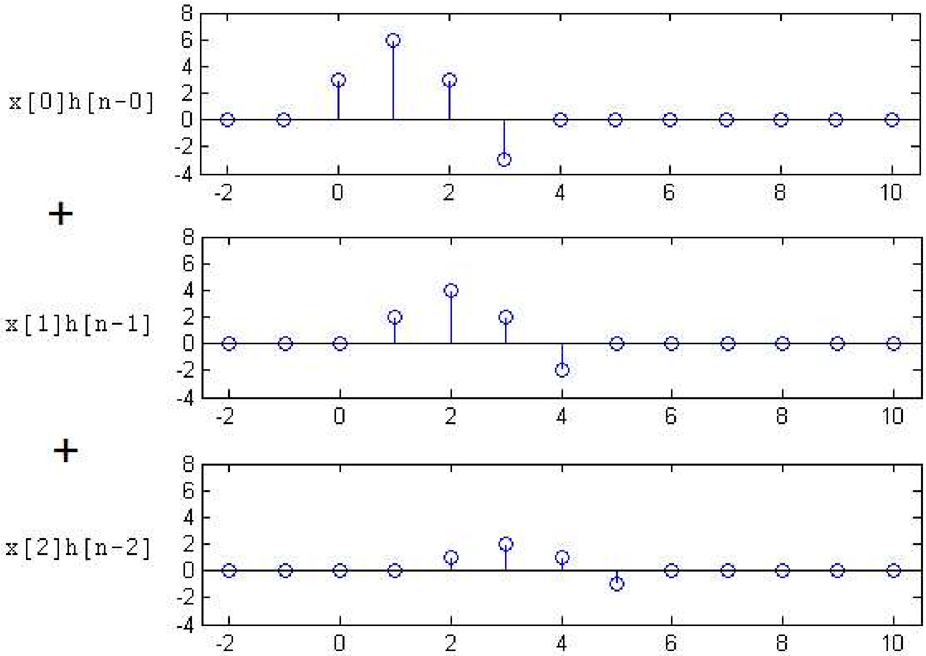
Filtros FIR

- Exemplo de soma de convolução (vista como soma de sinais)

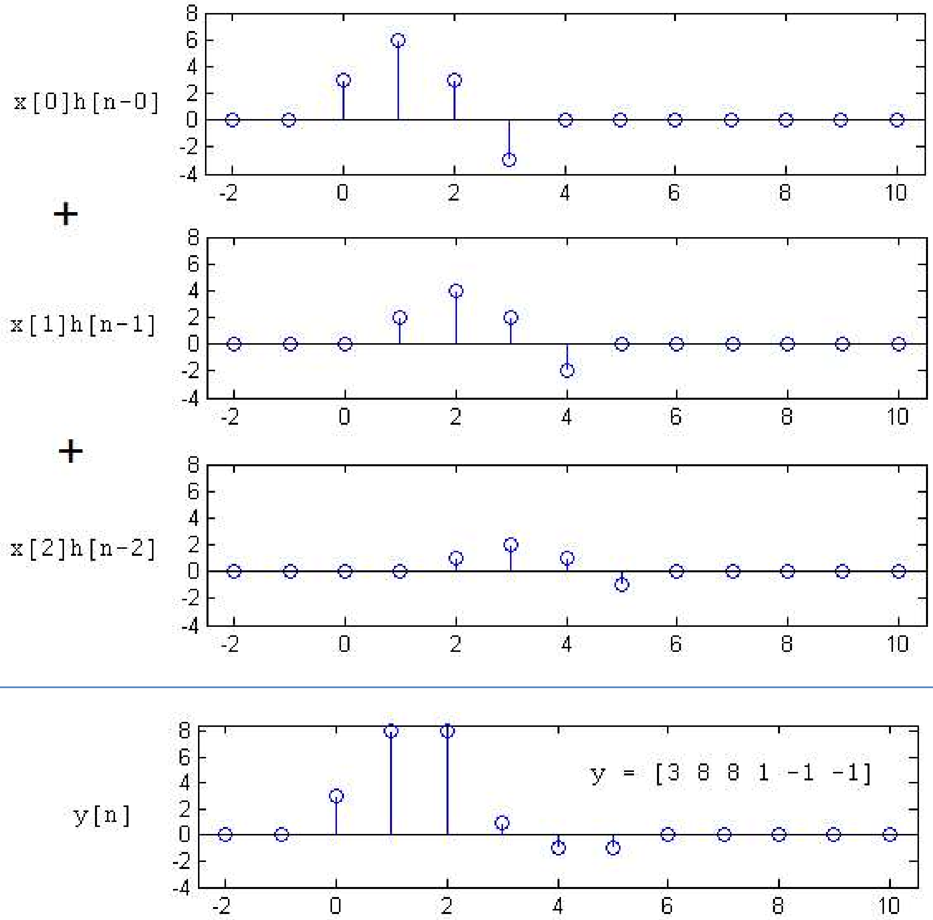


$$y[n] = x[n]*h[n] = \sum_k x[k]h[n-k] = x[0]h[n-0] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2]$$

$$y[n] = x[n]*h[n] = \sum_{k} x[k]h[n-k] = x[0]h[n-0] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2]$$

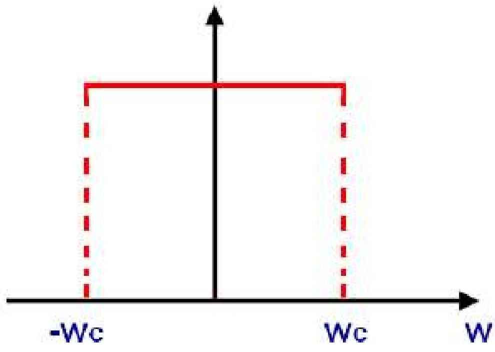


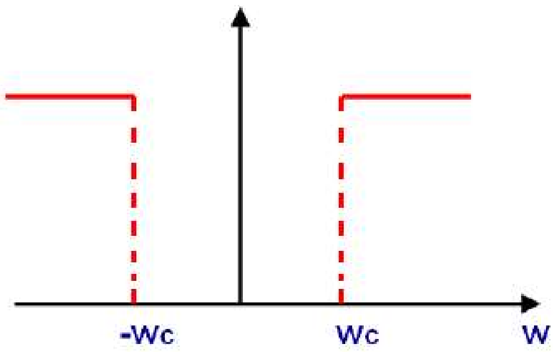
$$y[n] = x[n]*h[n] = \sum_k x[k]h[n-k] = x[0]h[n-0] + x[1]h[n-1] + x[2]h[n-2]$$



Filtros

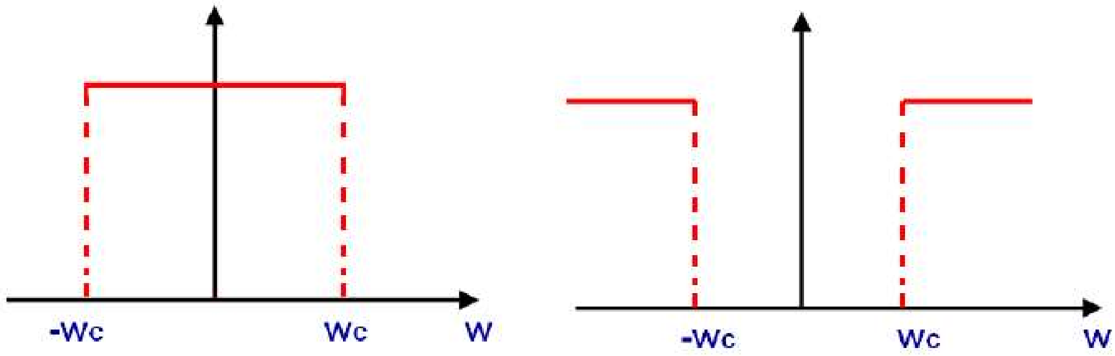
- Filtros ideais





Filtros

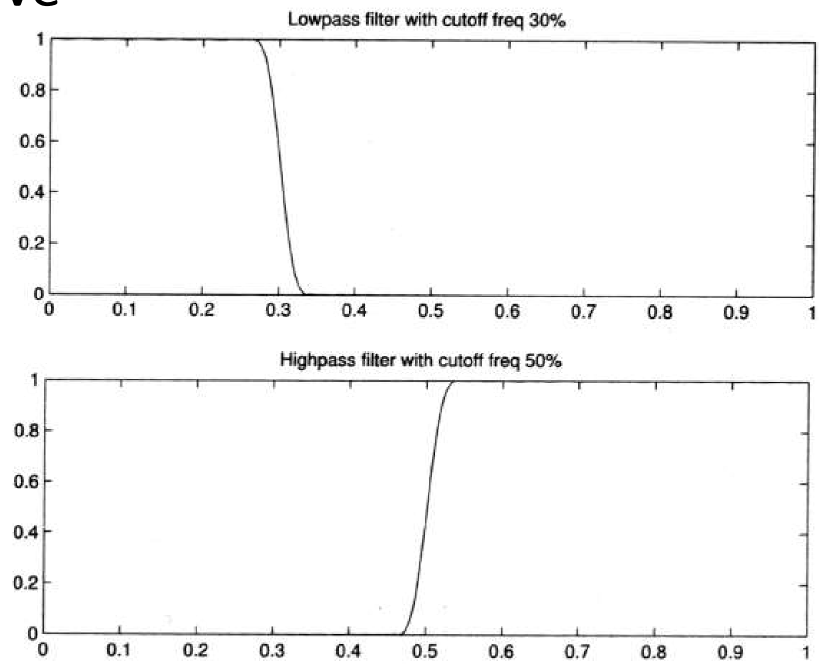
- Filtros ideais



- Transição instantânea
  - Banda passante -> banda de rejeição
- Não realizáveis
  - Não causais
- Resposta ao impulso infinita (IIR)

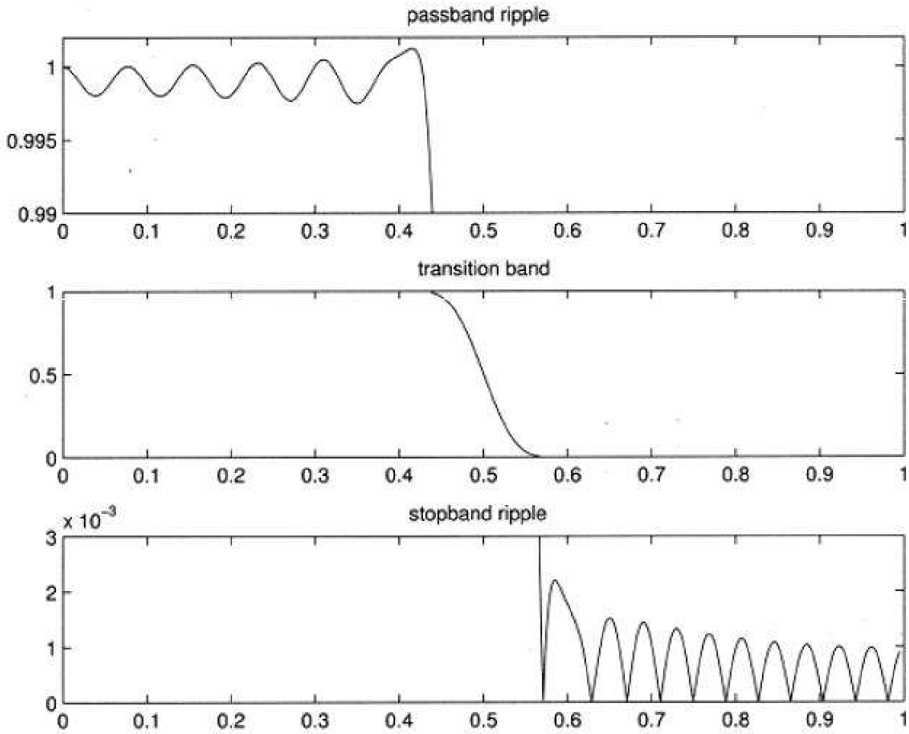
Filtros

- Filtros práticos
  - Transição suave
  - Oscilações



Filtros

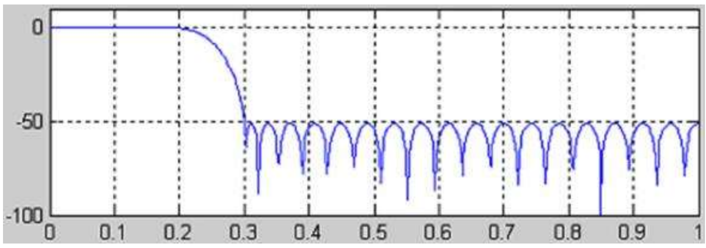
- Transição, *ripples* etc.



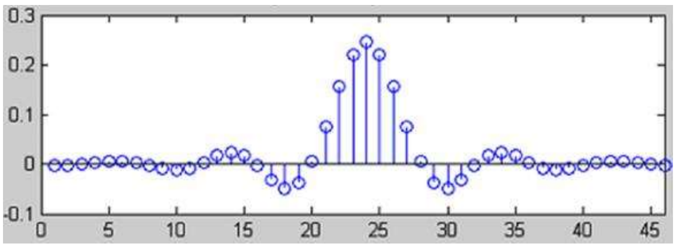
Filtros

Análise do comportamento de um filtro

- Resposta em frequência H(e^jΩ)
  - Transformada de Fourier dos coeficientes h[n]
    - Absoluta ou em dB
  - Amplitude e Fase
    - Interpretação visual direta



- Resposta ao impulso
  - Coeficientes do filtro
    - Interpretação não tão direta



Filtros

- Exemplos básicos

- Filtro de Média (passa-baixa)
  - h_{LP} = [0.5 0.5]
  - $y[n] = 0,5.x[n] + 0,5.x[n-1] = (x[n]+x[n-1])/2$

- Filtro de diferença (passa-alta)
  - h_{HP} = [0.5 -0.5]
  - $y[n] = 0,5.x[n] - 0,5.x[n-1] = (x[n]-x[n-1])/2$