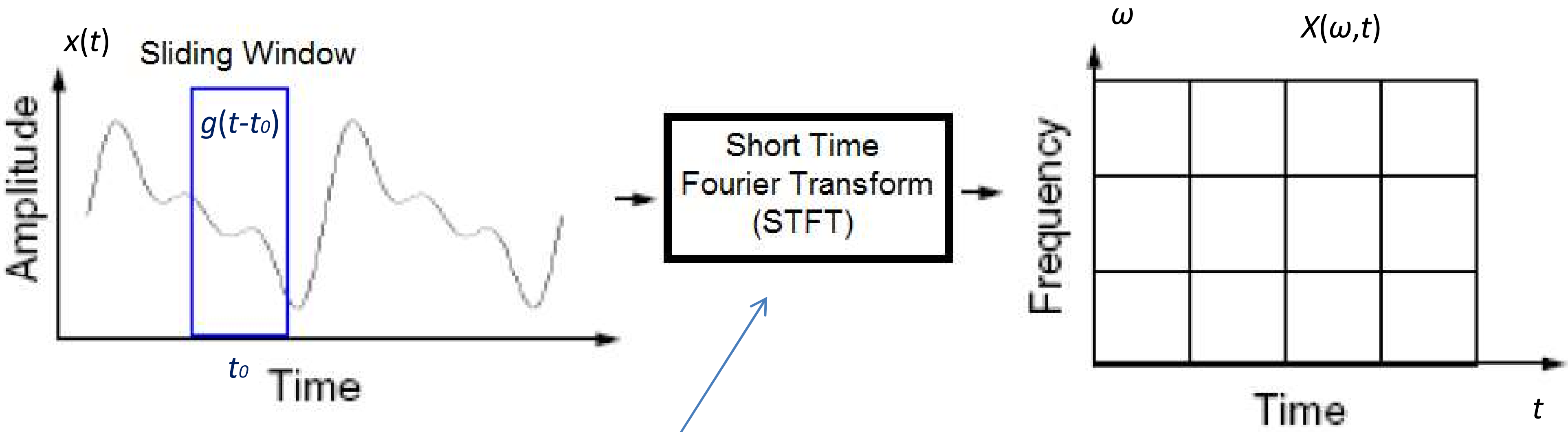
Representação tempo-frequência

- Short Time Fourier Transform (STFT)



$$X(\omega,t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)g(\tau - t)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

Princípio de Incerteza de Fourier:

$$(\Delta t)(\Delta \omega) \geq 2\pi$$

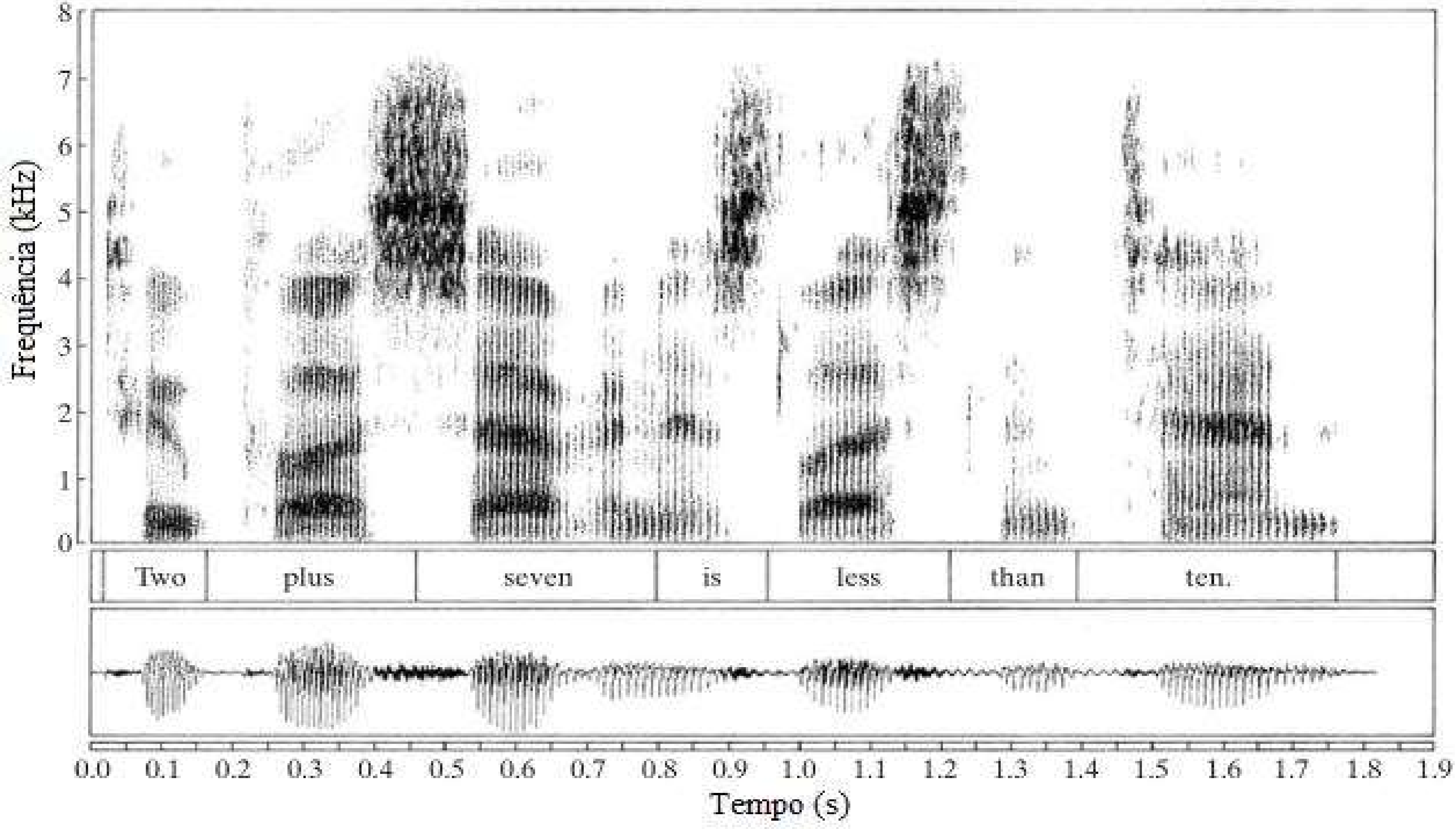
Exemplo

Dois espectrogramas (STFTs) distintos para um sinal de voz em que se pronuncia a seguinte frase:

"*Two plus seven is less than ten*."

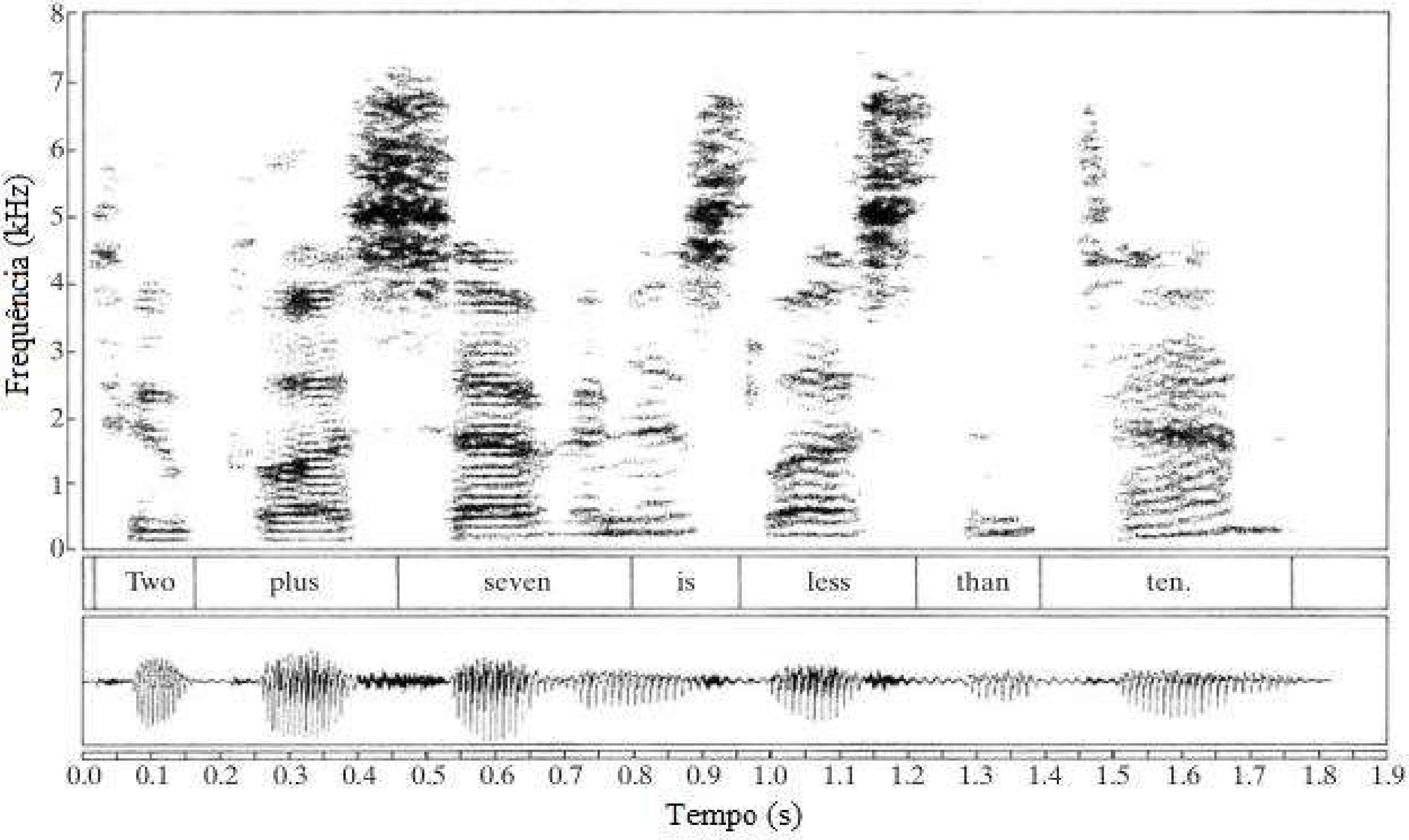
Melhor resolução no tempo!

Exemplo



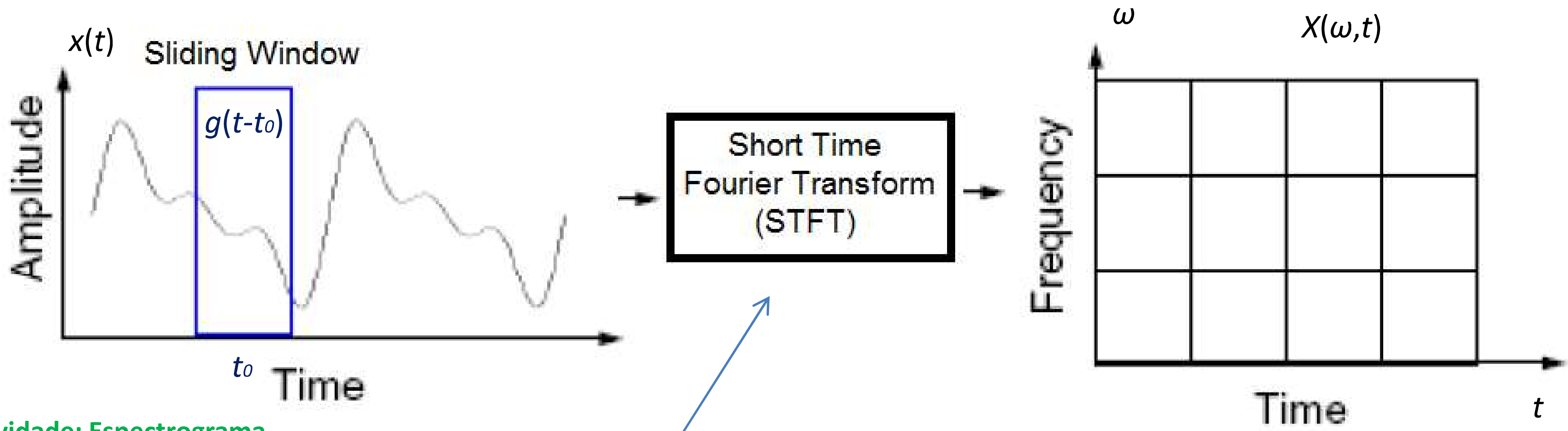
Melhor resolução na frequência!

Exemplo



Representação tempo-frequência

- Short Time Fourier Transform (STFT)



Atividade: Espectrograma

Aplicar a identificação de:

a) Frequências de notas musicais (padrões simples)

b) Frequências da sua voz

(Identifique as frequências de pico ao longo do espectrograma)

$$X(\omega,t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)g(\tau - t)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

Princípio de Incerteza de Fourier:

$$(\Delta t)(\Delta \omega) \geq 2\pi$$

Análise espectral: estimativas Métodos de Bartlett e de Welch

- Ambos utilizam a STFT como base

$$\bar{X}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(\omega,t_k)|^2$$

$\bar{X}(\omega)$: estimativa espectral

- – Método de Welch: generalização do Método de Bartlett (sobreposição no domínio do tempo)

Análise espectral: estimativas Métodos de Bartlett e de Welch

- Ambos utilizam a STFT como base

$$\bar{X}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|X(\omega,t_k)|^2$$

Bartlett:

$$\text{suporte}\{g(t)\} = t_k - t_{k-1} \quad k = 1,\dots,N-1$$

Welch:

$$\text{suporte}\{g(t)\} \geq t_k - t_{k-1} \quad k = 1,\dots,N-1$$

Análise espectral: estimativas Métodos de Bartlett e de Welch

- Ambos utilizam a STFT como base

$$\bar{X}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X(\omega, t_k)|^2$$

Bartlett:

Não há sobreposição entre $g(t_k)$ e $g(t_{k-1})$

$$\text{suporte}\{g(t)\} = t_k - t_{k-1} \quad k = 1, \ldots, N-1$$

Welch:

Pode haver sobreposição entre $g(t_k)$ e $g(t_{k-1})$

$$\text{suporte}\{g(t)\} \geq t_k - t_{k-1} \quad k = 1, \ldots, N-1$$

Análise espectral: estimativas Métodos de Bartlett e de Welch

- Ambos utilizam a STFT como base

$$\bar{X}(\omega) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |X(\omega, t_k)|^2$$

Bartlett:

Não há sobreposição entre $g(t_k)$ e $g(t_{k-1})$

$$\text{suporte}\{g(t)\} = t_k - t_{k-1} \quad k = 1, \dots, N-1$$

Perda de resolução espectral → Redução de ruído na estimativa

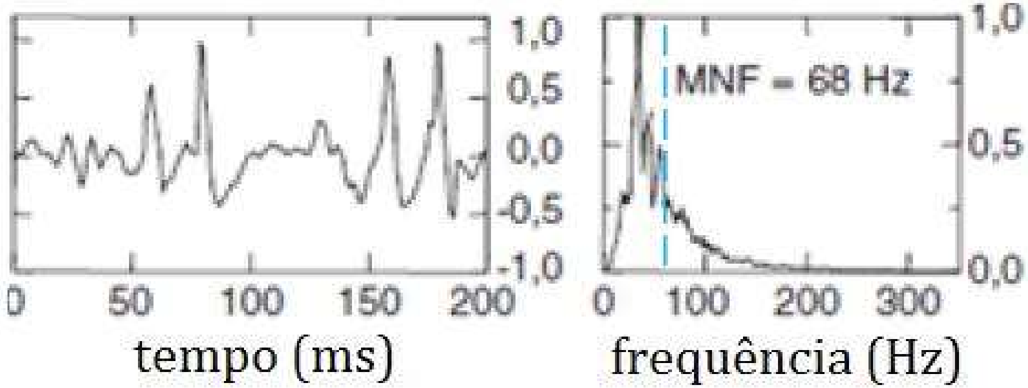
Welch:

Pode haver sobreposição entre $g(t_k)$ e $g(t_{k-1})$

$$\text{suporte}\{g(t)\} \geq t_k - t_{k-1} \quad k = 1, \dots, N-1$$

Análise espectral: estimativas

- Estimativas de frequência central no espectro de um sinal



  - Principais estimativas
    - Frequência média (MNF)
    - Frequência mediana (MDF)

Análise espectral: estimativas

- Frequência média (MNF)
  - 'Centro de gravidade' do espectro de potência do sinal
    - Cálculo simples

$$\omega_{média} = \frac{\int_0^\infty \omega |X(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |X(\omega)|^2 d\omega}$$

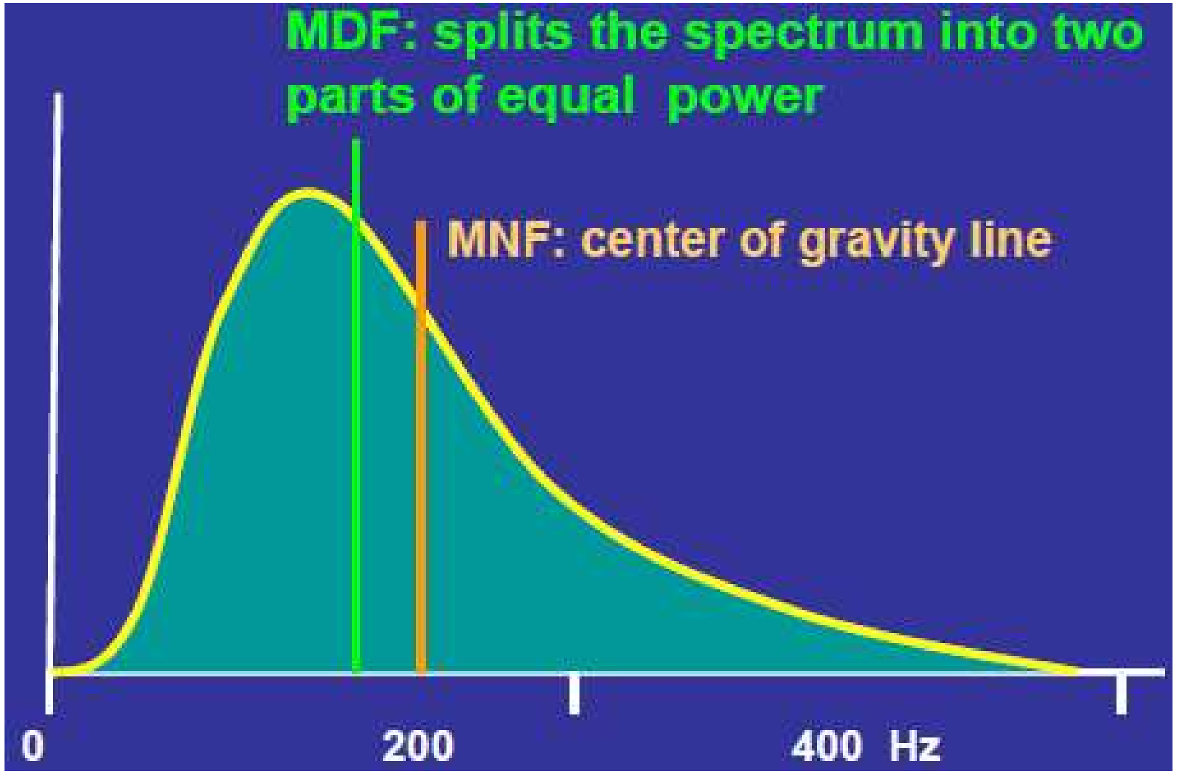
Análise espectral: estimativas

- Frequência mediana (MDF)
  - Frequência que divide o espectro em duas faixas de igual potência
    - Robustez a ruídos espalhados em frequência

$$\int_{0}^{\omega_{mediana}} |X(\omega)|^2 d\omega = \int_{\omega_{mediana}}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2}\int_{0}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

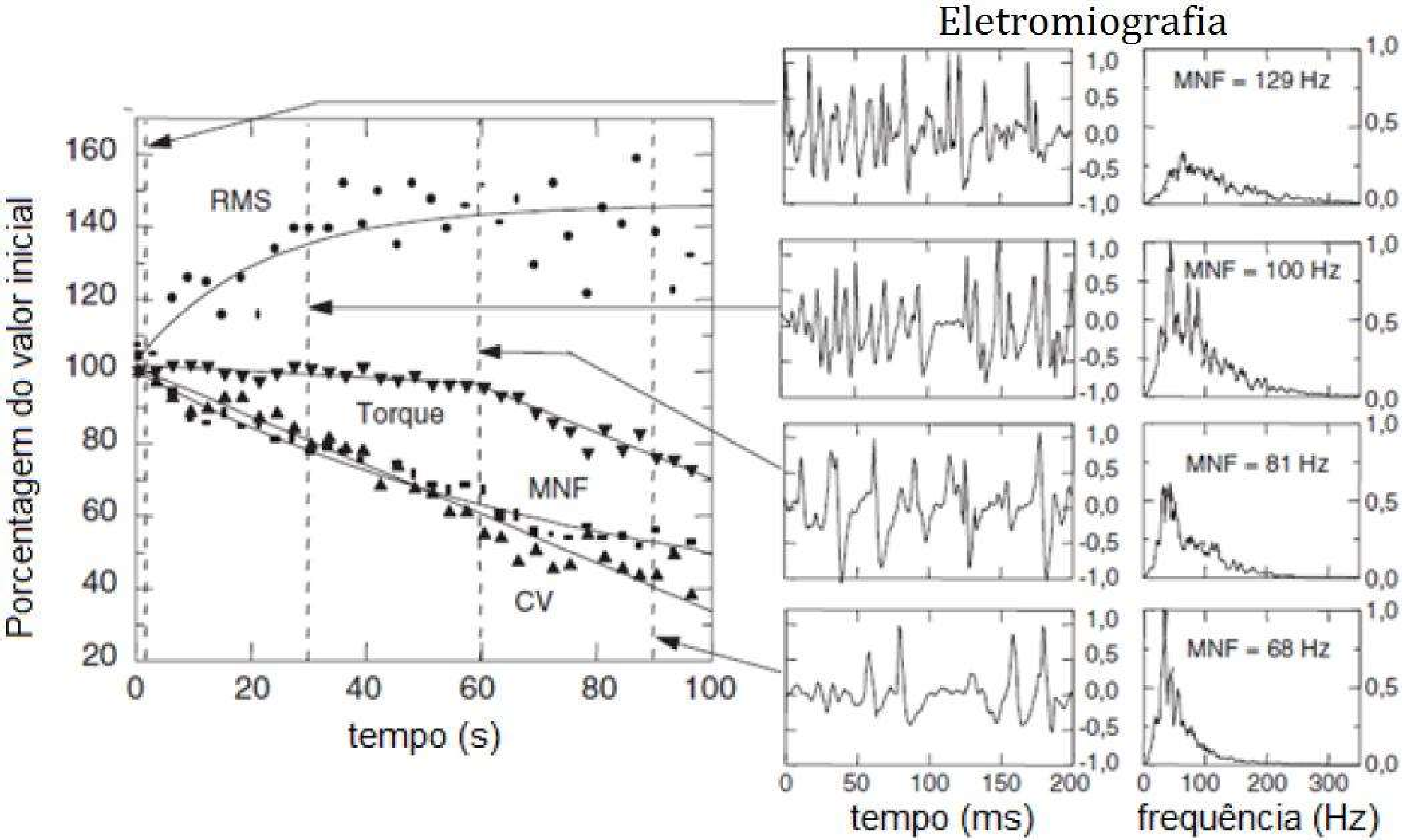
Análise espectral: estimativas

- MDF e MNF



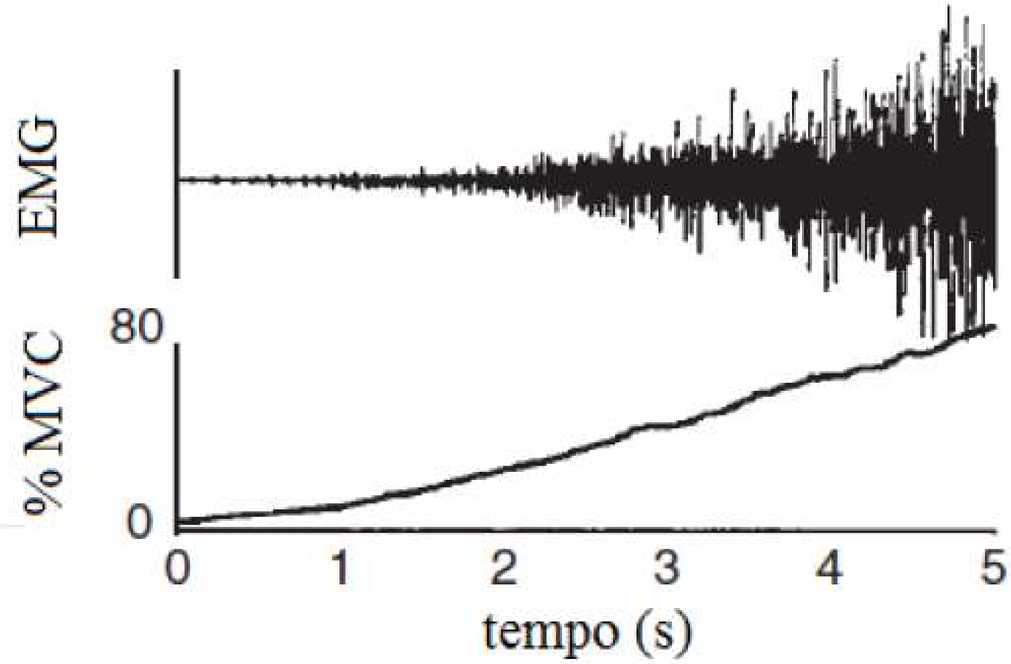
Análise espectral: estimativas

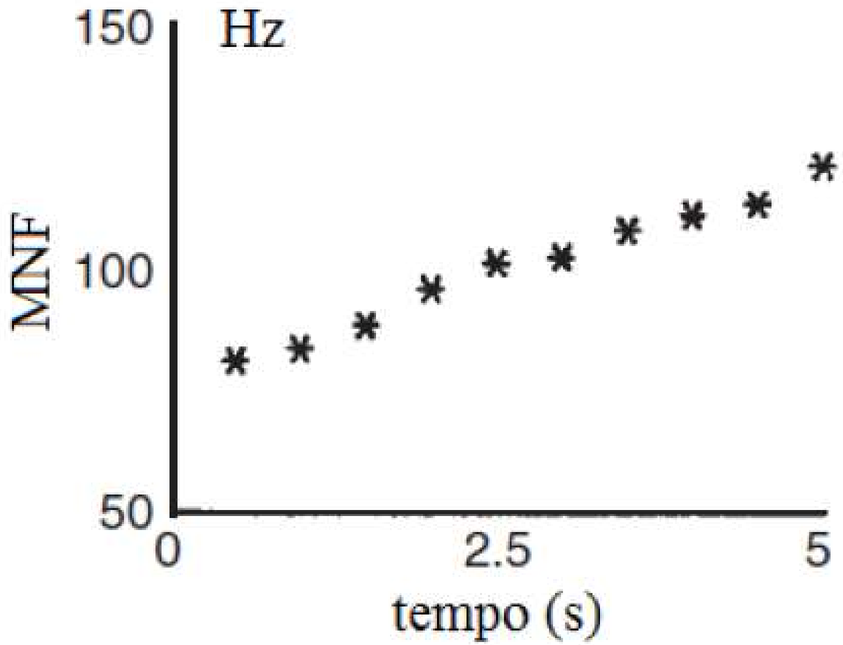
Exemplo de aplicação: Eletromiografia (EMG) e a MNF como indicador espectral eletrofisiológico



Análise espectral: estimativas

Exemplo de aplicação: Eletromiografia (EMG) e a MNF como indicador espectral eletrofisiológico





Análise espectral: estimativas

– Versões discretas para MNF e MDF

- Cálculo sobre os coeficientes da DFT (de comprimento igual a $2M$-1)

$$k_{MNF} = \sum_{k=0}^{M} k|X[k]|^2 \Bigg/ \sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

$$\sum_{k=0}^{k_{MDF}} |X[k]|^2 = \sum_{k=k_{MDF}}^{M} |X[k]|^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{M}|X[k]|^2$$

Tendo-se o valor de f_s, obtêm-se os correspondentes valores de MNF e MDF em Hertz

Análise espectral: estimativas

– Versões discretas para MNF e MDF

- Cálculo sobre os coeficientes da DFT (de comprimento igual a 2*M*-1)

$$k_{MNF} = \sum_{k=0}^{M} k|X[k]|^2 \Big/ \sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Pode não ser um inteiro!

$$\sum_{k=0}^{k_{MDF}} |X[k]|^2 = \sum_{k=k_{MDF}}^{M} |X[k]|^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Tendo-se o valor de f_s, obtêm-se os correspondentes valores de MNF e MDF em Hertz

Análise espectral: estimativas

– Versões discretas para MNF e MDF

- Cálculo sobre os coeficientes da DFT (de comprimento igual a 2M-1)

Atividade: Comparar estimativas de Bartlett e de Welch para cálculo de MNF e MDF

Aplicar a:

a) Sinal aleatório limitado em frequência (ruído colorido)

b) Notas musicais

c) Sua voz

$$k_{MNF} = \sum_{k=0}^{M} k|X[k]|^2 \Big/ \sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Pode não ser um inteiro!

$$\sum_{k=0}^{k_{MDF}} |X[k]|^2 = \sum_{k=k_{MDF}}^{M} |X[k]|^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Tendo-se o valor de f_s, obtêm-se os correspondentes valores de MNF e MDF em Hertz

Análise espectral: estimativas

– Versões discretas para MNF e MDF

- Cálculo sobre os coeficientes da DFT (de comprimento igual a 2*M*-1)

Atividade 2: Comparar estimativas de Bartlett e de Welch para cálculo de MNF e MDF

$$k_{MNF} = \sum_{k=0}^{M} k|X[k]|^2 \Big/ \sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Aplicar a:

a) Sinal aleatório limitado em frequência (ruído colorido)

b) Notas musicais

c) Sua voz

Pode não ser um inteiro!

$$\sum_{k=0}^{k_{MDF}} |X[k]|^2 = \sum_{k=k_{MDF}}^{M} |X[k]|^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{M} |X[k]|^2$$

Neste caso, o *padrão-ouro*, para comparação, é o valor de MNF ou MDF calculado sobre o espectro do sinal completo

Tendo-se o valor de f_s, obtêm-se os correspondentes valores de MNF e MDF em Hertz