Ejercicios: Inversión en contexto de incertidumbre. Solución

Matemática Financiera

Ejercicio 1

Las siguientes son funciones de utilidad, identifique en cada caso a que tipo de preferencias frente al riesgo se corresponden, aversión al riesgo, tomador de riesgo o indiferente al riesgo

Solución:

Para cada función deberán calcular la derivada segunda y en base a ello definir la preferencia del agente

1. $u(w) = -exp^{-w}$

$u^{''}(w) = -e^{-w} < 0$

Averso al riesgo

2. $u(w) = a + bw$ con a y b constantes, $b > 0$

$u^{''}(w) = 0$

Indiferente al riesgo

3. $u(w) = log(w)$

$u^{''}(w) = \frac{-1}{w^2} < 0$

Averso al riesgo

4. $u(w) = e^w$

$u^{''}(w) = e^w > 0$

Tomador de riesgo

5. $u(w) = w^g$ con $0 < g < 1$

$u^{''}(w) = g(g-1)w^{(g-2)} < 0$

Averso al riesgo

6. $u(w) = w^g$ con $g > 1$

$u^{''}(w) = g(g-1)w^{(g-2)} > 0$

Tomador de riesgo

7. $u(w) = a + bw + cw^2$ con $b > 0$ y $c > 0$

$u^{''}(w) = 2c > 0$

Tomador de riesgo

Ejercicio 2

Para las funciones de utilidad del Ejercicio 1 (sólo para 1, 3 y 7):

1. Calcule la medida de aversión al riesgo absoluto
2. Discuta la relación entre aversión al riesgo y la riqueza

Solución:

Calcule la medida de aversión al riesgo absoluto

1. $A(w) = -\frac{u^{''}(w)}{u^{'}(w)} = A$
2. $A(w) = -\frac{u^{''}(w)}{u^{'}(w)} = \frac{1}{w}$
3. $A(w) = -\frac{u^{''}(w)}{u^{'}(w)} = \frac{-2c}{b+2cw}$

Discuta la relación entre aversión al riesgo y la riqueza

1. Exhibe una aversión al riesgo constante para todos los rangos de riqueza.
2. La aversión al riesgo disminuye a medida que aumenta la riqueza.
3. La aversión al riesgo aumenta a medida que aumenta la riqueza.

Ejercicio 3

Tenemos que decidir entre dos inversiones:

Inversión A que tiene tres posibles ganancias, que son de 6000, 4000 o 1000 con probabilidades de 0.3, 0.4 y 0.3, respectivamente. En este caso el valor monetario esperado es 3700 .

Con la inversión B se puede perder 10.000 o ganar 20.000 o 7.000, con probabilidades respectivas de 0.5, 0.4 y 0.1.

Usamos la siguiente función de utilidad

$u(w) = log(w)$

1. Obtenga la ganancia esperada de cada inversión
2. Obtenga la utilidad esperada de cada inversión
3. Decida que negocio es conveniente comparando las ganancias seguras de cada uno.

Solución:

1. Obtenga la ganancia esperada de cada inversión

$E(w_A) = 6000 * 0.3 + 4000 * 0.4 + 1000 * 0.3 = 3700$

$E(w_B) = -10000 * 0.5 + 20000 * 0.4 + 7000 * 0.1 = 3700$

2. Obtenga la utilidad esperada de cada inversión

$E(u(w_A)) = log(6000) * 0.3 + log(4000) * 0.4 + log(1000) * 0.3 = 5.92$

$E(u(w_B)) = -log(10000) * 0.5 + log(20000) * 0.4 + log(7000) * 0.1 = 0.241$

3. Decida que negocio es conveniente comparando las ganancias seguras de cada uno. Invierte en A

- $w_{qA} = e^{(5.92)} = 372$
- $q_{qB} = e^{(0.241)} = 1.29$

Seleccionamos la inversión A ya que la ganancia segura es de 372 contra 1.29 en la Inversión B.

Ejercicio 4

$VPN \sim N(\mu, \sigma^2)$ y utilidad con aversión constante tal que $u(w) = -e^{-Aw}$

1. Obtener la ganancia segura equivalente para 2 valores de A
2. Discutir la relación entre aversión al riesgo y ganancia segura equivalente

Solución:

1. Obtener la ganancia segura equivalente para 2 valores de A

$$w_q = \mu - \frac{A}{2}\sigma^2$$

- Si $A = 1$ entonces $w_q = \mu - \sigma^2$
- Si $A = 4$ entonces $w_q = \mu - 2\sigma^2$

2. Discutir la relación entre aversión al riesgo y ganancia segura equivalente

Cuanto más aversión al riesgo la ganancia segura equivalente es menor, si quiero una ganancia segura equivalente igual con mayor aversión al riesgo deberemos tener una ganancia esperada mayor.

Ejercicio 5

$VPN \sim N(\mu, \sigma^2)$ y utilidad con aversión constante tal que $u(w) = -e^{-Aw}$, considerar dos inversiones Inversión 1: $\mu_1 = 3000$ $\sigma^2 = 500$ Inversión 2: $\mu_2 = 3500$ $\sigma^2 = 1600$ A $= 1$

1. Determinar que negocio es más conveniente

$$w_{q1} = \mu_1 - \frac{A}{2}\sigma_1^2 = 3000 - 250 = 2750$$
$$w_{q2} = \mu_1 - \frac{A}{2}\sigma_1^2 = 3500 - 800 = 2700$$

2. ¿Cuanto tendría que ser la ganancia esperada de 2 para ser conveniente ?

Debería ser al menos 3550 para que $w_{q2} > 2750$

3. ¿Cómo cambia lo anterior si $A = 10$?

$$w_{q1} = \mu_1 - \frac{A}{2}\sigma_1^2 = 3000 - 10 * 250 = 500$$

$$w_{q2} = \mu_1 - \frac{A}{2}\sigma_1^2 = 3500 - 10 * 800 = -4500$$

La ganancia esperada de la inversión 2 debería ser al menos 9500 para que $w_{q2} > 500$