Ejercicios, Inversión en contexto de incertidumbre. Solución

Ejercicio 1

Las siguientes son funciones de utilidad, identifique en cada caso a que tipo de preferencias frente al riesgo se corresponden, aversión al riesgo, tomador de riesgo o indiferente al riesgo

Solución:

Para cada función deberán calcular la derivada segunda y en base a ello definir la preferencia del agente

1.
$$u(w) = -exp^{-w}$$

$$\tfrac{u''(w)}{w} = -e^{-w} < 0$$

Averso al riesgo

2.
$$u(w) = a + bw \operatorname{con} a y b \operatorname{constantes}, b > 0$$

$$\frac{u''(w)}{w} = 0$$

Indiferente al riesgo

3.
$$u(w) = log(w)$$

$$\frac{u''(w)}{w} = \frac{-1}{w^2} < 0$$

Averso al riesgo

4.
$$u(w) = e^w$$

$$\frac{u''(w)}{w} = e^w > 0$$

Tomador de riesgo

5.
$$u(w) = w^g \text{ con } 0 < g < 1$$

$$\tfrac{u''(w)}{w} = g(g-1)w^{(g-2)} < 0$$

Averso al riesgo

6.
$$u(w) = w^g \text{ con } g > 1$$

$$\frac{u''(w)}{w} = g(g-1)w^{(g-2)} > 0$$

Tomador de riesgo

7.
$$u(w) = a + bw + cw^2 \text{ con } b > 0 \text{ y } c > 0$$

$$\frac{u^{''}(w)}{w} = 2c > 0$$

Tomador de riesgo

Ejercicio 2

Para las funciones de utilidad del Ejercicio 1 (1 a 4):

- 1. Calcule la medida de aversión al riesgo absoluto
- 2. Discuta la relación entre aversión al riesgo y la riqueza

Solución:

Calcule la medida de aversión al riesgo absoluto

1.
$$A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = 1$$

2.
$$A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = 0$$

3.
$$A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = \frac{1}{w}$$

4.
$$A(w) = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = -1$$

Discuta la relación entre aversión al riesgo y la riqueza

Solo en el caso 3 la medida depende de la riqueza....hay algun caso más

Ejercicio 3

Tenemos que decidir entre dos inversiones:

Inversión A que tiene tres posibles ganancias, que son de 6000, 4000 o 1000 con probabilidades de 0.3, 0.4 y 0.3, respectivamente. En este caso el valor monetario esperado es 3700.

Con la inversión B se puede perder 10.000 o ganar 20.000 o 7.000, con probabilidades respectivas de 0.5, 0.4 y 0.1.

Usamos la siguiente función de utilidad

$$u(w) = log(w)$$

- 1. Obtenga la ganancia esperada de cada inversión
- 2. Obtenga la utilidad esperada de cada inversión
- 3. Decida que negocio es conveniente comparando las ganancias seguras de cada uno.

Solución:

1. Obtenga la ganancia esperada de cada inversión

$$\begin{split} E(w_A) &= 6000*0.3 + 4000*0.4 + 1000*0.3 = 3700 \\ E(w_B) &= -10000*0.5 + 20000*0.4 + 7000*0.1 = 3700 \end{split}$$

2. Obtenga la utilidad esperada de cada inversión

$$\begin{split} E(u(w_A)) &= \log(6000)*0.3 + \log(4000)*0.4 + \log(1000)*0.3 = 5.92 \\ E(u(w_B)) &= -\log(10000)*0.5 + \log(20000)*0.4 + \log(7000)*0.1 = 0.241 \end{split}$$

3. Decida que negocio es conveniente comparando las ganancias seguras de cada uno. Invierte en ${\bf A}$

Ejercicio 4

 $VPN \sim N(\mu,\sigma^2)$ y utilidad con aversión constante tal que $u(w) = -e^{-Aw}$

- 1. Ontener la ganancia segura equivalente para 2 valores de A
- 2. Discutir la relación entre aversión al riesgo y ganancia segura equivalente

Solución:

1. Ontener la ganancia segura equivalente para 2 valores de A

$$w_q = \mu - \frac{A}{2}\sigma^2$$

- Si A=1 entonces $w_q=\mu-\sigma^2$

• Si A=4 entonces $w_q=\mu-2\sigma^2$

Ejercicio 5

 $VPN \sim N(\mu,\sigma^2)$ y utilidad con aversión constante tal que $u(w)=-e^{-Aw}$, considerar dos inversiones

(usando media y varianza de ejercicio 3 por ejemplo) ${\bf A}=1$

- 1. Determinar que negocio es más conveniente
- 2. ¿Cuanto tendría que ser la ganancia esperada de B para ser conveniente ?
- 3. ¿Cómo cambia lo anterior si A = 10?