

8.3 Pengujian Hipotesis Dua Sampel

a. Uji Dua Sampel dengan varians yang sama

Pengujian dua sampel dengan asumsi kedua sampel berasal dari dua populasi yang berbeda tapi mempunyai besaran varians yang sama biasa disebut dengan uji-t pooled. Sama dengan pengujian satu populasi, data harus diasumsikan berdistribusi normal dengan varians yang sama namun tidak diketahui. Varians dari kedua sampel kemudian didekati dengan menggunakan standar deviasi, katakan sebagai s_1^2 dan s_2^2 , maka *pooled* varians adalah:

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \text{ atau } S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

dimana

s_1^2 : varians sampel pertama

s_2^2 : varians sampel kedua

$n_1 + n_2 - 2$: derajat bebas

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

dengan derajat bebas adalah $df = n_1 + n_2 - 2$ dimana:

\bar{X}_1 : Rata-rata hitung sampel pertama

\bar{X}_2 : Rata-rata hitung sampel kedua

n_1 : Jumlah sampel pertama

n_2 : Jumlah sampel kedua

S_p^2 : Penduga gabungan varians populasi

Rumusan hipotesis untuk pengujian dua populasi adalah

Uji Satu Arah

$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ vs $H_a : \mu_1 > \mu_2$ (pengujian satu arah kekanan)

$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ vs $H_a : \mu_1 < \mu_2$ (pengujian satu arah kekiri)

Uji Dua Arah

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

Contoh.

Ingin diuji apakah tinggi badan rata-rata mahasiswa lelaki lebih dari tinggi rata-rata mahasiswa perempuan. Data diberikan pada table dibawah ini.

Tinggi mahasiswa lelaki:

171, 173, 160, 173, 162, 173, 173, 173, 162, 173,
161, 171, 175, 167, 175, 167, 155, 160, 165, 169.

Tinggi mahasiswa perempuan:

151, 153, 150, 163, 161, 159, 159, 150, 151, 160, 153, 153, 152, 155

Definisikan bahwa tinggi rata-rata mahasiswa lelaki adalah μ_1 sedangkan tinggi rata-rata mahasiswa perempuan adalah μ_2 , maka hipotesis pengujiannya adalah

$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ vs $H_a : \mu_1 > \mu_2$ (pengujian satu arah kekanan)

Pengujian menggunakan R:

Masukkan data dengan perintah berikut

```
Tblaki <- c(171, 173, 160, 173, 162, 173, 173, 173, 162, 173, 161,  
171, 175, 167, 175, 167, 155, 160, 165, 169)  
TBperempuan <- c(151, 153, 150, 163, 161, 159, 159, 150, 151, 160,  
153, 153, 152, 155)
```

Hipotesis diuji menggunakan perintah berikut

```
> t.test(TBlaki, TBperempuan, alternative="greater", var.equal=T)
```

Perhatikan "var.equal=T".

Default R adalah uji-t *unpooled* sehingga sintaks R harus diubah. Perhatikan keluaran R seperti dibawah ini.

Two Sample t-test

```
data: TBlaki and TBperempuan  
t = 6.7736, df = 32, p-value = 5.898e-08  
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0  
95 percent confidence interval:  
9.674078 Inf  
sample estimates:  
mean of x mean of y  
167.9 155.0
```

Keputusan:

Karena *p-value* sangat kecil kurang dari nol (*p-value* = 5.898e-08), maka H_0 ditolak.

Kesimpulan:

Tinggi rata-rata mahasiswa lelaki lebih dari tinggi rata-rata mahasiswa perempuan.

b. Uji Dua Sampel dengan varians yang tidak sama

Uji dua populasi yang tidak mempunyai varians yang sama disebut dengan uji-t *unpooled*. Perbedaan uji-t *pooled* dan *unpooled* terletak pada cara perhitungan varians bersama dan derajat kebebasannya. Statistik uji untuk uji-t *unpooled* adalah:

$$T = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - d_0}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}}$$

dengan derajat kebebasan (ν) sebesar:

$$\nu = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1) + (s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)}$$

Kriteria penolakan H_0 adalah $-t_{\alpha/2,\nu} < t' < t_{\alpha/2,\nu}$.

Contoh:

Dengan data yang sama seperti contoh pada pengujian dua sampel dengan varians yang sama, maka sintaks R adalah:

```
>t.test(TBlaki,TBperempuan,alternative="greater",var.equal=F)
Welch Two Sample t-test
data: TBlaki and TBperempuan
t = 7.1451, df = 31.865, p-value = 2.12e-08
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 9.841393 Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
167.9      155.0
```

Keputusan:

Karena p -value sangat kecil kurang dari nol (p -value = 2.12e-08), maka H_0 ditolak. Perhatikan bahwa p -value pengujian jauh lebih kecil nilainya dibanding dengan uji- t pooled. Pengujian untuk mengetahui apakah varians dari dua populasi sama atau tidak, bisa dilakukan dengan uji varians. Dalam R, sintaks yang digunakan adalah var.test. Pengujian varians untuk data tinggi mahasiswa laki-laki dengan mahasiswa perempuan adalah:

```
> var.test(TBlaki, TBperempuan, alternative ="t")
F test to compare two variances data: TBlaki and TBperempuan
F = 1.8311, num df = 19, denom df = 13, p-value = 0.2677
alternative hypothesis: true ratio of variances is not equal to 1
95 percent confidence interval:
 0.6176409 4.9086462
sample estimates: ratio of variances 1.831053
```

Keputusan: Karena p -value = 0.2677, jauh diatas alpha yang bisa diterima yaitu 0.05, maka H_0 tidak bisa ditolak.

Kesimpulan: Varians antara data tinggi mahasiswa laki-laki dan perempuan adalah sama.

c. Pengujian Dua Sampel yang Berpasangan

Pengujian data berpasangan sejatinya adalah pengujian satu populasi (**dalami pengertian tentang data berpasangan!!!**). Pengujian dilakukan menggunakan uji-z maupun uji-t, dengan batasan yang telah dijelaskan pada subbab pengujian pada satu populasi. Statistik uji dari data berpasangan adalah rata-rata dari beda antara data pertama dengan data kedua dibagi dengan akar standar deviasi dibagi akar banyaknya data.

dengan derajat kebebasan $df = n-1$

Contoh:

Penambahan zat aditif dalam bahan bakar diklaim mampu menaikkan kemampuan jarak tempuh mobil per 1 liter bahan bakar. Sebuah percobaan dilakukan untuk melihat apakah klaim diatas benar. 10 mobil dilarikan tanpa tambahan zat aditif dalam bahan bakarnya dan dicatat jarak tempuhnya. Setelah itu, zat aditif ditambahkan dalam bahan bakar kesepuluh mobil tersebut dan jarak tempuhnya dicatat. Berikut adalah data jarak tempuh mobil per 1 liter bahan bakar.

Mobil	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tanpa Aditif	24.9	18.8	27.7	13.0	17.8	11.3	27.8	8.2	23.1	9.9
Dengan Aditif	25.7	20.0	28.4	13.7	18.8	12.5	28.4	8.1	23.1	10.4

Hipotesis:

Jika kita definisikan tanpa aditif sebagai x_1 dan dengan aditif sebagai x_2 , dan d kita definisikan sebagai beda antara x_1 dan x_2 .

$$d = x_1 - x_2$$

Hipotesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \text{ vs } H_a : \mu_1 < \mu_2 \text{ atau}$$

$$H_0 : \mu_d = 0 \text{ vs } H_a : \mu_d < 0$$

Pengujian menggunakan R

Memasukkan data :

```
> non.aditif = c(24.9, 18.8, 27.7, 13, 17.8, 11.3, 27.8, 8.2, 23.1, 9.9)
> with.aditif = c(25.7, 20, 28.4, 13.7, 18.8, 12.5, 28.4, 8.1, 23.1, 10.4)
```

sintaks pengujian:

```
> t.test(non.aditif, with.aditif, alternative= "l", paired = T)
Paired t-test
data: non.aditif and with.aditif
t = -4.7143, df = 9, p-value = 0.0005489
alternative hypothesis: true difference in means is less than 0 95
percent confidence interval:
-Inf -0.4033642
sample estimates: mean of the differences
-0.66
```

Keputusan :

Karena $p\text{-value} = 0.0005489$, kurang dari 0.05, maka H_0 ditolak.

Kesimpulan:

Zat aditif yang ditambahkan dalam bahan bakar menambah jarak tempuh mobil. Pada R, beda ($d = \text{difference}$) didefinisikan sebagai peubah pertama dikurangi peubah kedua yang disebutkan dalam sintaks. Perhatikan pengujian data berpasangan yang dilakukan menggunakan metode pengujian satu populasi berikut:

```
> diff.aditif = non.aditif - with.aditif
> diff.aditif
[1] -0.8 -1.2 -0.7 -0.7 -1.0 -1.2 -0.6 0.1 0.0 -0.5
> t.test(diff.aditif, alternative ="l")
One Sample t-test data: diff.aditif
t = -4.7143, df = 9, p-value = 0.0005489
alternative hypothesis: true mean is less than 0 95 percent
confidence interval:
-Inf -0.4033642
sample estimates:
```

8.4 Latihan

1. Ada pendapat yang menyatakan bahwa rata-rata upah karyawan perusahaan sebesar Rp. 400 ribu dengan alternatif tidak sama dengan itu. Untuk menguji pendapat itu, dilakukan penelitian terhadap 10 orang karyawan, dan diperoleh jawaban bahwa upahnya sebagai berikut (dalam ribuan rupiah).

405 415 420 390 425 395 430 435 410 420

- a. Dengan menggunakan taraf signifikansi (α) 1%, ujilah pendapat tersebut. Lakukan perhitungan secara manual dan menggunakan R.
- b. Berilah kesimpulan.

2. Ada pendapat yang menyatakan bahwa rata-rata kelahiran bayi di berbagai daerah tingkat II di Jakarta selama periode 1955–1995 tidak lebih dari 33,5. Untuk menguji pendapat ini, Biro Pusat Statistik Jakarta memilih secara acak 75 daerah.

32,5 34,8 32,8 39,8 32,4 27,8 33,1 35,8
 34,2 18,5 40,6 32,9 34,2 37,3 27,3 29,8
 20,7 31,2 32,4 27,8 35,1 25,7 37,4 39,7
 44,3 32,0 18,2 40,7 34,5 37,6 28,6 33,8

 42,0 43,2 35,8 32,5 30,0 36,0 36,2 33,1
 36,5 31,6 31,6 15,8 39,0 27,2 29,7 42,8
 33,1 43,1 43,1 43,1 35,0 34,5 33,3 27,6
 30,6 29,6 13,0 36,1 30,1 41,7 43,7 37,5
 41,2 38,7 20,6 42,9 38,5 37,6 36,8 38,8

 30,2 32,2 33,4

- a. Dengan tingkat kepercayaan 90%. Ujilah pendapat tersebut. Lakukan perhitungan secara manual dan menggunakan Minitab
- b. Berilah kesimpulan.
3. Ruang perawatan pasca bedah di rumah sakit St.Luke di Maumee, Ohio baru-baru ini diperluas dengan harapan dapat menampung rata-rata lebih dari 25 penderita setiap hari. Sebuah sampel acak terdiri dari 15 hari mengungkapkan jumlah penderita sebagai berikut: 24 19 25 22 29 30 21 26 35 27 24 17 23 28 25
- Pada taraf nyata 0.04, dapatkah kita menarik kesimpulan bahwa rata-rata hitung jumlah penderita per hari lebih dari 25? Lakukan perhitungan secara manual dan menggunakan R
4. Manajer penjualan PT. Duta Roti ingin mengetahui apakah ada perbedaan prestasi penjualan Roti Kacang berdasarkan Gender Salesman. Berikut datanya:

Gender	Jumlah Roti Kacang yang terjual
Pria	234
Pria	220
Pria	281
Pria	256
Pria	238
Pria	210
Pria	310
Wanita	250
Wanita	245
Wanita	220
Wanita	287
Wanita	254

Ujilah data di atas dengan level toleransi sebesar 5% dan interpretasi hasilnya.

5. Untuk menghadapi persaingan dengan perusahaan roti lain, roti produksi PT. Duta Roti yang selama ini dikemas secara sederhana akan diubah kemasannya. Untuk itu pada 15 daerah penjualan yang berbeda, dilakukan pengamatan dengan mencatat penjualan Roti dengan kemasan lama (kemasan 1), kemudian kemasan diganti dengan kemasan yang lebih atraktif (kemasan 2), dan kemudian dicatat tingkat penjualan roti dengan kemasan yang baru pada 15

daerah yang sama.

Daerah	Kemasan 1	Kemasan 2	daerah	Kemasan 1	Kemasan 2
1	23	26	9	24	22
2	30	26	10	26	25
3	26	29	11	22	24
4	29	28	12	24	26
5	31	30	13	27	29
6	26	31	14	22	28
7	28	32	15	26	23
8	29	27			

Dengan data yang ada, apakah pengubahan kemasan membuat rata-rata penjualan roti menjadi berbeda. Uji pada taraf keberartian 1% serta interpretasikan hasilnya. Lakukan perhitungan secara manual dan menggunakan R.

6. Sejumlah kecelakaan kecil mobil terjadi pada berbagai persimpangan jalan berisiko tinggi di daerah Teton meskipun dipasang lampulampu lalu lintas. Pihak DLLAJR berpendapat bahwa modifikasi dalam jenis lampu akan mengurangi kecelakaan-kecelakaan ini. Pejabat kota setuju untuk melakukan suatu percobaan yang diusulkan. Delapan persimpangan jalan dipilih secara acak, dan lampu-lampu di persimpangan-persimpangan tersebut dimodifikasi. Uji dengan taraf nyata 0,01. Jumlah kecelakaan yang tercatat selama enam bulan sebelum dan sesudah modifikasi adalah:

Sebelum modifikasi : 5 7 6 4 8 9 8 10

Sesudah modifikasi : 3 7 7 0 4 6 8 2

Selesaikan secara manual dan menggunakan R. (*Gunakan sintaks R untuk uji t dua sampel yang berpasangan*)