INFIX, POSTFIX, dan *PREFIX*

Bambang Wahyudi (bwahyudi@staff.gunadarma.ac.id)

Ada tiga bentuk penulisan notasi matematis di komputer, satu bentuk adalah yang umum digunakan manusia (sebagai input di komputer) yaitu *infix*, dan dua yang digunakan oleh komputer (sebagai proses), yaitu *postfix* dan *infix*. Berikut contoh-contohnya:

No.	***Infix***	***Postfix***	***Prefix***
1.	A + B	A B +	+ A B
2.	(A + B) * C	A B + C *	* + A B C
3.	A * (B + C)	A B C + *	* A + B C

1. Konversi *Infix* ke *Postfix*

Untuk mengetahui bentuk *postfix* dari notasi *infix*, ada tiga cara yang dapat dilakukan, yaitu (1) manual, (2) *stack*, dan (3) *binary tree*. Berikut contoh notasi *infix*nya:

A * (B + C) / D ^ E – F

1.a. Cara Manual

Caranya adalah dengan menyederhanakan notasi menjadi dua *operand* (variabel) dan satu operator, seperti A + B.

Langkah 1: tentukan (berdasarkan derajat operasi) mana yang akan diproses terlebih dulu. Diperoleh (B + C). Jika (B + C) dianggap G, maka notasi *infix* tadi menjadi: A * G / D ^ E – F

Langkah 2: dari hasil langkah 1, disederhanakan lagi, kali ini ((berdasarkan derajat operasi) akan disederhanakan D ^ E. Bila D ^ E dianggap H, maka notasi *infix* tadi menjadi: A * G / H – F

Langkah 3: dari hasil langkah 2, disederhanakan lagi, kali ini ((berdasarkan derajat operasi) akan disederhanakan A * G. Bila A* G dianggap I, maka notasi *infix* tadi menjadi: I / H – F

Langkah 4: dari hasil langkah 3, disederhanakan lagi, kali ini ((berdasarkan derajat operasi) akan disederhanakan I / H. Bila I / H dianggap J, maka notasi *infix* tadi menjadi: J – F

Setelah diperoleh bentuk seperti itu, maka satu per satu kita kembalikan ke notasi semula sambil mengubahnya menjadi notasi *postfix*.

Langkah 5: hasil akhir J – F, dibentuk *postfix*nya, menjadi J F –

Langkah 6: J sebenarnya adalah I / H yang jika ditulis dalam bentuk *postfix* menjadi I H /, lalu kita gabung dengan hasil di langkah 5 tadi, diperoleh: I H / F -

Langkah 7: H sebenarnya adalah D ^ E yang jika ditulis dalam bentuk *postfix* menjadi D E ^, lalu kita gabung dengan hasil di langkah 6 tadi, diperoleh: I D E ^ / F –

Langkah 8: I sebenarnya adalah A * G yang jika ditulis dalam bentuk *postfix* menjadi A G *, lalu kita gabung dengan hasil di langkah 7 tadi, diperoleh: A G * D E ^ / F –

Langkah 9: G sebenarnya adalah B + C yang jika ditulis dalam bentuk *postfix* menjadi B C +, lalu kita gabung dengan hasil di langkah 8 tadi, diperoleh: A B C + * D E ^ / F –

Dengan demikian, untuk notasi *infix*: A * (B + C) / D ^ E – F maka notasi *postfix*nya menjadi: A B C + * D E ^ / F –

Postfix tidak memerlukan tanda kurung, prosesnya berjalan sebagai berikut:

2 3 5 + * 4 2 ^ / 3 –
2 8 * 4 2 ^ / 3 –
16 4 2 ^ / 3 -
16 16 / 3 -
1 3 –
-2

Sama hasilnya pada *infix*: 2 * (3 + 5) / 4 ^ 2 – 3 = -2

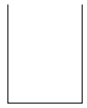
1.b. Cara *Stack*

Stack adalah tumpukan (jadi, memori diibaratkan dengan tumpukan) yang memiliki cara kerja, "yang pertama masuk ke kotak, maka akan terakhir kali diambil kembali" atau "*first in last out*", atau sebaliknya, "yang terakhir masuk ke kotak, akan diambil yang pertama kali," atau "*last in first out*."

Berikut ini langkah-langkahnya:

1. Proses akan dilakukan dari kiri ke kanan
2. Bila yang diproses adalah *operand*, maka tulis di hasil. Di sini *operand* "A":

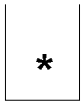
A * (B + C) / D ^ E – F
↑



Hasil = A

3. Lanjutkan ke operator "*", karena *stack* masih dalam keadaan kosong, maka masukkan operator tersebut ke dalam *stack*;

A * (B + C) / D ^ E – F
↑



Hasil = A

4. Lanjutkan ke operator "(", operator ini masukkan (tumpuk) saja ke dalam *stack*;

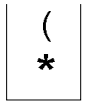
A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Hasil = A

Stack

5. Lanjutkan ke *operand* "B", karena sebagai *operand*, maka "B" dijadikan hasil saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑



Hasil = A B

Stack

6. Lanjutkan ke operator "+", operator ini masukkan (tumpuk) saja ke dalam *stack*;

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Bila *top stack* (posisi teratas tumpukan) adalah "(" maka apapun operator yang sedang diproses, masukkan saja ke dalam *stack*.

Hasil = A B

Stack

7. Lanjutkan ke *operand* "C", karena sebagai *operand*, maka "C" dijadikan hasil saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Hasil = A B C

Stack

8. Lanjutkan ke operator ")", operator ini akan mengeluarkan seluruh isi *stack* (mulai dari atas) hingga bertemu operator "(" yang menjadi pasangannya. Karena di antara "(" dan ")" hanya ada "+" maka "+" saja yang dijadikan hasil. Tanda kurung dibuang saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Hasil = A B C +

Stack

9. Lanjutkan ke operator "/", operator ini akan dimasukkan ke dalam *stack*. Karena di *top stack* sudah ada isinya, maka bandingkan keduanya. Bila yang akan masuk memiliki derajat yang lebih besar, maka tumpuk saja. Sebaliknya, bila yang akan masuk memiliki derajat yang sama atau lebih kecil, maka keluarkan *top stack* hingga operator yang berada di *top stack* berderajat lebih kecil dari operator yang akan masuk.

   Karena "/" berderajat sama dengan "*" maka keluarkan *top stack* ("*"). Karena *stack* sudah hampa, maka operator "/" dimasukkan ke dalam *stack* sebagai *top stack*nya.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Stack

Hasil = A B C + *

10. Lanjutkan ke *operand* "D", karena sebagai *operand*, maka "D" dijadikan hasil saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Stack

Hasil = A B C + * D

11. Lanjutkan ke operator "^", operator ini akan dimasukkan ke dalam *stack*. Karena di *top stack* sudah ada isinya, maka bandingkan keduanya. Karena "^" berderajat lebih besar dari *top stack*nya ("/") maka masukkan (tumpuk) saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Stack

Hasil = A B C + * D

12. Lanjutkan ke *operand* "E", karena sebagai *operand*, maka "E" dijadikan hasil saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Stack

Hasil = A B C + * D E

13. Lanjutkan ke operator "-", operator ini akan dimasukkan ke dalam *stack*. Karena di *top stack* sudah ada isinya, maka bandingkan keduanya. Karena "-" berderajat lebih kecil dari "^" maka operator "^" dikeluarkan dari tumpukan dan dijadikan hasil.

Ketika "-" akan masuk, di top stack kini ada "/" yang berderajat lebih besar dari "-", akibatnya top stack ("/") dikeluarkan juga dan dijadikan hasil. Kini "-" menjadi top stacknya.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Hasil = A B C + * D E ^ /

Stack

14. Lanjutkan ke *operand* "F", karena sebagai *operand*, maka "F" dijadikan hasil saja.

A * (B + C) / D ^ E – F
↑

Hasil = A B C + * D E ^ / F

Stack

15. Karena proses telah selesai, maka keluarkan seluruh isi stack mengikuti kaidahnya, *last in first out*. Karena hanya ada "-" maka hasil akhirnya menjadi:

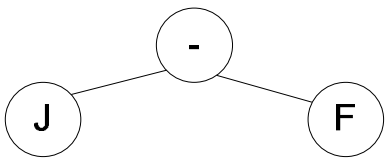
A B C + * D E ^ / F –

Hasil ini harus sama dengan *postfix* yang menggunakan cara manual. Terlihat langkahnya lebih panjang dari cara manual, namun jika telah terbiasa, cara ini dapat dilakukan dengan lebih mudah dari pada cara manual. Kalau dipersingkat, bentuknya menjadi:

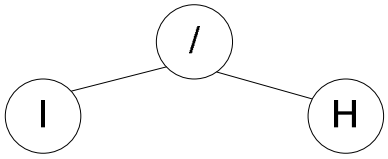
A	*	(	B	+	C	)	/	D	^	E	-	F	;
	*	(*	(*	+ (*	+ (*	*	/	/	^ /	^ /	-	-	
A			B		C	+	*	D		E	^	/	F	-

1.c. Cara *Binary Tree*

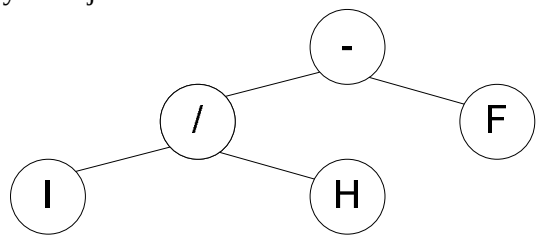
1. Langkah pertama untuk mengkonversi notasi *infix* menjadi *postfix* adalah dengan membuat struktur pohon binarnya. Langkah pertama untuk membuat struktur pohonnya adalah dengan menyederhanakan notasi seperti yang pernah dilakukan di cara manual hingga langkah 4, yaitu: J – F yang struktur pohon binarnya adalah:



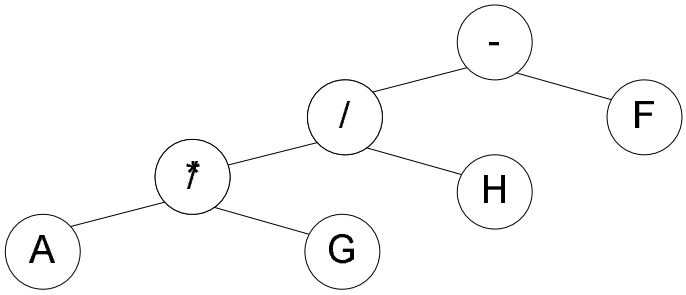
2. Jabarkan J, yaitu I / H yang struktur pohon binarnya adalah:



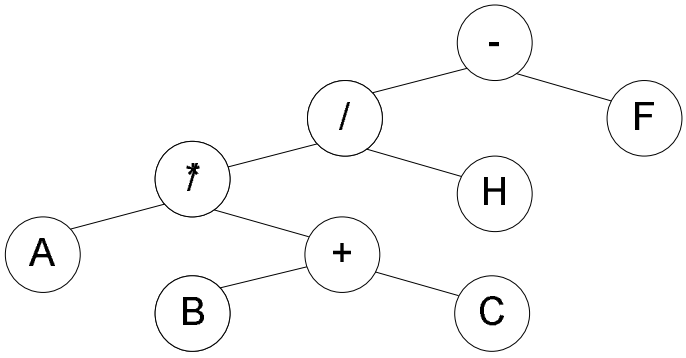
Letakkan struktur pohon binar J ini ke struktur pohon binar yang sudah dibentuk di langkah 1 tadi, jadi, struktur pohon binarnya menjadi:



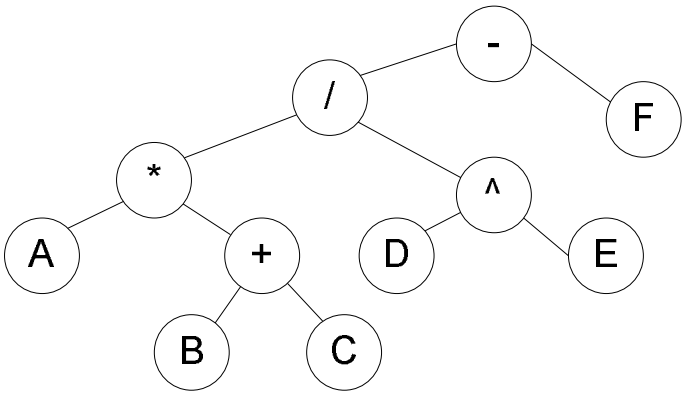
3. Jabarkan I, yaitu A * G. Sama dengan langkah 2, maka struktur pohon binarnya menjadi:



4. Jabarkan G, yaitu B + C. Sama caranya dengan langkah 2, maka struktur pohon binarnya menjadi:



5. Jabarkan H, yaitu D ^ E. Sama caranya dengan langkah 2, maka struktur pohon binarnya menjadi:

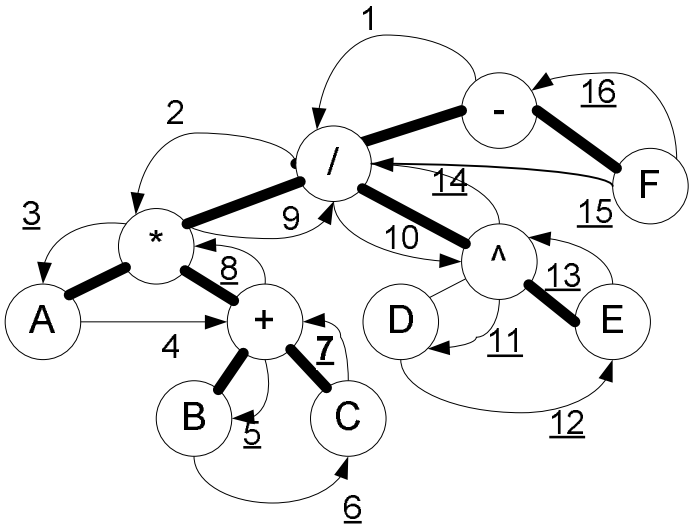


Inilah struktur pohon binar terakhir untuk notasi A * (B + C) / D ^ E – F

Lalu, bagaimana menentukan notasi *postfix*nya ?. Tinggal mengikuti gerakan perjalanan atau kunjungan (*traversal*) secara *post-order* saja, yaitu rekursif dari (*left-right-root*) atau ulangi(kiri, kanan, tengah).

a. Paling kiri adalah A, jadi hasil = A
b. Setelah kiri, kita ke kanan dari A, diperoleh +. Ulangi proses lagi, yang paling kiri adalah B, jadi hasil = A B
c. Setelah kiri, kita ke kanan dari B, diperoleh C. Karena C merupakan ujung pohon (daun), maka jadikan hasil. Jadi, hasil = A B C
d. Dari kanan (C) kita ke tengah, diperoleh tanda +. Karena di kiri dan kanan + sudah diproses, maka jadikan + sebagai hasil. Jadi, hasil = A B C +
e. Kembali ke tengah dari struktur pohon A * +, kita peroleh *. Karena di kiri dan kanan lambang * sudah diproses, maka jadikan * sebagai hasil. Jadi, hasilnya: A B C + *
f. Kembali ke tengah struktur dari * / ^, yaitu /. Di kiri lambang / sudah diproses, maka kita ke kanan, sehingga diperoleh ^. Dari sini proses kembali diulang, kiri dari ^ adalah D yang merupakan daun dari struktur pohon itu. Jadi, hasil = A B C + * D
g. Setelah kiri, kita ke kanan. Diperoleh E, jadi hasilnya = A B C + * D E
h. Setelah kanan, kita kembali ke tengah, diperoleh ^, sehingga hasilnya menjadi A B C + * D E ^
i. Kita kembali ke tengah sebelumnya, yaitu /. Karena di kiri dan kanan lambang / sudah diproses, maka lambang / menjadi hasil. Jadi, hasil = A B C + * D E ^ /
j. Di kiri dan kanan lambang / sudah diproses, kita kembali ke *root* (akar, puncak struktur pohon binar), yaitu -. Di kiri lambang – sudah diproses semua, maka kita ke kanan, diperoleh F yang merupakan daun. Hasilnya menjadi A B C + * D E ^ / F
k. Terakhir, kita kembali ke puncak (yang merupakan lambang terakhir dalam *postfix*), hasilnya = A B C + * D E ^ / F –

Berikut skema pergerakannya:



2. Konversi *Infix* ke *Prefix*

Cara mengonversi *infix* ke *prefix* dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu (a) manual, dan (b) *binary tree*.

2.a. Cara Manual

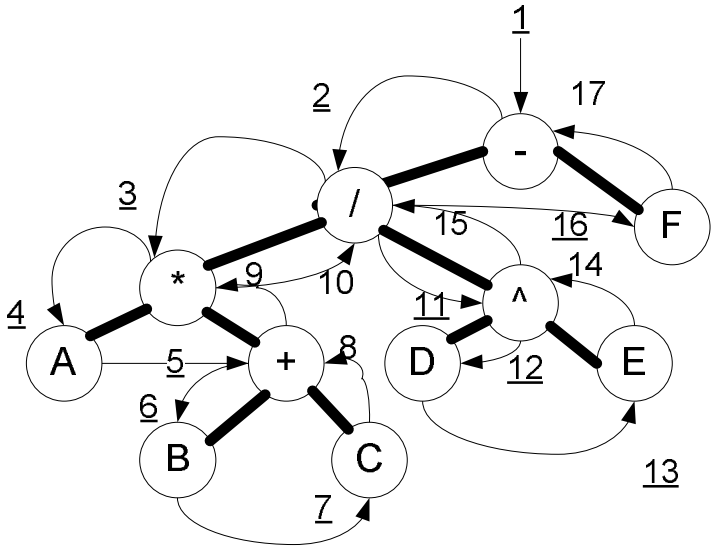
Dengan soal yang sama, maka cara manual mengonversi notasi *infix* ke *prefix* dimulai sama dengan cara di sub-bab 1.a. proses 1 sampai 4, hingga diperoleh: J – F.

1. Langkah 1: J – F dalam notasi *prefix* ditulis dengan - J F
2. Langkah 2: J adalah I / H yang notasi *prefix*nya adalah / I H, sehingga ketika digabung akan menjadi - / I H F
3. Langkah 3: I adalah A * G yang notasi *prefix*nya adalah * A G, sehingga ketika digabung akan menjadi - / * A G H F
4. Langkah 4: G adalah (B + C) yang notasi *prefix*nya adalah + B C, sehingga ketika digabung akan menjadi - / * A + B C H F
5. Langkah 5: H adalah D ^ E yang notasi *prefix*nya adalah ^ D E, sehingga ketika digabung akan menjadi - / * A + B C ^ D E F

Jadi, untuk notasi *infix*: A * (B + C) / D ^ E – F, maka notasi *postfix* adalah: - / * A + B C ^ D E F

2.b. Cara *Binary Tree*

Caranya sama dengan cara *binary tree* sebelumnya. Singkatnya, setelah struktur pohonnya terbentuk, maka berikut ini traversalnya secara *pre-order* dengan rumus: rekursif(tengah, kiri, kanan), atau rekursif (*root, left, right*) sebagai berikut:



3. Konversi *Prefix* ke *Infix* dan/atau *Postfix*

Konversi dari *prefix* ke *infix* dan/atau *postfix* bisa dilakukan melalui bantuan manual atau pohon binar. Contoh: notasi *prefix*: - / * + A B C^ D E F, maka notasi *infix*nya adalah:

a. Langkah I: cari yang bentuknya: + A B (*operator, operand, operand*). Diperoleh:

$$- / * \underset{G}{+ A B}\ C \underset{H}{\wedge D E}\ F$$

b. Sederhanakan notasi tersebut menjadi: - / * G C H F
c. Ulangi langkah I hingga menjadi satu operator dan dua *operand*:

c.1. $- / \underset{I}{* G C}\ H$

c.2. $- \underset{J}{/ I H}\ F$

c.3. - J F

d. Jadikan bentuk *infix* dan kembalikan ke notasi semula (setiap penjabaran diberi tanda kurung):

d.1. J – F
d.2. J = (I / H), digabung menjadi: (I / H) – F
d.3. H = (D ^ E), digabung menjadi: (I / (D ^ E)) – F
d.4. I = (G * C), digabung menjadi: ((G * C) / (D ^ E)) – F
d.5. G = (A + B), digabung menjadi (((A + B) * C) / (D ^ E)) - F

Dengan cara yang sama, kita bisa mengalihkan notasi *prefix* tersebut ke notasi *postfix*nya, yaitu:

a. Langkah I: cari yang bentuknya: + A B (*operator, operand, operand*). Diperoleh:

$$- / * \underset{G}{+ A B}\ C \underset{H}{\wedge D E}\ F$$

b. Sederhanakan notasi tersebut menjadi: - / * G C H F
c. Ulangi langkah I hingga menjadi satu operator dan dua *operand*:

c.1. - / <u>* G C</u> H
I

c.2. - <u>/ I H</u> F
J

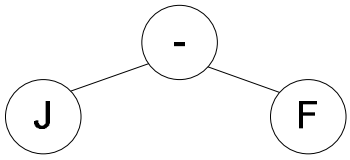
c.3. - J F

d. Jadikan bentuk *postfix* dan kembalikan ke notasi semula:

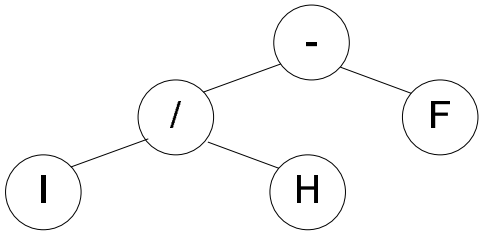
d.1. – J F pada *prefix* menjadi J F - dalam *postfix*
d.2. J = I H / , digabung menjadi: I H / F -
d.3. H = D E ^, digabung menjadi: I D E ^ / F -
d.4. I = G C *, digabung menjadi: G C * D E ^ / F -
d.5. G = A B +, digabung menjadi A B + C * D E ^ / F -

Dengan cara yang sama pula, mari kita bentuk struktur pohon binarnya.

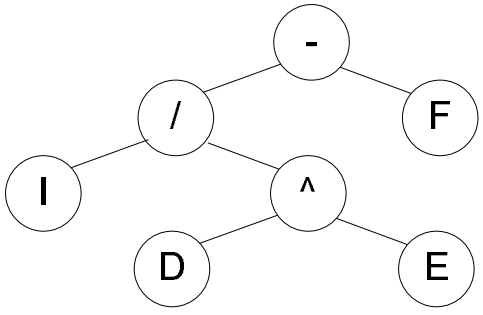
- JF, pohon binarnya adalah:



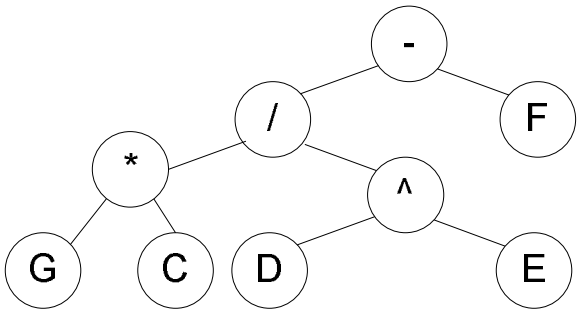
J = I H /, sehingga pohonnya menjadi:



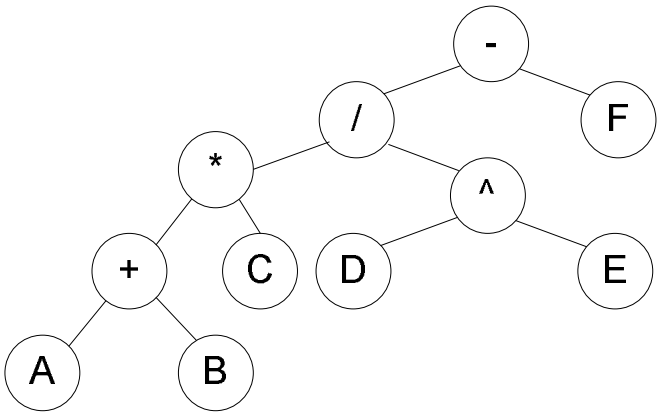
H = D E ^, sehingga pohonnya menjadi:



I = G C *, sehingga pohonnya menjadi:



G = A B +, maka pohonnya menjadi:



(ikuti kunjungan/ *traversal* seperti sebelumnya)

4. Konversi *Postfix* ke *Infix* dan/atau *Prefix*

Sama caranya dengan konversi dari *prefix* ke *infix* dan/atau *postfix*, konversi *postfix* ke *infix* atau *prefix* bisa dilakukan melalui bantuan manual atau pohon binar. Contoh: notasi *postfix*: A B + C * D E ^ / F -, maka notasi *infix*nya adalah:

e. Langkah I: cari yang bentuknya: A B + (*operand, operand, operator*). Diperoleh:

$$\underset{G}{\underline{A\ B\ +}}\ C\ *\ \underset{H}{\underline{D\ E\ \wedge}}\ /\ F\ -$$

f. Sederhanakan notasi tersebut menjadi: G C * H / F -
g. Ulangi langkah I hingga menjadi satu operator dan dua *operand*:

c.1. $\underset{I}{\underline{G\ C\ *}}$ H/ F -

c.2. $\underset{J}{\underline{I\ H\ /}}$ F -

c.3. J F -

h. Jadikan bentuk *infix* dan kembalikan ke notasi semula (setiap penjabaran diberi tanda kurung):

d.1. J F – jadi (J – F)
d.2. J = (I / H), digabung menjadi: (I / H) – F
d.3. H = (D ^ E), digabung menjadi: (I / (D ^ E)) – F
d.4. I = (G * C), digabung menjadi: ((G * C) / (D ^ E)) – F

d.5. G = (A + B), digabung menjadi (((A + B) * C) / (D ^ E)) - F

Dengan cara yang sama, kita bisa mengalihkan notasi *postfix* tersebut ke notasi *prefix*nya, yaitu:

e. Langkah I: cari yang bentuknya: A B + (*operand, operand, operator*). Diperoleh:

$$\underset{G}{\underline{A\ B\ +}}\ C\ *\ \underset{H}{\underline{D\ E\ \wedge}}\ /\ F\ -$$

f. Sederhanakan notasi tersebut menjadi: G C * H / F -
g. Ulangi langkah I hingga menjadi satu operator dan dua *operand*:

c.1. $\underset{I}{\underline{G\ C\ *}}\ H\ /\ F\ -$

c.2. $\underset{J}{\underline{I\ H\ /}}\ F\ -$

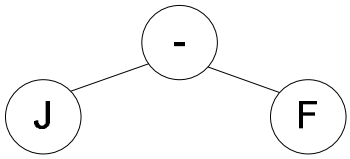
c.3. J F -

h. Jadikan bentuk *prefix* dan kembalikan ke notasi semula:

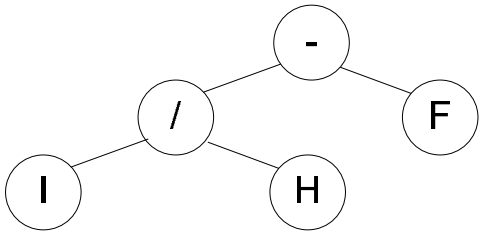
d.1. J F - pada *postfix* menjadi - J F dalam p*retfix*
d.2. J = / I H , digabung menjadi: - / I H F -
d.3. H = ^ D E, digabung menjadi: - / I ^ D E F -
d.4. I = G C *, digabung menjadi: - / * G C ^ D E F -
d.5. G = A B +, digabung menjadi - / * + A B C ^ D E F -

Dengan cara yang sama pula, mari kita bentuk struktur pohon binarnya.

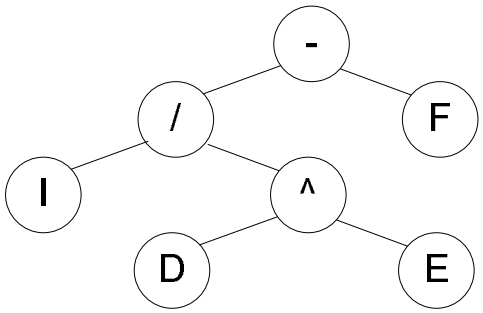
J F -, pohon binarnya adalah:



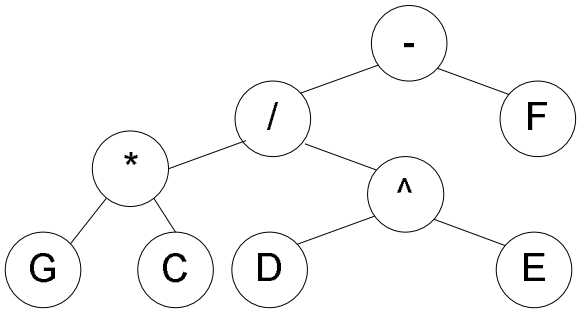
J = / I H/, sehingga pohonnya menjadi:



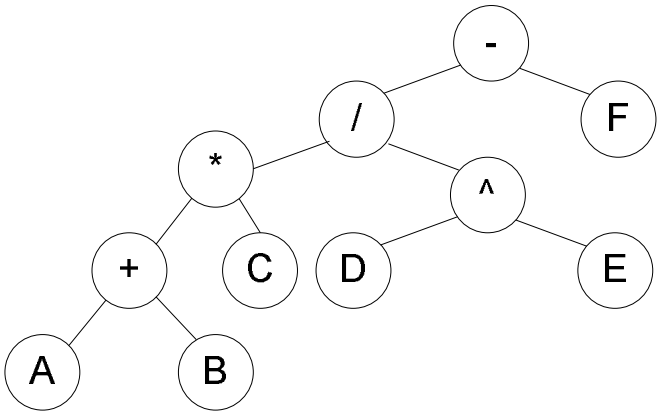
H = ^ D E, sehingga pohonnya menjadi:



I = * G C, sehingga pohonnya menjadi:



G = + A B, maka pohonnya menjadi:



(ikuti kunjungan/ *traversal* seperti sebelumnya)

Silakan *email* ke bwahyudi@staff.gunadarma.ac.id bila ada pertanyaan, sanggahan, atau perbaikan.