

Наумов П. 3413

Тема 6. Создание собственных распределений в Python

Изучите материал из Notebook «Создание собственных распределений в Python». Рассмотрите функцию (НЕ из рассмотренных в лекции законов НСВ), которая является плотностью вероятности некоторой непрерывной случайной величины (функция плотности должна быть определена в классе). Для этой случайной величины: 1) проверьте условие нормировки плотности; 2) постройте графики плотности и функции распределения; 3) рассчитайте вероятность попадания случайной величины в некоторый интервал; 4) вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение; 5) вычислите квантиль уровня q и $p\%$ -ную точку случайной величины; 6) определите коэффициент асимметрии и эксцесс.

Выбранная функция, которая является плотностью вероятности:

0 при $x < 0$;

$8x^*e^{-4x^2}$ при $x \geq 0$.

```

Ввод [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import rv_continuous
from scipy import integrate

class MyDistribution(rv_continuous):
    def _pdf(self, x):
        return np.where(x >= 0, 8 * x * np.exp(-4 * x**2), 0)

    def _cdf(self, x):
        return np.where(x >= 0, 1 - np.exp(-4 * x**2), 0)

    def _ppf(self, q):
        return np.sqrt(-np.log(1 - q)) / 2

# Создаем экземпляр распределения
my_dist = MyDistribution(a=0.0, b=None)

# 1. Проверка нормировки
integral, error = integrate.quad(my_dist.pdf, 0, np.inf)
print(f"Проверка нормировки плотности: {integral:.6f}, ошибка: {error:.2e}")

# 2. Построение графиков
x = np.linspace(-0.5, 2, 1000)
fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(1, 2, figsize=(10, 4))
ax1.plot(x, my_dist.pdf(x), 'b-', lw=2)
ax1.set_title('Плотность вероятности')
ax1.set_xlabel('x')
ax1.set_ylabel('f(x)')
ax1.grid(True)

ax2.plot(x, my_dist.cdf(x), 'r-', lw=2)
ax2.set_title('Функция распределения')
ax2.set_xlabel('x')
ax2.set_ylabel('F(x)')
ax2.grid(True)
plt.show()

# 3. Вероятность попадания в интервал [1, 2]
a, b = 1, 2
prob = my_dist.cdf(b) - my_dist.cdf(a)
print(f"P({a} < X < {b}) = {prob:.6f}")

# 4. Математическое ожидание, дисперсия, СКО
mean = my_dist.mean()
var = my_dist.var()
std = my_dist.std()
print(f"Математическое ожидание: {mean:.6f}")
print(f"Дисперсия: {var:.6f}")
print(f"Среднее квадратическое отклонение: {std:.6f}")

# 5. Квантиль уровня q=0.75 и p%-ная точка p=25%
q = 0.75
quantile_q = my_dist.ppf(q)
print(f"Квантиль уровня {q}: {quantile_q:.6f}")

p = 25 # 25%-ная точка
quantile_p = my_dist.ppf((100-p)/100)
print(f"{p}%-%ная точка: {quantile_p:.6f}")

# 6. Коэффициент асимметрии и эксцесс

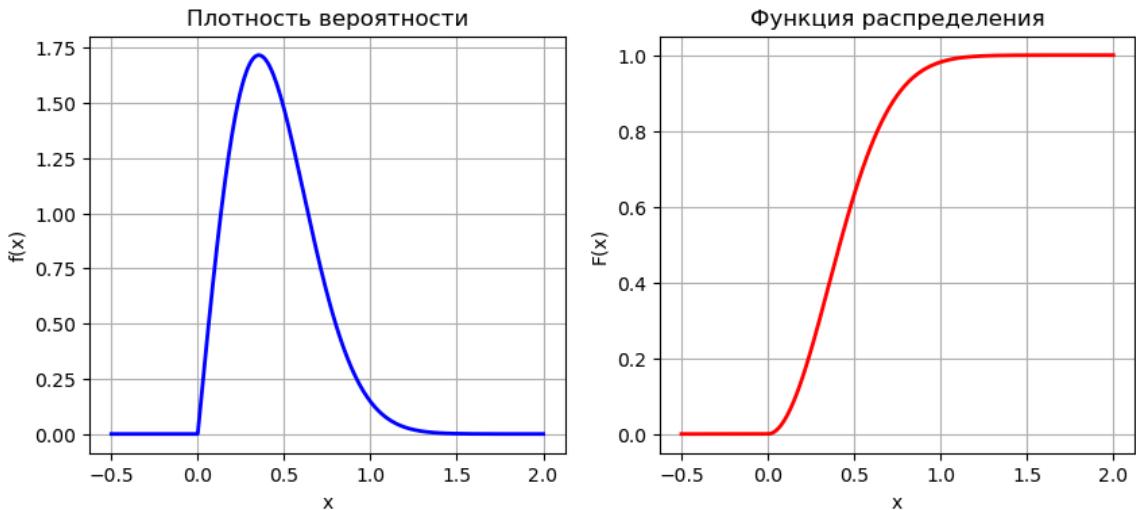
```

```

skewness = my_dist.stats(moments='s') # 's' возвращает коэффициент асимметрии
kurtosis = my_dist.stats(moments='k') # 'k' возвращает эксцесс
print(f"Коэффициент асимметрии: {skewness:.6f}")
print(f"Эксцесс: {kurtosis:.6f}")

```

Проверка нормировки плотности: 1.000000, ошибка: 6.84e-11



$$P(1 < X < 2) = 0.018316$$

Математическое ожидание: 0.443113

Дисперсия: 0.053650

Среднее квадратическое отклонение: 0.231626

Квантиль уровня 0.75: 0.588705

25%-ная точка: 0.588705

Коэффициент асимметрии: 0.631111

Эксцесс: 0.245089