Предмет и метод начертательной геометрии

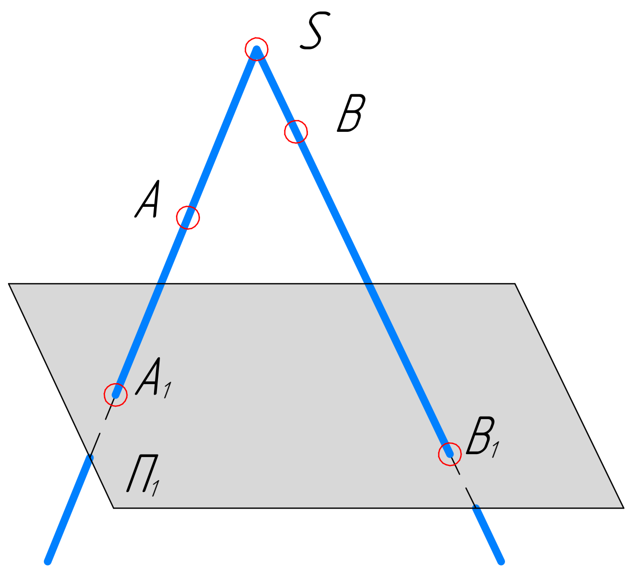
Начертательная геометрия (НГ) – раздел геометрии, изучающий способы изображения **пространственных геометрических объектов** (ГО) на плоскости.

Абстрактные образы начертательной геометрии:

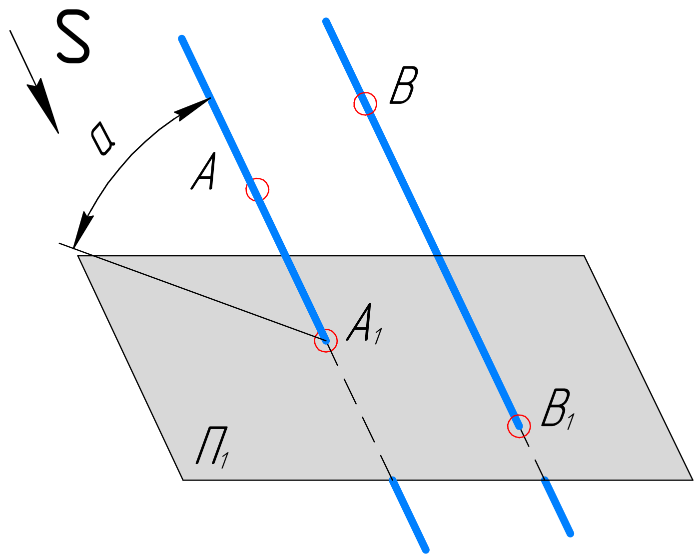
Точка	Линия	Поверхность
A, B, C,..., 1, 2, 3...	a, b, c,..., 1, 2, 3,...	П, Σ, Г, Δ,...

Метод чертежа: формы и положения геометрических фигур изучаются по **чертежу** – графической модели фигур, полученной посредством **операции проецирования** и представляющей собой некое конечное множество точек и линий, нанесенных на плоскости.

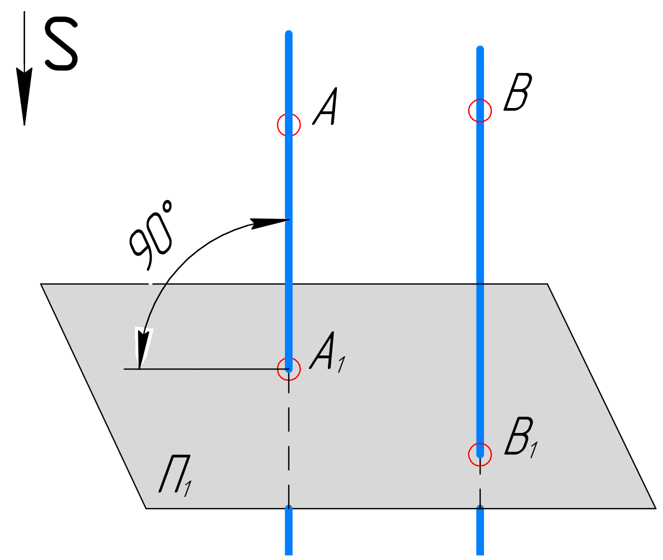
Прямая задача НГ – получение изображения (проекции) ГО при помощи операции проецирования.



Центральное проецирование



Параллельное косоугольное проецирование



Параллельное ортогональное (прямоугольное) проецирование

Ортогональной проекцией точки является точка пересечения **проецирующей прямой**, проходящей через точку **перпендикулярно плоскости проекции** (ПП), с этой ПП.

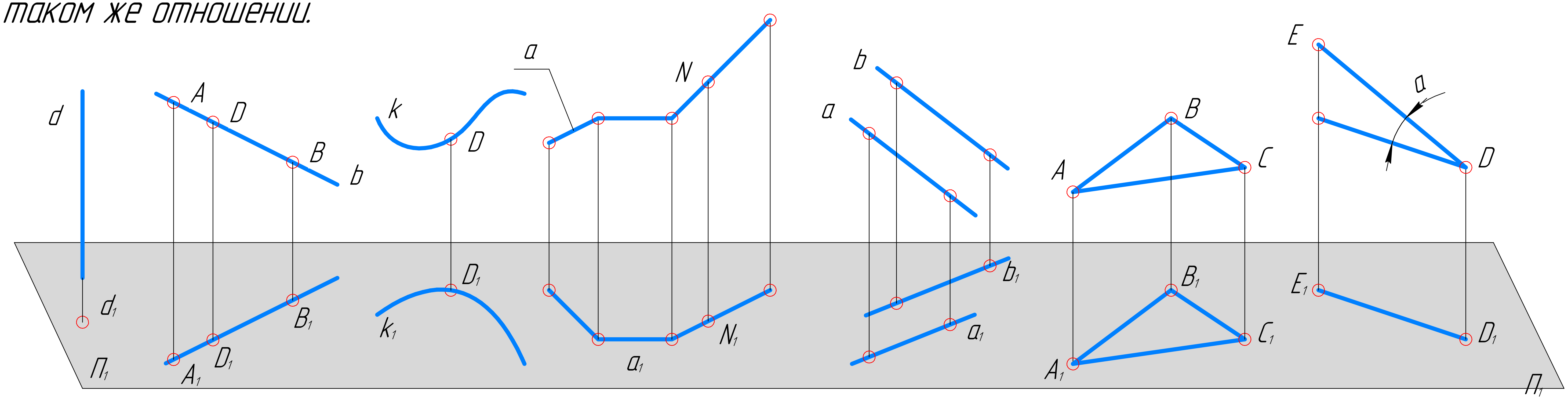
Свойства ортогонального проецирования

1. Точка проецируется в точку. Прямая (в общем случае) проецируется в прямую. Прямая, перпендикулярная ПП, проецируется в точку.

2. В общем случае, кривая проецируется в кривую, ломаная – в ломаную.

3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии.

4. Если точка делит отрезок в каком-то отношении, то ее проекция делит проекцию отрезка в таком же отношении.



6. Если прямые параллельны, то их проекции также параллельны.

7. Если проскость перпендикулярна плоскости проекции, то она проецируется на эту плоскость в прямую.

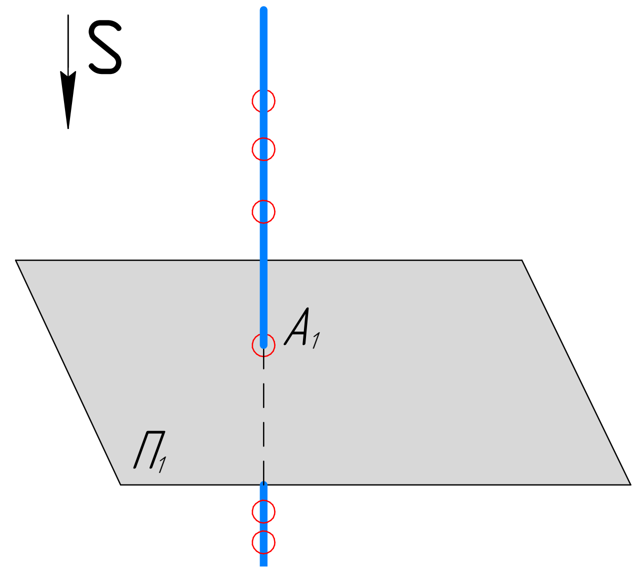
8. Плоска фигура, параллельная плоскоксти проекции, проецируется на нее в натуральную величину.

9. Длина проекции отрезка прямой равна длине отрезка, умноженной на косинус угла наклона отрезка к ПП.

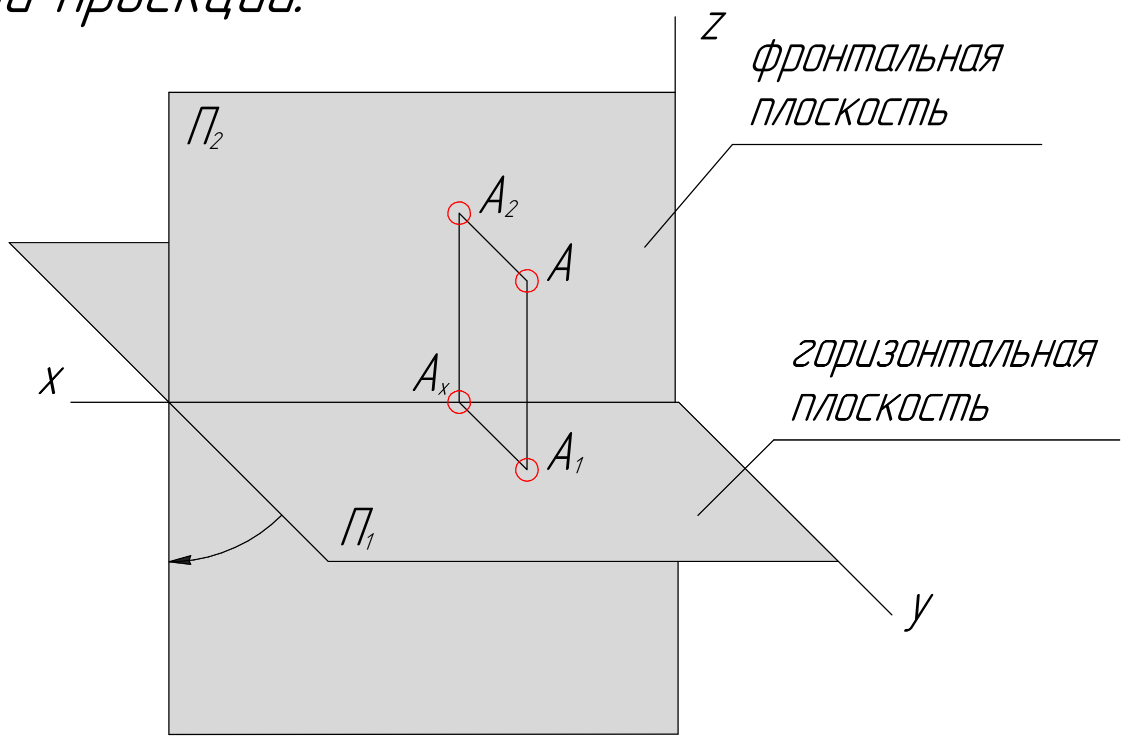
Обратная задача НГ и обратимость чертежа

Обратная задача НГ: восстановление формы или/и положения ГО по его чертежу.

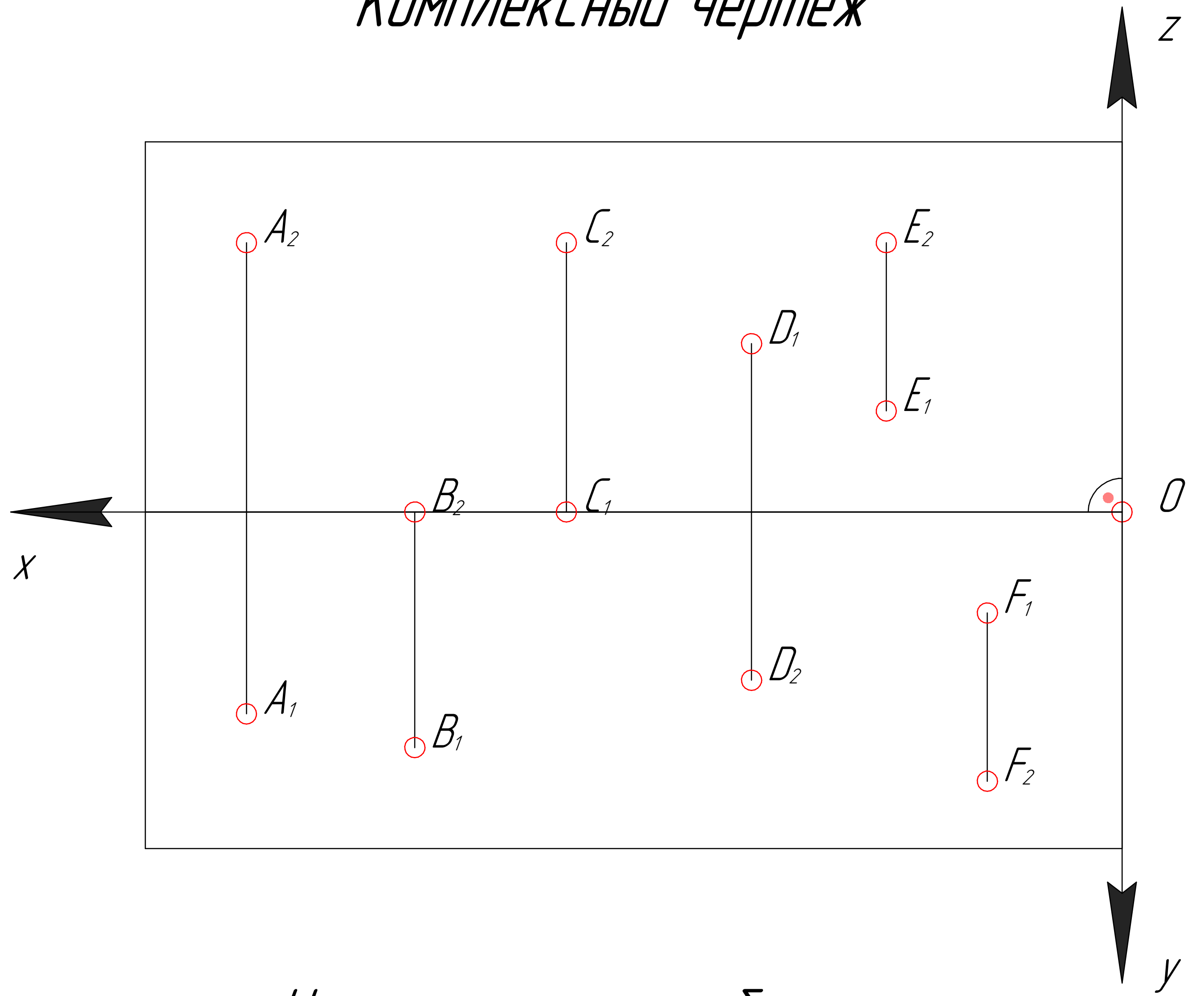
Чертеж, позволяющий решать обратную задачу НГ, называют **обратимым**.



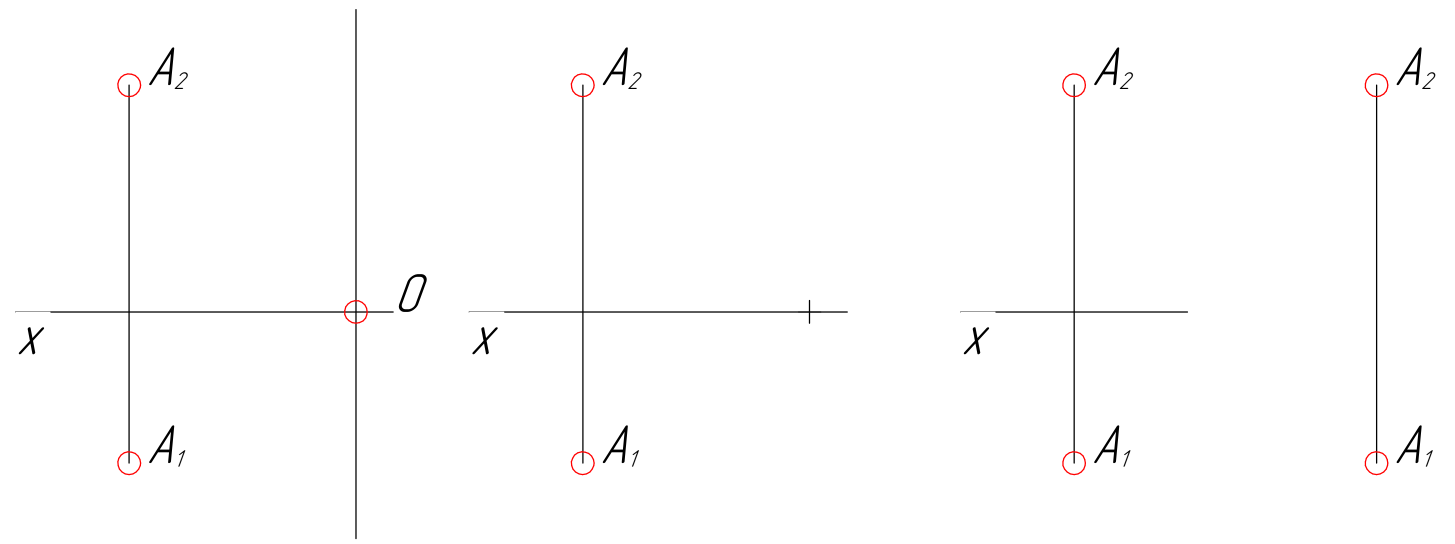
Для задания точки достаточно задать две её проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций.



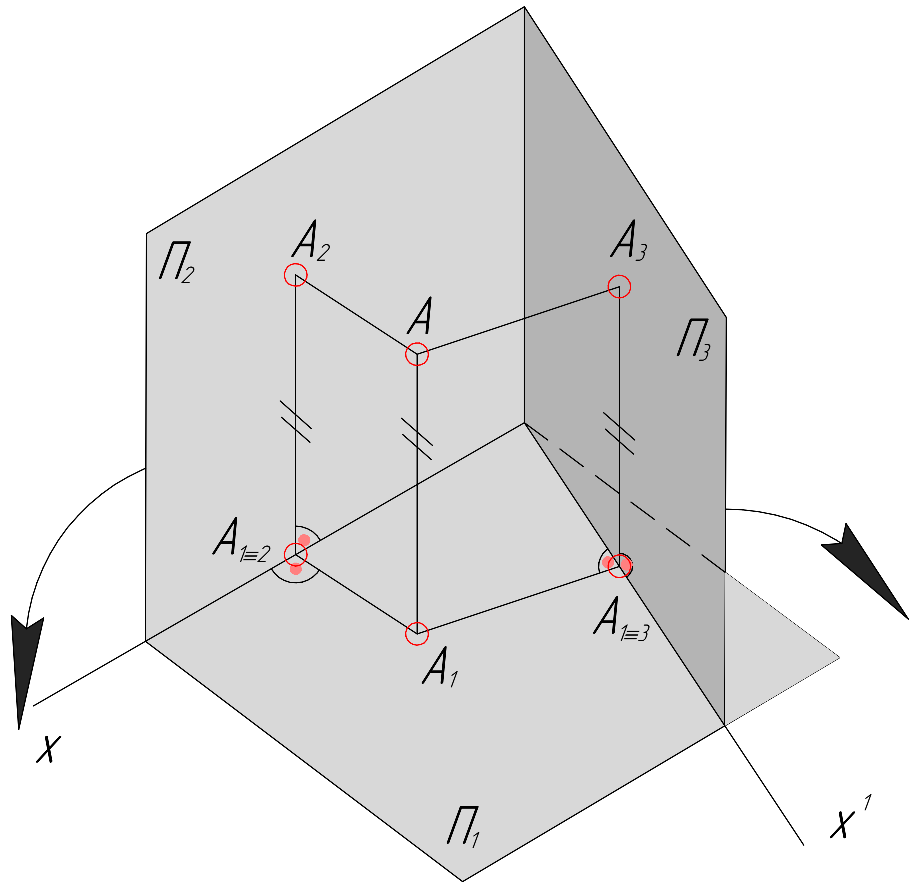
Комплексный чертеж

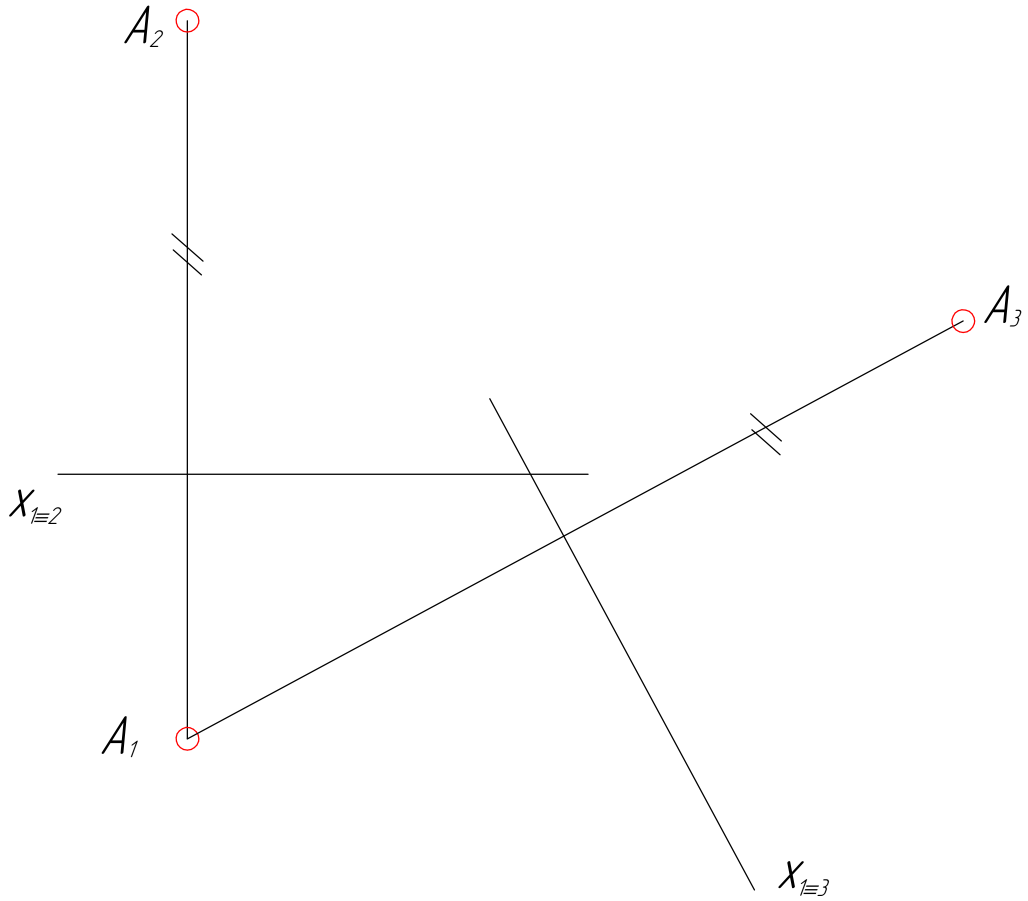


Упрощения при изображении системы координат чертежа



Введение новой плоскости проекции





Алгоритм построения новой проекции A_3 точки по двум заданным проекциям A_1 и A_2 и новому направлению проецирования:

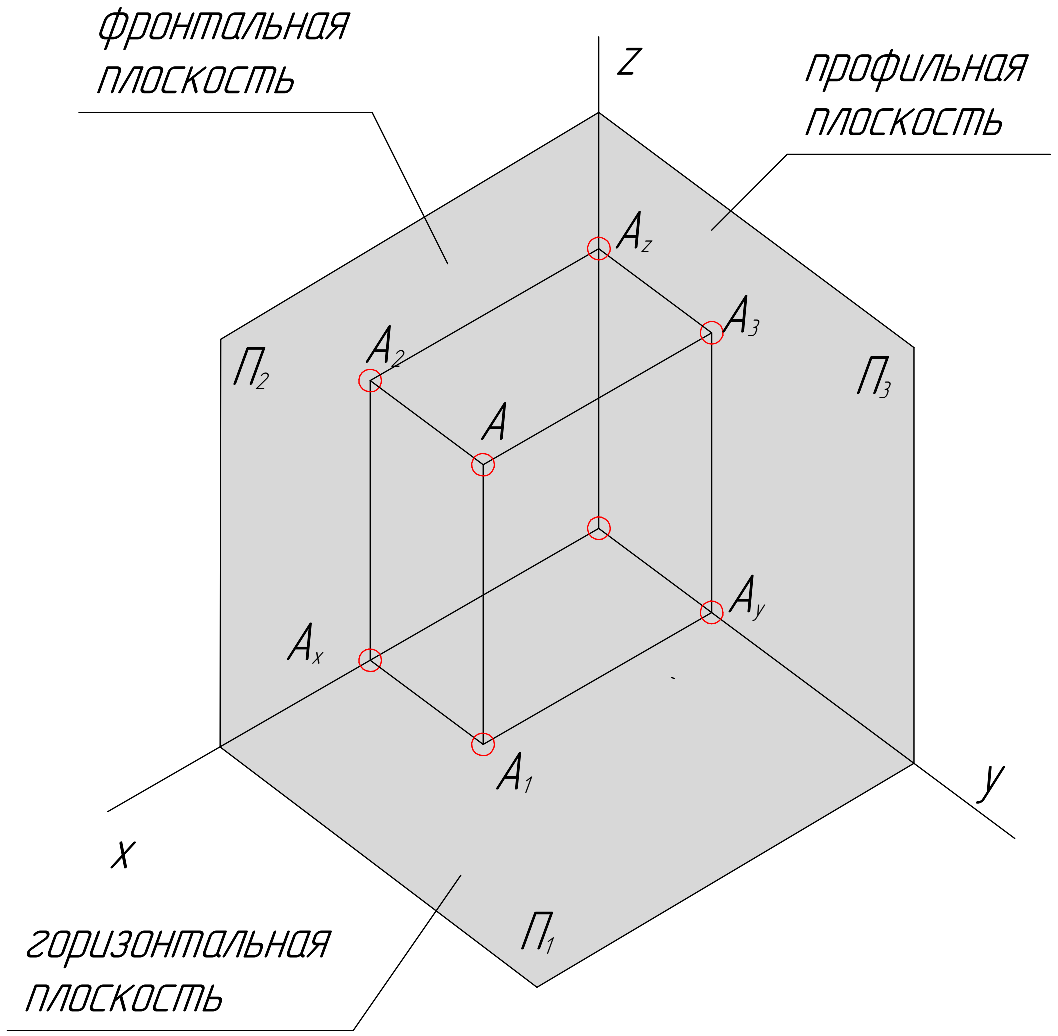
1. Перпендикулярно линии связи (A_1 и A_2) проводят ось проекций $x_{1\equiv2}$, если она еще на задана.

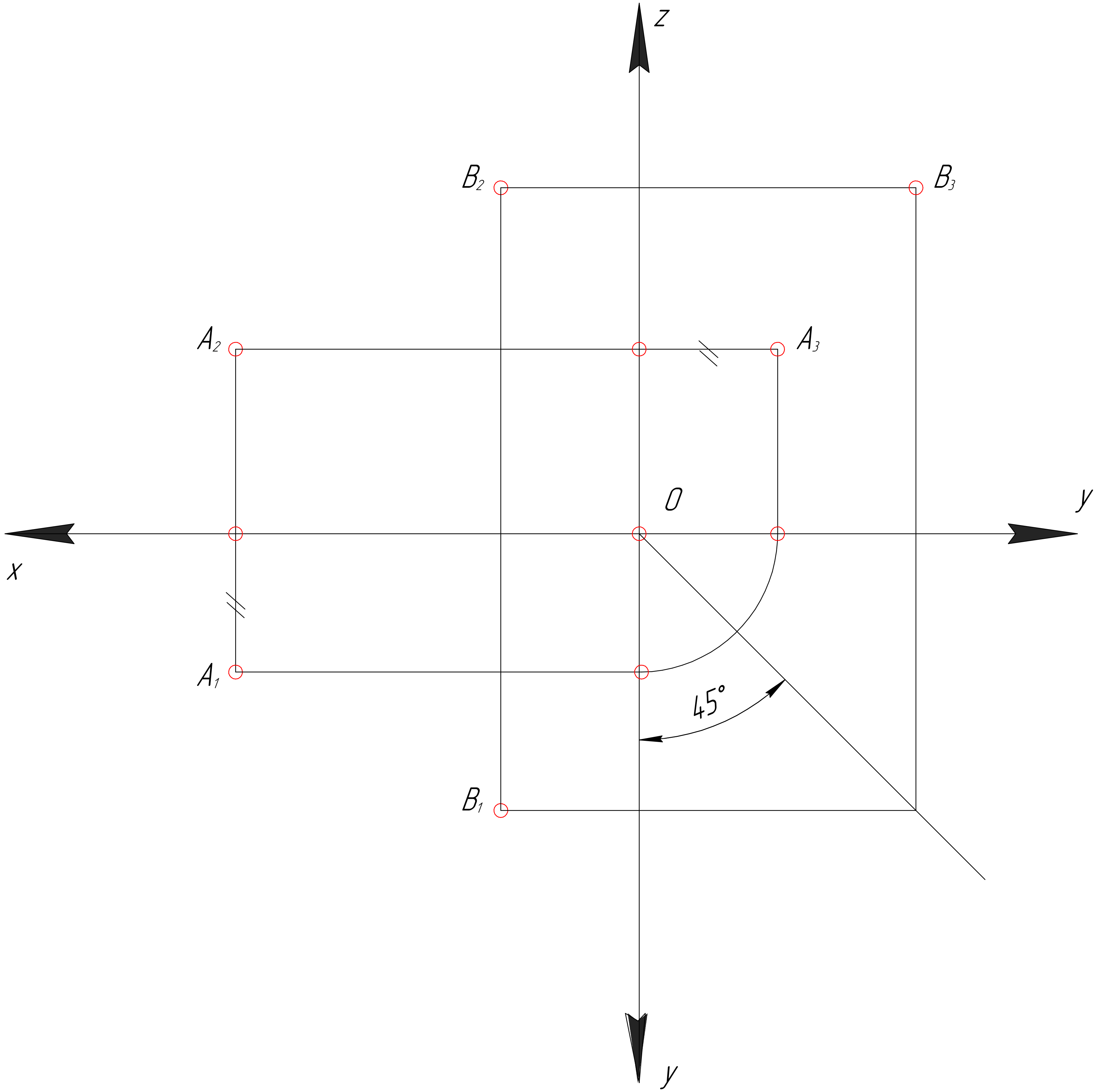
2. Проводят ось проекций $x_{1\equiv3}$ ($П_3 \perp П_1$).

3. Из A_1 проводят новую линию связи $(A_1, A_3) \perp x_{1\equiv3}$.

4. На новой линии связи (A_1,A_3) от новой оси $x_{1\equiv3}$ откладывают расстояние от точки A до плоскости $П_1$, так как $П_3 \perp П_1$.

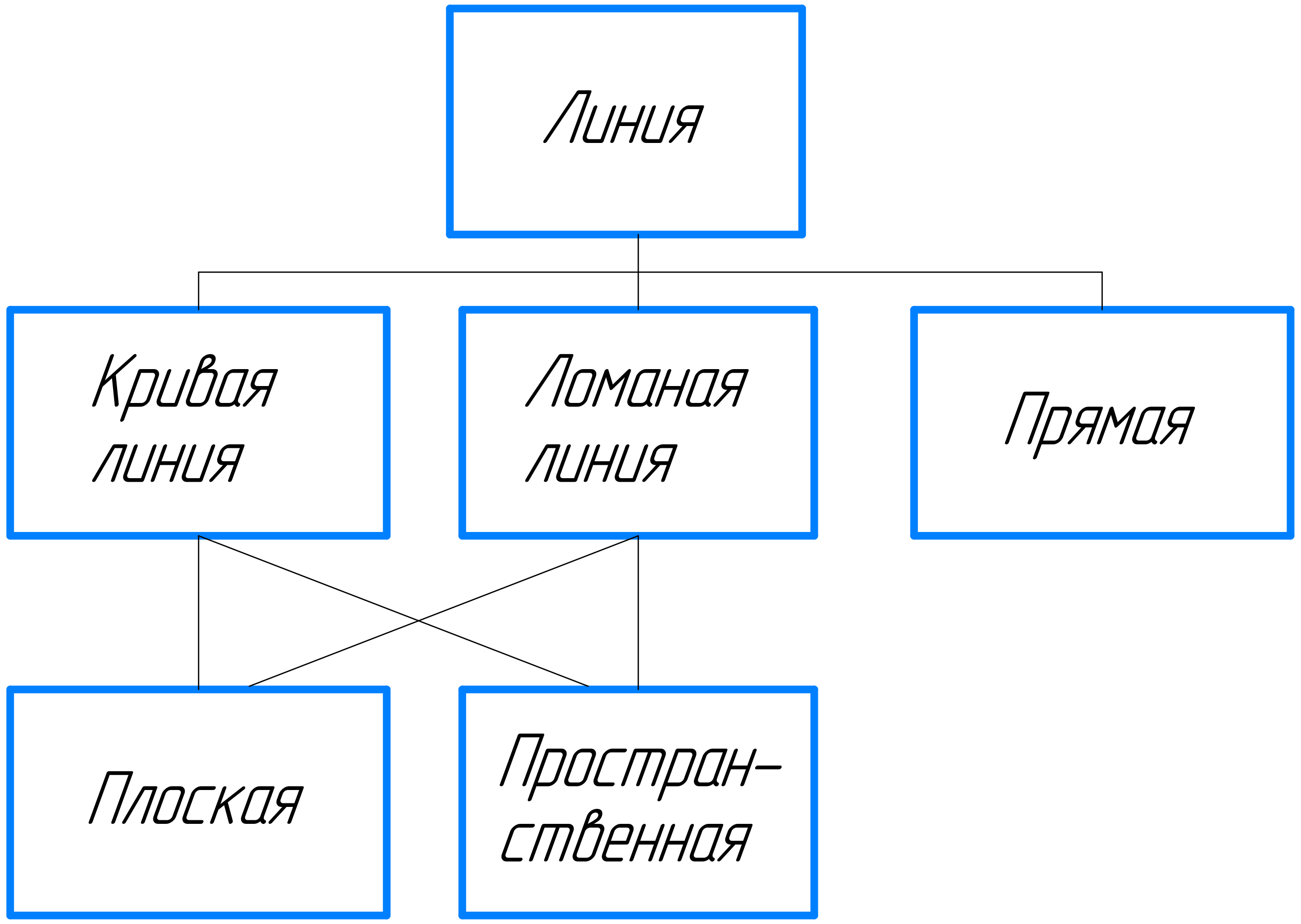
Трехпроекционный комплексный чертеж



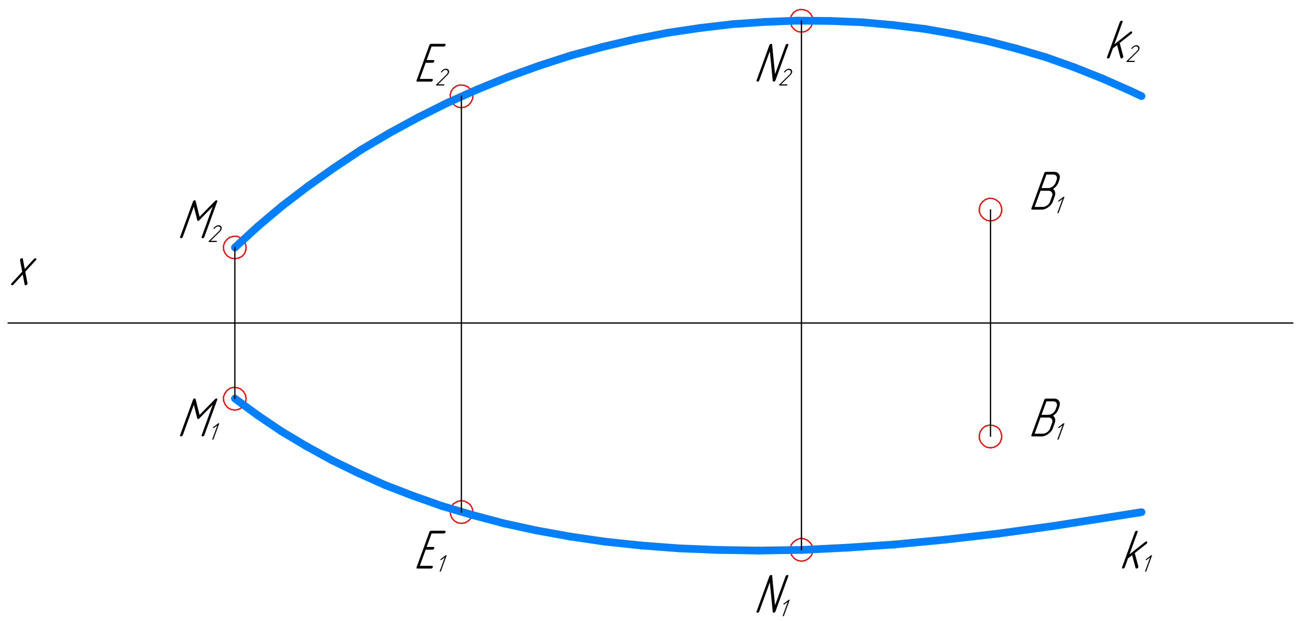


Задание линии на чертеже

Линия – это ГО, имеющий одно измерение (длину) и рассматриваемый как траектория точки, двигающейся в пространстве по определенному закону.

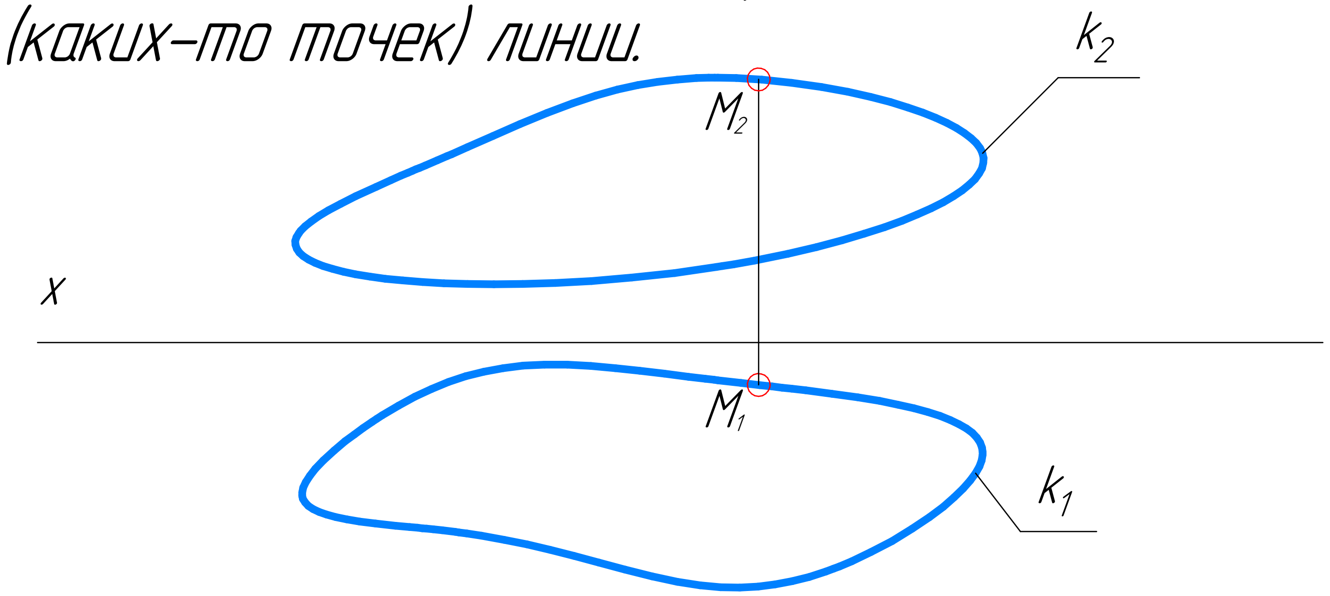


В общем случае линия на КЧ задается непосредственно своими проекциями..



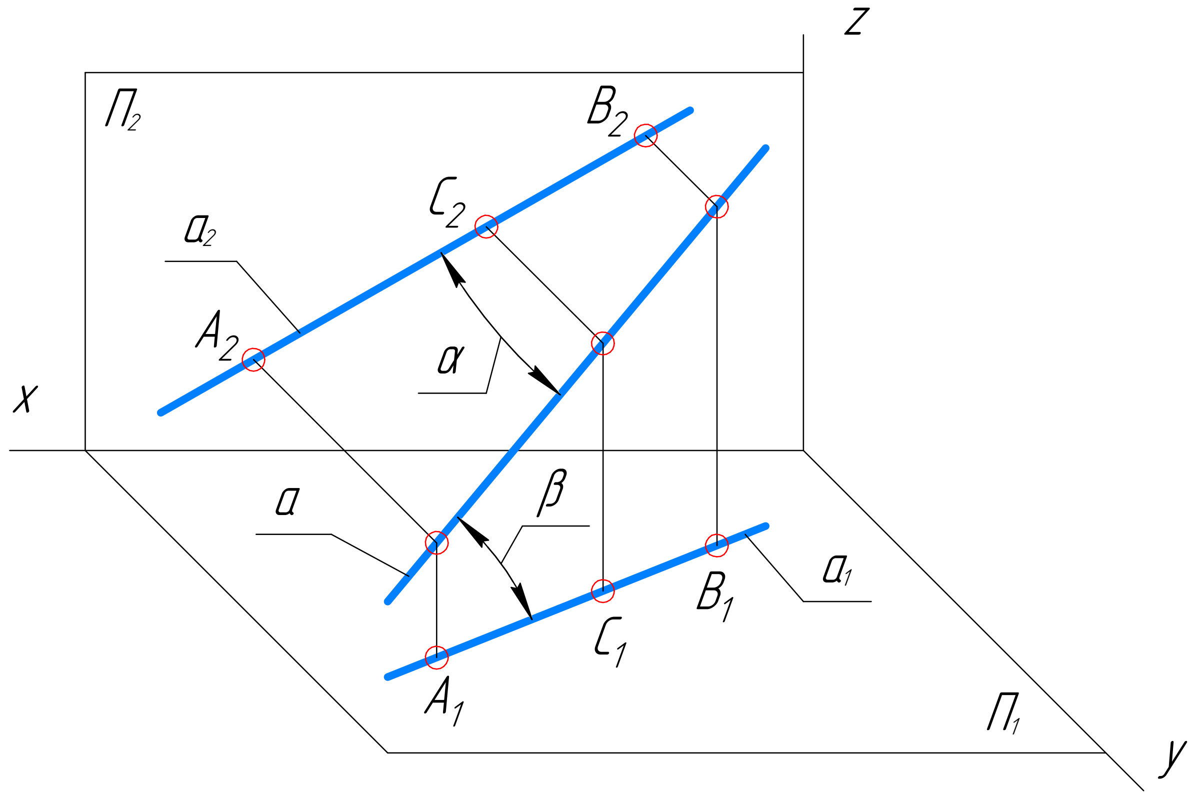
Критерий заданности линии: относительно любой точки пространства можно однозначно ответить на вопрос, принадлежит точка линии или нет.

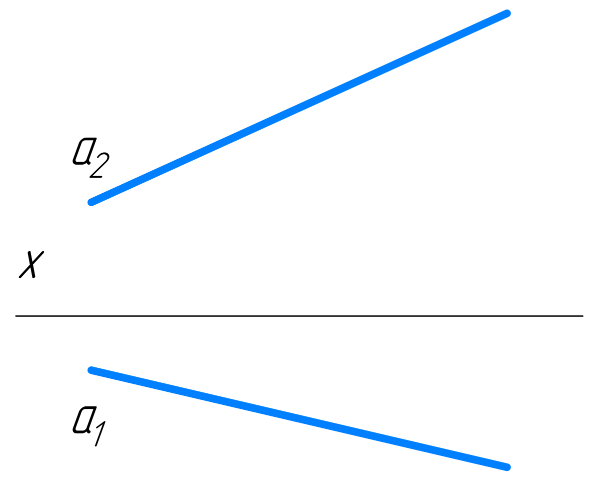
Иногда для установления однозначного проекционного соответствия точек линии помимо её проекций необходимо задавать ещё проекции какой-то точки (каких-то точек) линии.

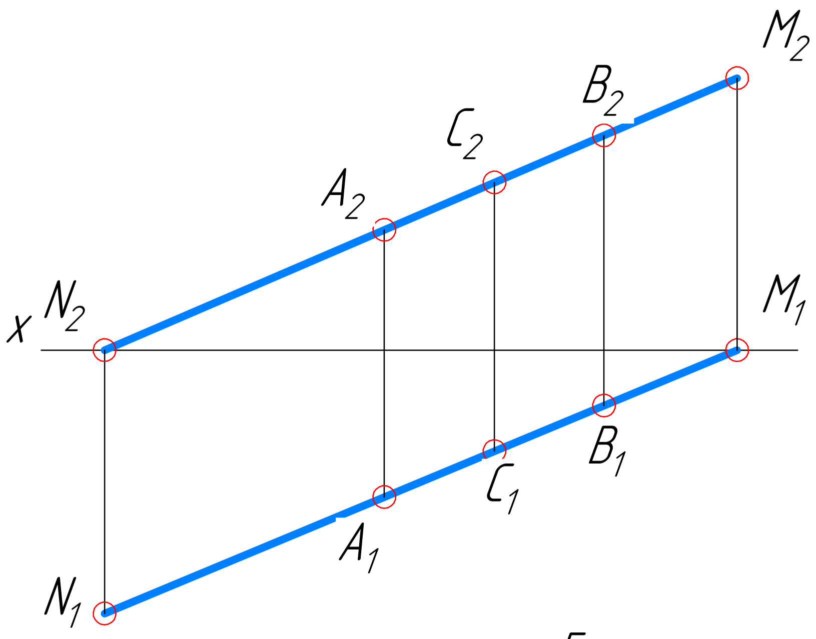


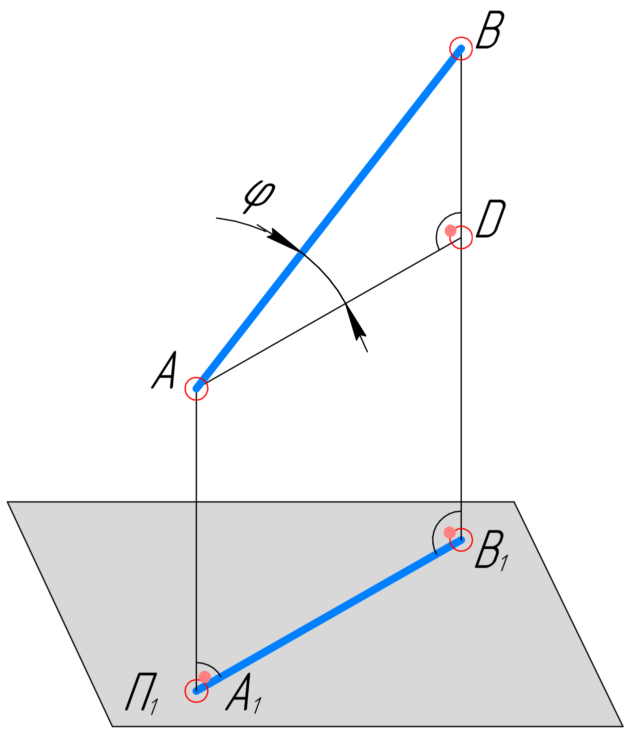
Прямая общего положения

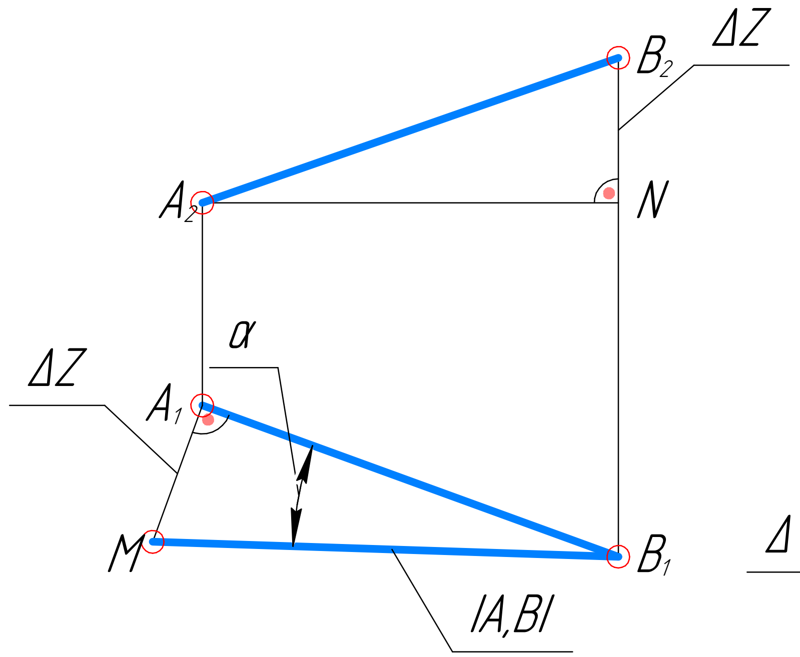
Прямая общего положения – прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из ПП.

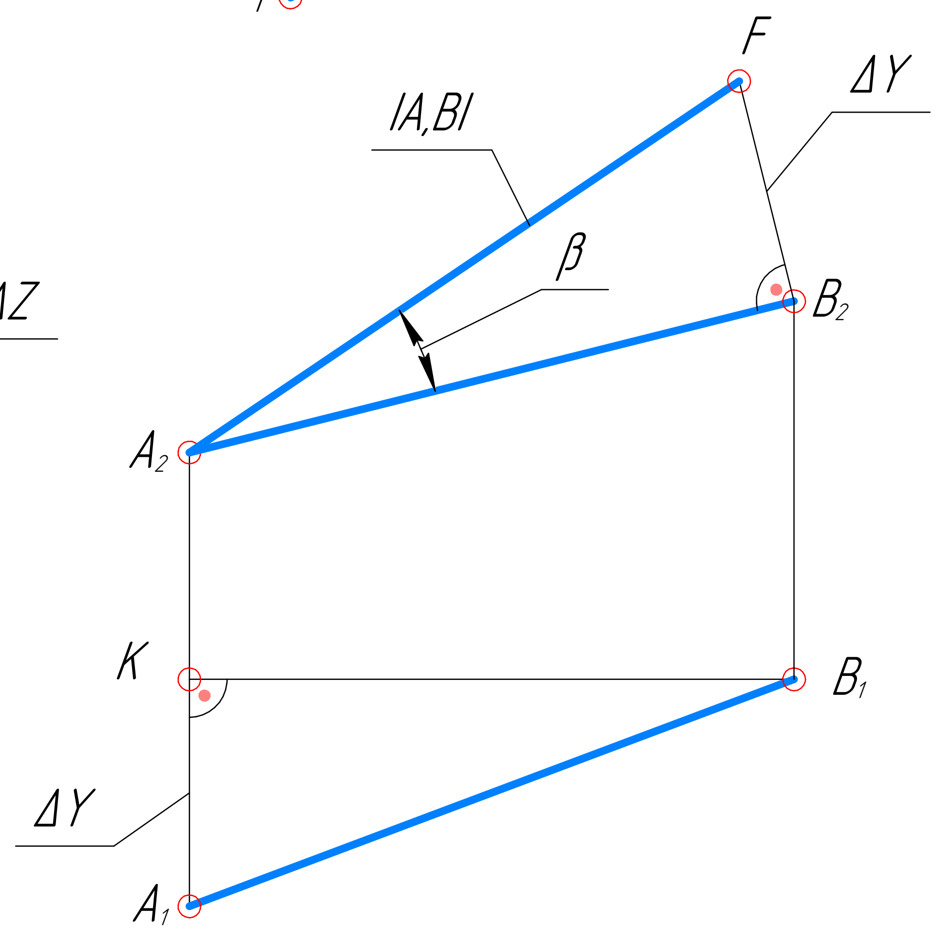












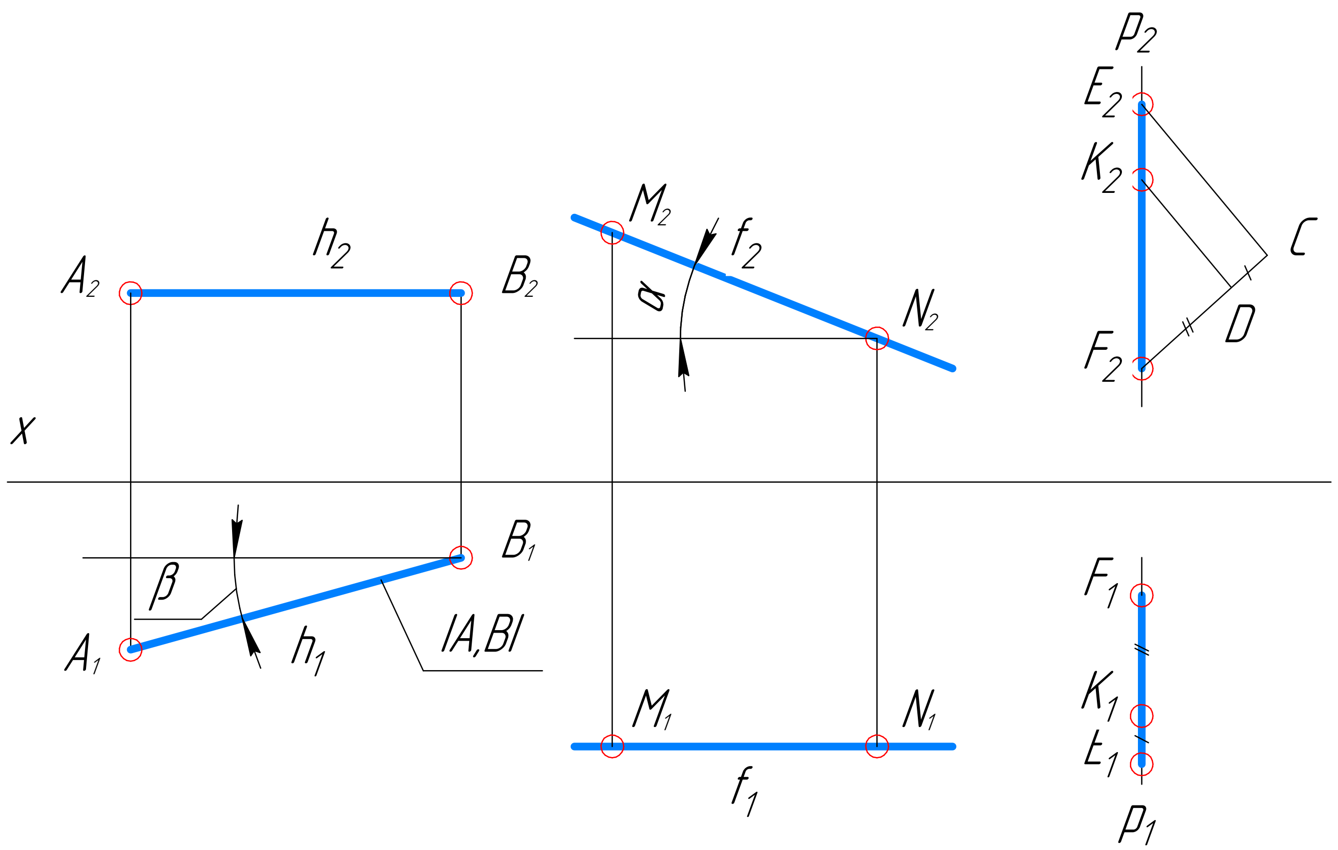
Прямые частного положения

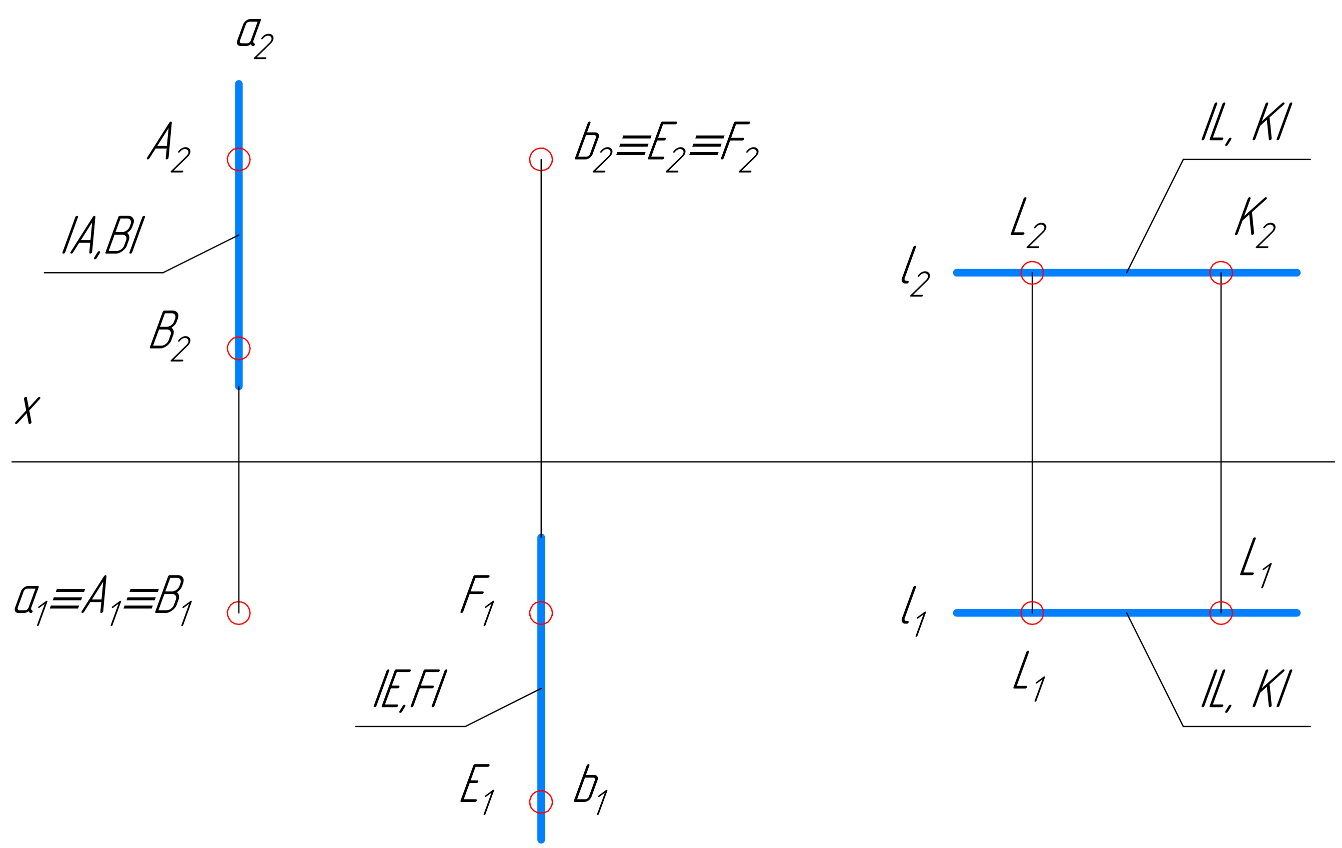
Прямая уровня – прямая, параллельная какой-либо плоскости проекций.

Проецирующая уровня – прямая, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций.

Прямая уровня
- Горизонталь
- Фронталь
- Профильная прямая

Проецирующая прямая
- Горизонтально-проецирующая прямая
- Фронтально-проецирующая прямая
- Профильно-проецирующая прямая

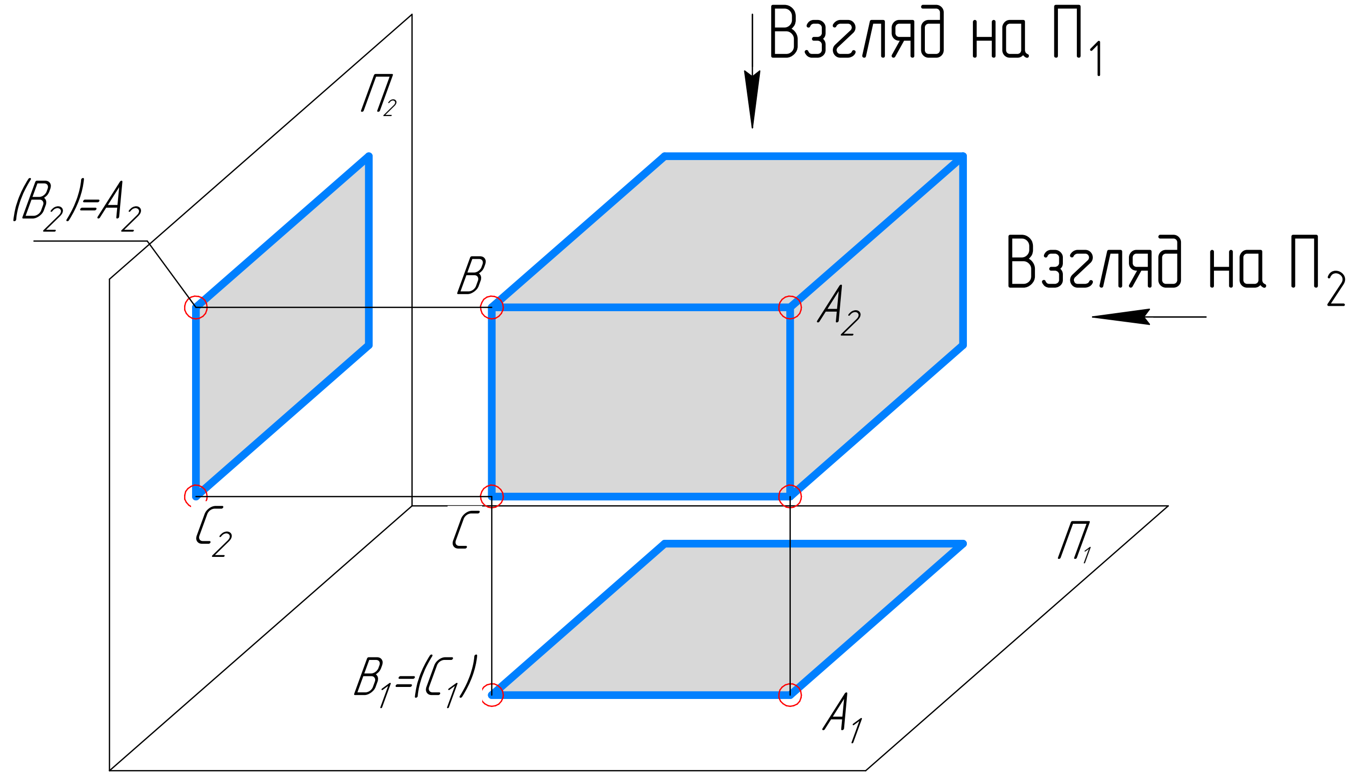




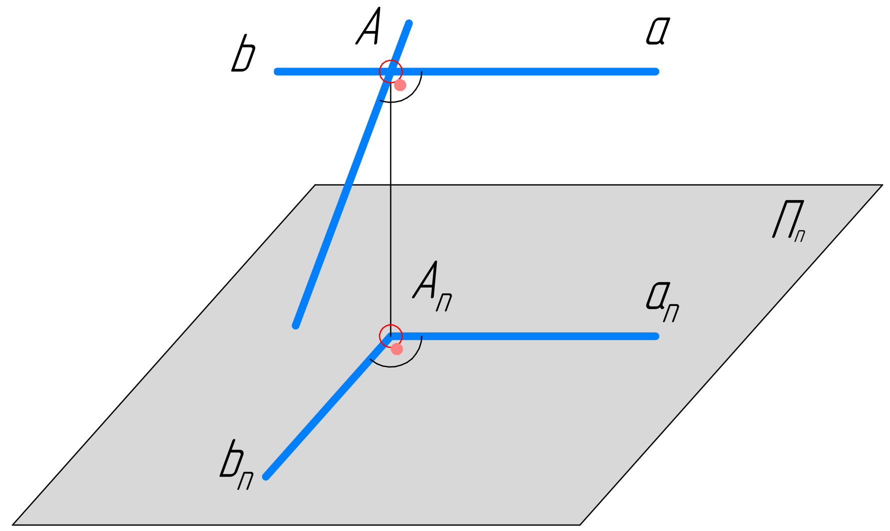
Проецирующая прямая проецируется на ПП, к которой она перпендикулярна, в точку называемую **основной проекцией прямой**.

Конкурирующие точки

Точки, проекции которых совпали на плоскости проекций, называются конкурирующими в их видимости (относительно этой плоскости).

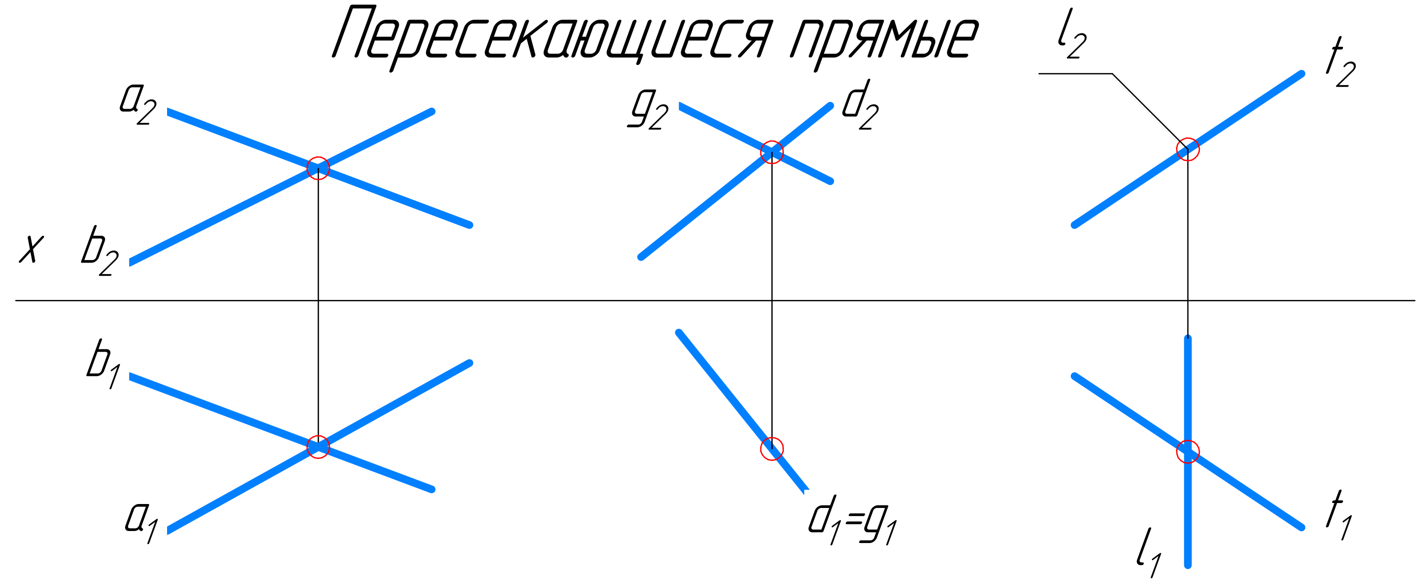


Проецирование прямого угла

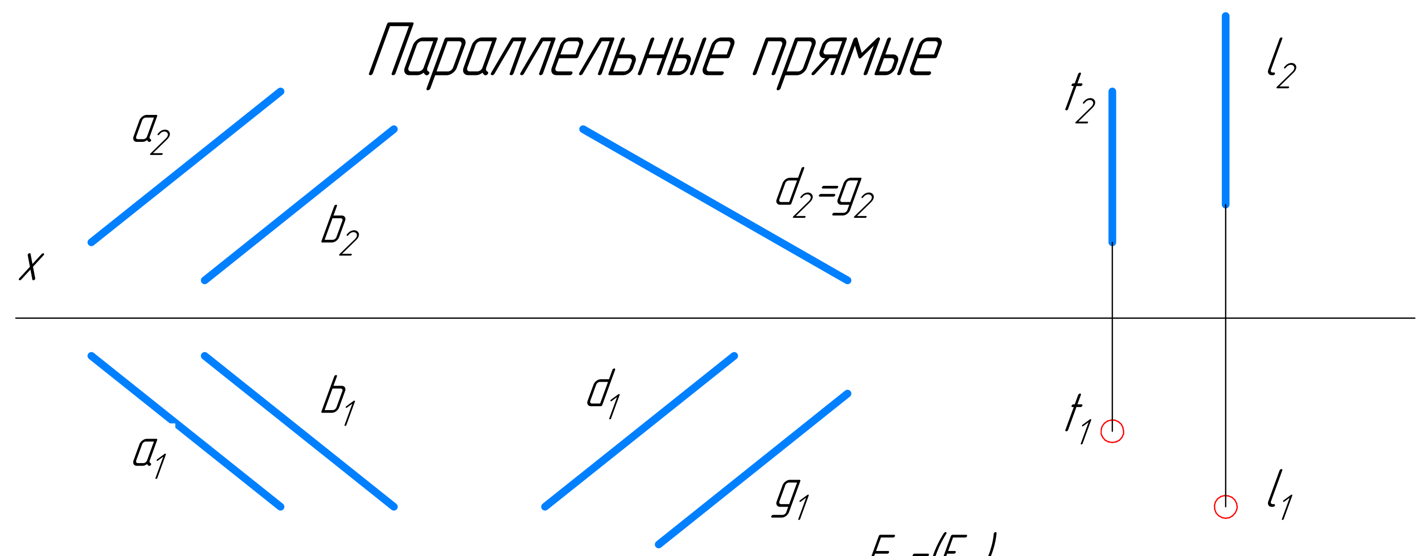


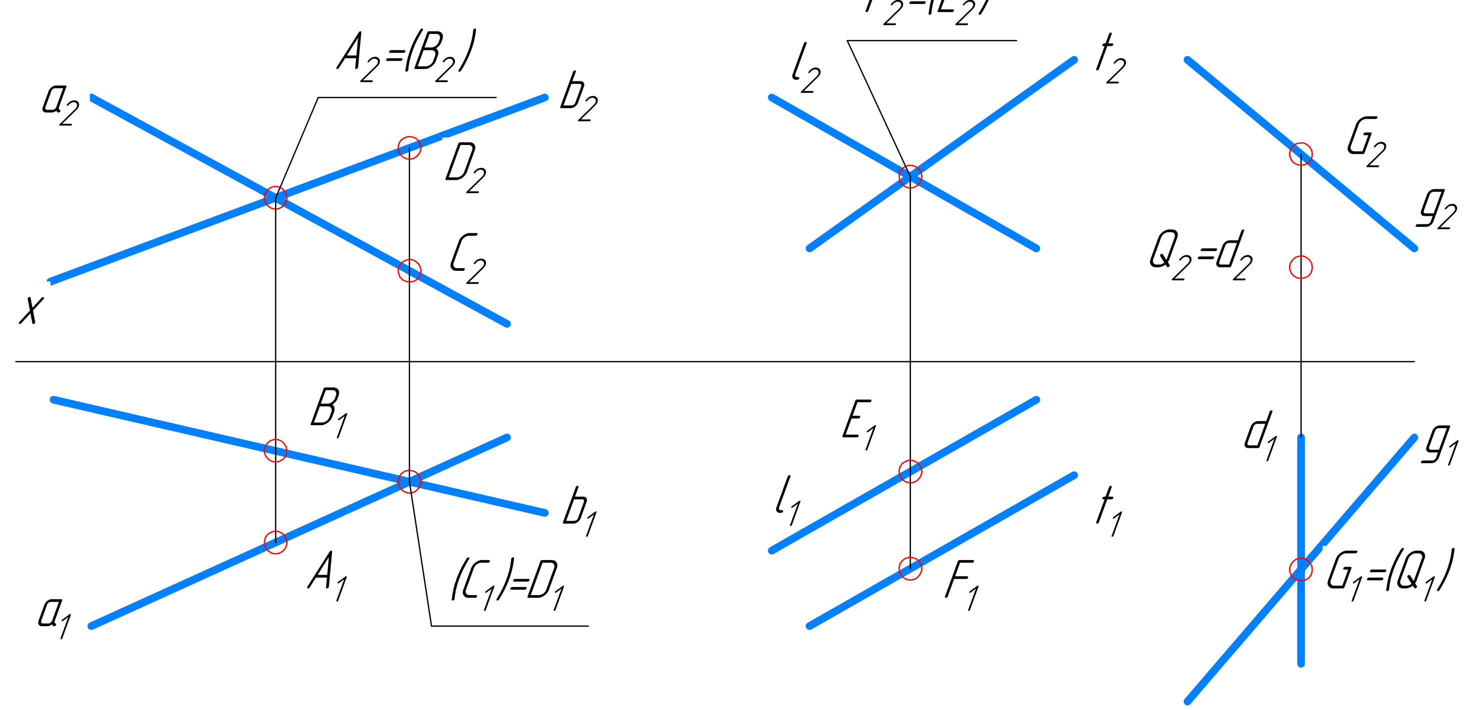
Задание пар прямых

Пересекающиеся прямые



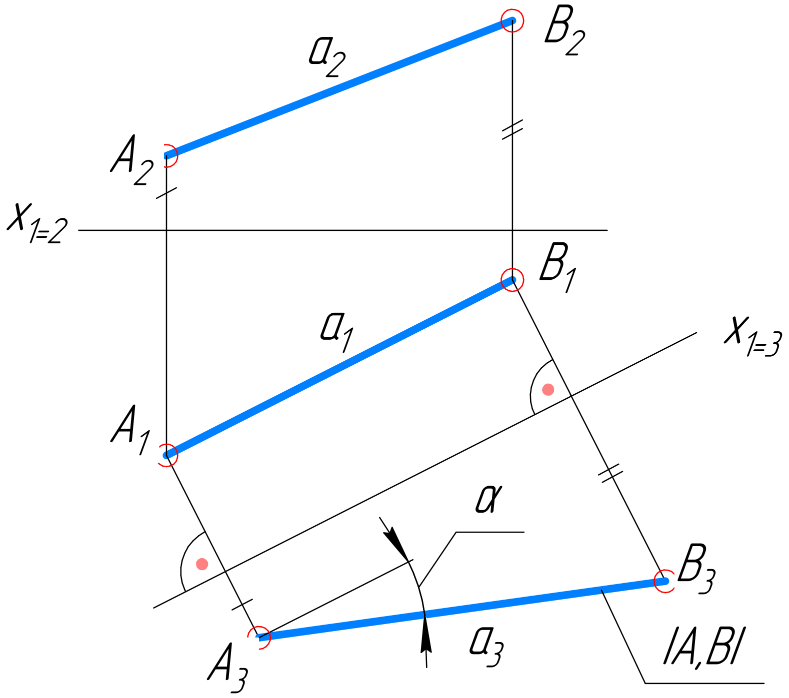
Параллельные прямые

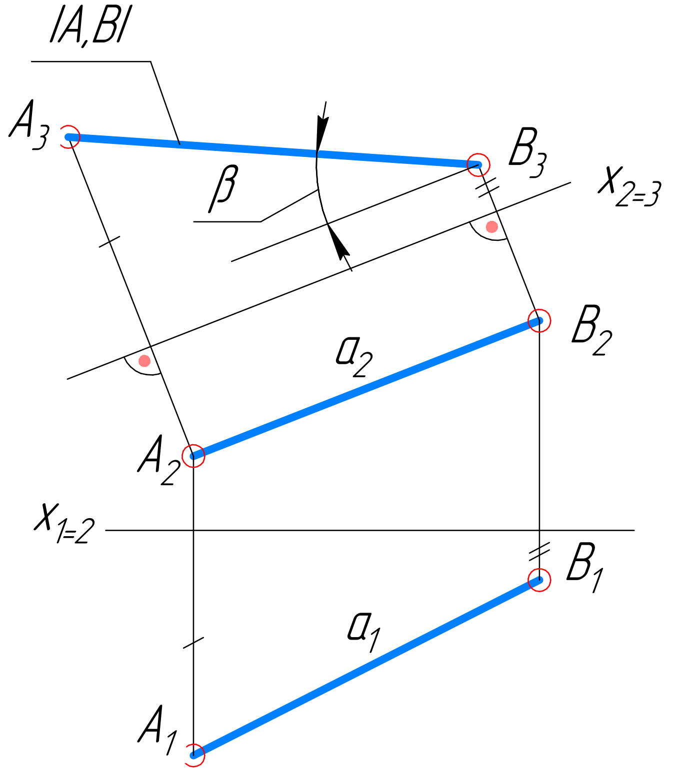




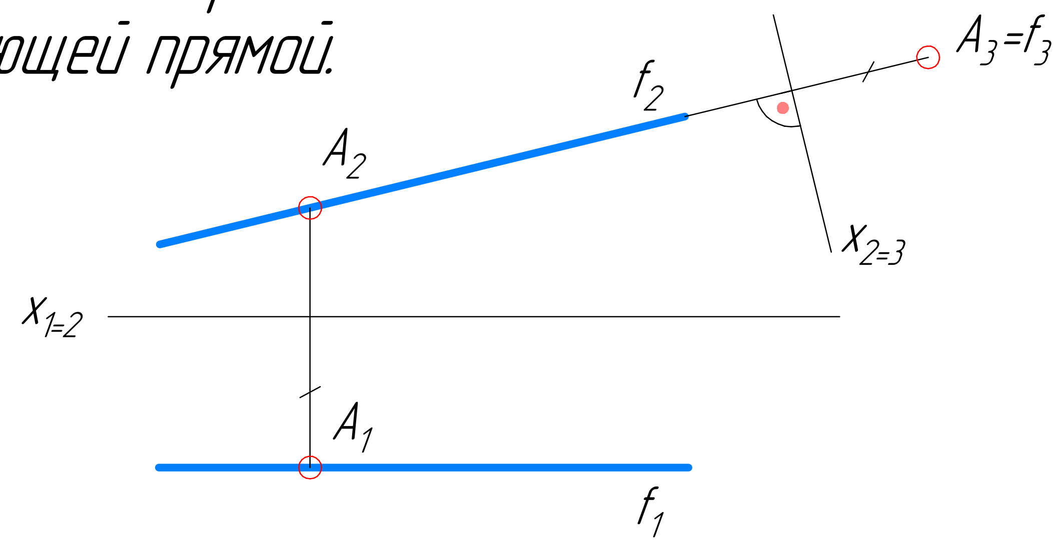
Основные задачи преобразования чертежа (ОЗПЧ)
Задачи на преобразование прямой введением новой ПП

Условие 1ОЗПЧ:
преобразовать чертеж так, чтобы прямая общего положения стала прмямой уровня.

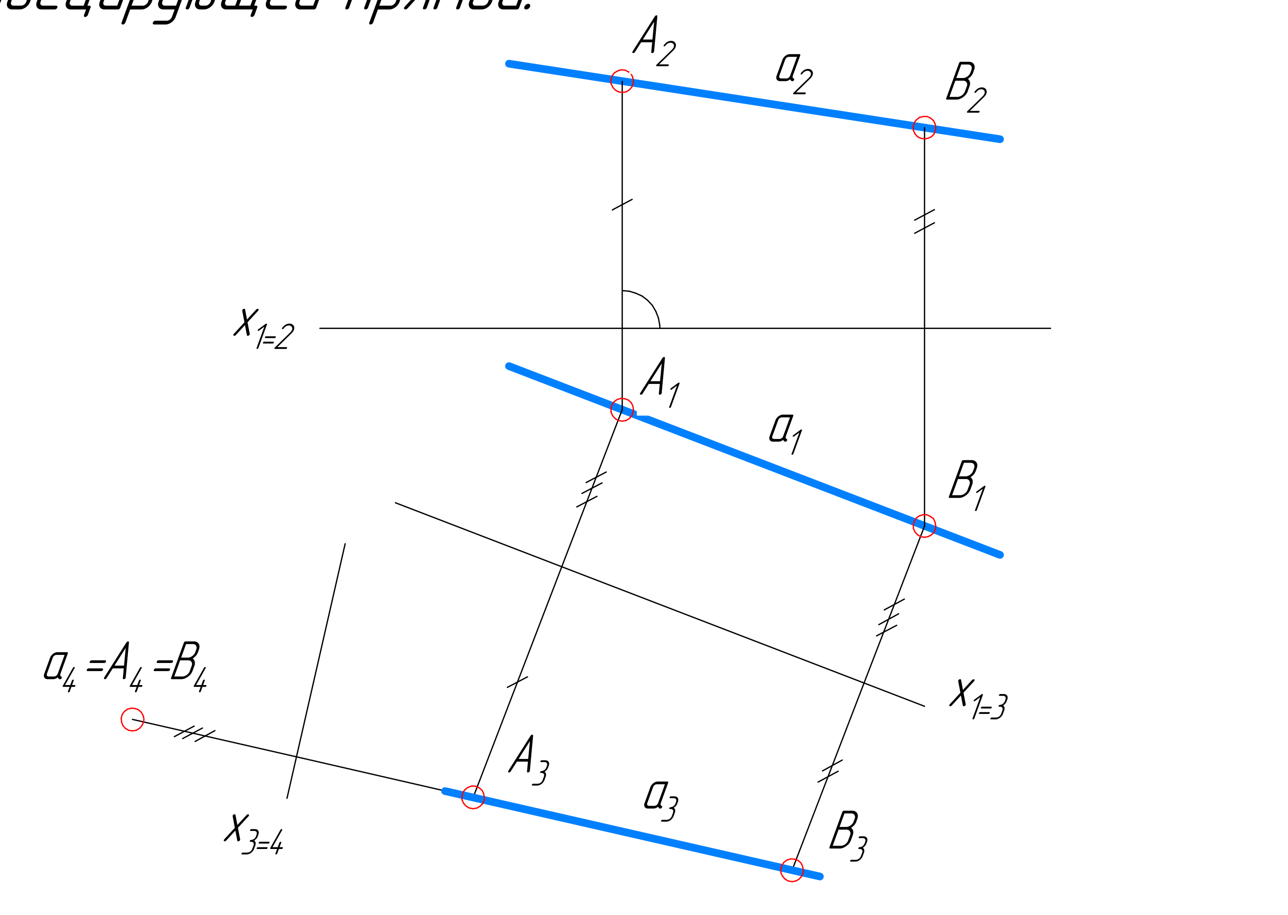




Условие 2ОЗПЧ:
прямую уровня перевести в положение проецирующей прямой.

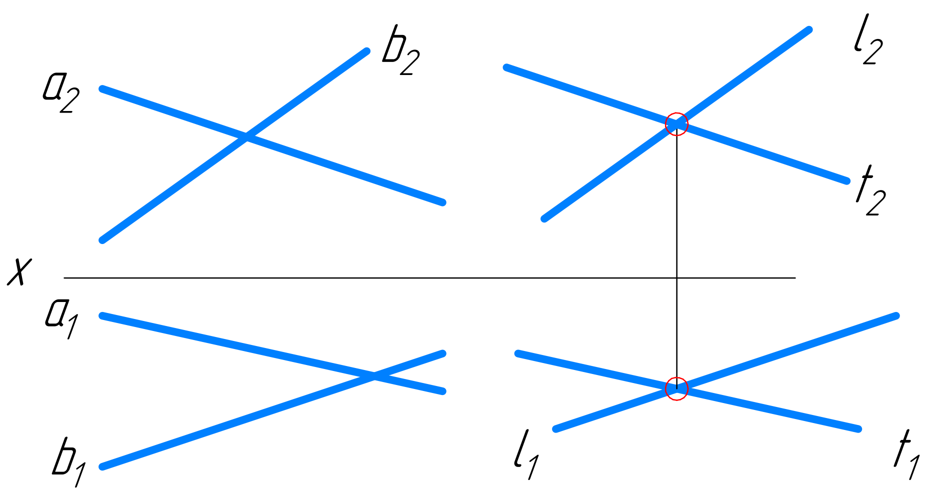


Задача:
прямую общего положения перевести в положение проецирующей прямой.

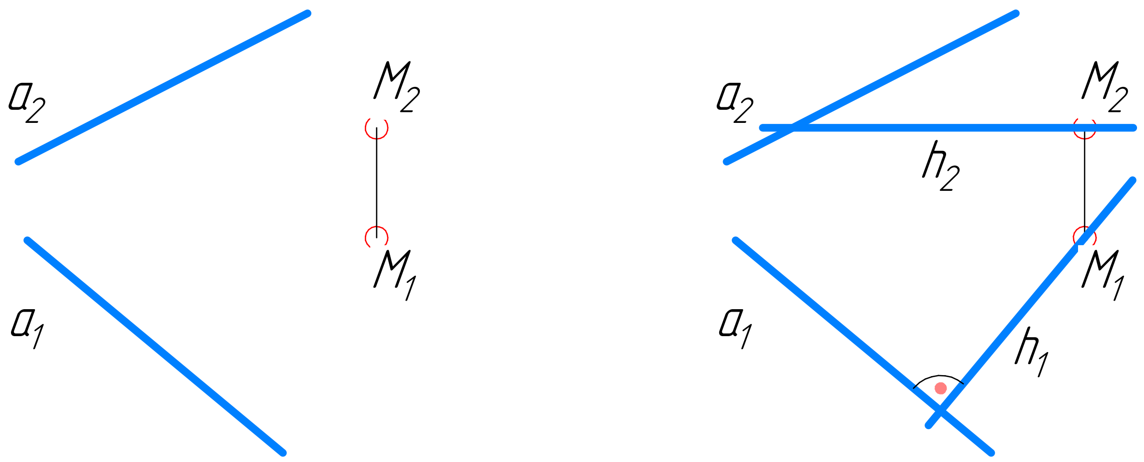


Примеры задач

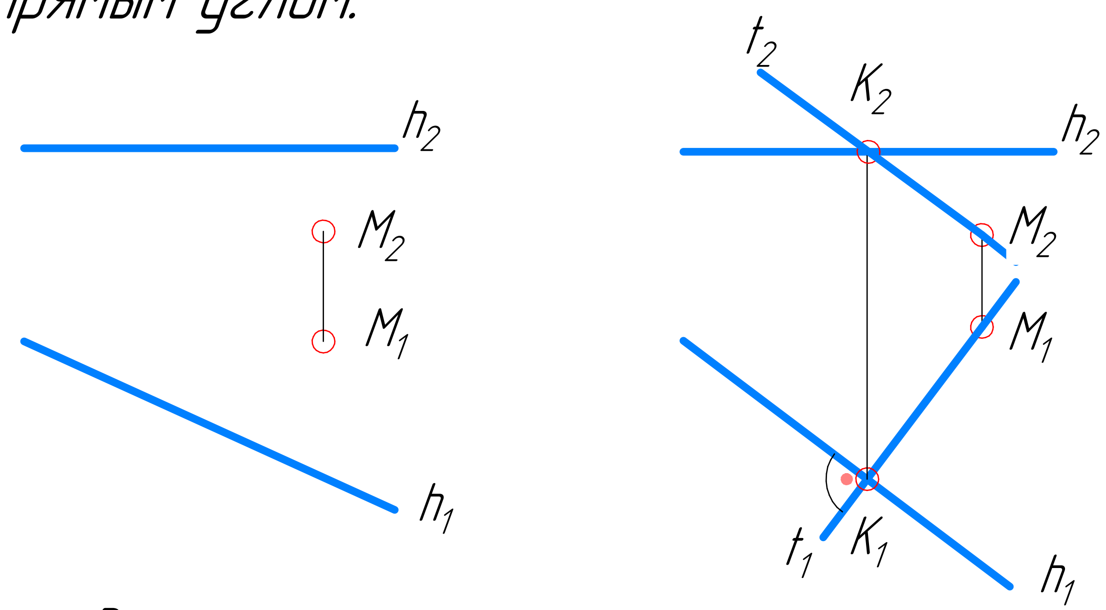
Величина угла между скрещивающимися прямыми равна величине угла между пересекающимися прямыми соответственно параллельными данным скрещивающимся прямым.



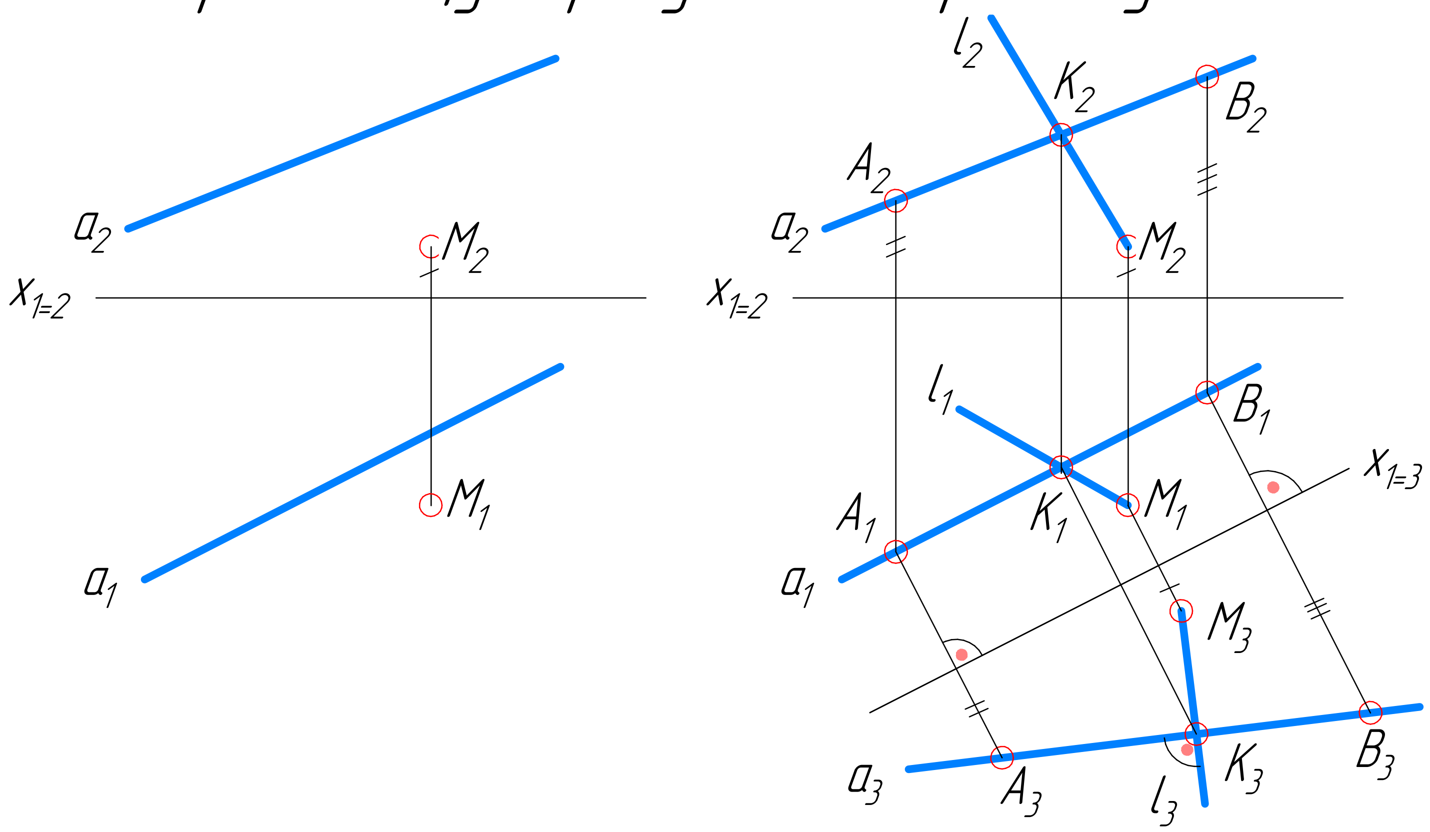
Пример 1.
Заданы прямая **a** и точка М. Через точку М провести прямую перпендикулярно прямой **a**.



Пример 2.
Заданы горизонталь **h** и точка М. Построить прямую, проходящую через точку М и пересекающую h под прямым углом.

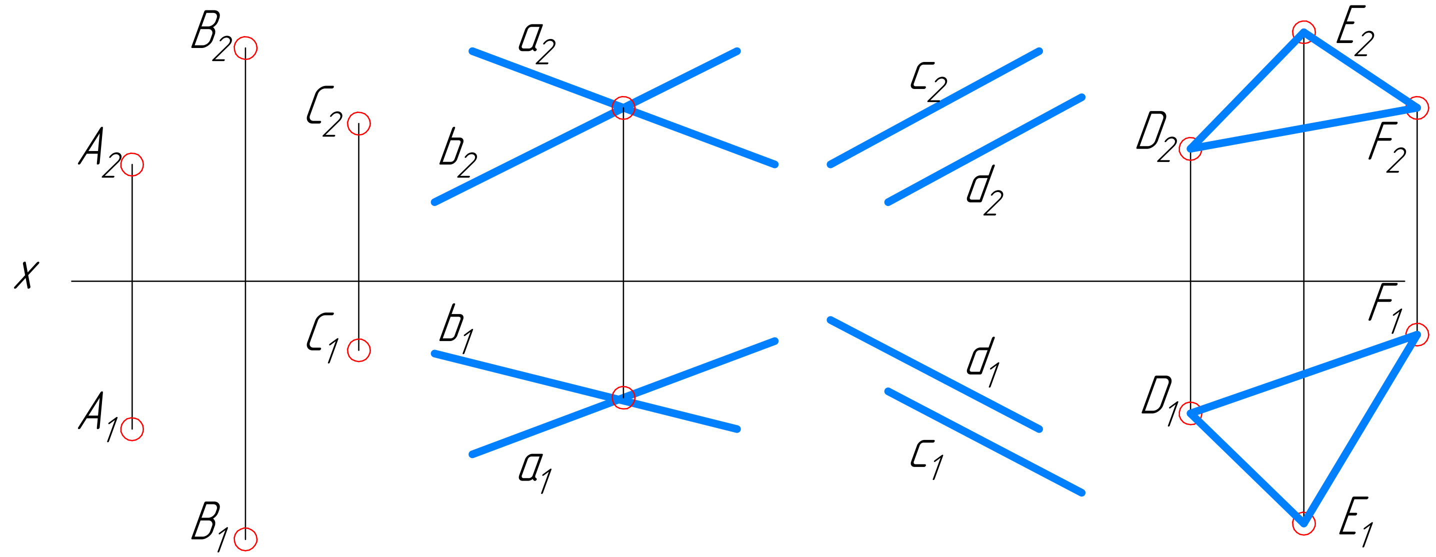


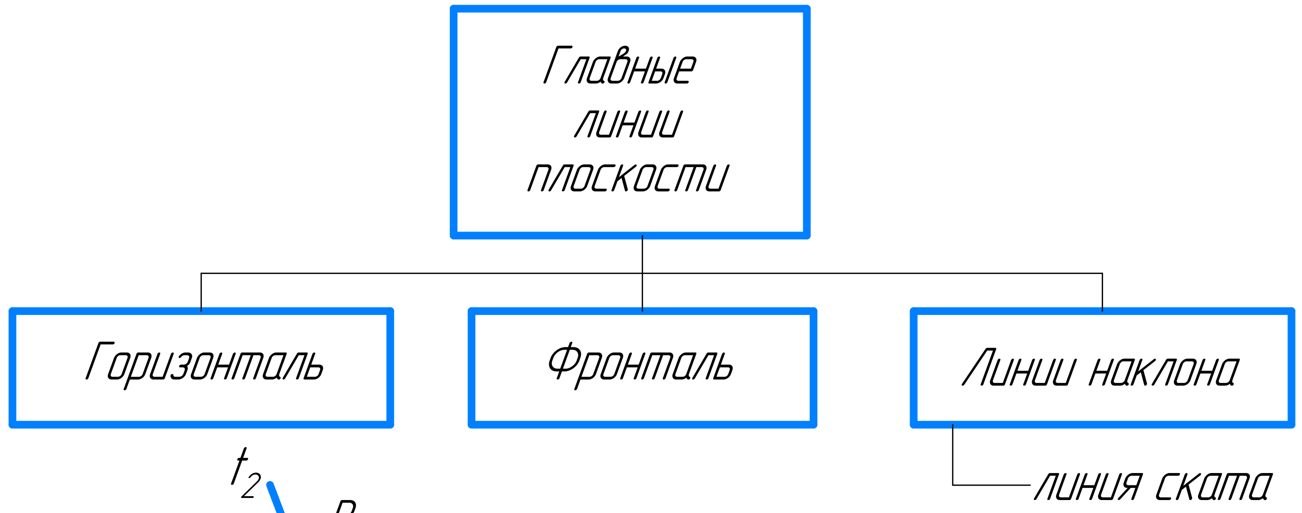
Пример 3.
Построить прямую, проходящую через точку М и пересекающую прямую **a** под прямым углом.

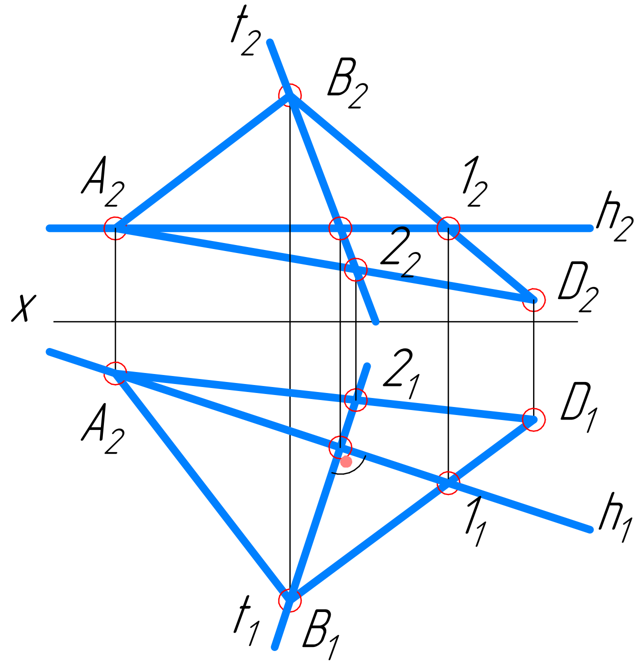


Плоскость

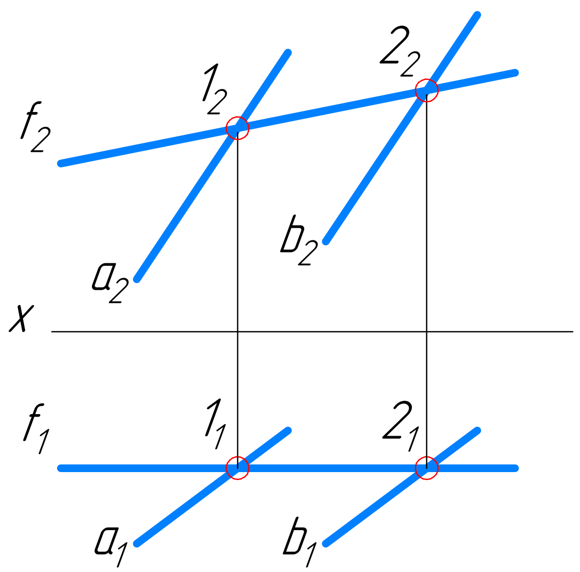
Плоскость общего положения – это плоскость, не перпендикулярная и, следовательно, не параллельная ни одной из ПП.





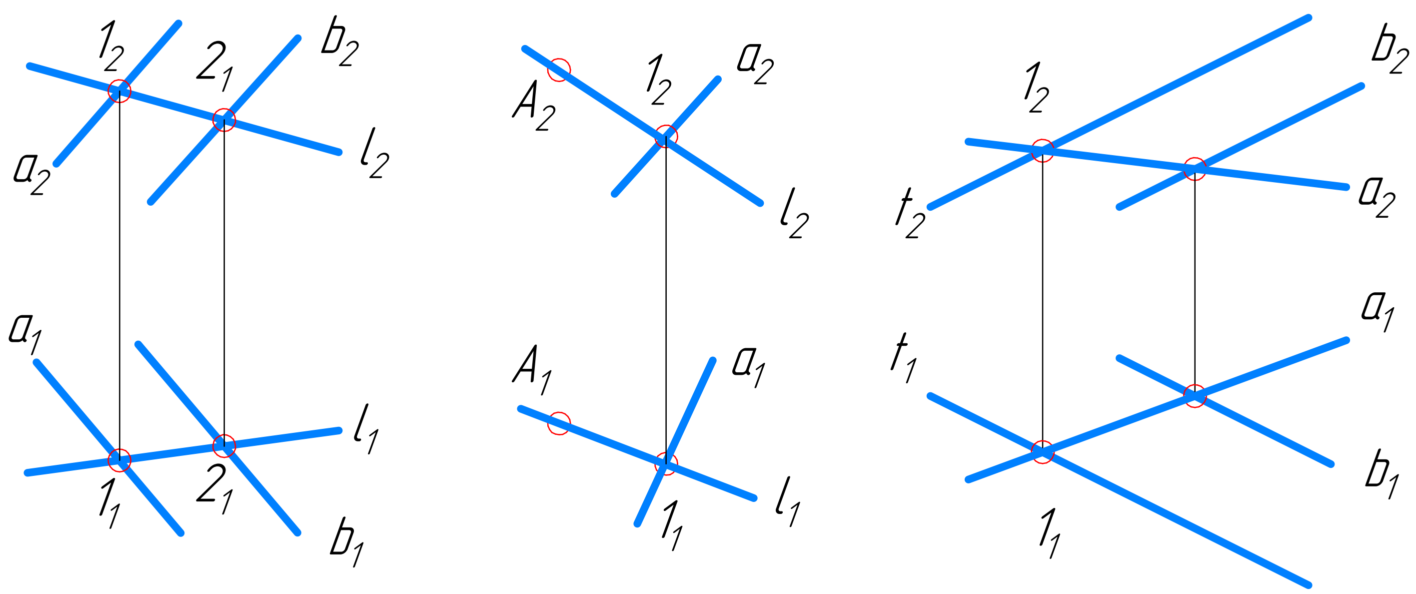


1. $\Gamma h_2 \supset A_2 \wedge h_2 \| x$
2. $\Gamma 1_2 = h_2 \cap [B_2, D_2]$
3. $\Gamma 1_1 \subset [B_1, D_1]$
4. $\Gamma h_1 \supset A_1, 1_1$
5. $\Gamma t_1 \supset B_1 \wedge t_1 \perp h_1$
6. $\Gamma 2_1 = t_1 \cap [A_1, D_1]$
7. $\Gamma 2_2 \subset [A_2, D_2]$
8. $\Gamma t_2 \supset B_2, 2_2$



1. $\Gamma 1 = f \cap a$
2. $\Gamma 1 = f \cap b$
3. $\Gamma f\colon f_1 \| x,\ f_2 \supset 1_2, 2_2$

Построение прямой в плоскости общего положения



Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки плоскости или если она проходит через точку плоскости параллельно одной из прямых плоскости

Принадлежность точки плоскости общего положения

Задача на принадлежность точки поверхности называется **основной позиционной задачей**.

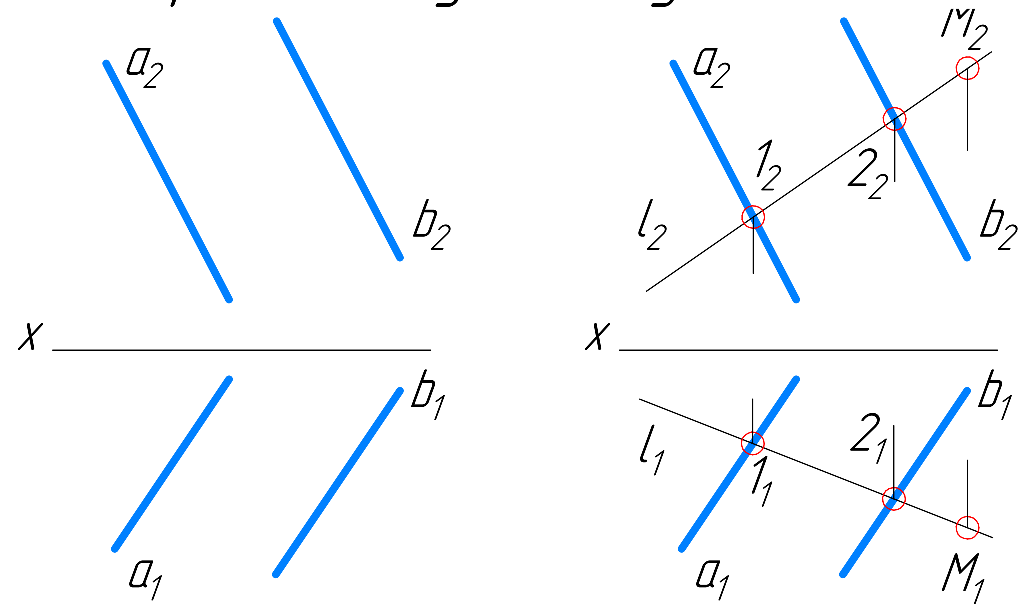
На чертеже задана...
а) поверхность. Построить проекции произвольной точки, принадлежащей поверхности.
б) поверхность и одна проекция точки, принадлежащей поверхности. Построить вторую проекцию точки.
в) поверхность и точка. Определить, принадлежит точка поверхности или нет.

Условие принадлежности: точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

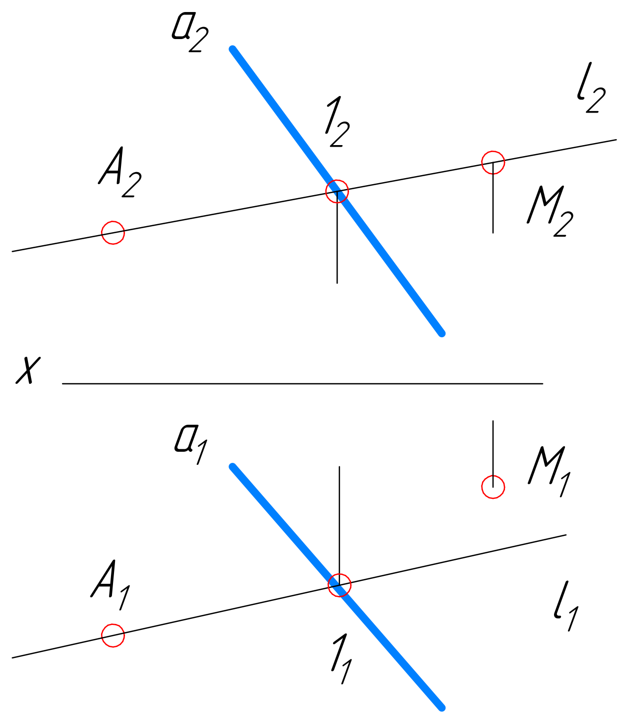
1. Γa⊂Φ – на поверхности Φ строится некая линия a.

2. ΓM⊂a – на линии a задается строится точка M.

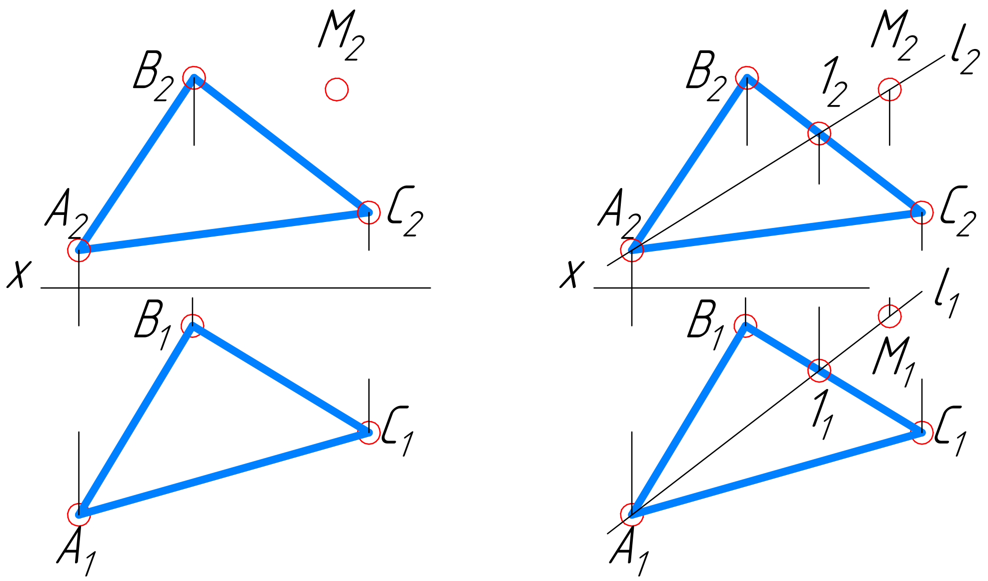
Построить произвольную точку в плоскости Σ(a,b).



Принадлежит ли точка M плоскости Σ(a, A)?



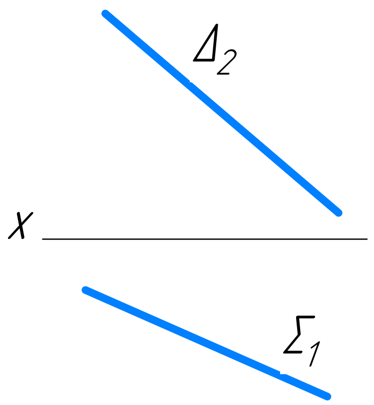
Построить M_1, если M лежит в плоскости Σ(ΔABC).



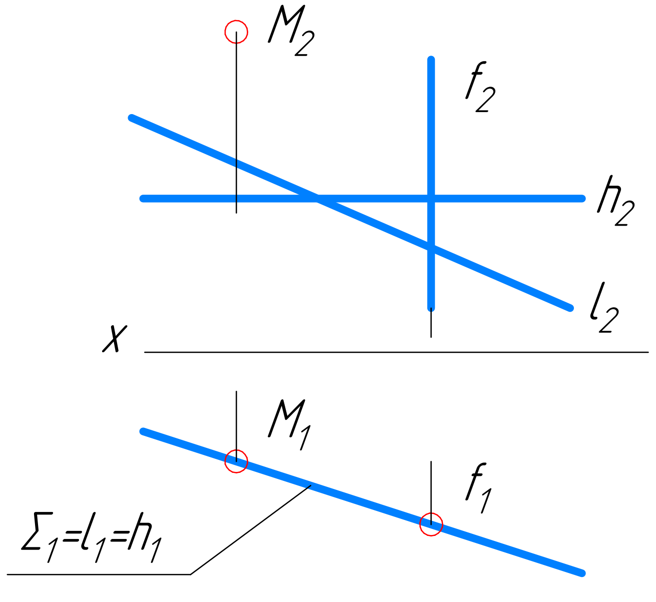
Плоскости частного положения

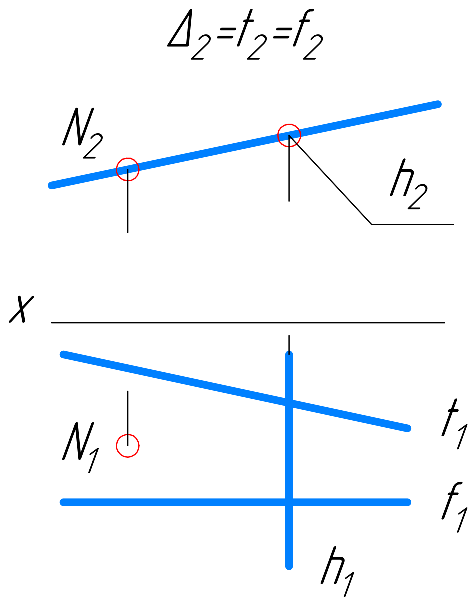
Проецирующая плоскость

- плоскость, перпендикулярная одной из ПП
  - горизонтально-проецирующая плоскость
  - фронтально-проецирующая плоскость
  - профильно-проецирующая плоскость



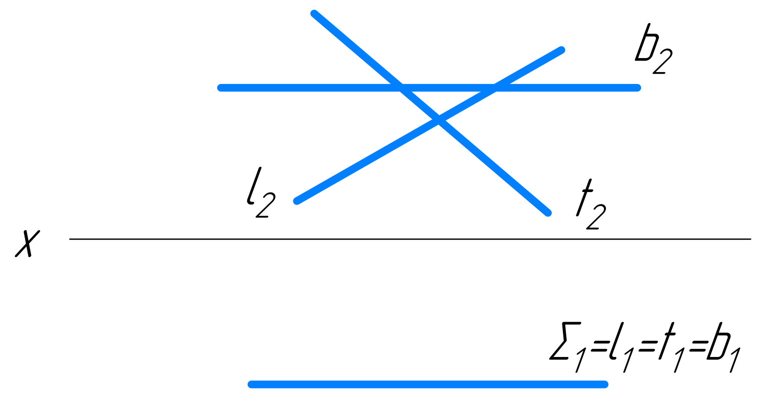
Собирательное свойство проецирующей плоскости



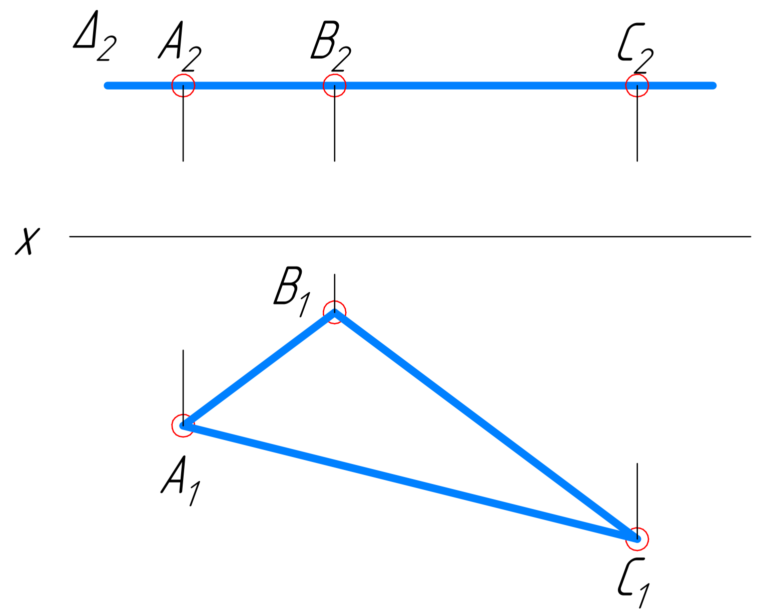


Плоскость уровня

- плоскость, параллельная одной из ПП
  - горизонтальная плоскость
  - фронтальная плоскость
  - профильная плоскость

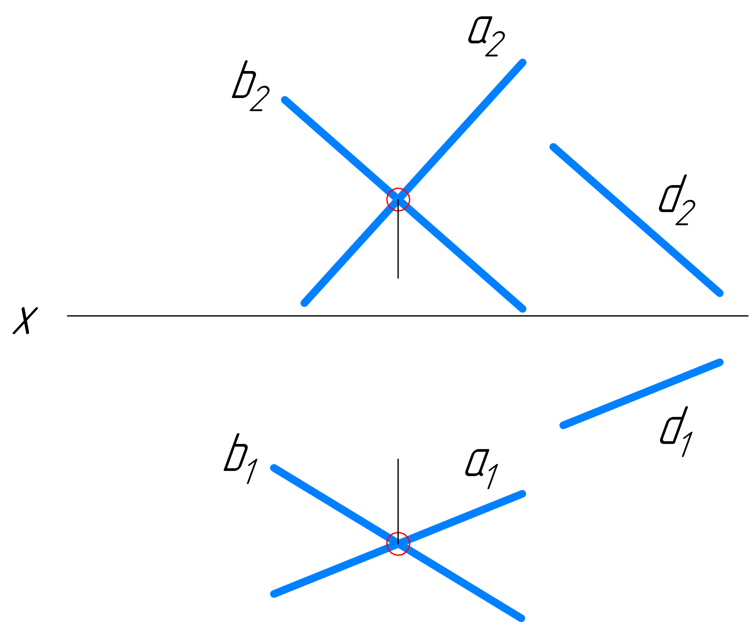


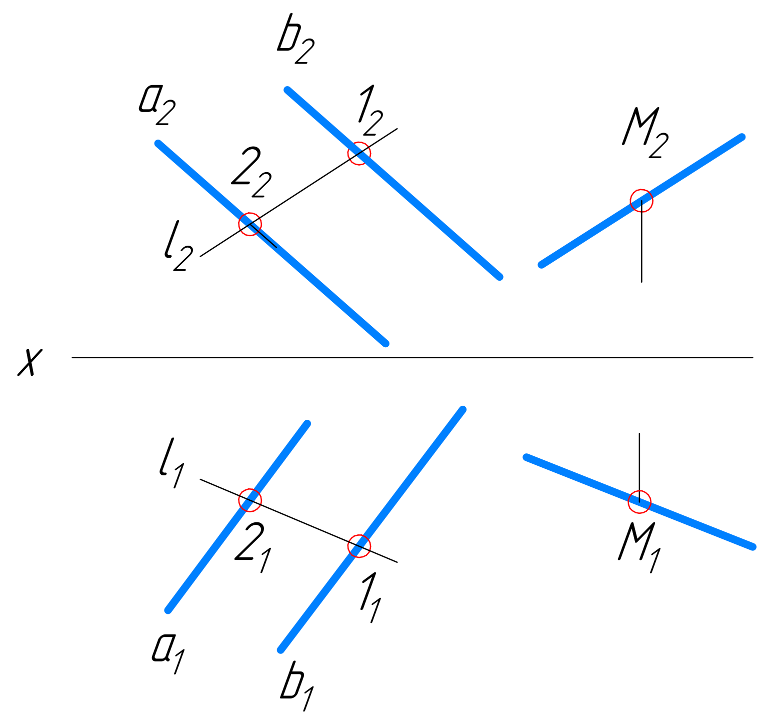
Свойство проецирования в натуральную величину

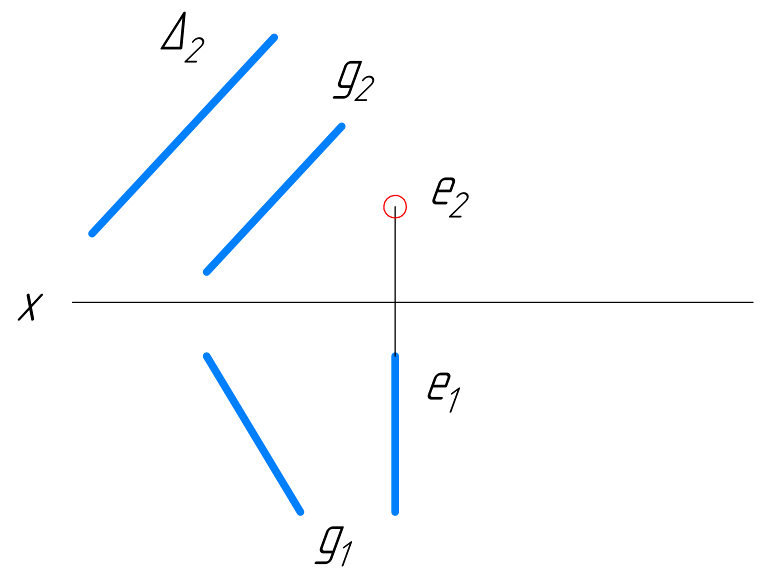


Признаки параллельности

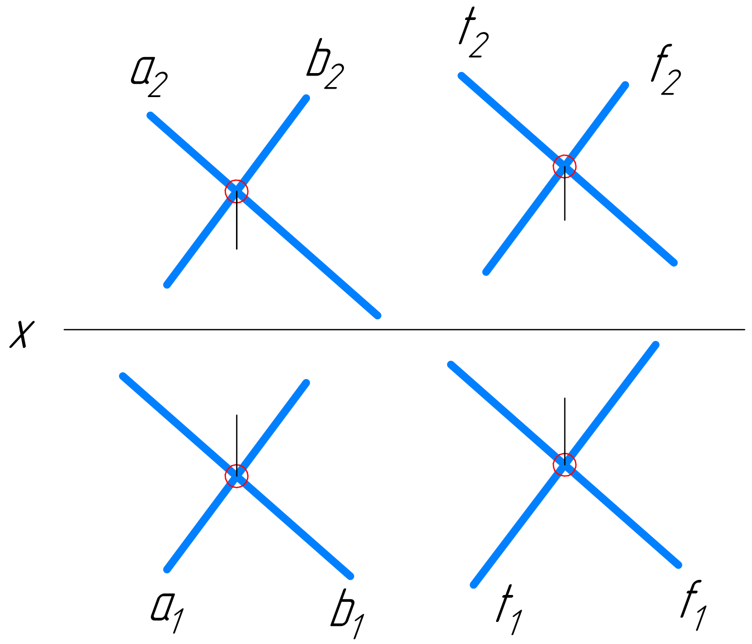
Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой в этой плоскости.



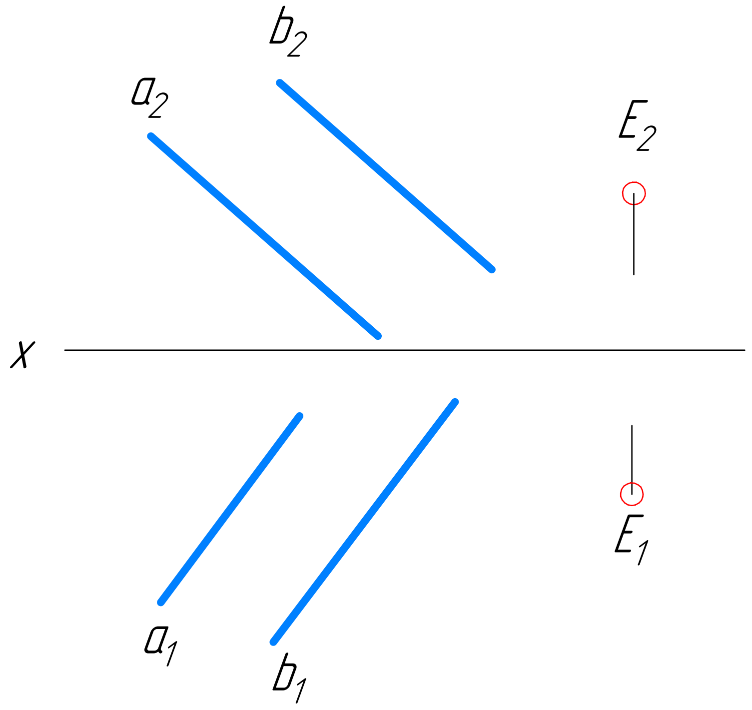


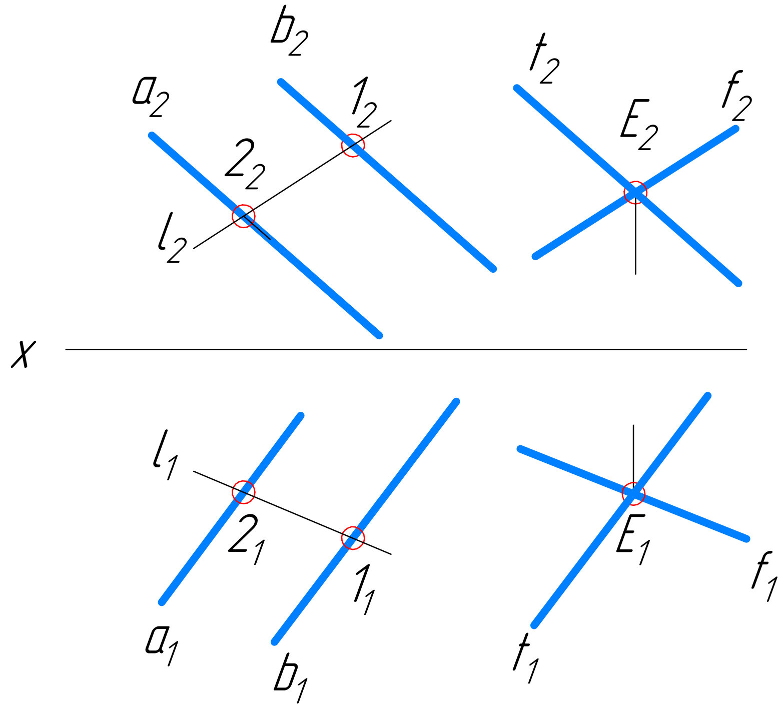


Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой.



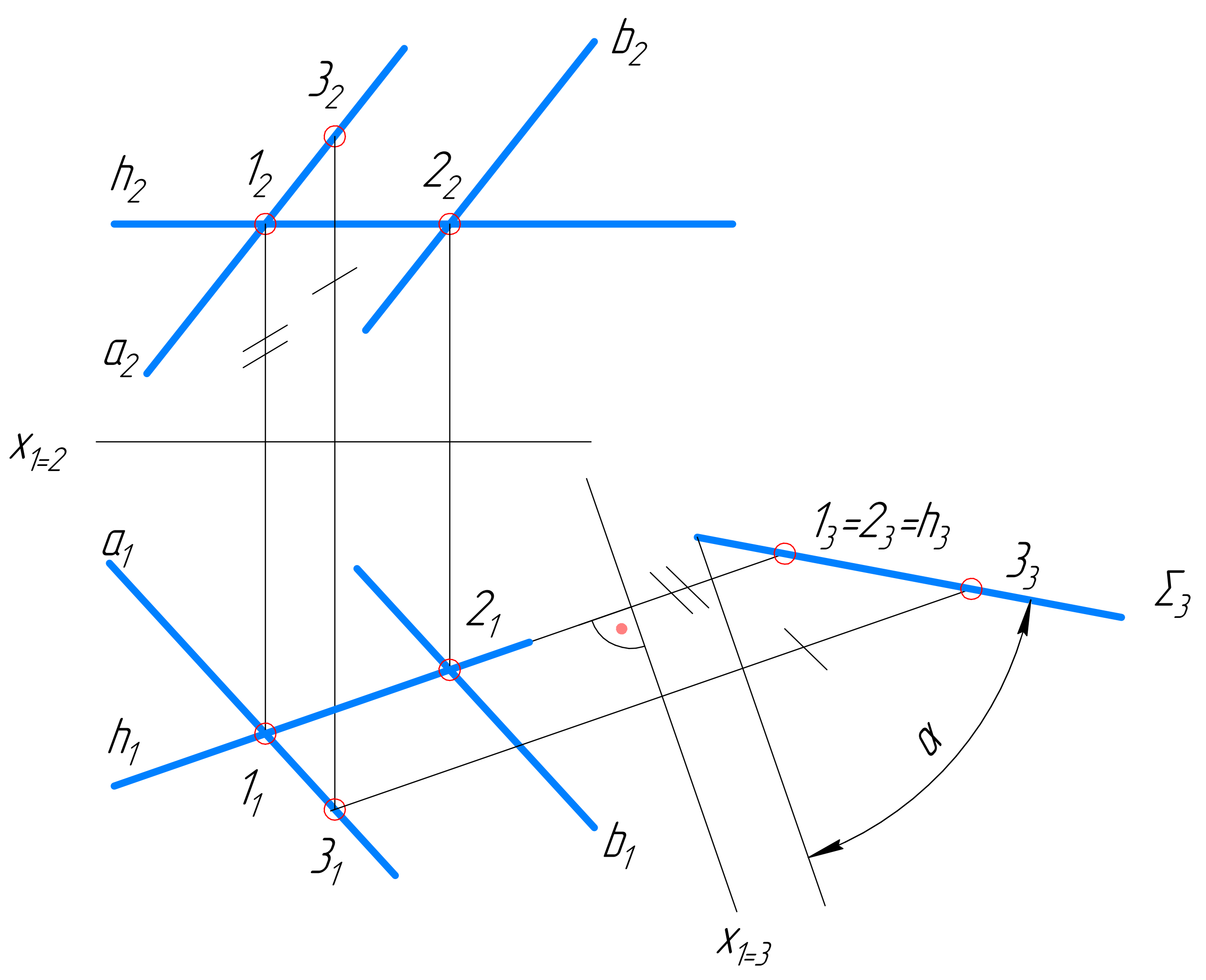
Пример. Через точку E провести плоскость, параллельную плоскоксти Σ(a||b).



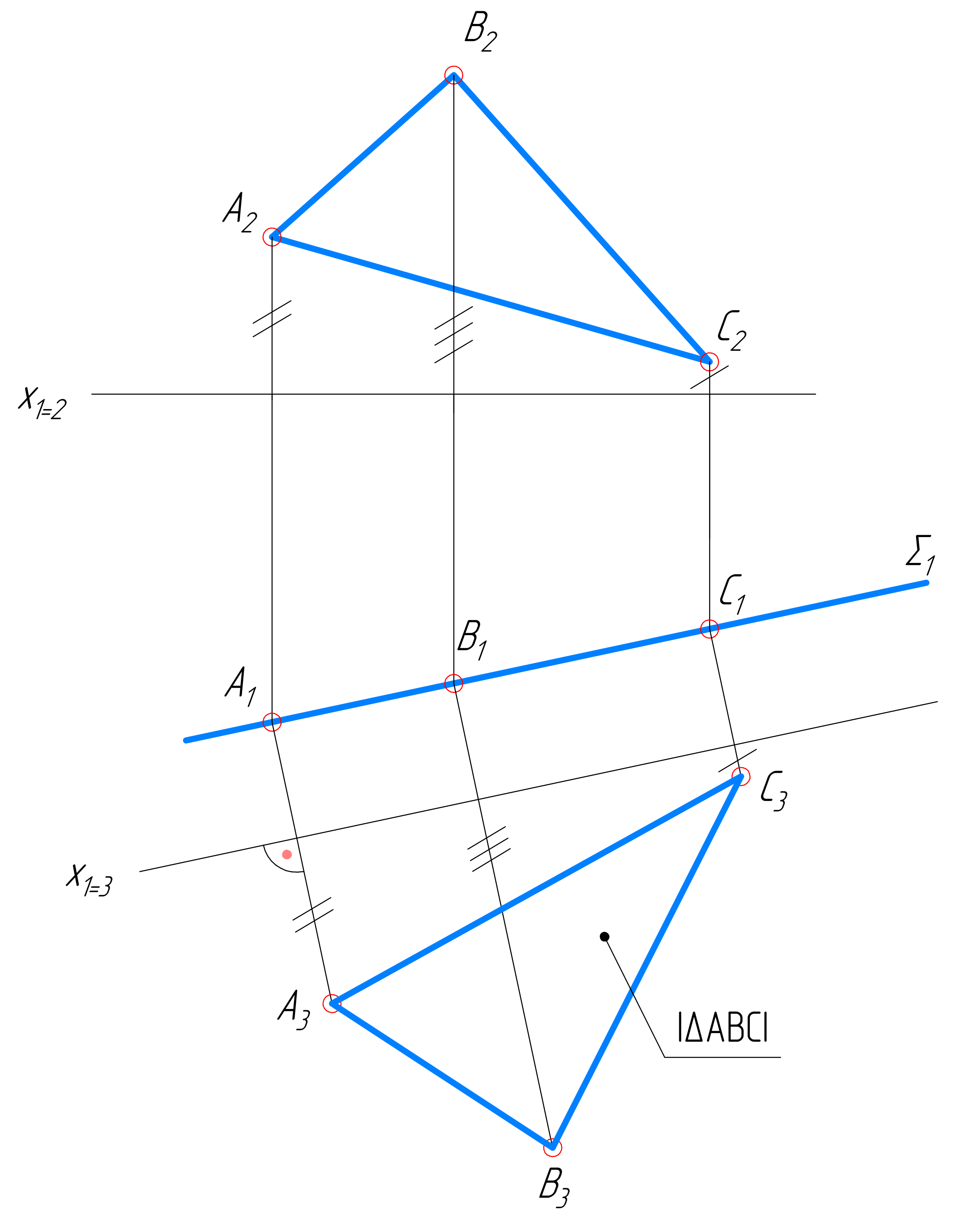


Основные задачи преобразования чертежа
Задачи на преобразование плоскости введением новой ПП

Условие 3ОЗПЧ: преобразовать чертеж так, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей.



Условие 4ОЗПЧ: преобразовать чертеж так, чтобы проецирующая плоскость стала плоскостью уровня.



Метрические задачи

Метрическая задача: задача, в условии или процессе решения которой встречается численная характеристика.

- определение **расстояний**
- определение **углов**
- определение **натуральной величины**

Основные метрические задачи

1ОМЗ

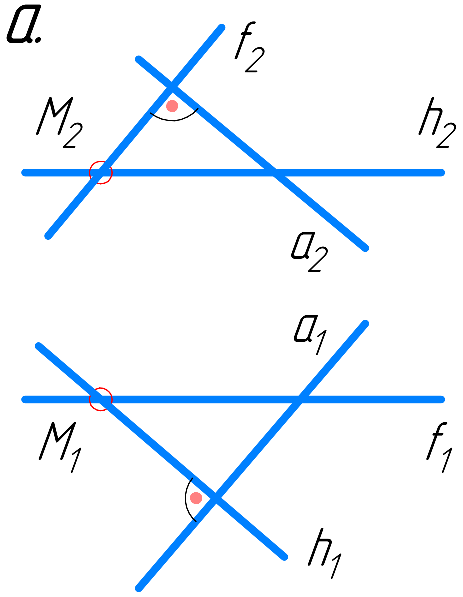
задачи на перпендикулярность прямой и плоскости

- прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости
- две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержи прямую, которая перпендикулярна другой плоскости

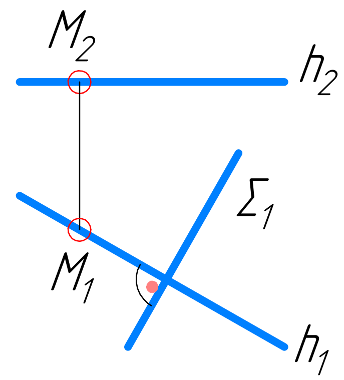
2ОМЗ

определение длины отрезка или расстояния между точками

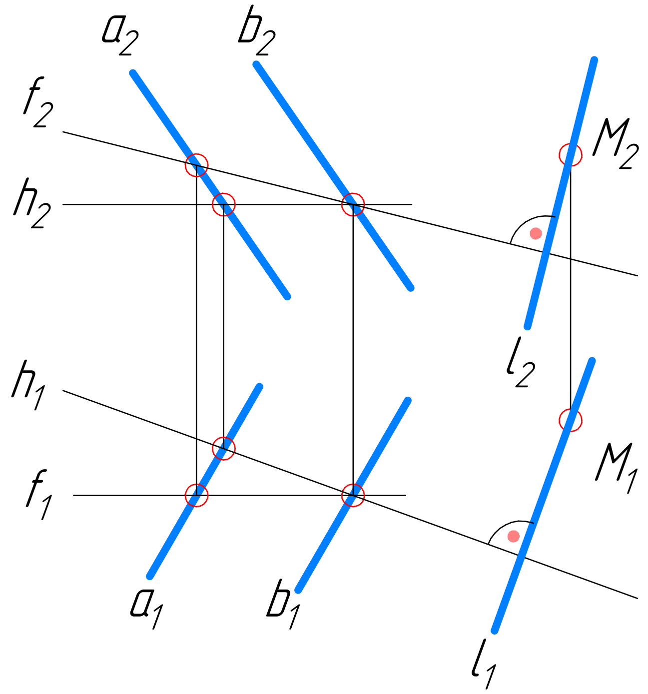
Через точку М провести плоскость, перпендикулярно прямой **a**.



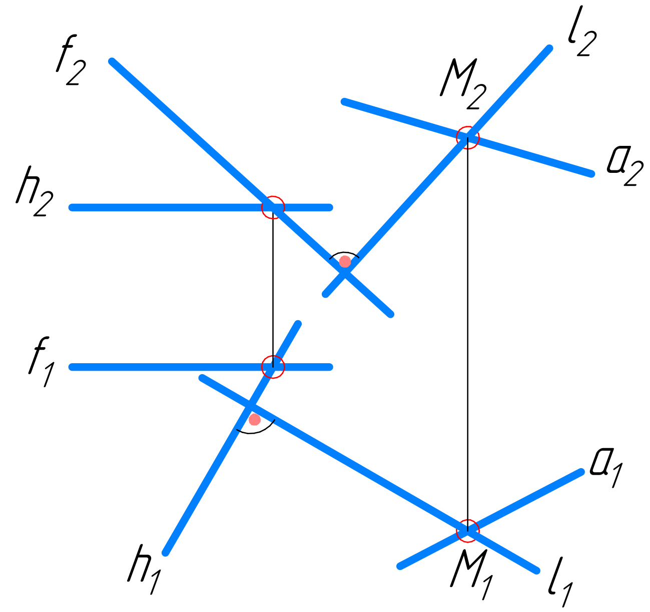
Через точку М провести перпендикуляр к проецирующей плоскости Σ



Через точку М провести прямую l, перпендикулярно к плоскости Σ(a ∥ b).

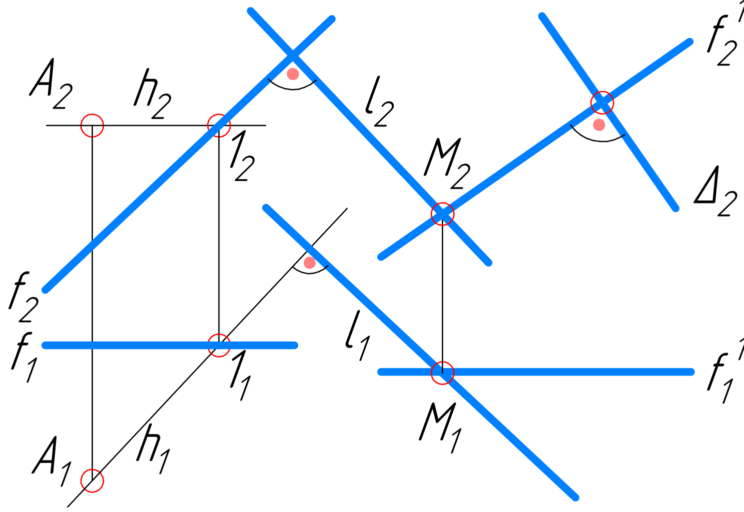


Через прямую **a** провести плоскоть перпендикулярно к плоскости Σ(f∩h).

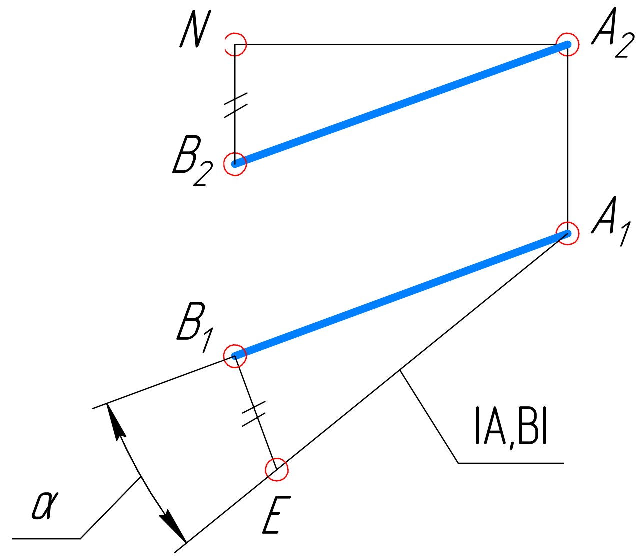


Метрические задачи

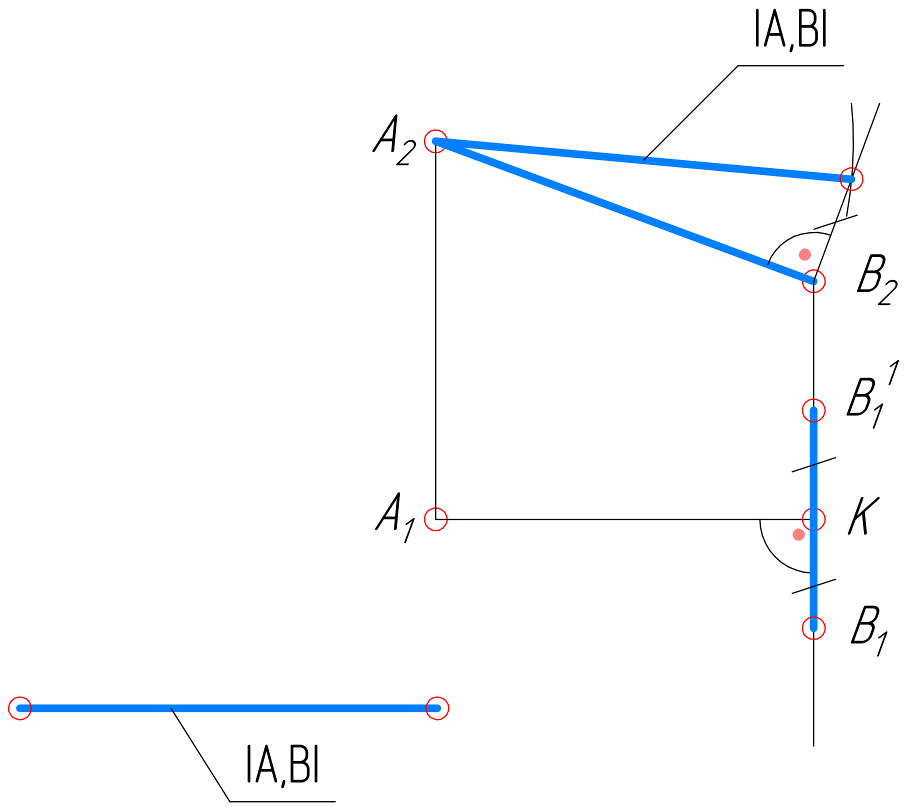
Построить плоскость Г через точку М, перпендикулярно плоскостям Σ(A,f) и Δ ⊥ $П_2$.



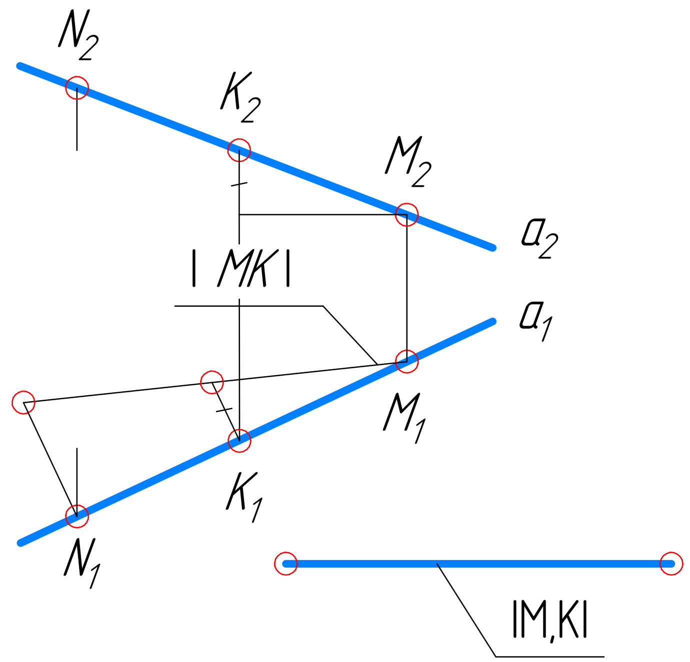
Заданы точка $A(A_1,A_2)$, проекция $[A_1B_1]$ отрезка [A,B] и угол α наклона [A,B] к $П_1$. Построить A_2B_2.



Заданы проекция $[A_2B_2]$ отрезка [A,B], его длина и точка A_1. Построить B_1.



На прямой **a** отложить от точки M отрезок заданной длины.



Позиционные задачи

К **позиционным задачам** относятся: .

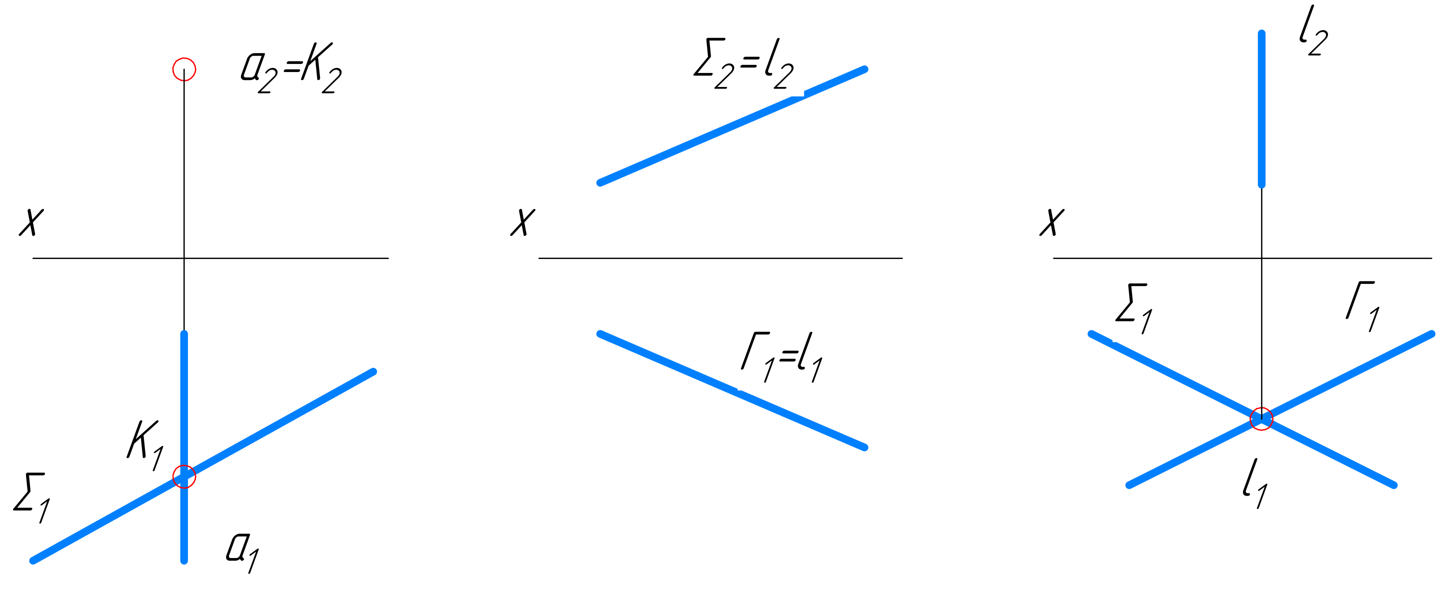
- задачи на принадлженость точки линии, точки и линии поверхности и т.д.
- задачи на пересечение линии и линии, линии и поверхности, двух поверхностей
- задачи на взаимный порядок

Главные позиционные задачи

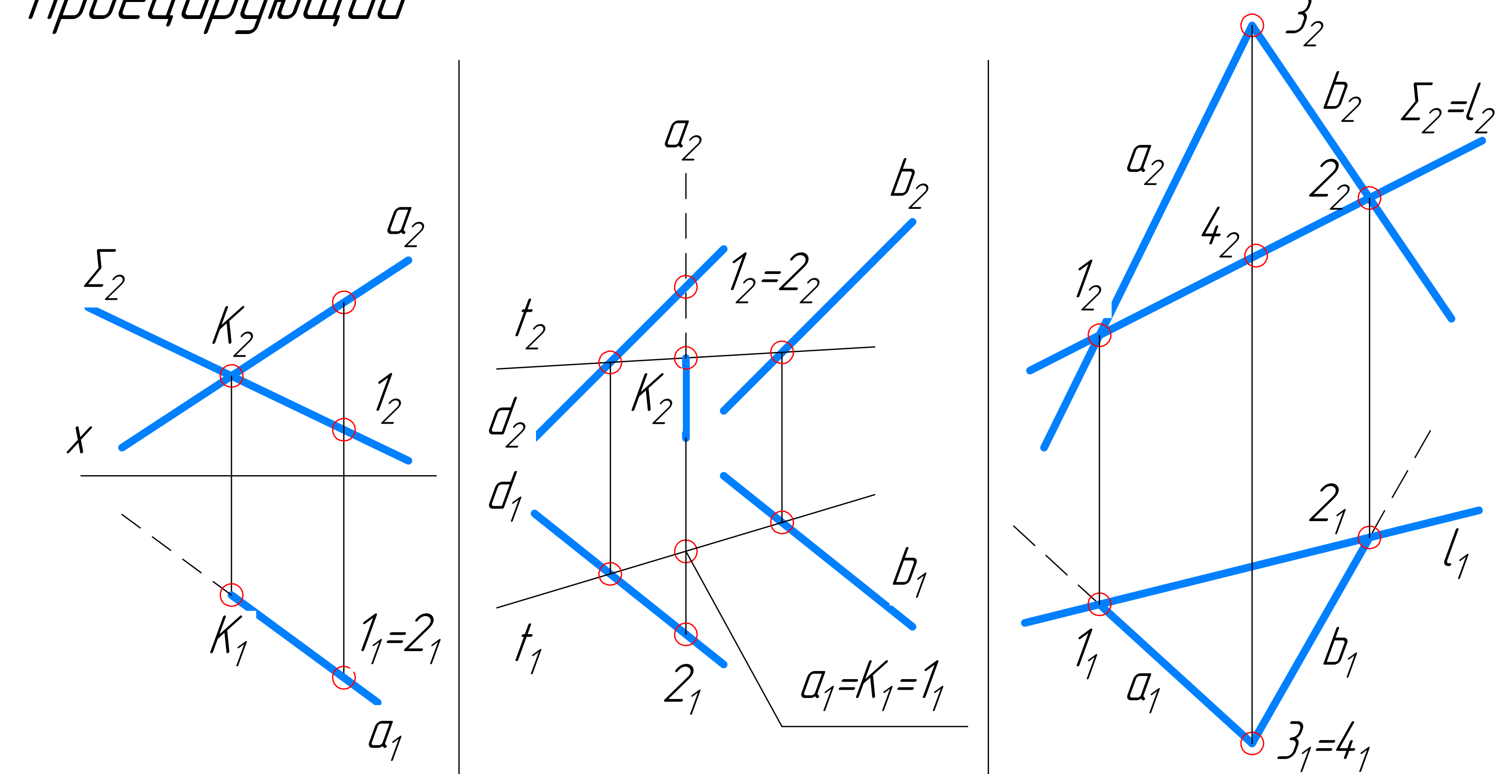
1ГПЗ	2ГПЗ
пересечение линии и поверхности	пересечение поверхностей

Ключ к решению ГПЗ – **задача на принадлежность точки поверхности** (ОПЗ) и **условие**:
точка пересечения и линия пересечения одновременно принадлежат каждому из пересекающихся ГО.

1ГПЗ-1: пересечение двух проецирующих ГО.



1ГПЗ-2: пересечение двух ГО, один из которых проецирующий



Дано: a, $\Sigma\perp\Pi_2$.
Найти $K = a \cap \Sigma$.

Дано: $a \perp \Pi_1$, $\Sigma(d \parallel b)$.
Найти $K = a \cap \Sigma$.

Дано: $\Sigma\perp\Pi_1$, $\Gamma(a\cap b)$.
Найти $l = \Gamma\cap\Sigma$.

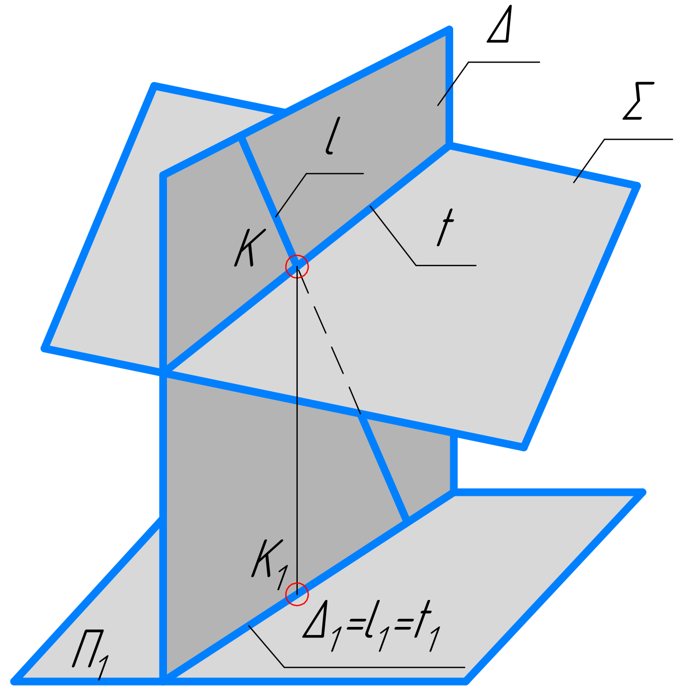
Позиционные задачи

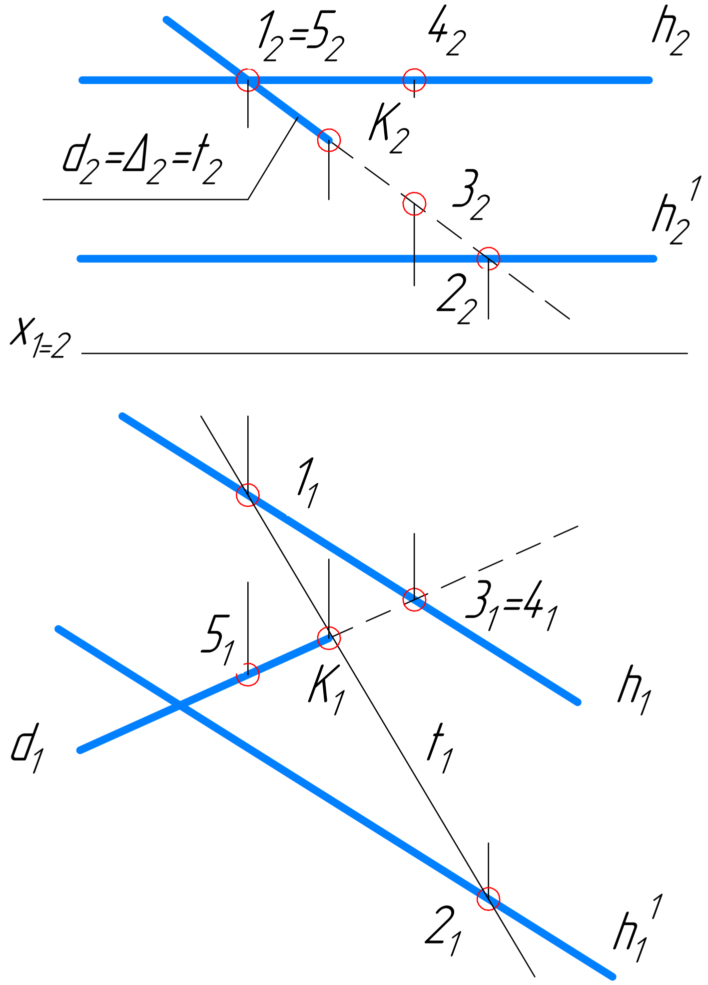
1ГПЗ–3: пересечение непроецирующих ГО (прямой и плоскости).

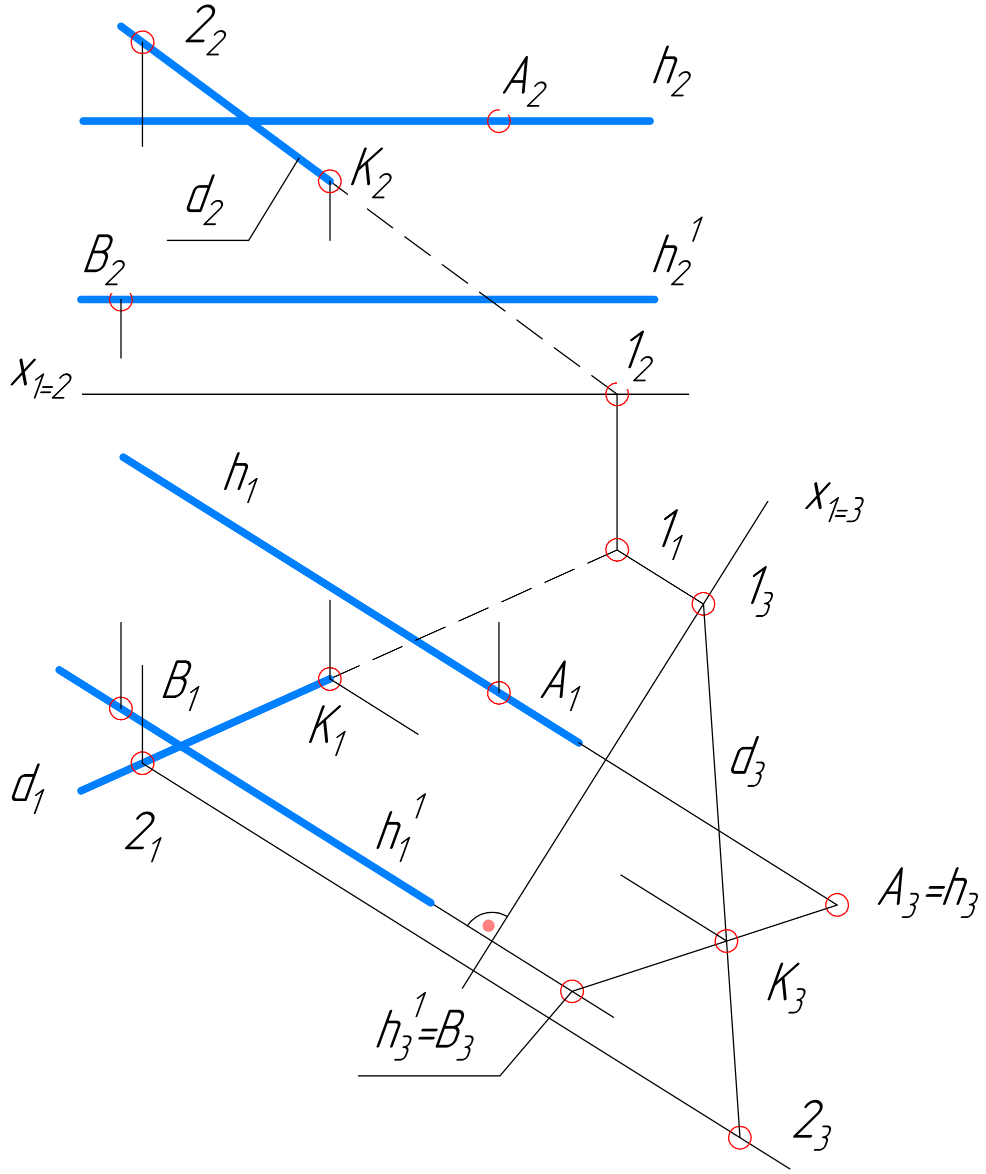
а) прямая заключается во вспомогательную проецирующую плоскость;

б) строится прямая, по которой пересекаются данная плоскость и вспомогательная проецирующая.

в) искомая точка – точка пересечения данной прямой и построенной.



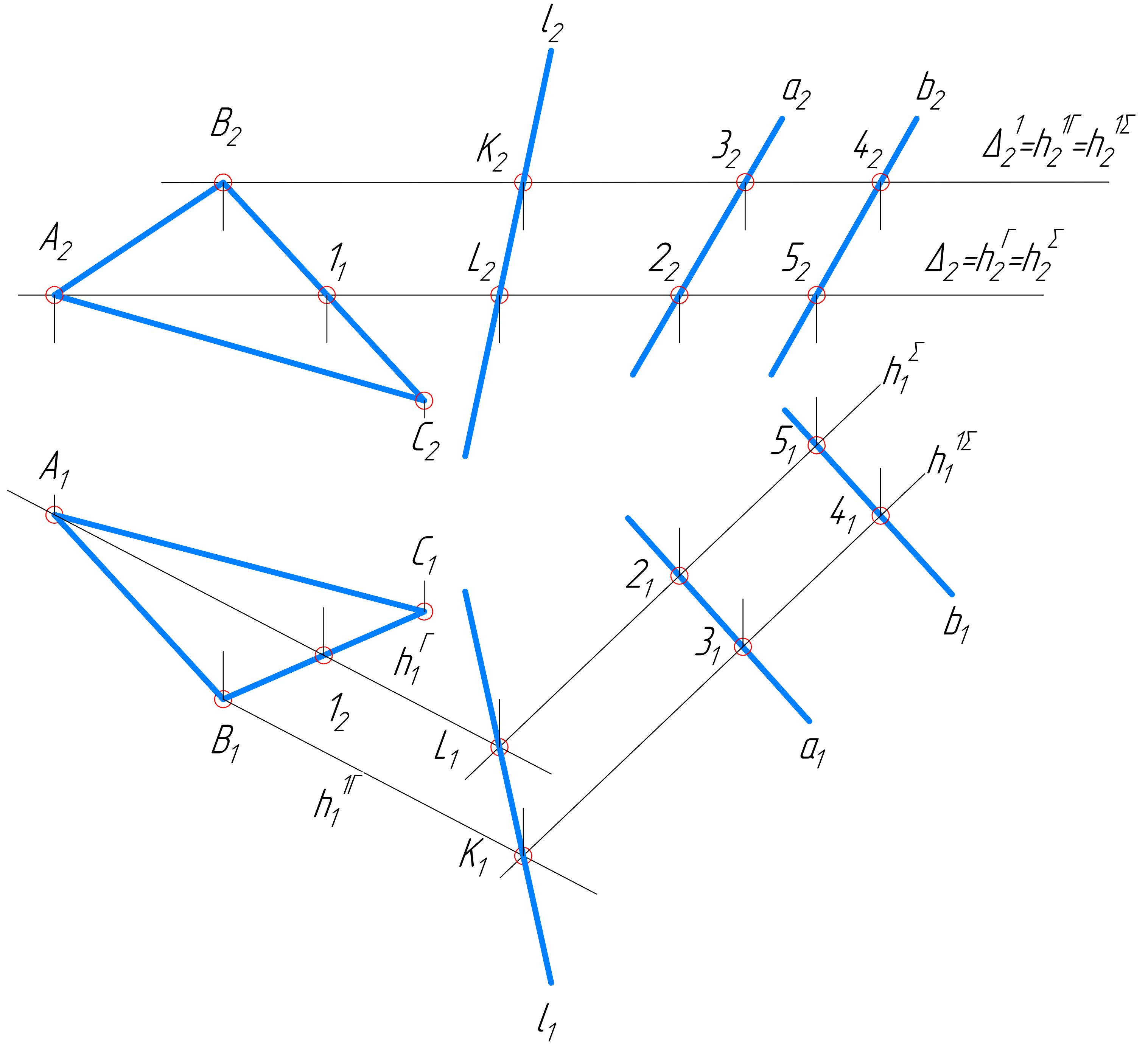




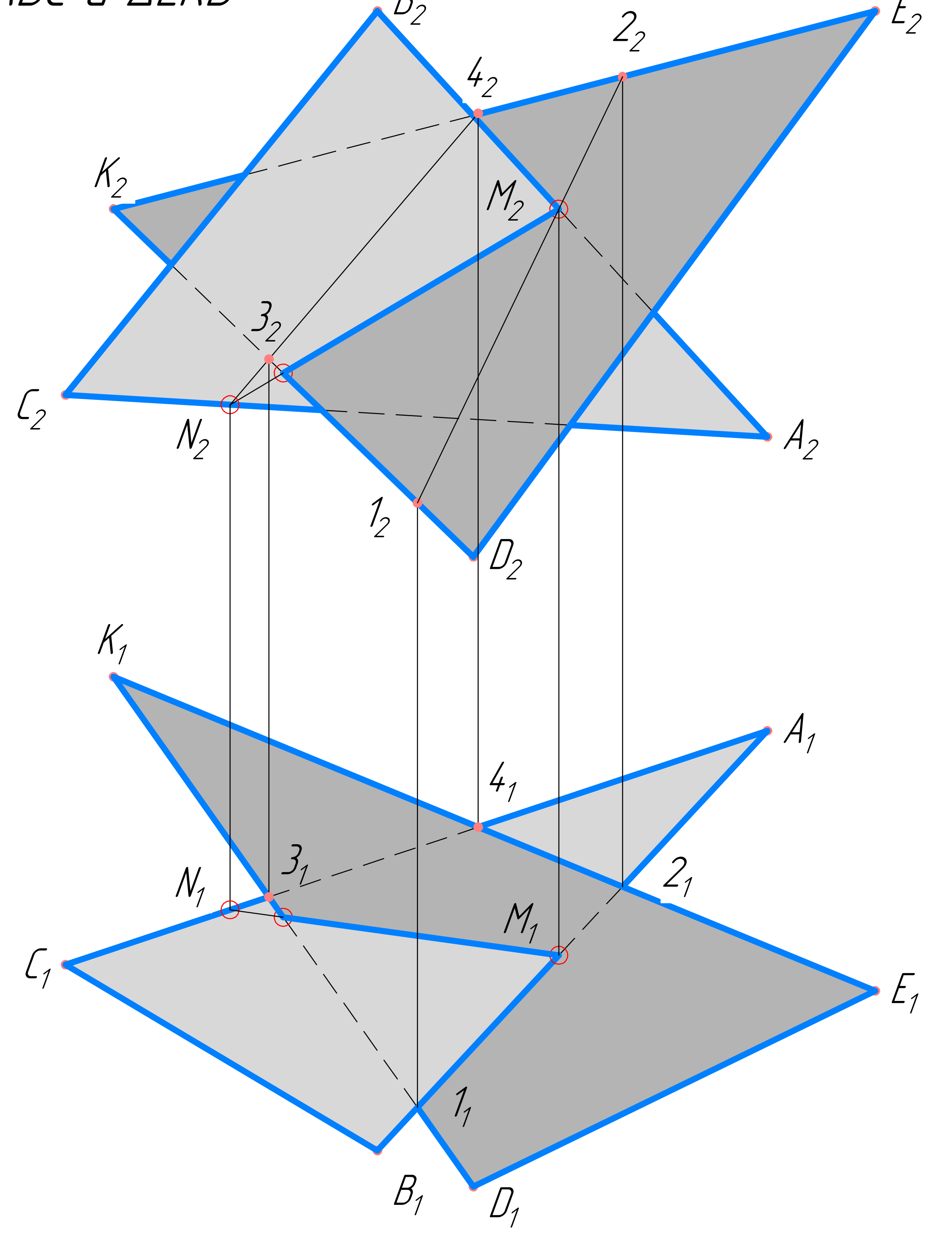
Позиционные задачи

2ГПЗ–3: пересечение двух непроецирующих плоскостей

Найти пересечение плоскостей Г(A,B,C,A) и Σ(a II b)



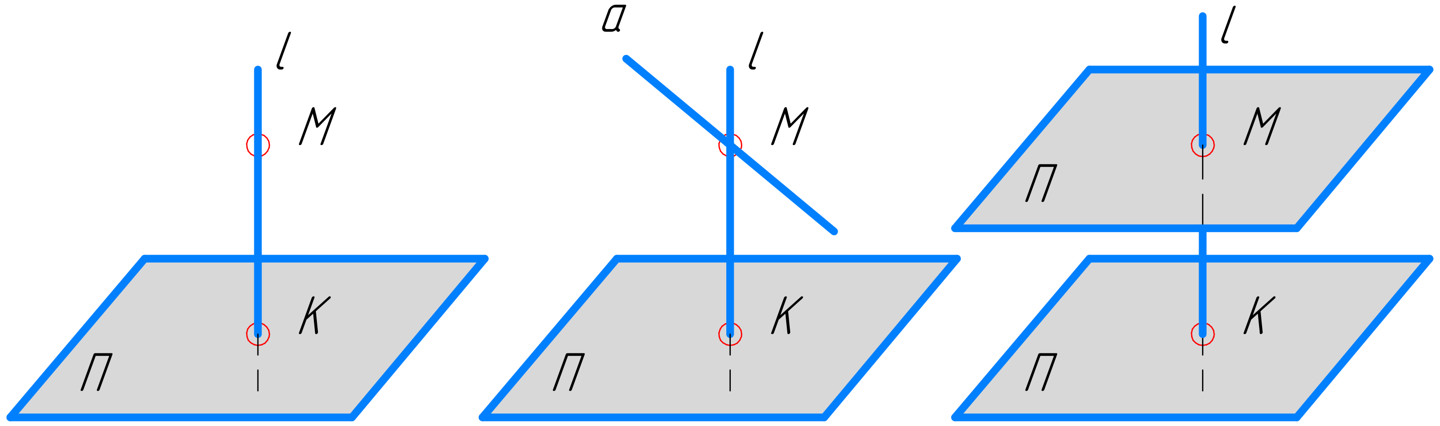
Найти пересечение отсеков плоскостей ΔABC и ΔEKD



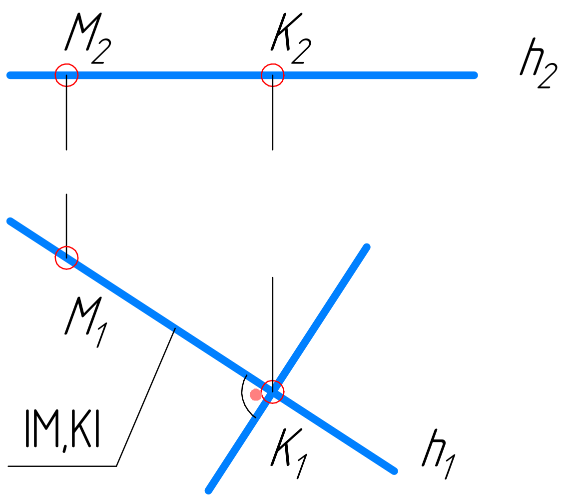
Комплексные позиционно-метрические задачи

Определение расстояния от точки до плоскости	Определение расстояния от точки до прямой	Определение расстояния между скрещивающимися прямыми	Определение натурального вида плоской фигуры

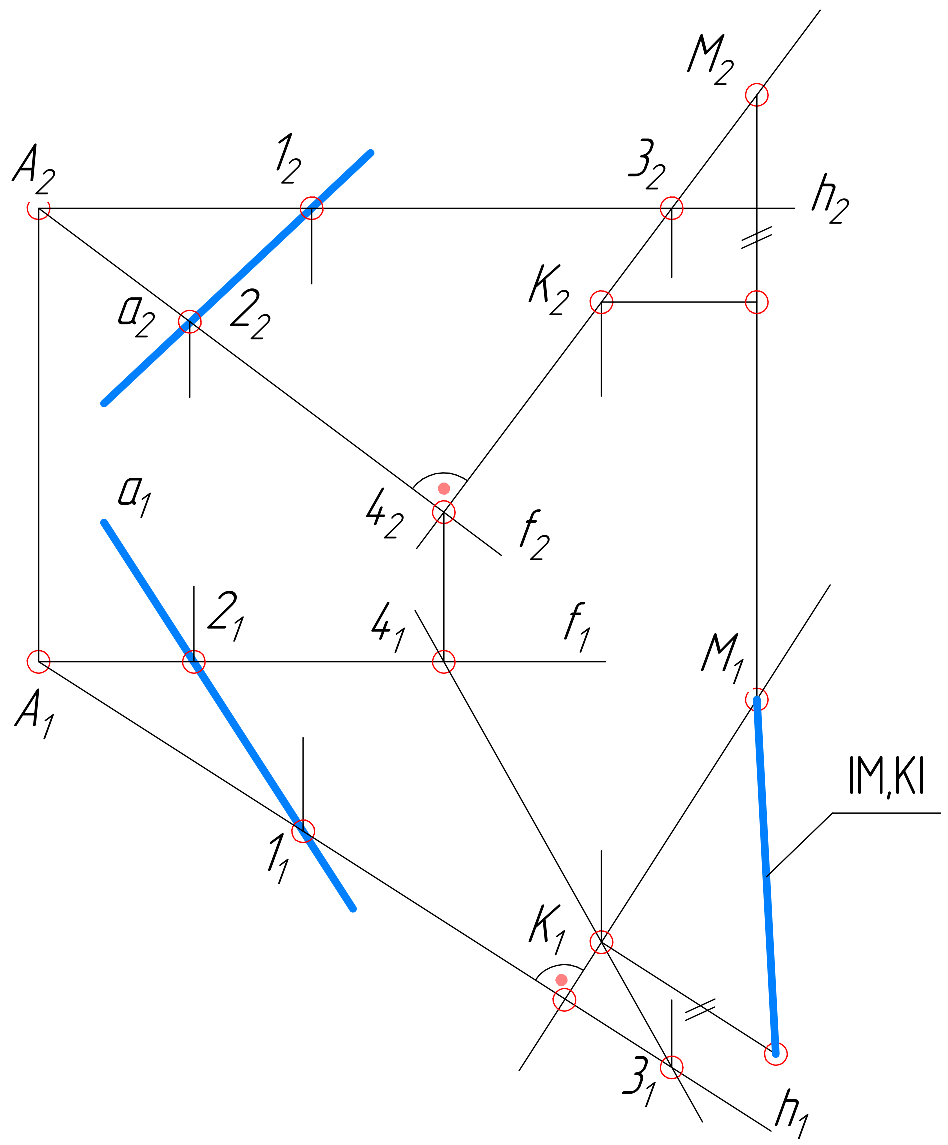
Определение расстояния от точки до плоскости:
1 Через точку M проводят перпендикуляр к плоскости – 1ОМЗ
2 Ищут точку K пересечения перпендикуляра к плоскости – 1ГПЗ
3 Определяют длину отрезка |M,K| – 2ОМЗ



Заданы точка $M(M_1,M_2)$ и плоскость $\Sigma \perp \Pi_1$. Найти $|M,\Sigma|$

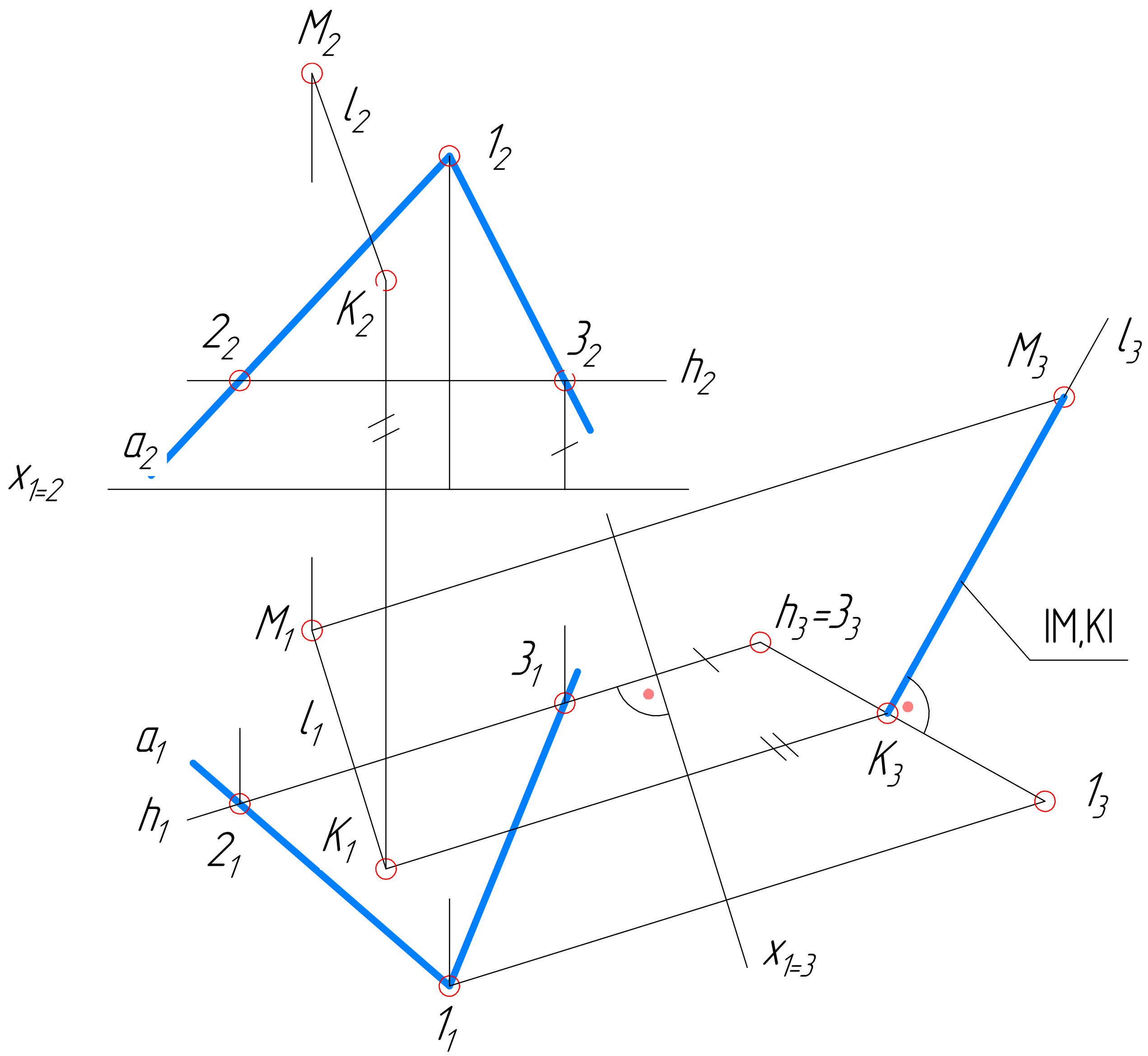


Заданы точка $M(M_1,M_2)$ и плоскость $\Sigma(A,a)$.
Найти $|M,\Sigma|$

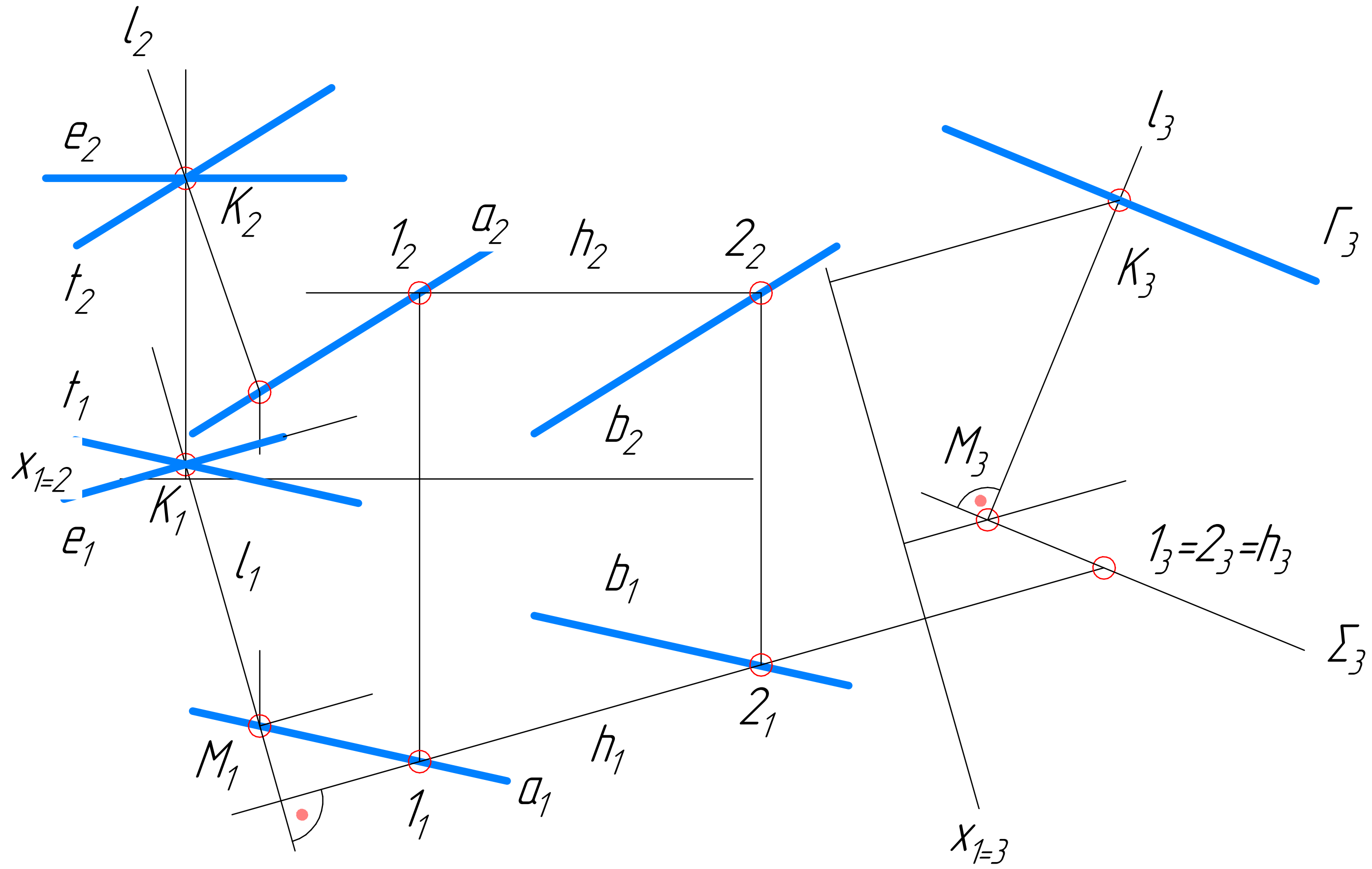


Комплексные позиционно-метрические задачи

Заданы точка $M(M_1,M_2)$ и плоскость $\Sigma(a \cap b)$.
Найти $|M,\Sigma|$, используя способ введения новой ПП.



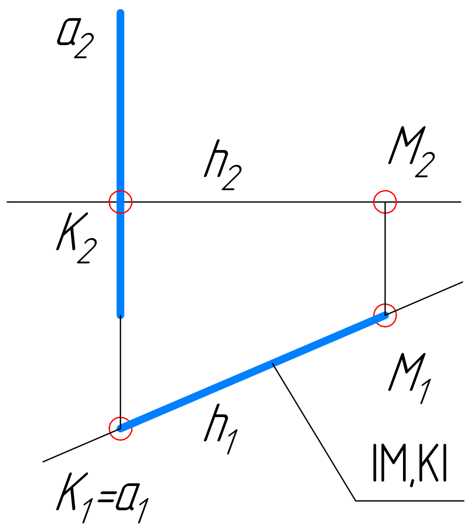
Задана плоскость $\Sigma(a \parallel b)$.
Построить плоскость Γ, параллельную Σ
и удаленную от нее на d=20мм.



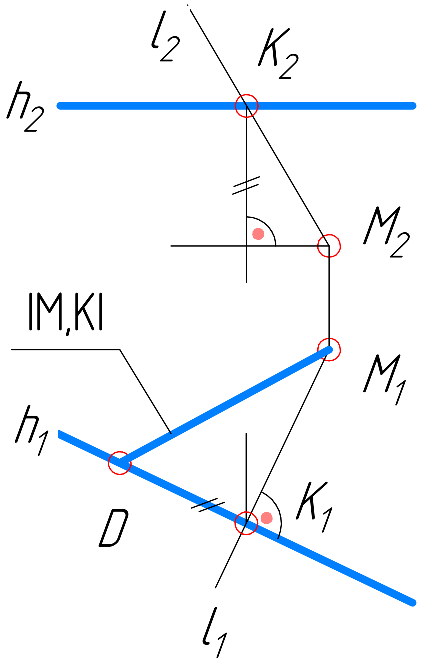
Определение расстояния от точки до прямой

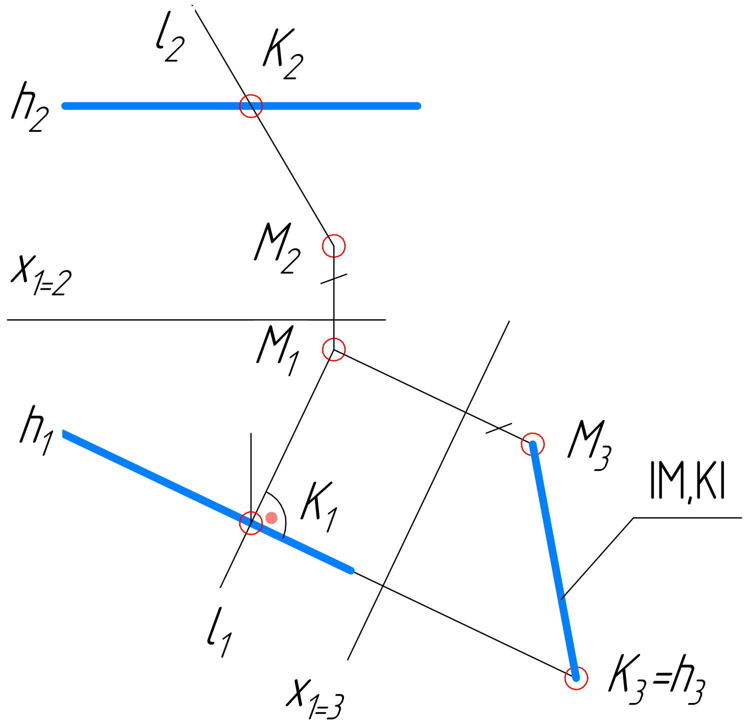
Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

Задана точка $M(M_1,M_2)$ и прямая $a(a_1,a_2) \perp \Pi_1$.
Найти $|M,\ a|$.



Задана точка $M(M_1,M_2)$ и прямая $h(h_1,h_2) \parallel \Pi_1$.
Найти $|M,\ h|$ без преобразования КЧ и с пербразованием.

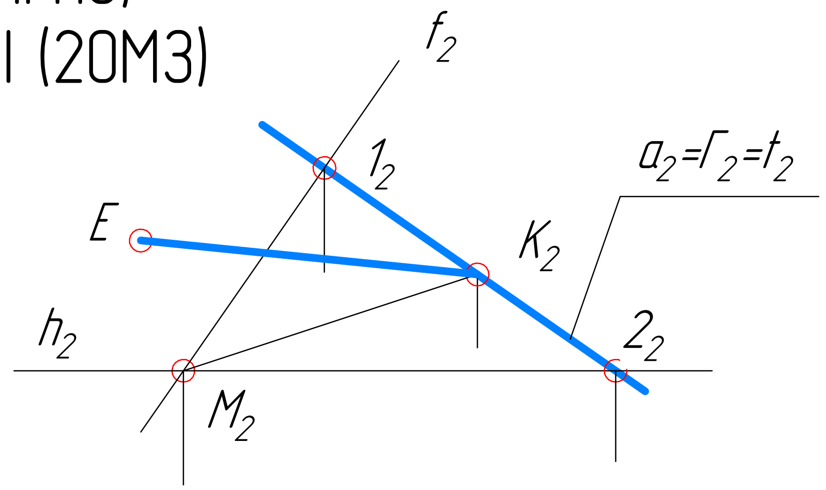


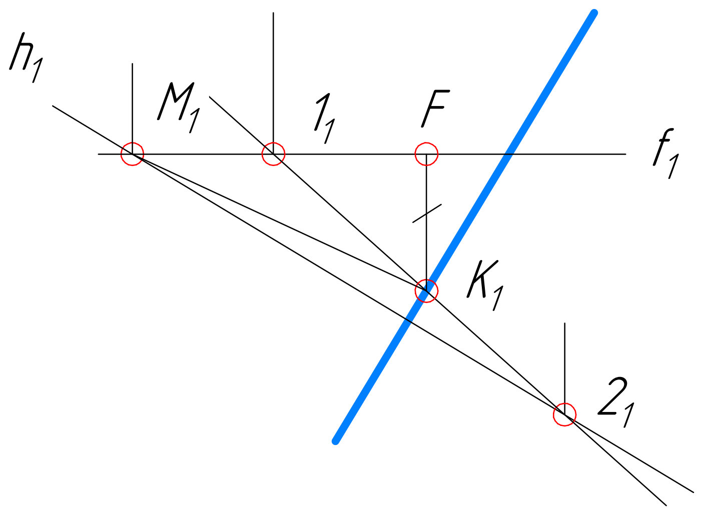


Расстояние между параллельными прямыми равно длине перпендикуляра, опущенного из произвольной точки одной прямой на другую.

Задана точка $M(M_1,M_2)$ и прямая $a(a_1,a_2) \perp \Pi_1$.
Найти $|M,\ a|$.

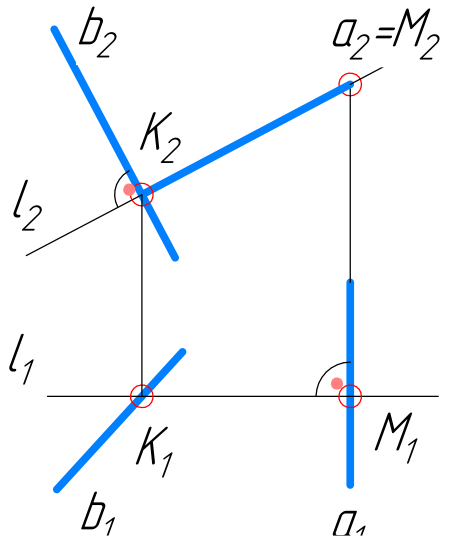
1. $\Sigma \supset = f \cap a$ (1ОМЗ)
2. $K = \Sigma \cap a$ (1ГПЗ)
3. $|M,a| = |M,K|$ (2ОМЗ)



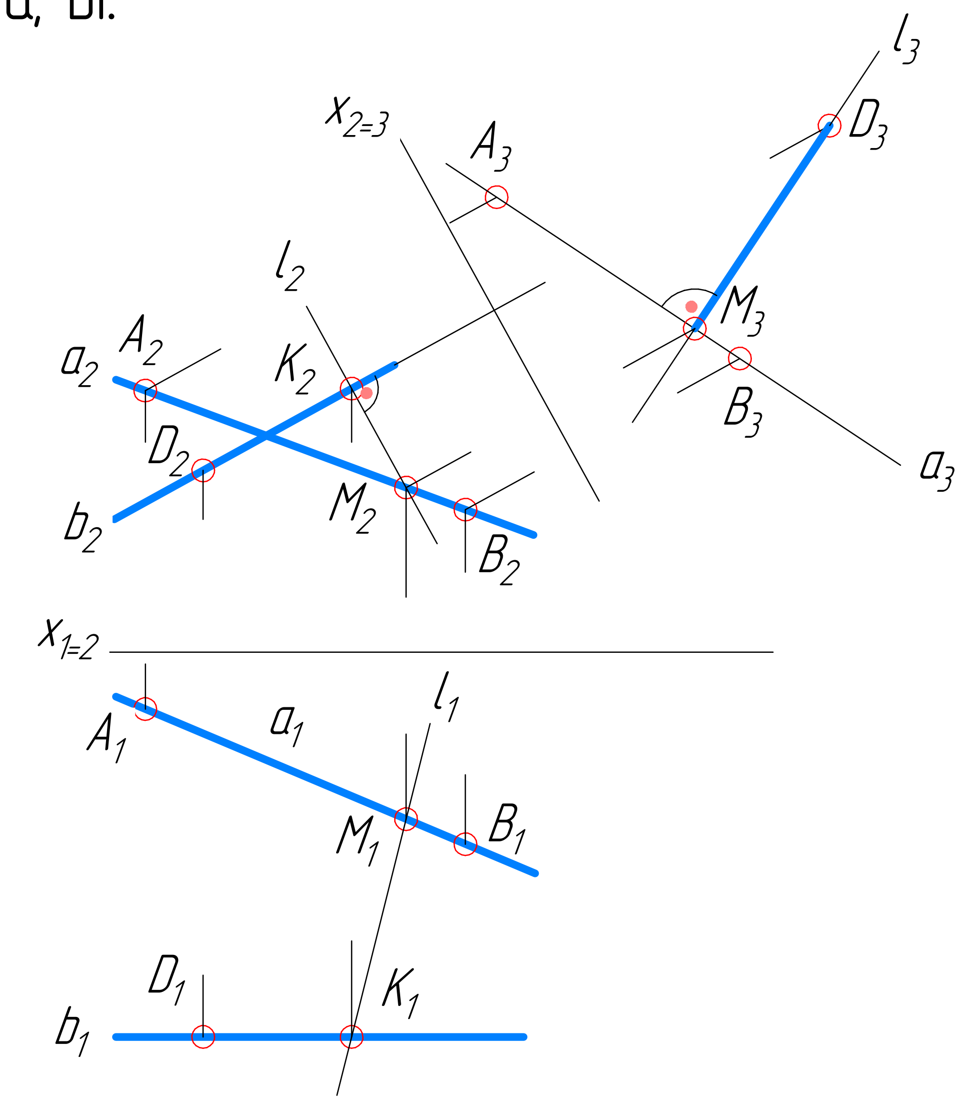


Расстояние между скрещивающимися прямыми

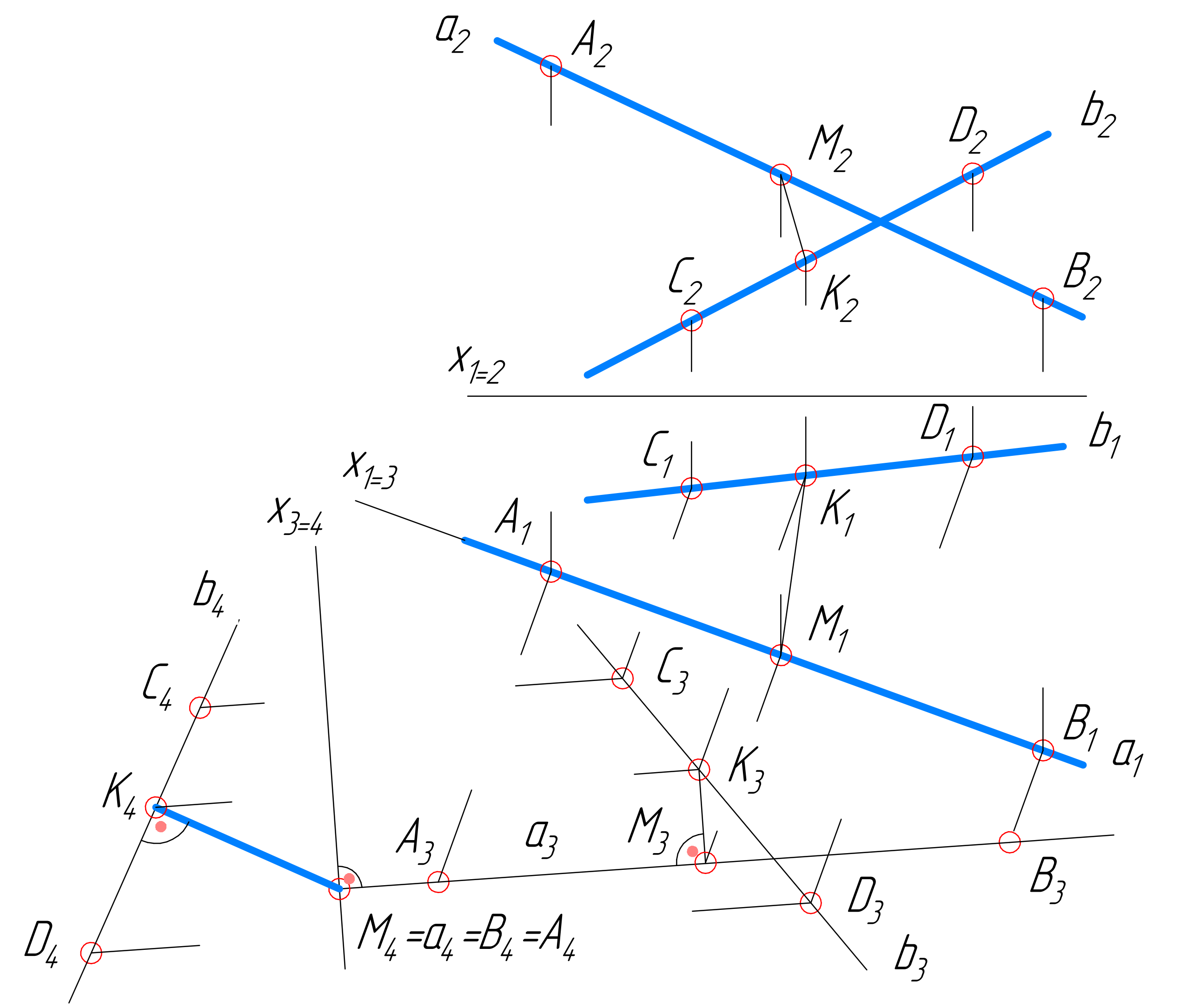
Заданы скрещивюащиеся прямые $a \perp \Pi_2$ и b.
Найти $|a, b|$.



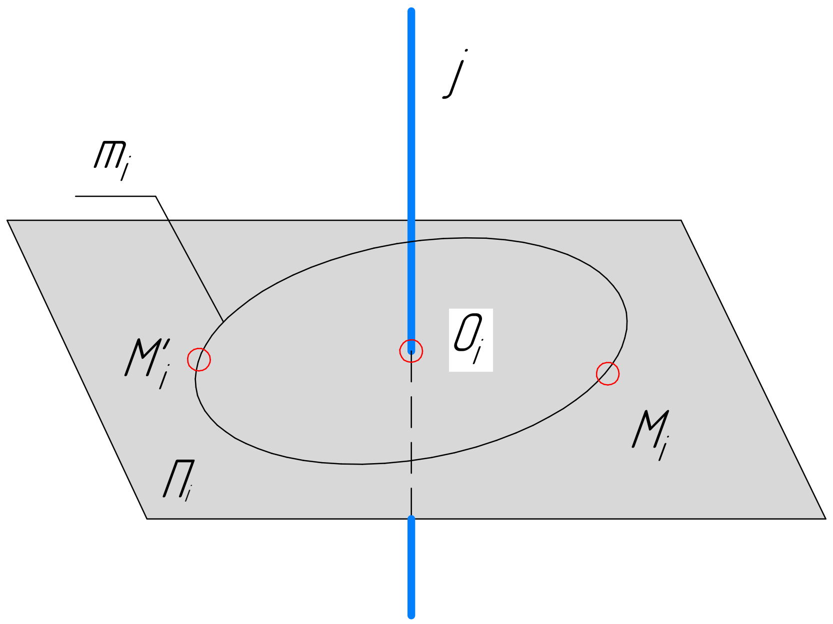
Заданы скрещивюащиеся прямые a и $b \parallel \Pi_2$.
Найти $|a, b|$.



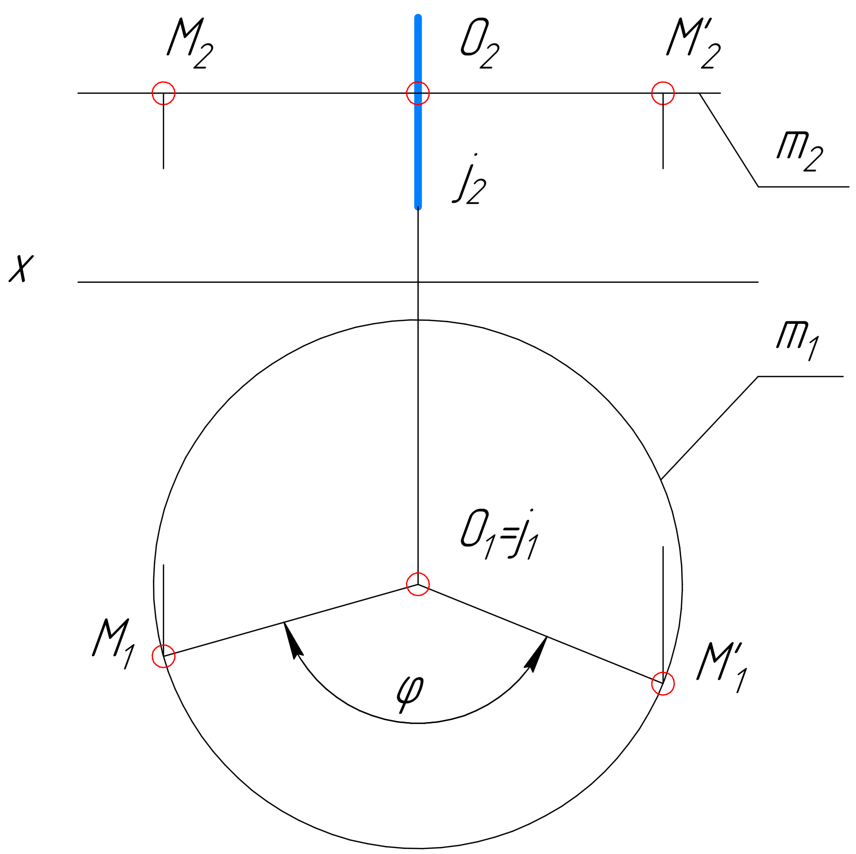
Найти расстояние между прямыми a и b.



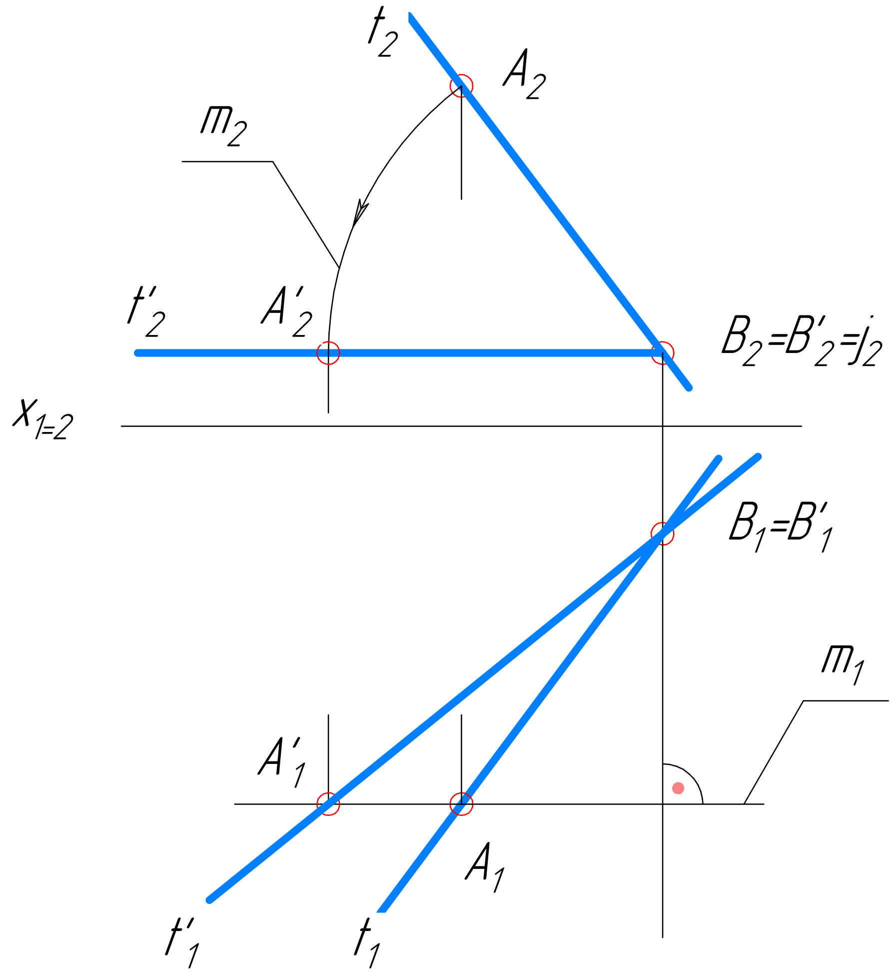
Преборазование чертежа методом вращения оригинала вокруг оси



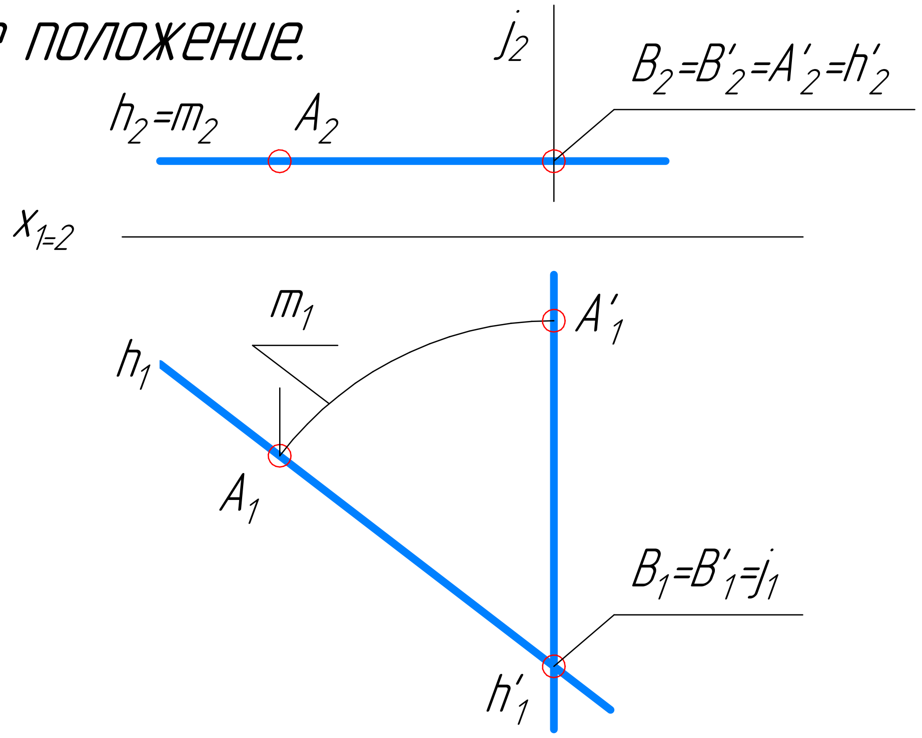
Вращение оригинала вокруг проецирующей оси: проекция ГО на ПП, которой перпендикулярна ось вращения, меняет только свое положение не меняя формы



Вращением вокруг проецирующей оси перевести прямую $t(t_1,t_2)$ общего положения в горизонталь.

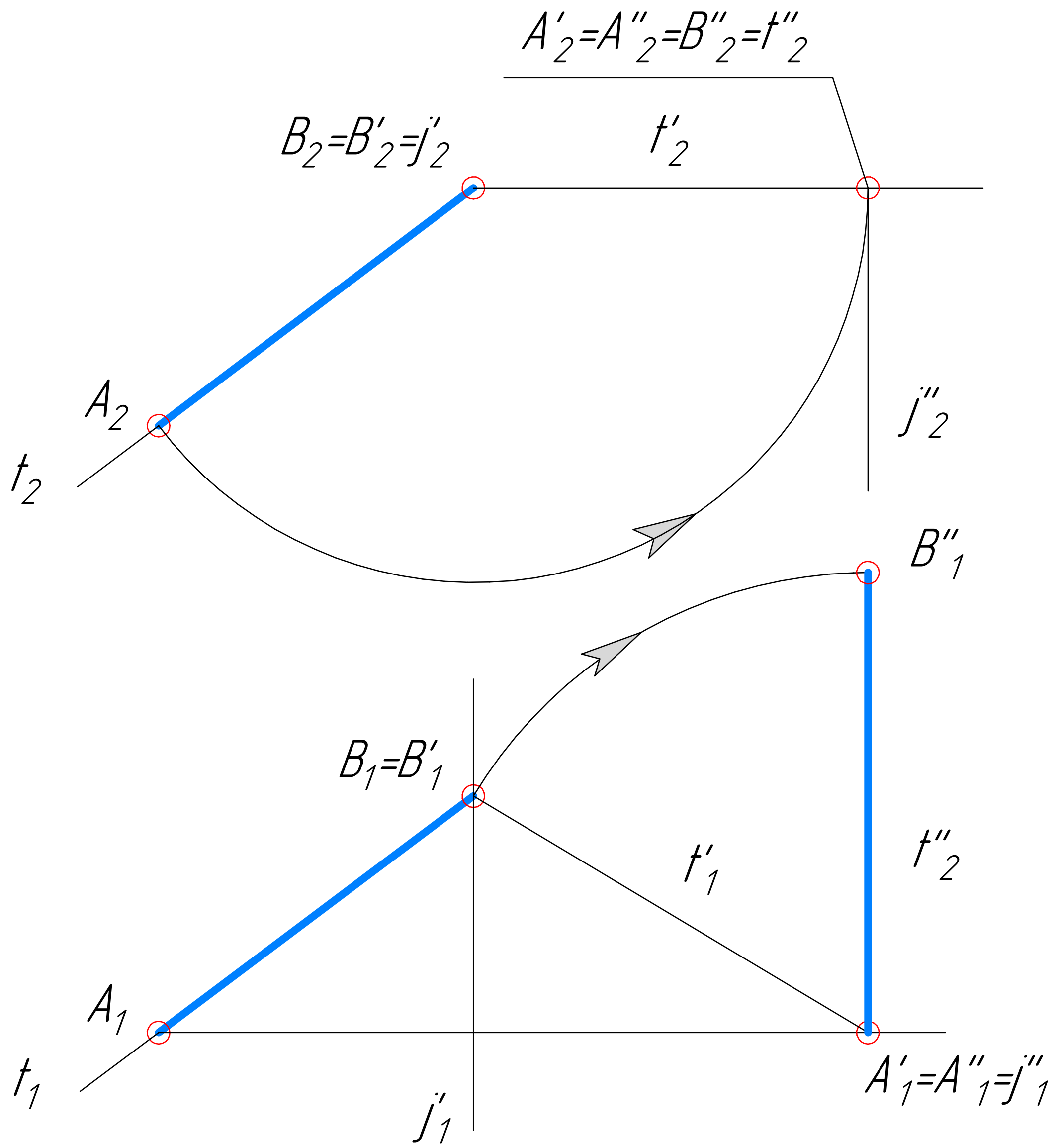


Перевести горизонталь во фронтально-проецирующее положение.

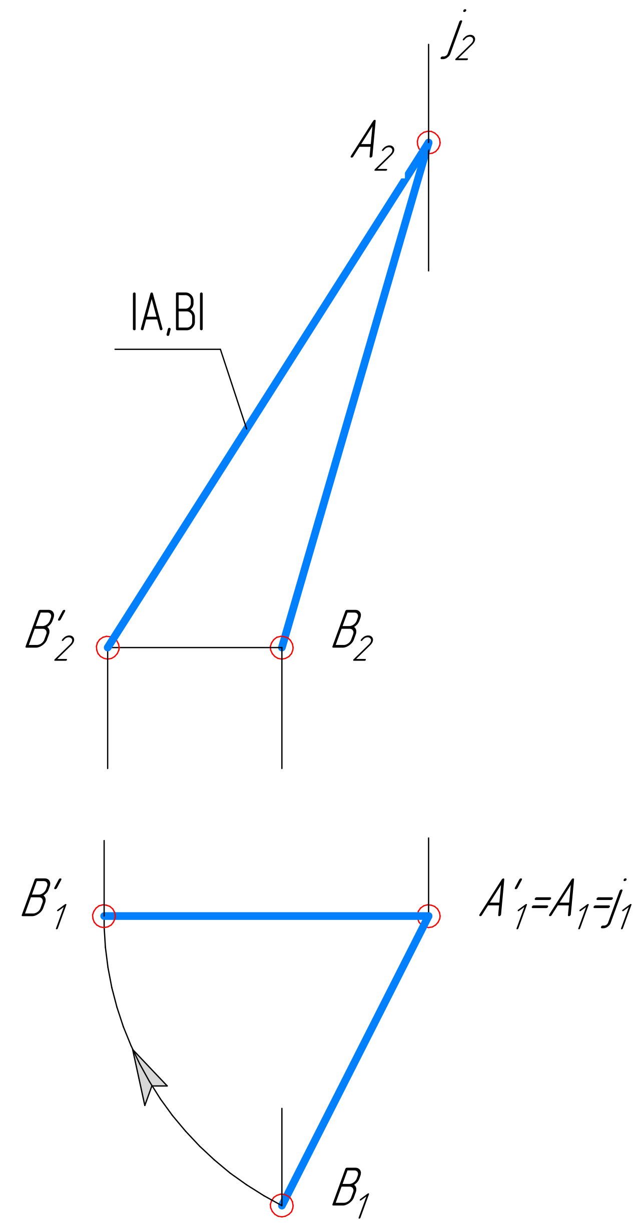


Преборазование чертежа методом вращения оригинала вокруг оси

Перевести прямую общего положения t(A,B) в проецирующую прямую вращением вокруг проецирующей прямой.

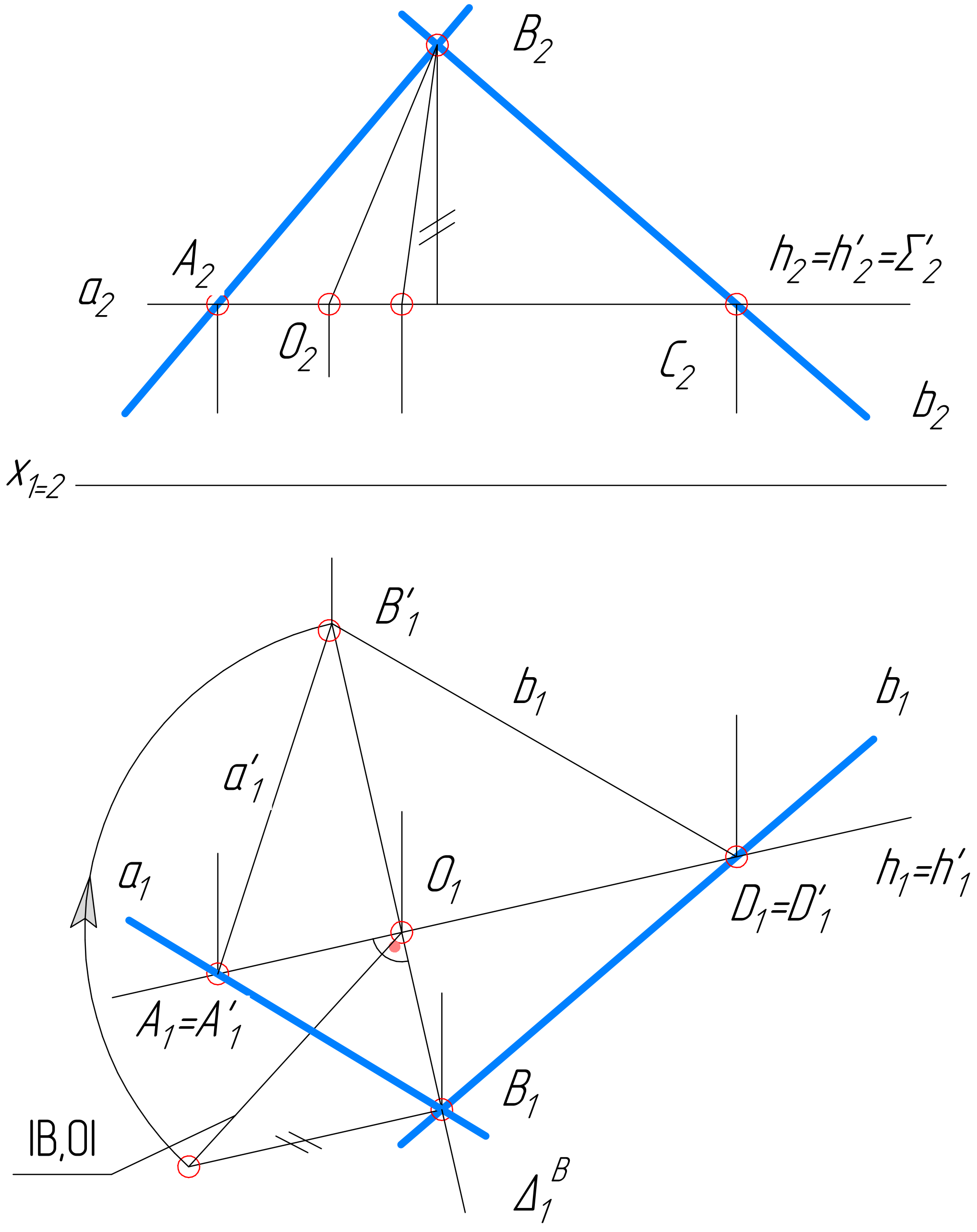


Найти угол наклона прямой AB к горизонтальной плоскости

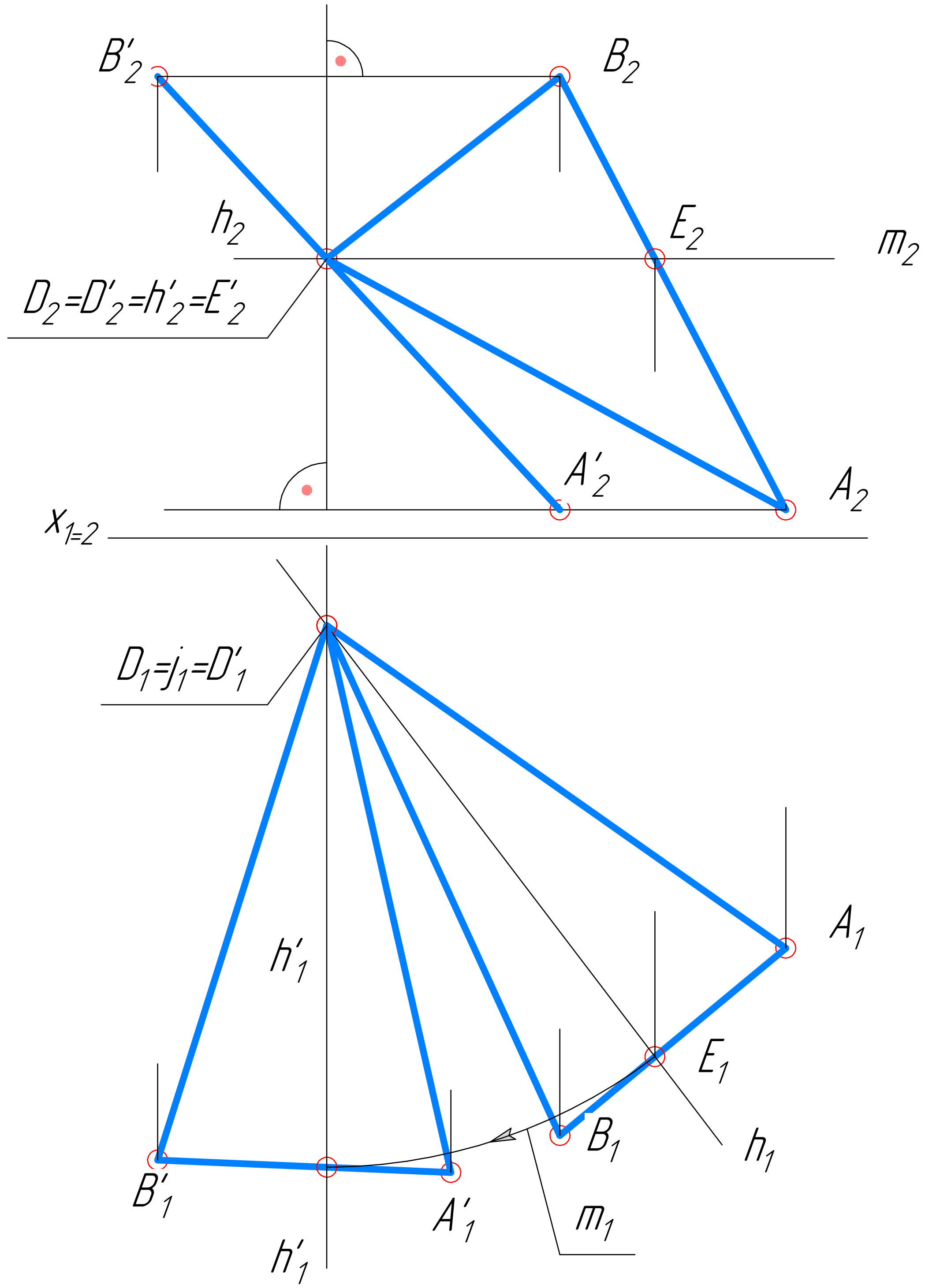


Преборазование чертежа методом вращения оригинала вокруг оси

Вращением вокруг прямой уровня найти угол
между пересекающимися прямыми.



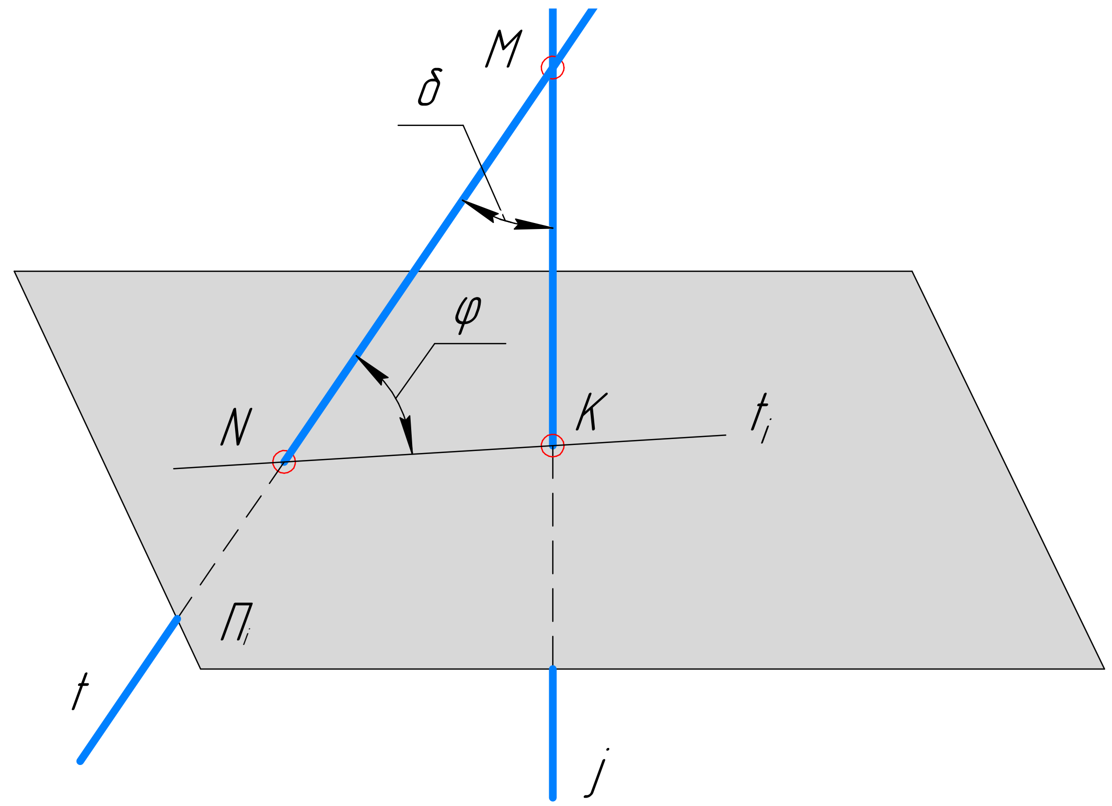
Перевести плоскость Σ (A,B,C,A)
в проецирующее положение.



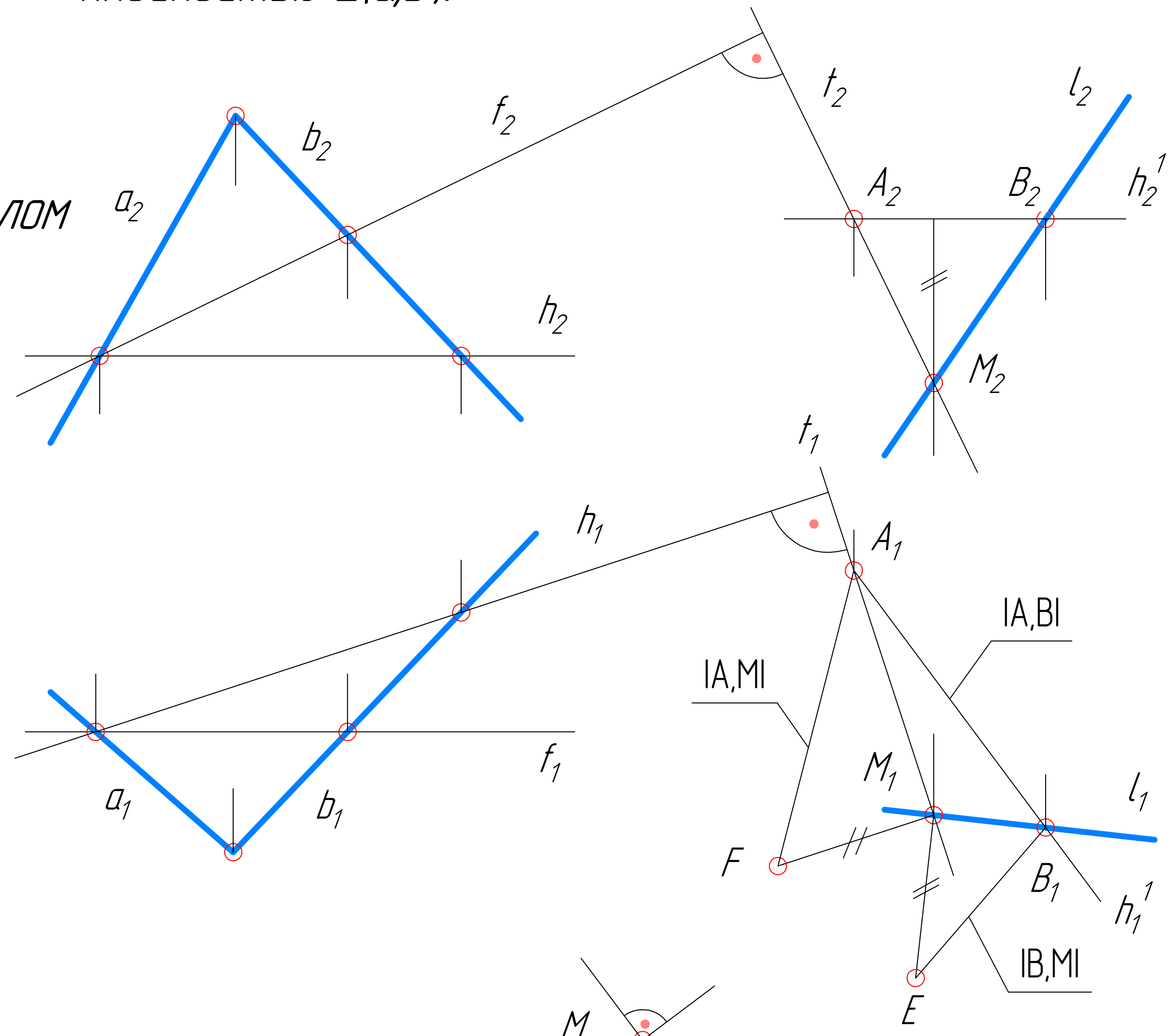
Определение углов

Угол между **пересекающимися** прямыми определяют:
– вращением вокруг линии уровня;
– заданием новой ПП;
– без преобразования чертежа.

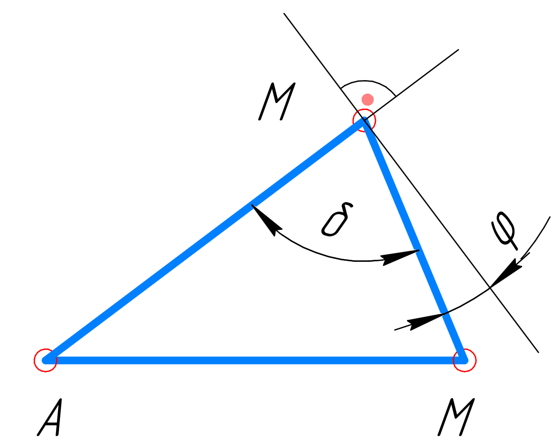
Угол между **прямой и плоскостью** измеряется углом φ между прямой t и ее проекцией на плоскость t_i.



Определить угол между прямой t и плоскостью $\Sigma(a,b)$.



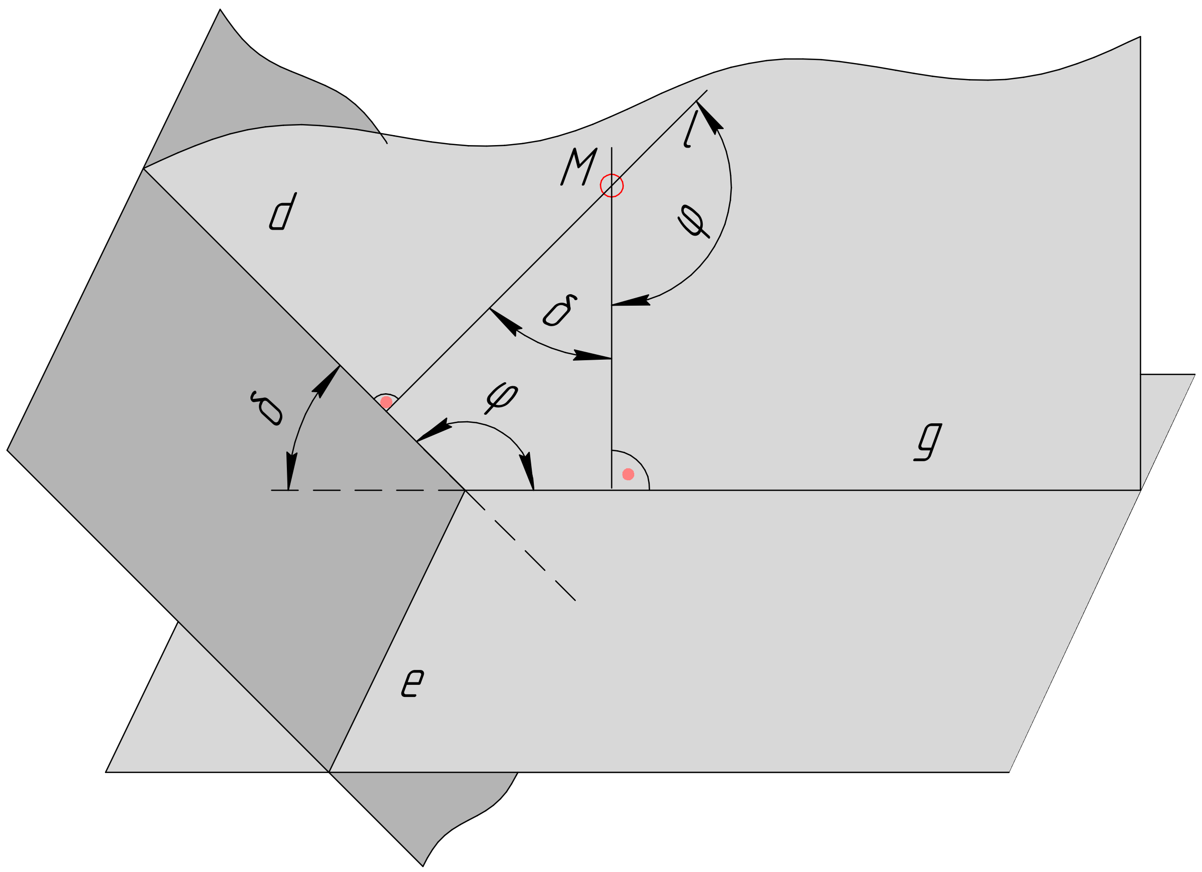
Угол между скрещивающимимя прямыми измеряется:
углом между двумя пересекающимися прямыми,
соответственно параллельними данныи скрещивающимся.



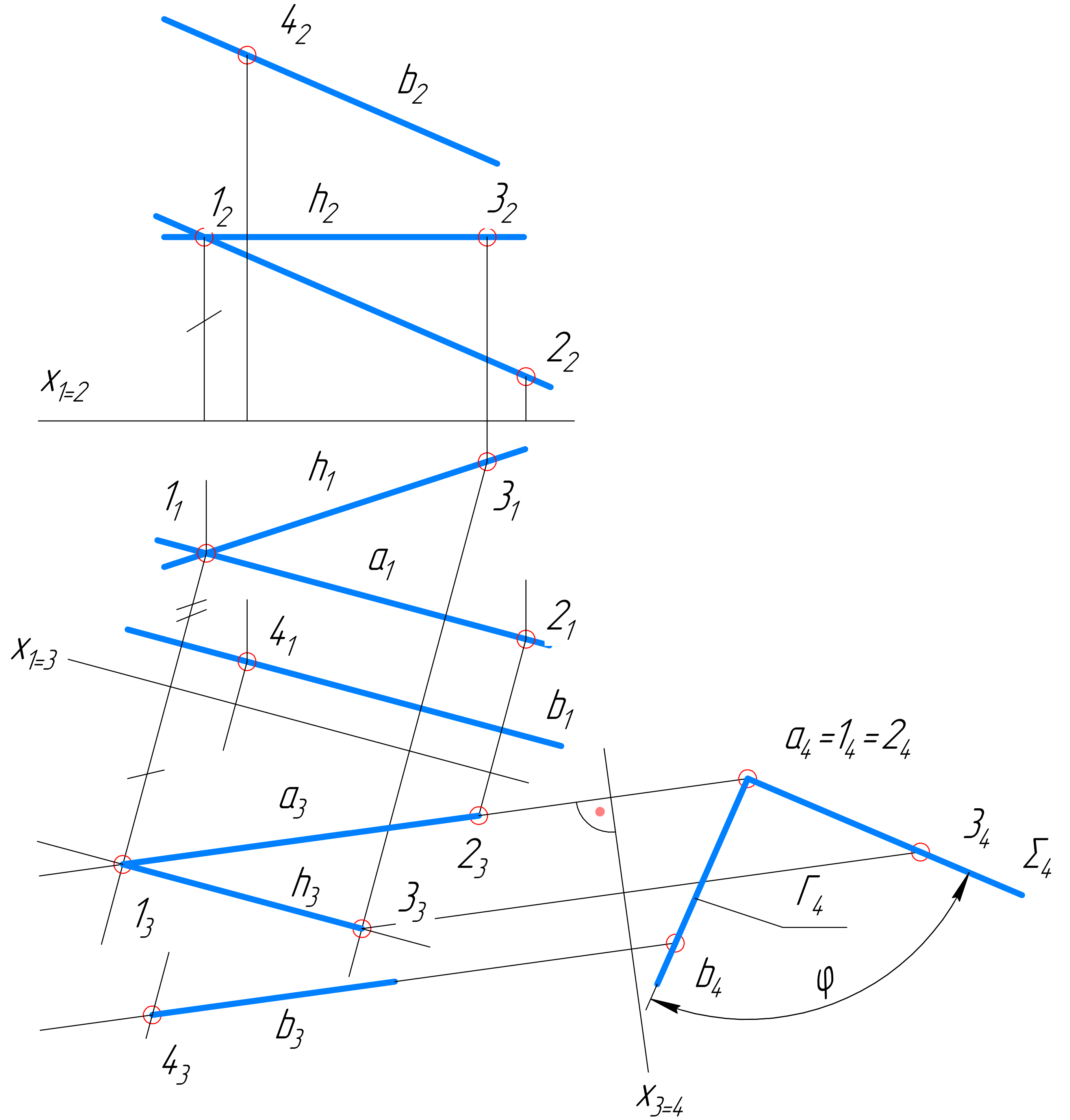
Определение углов

Две пересекающиеся плоскости Σ и Γ образуют четыре попарно равных двугранных угла.

Двугранные углы измеряются линейными углами φ и δ между прямыми d и g, по которым плоскость Δ, перпендикулярная к плоскостям Σ и Γ, пересекает эти плоскости.

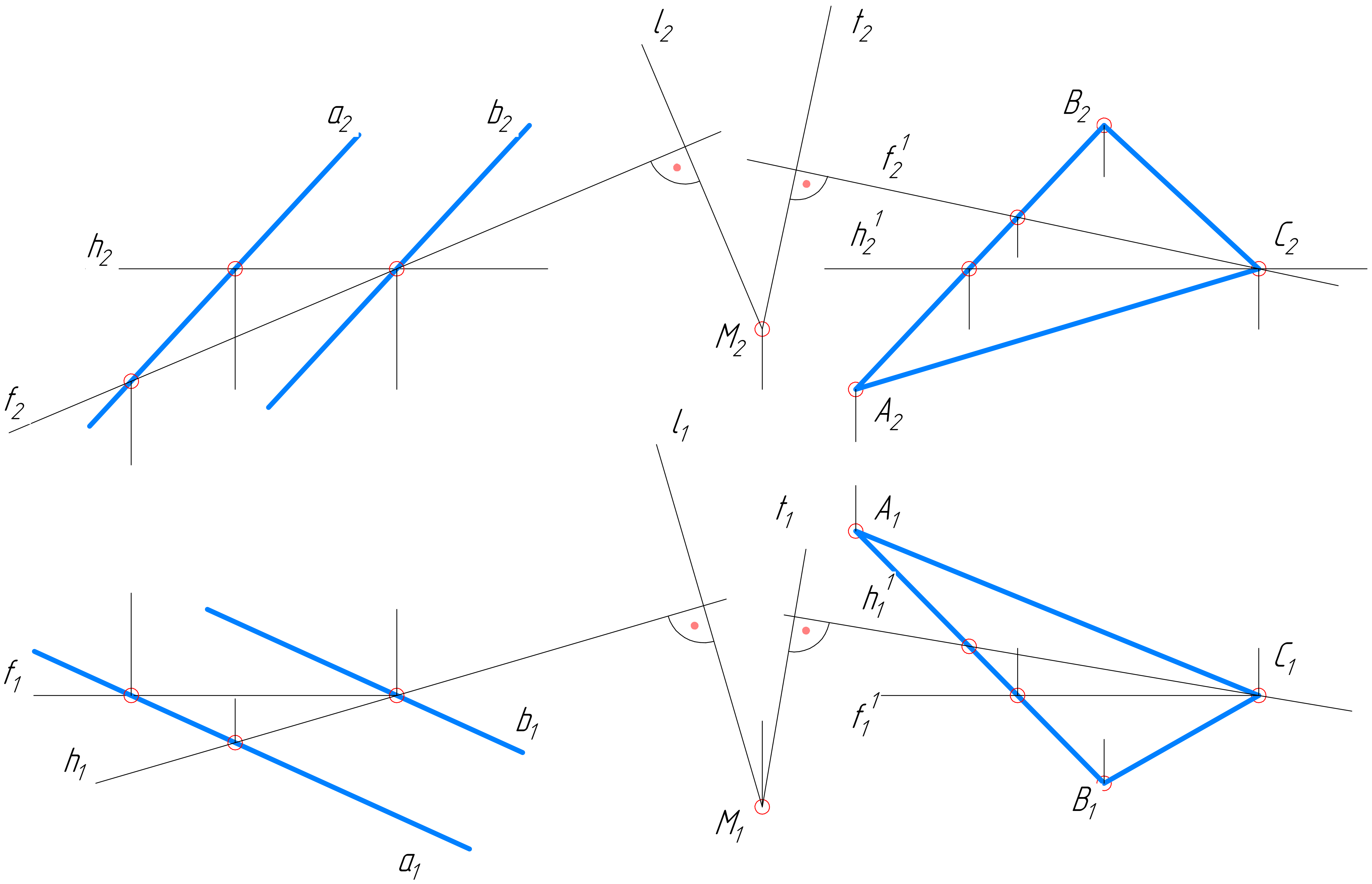


Определить угол между плоскостями, если двугранный угол известен (построен).



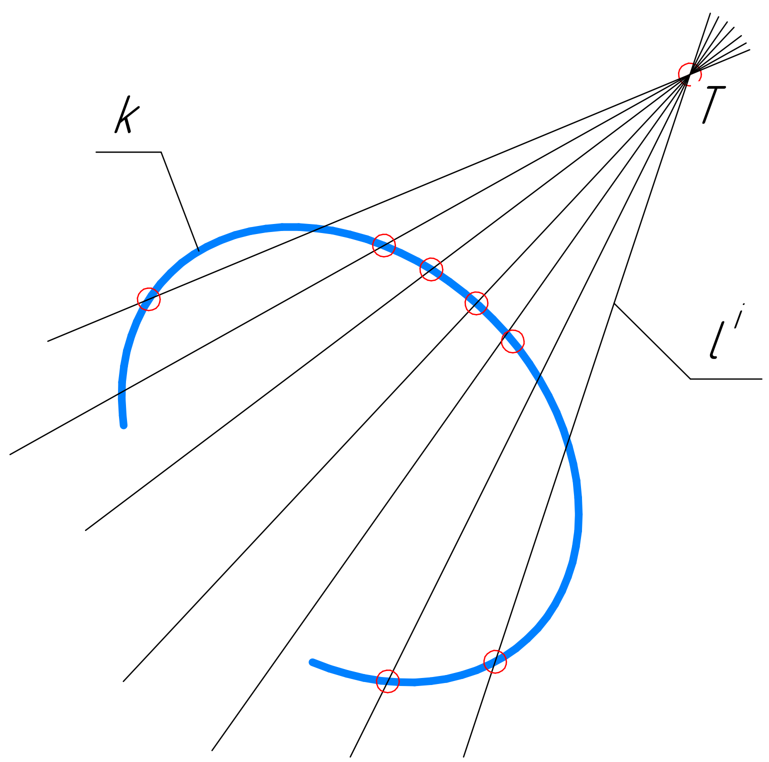
Определение углов

Определить угол между плоскостями, если двугранный угол неизвестен (не построен).



Поверхности

Образование поверхности рассматривается как результат движения в пространстве линии, назвываемой **образующей** поверхности, по некоторому закону –
закону образования поверхности.



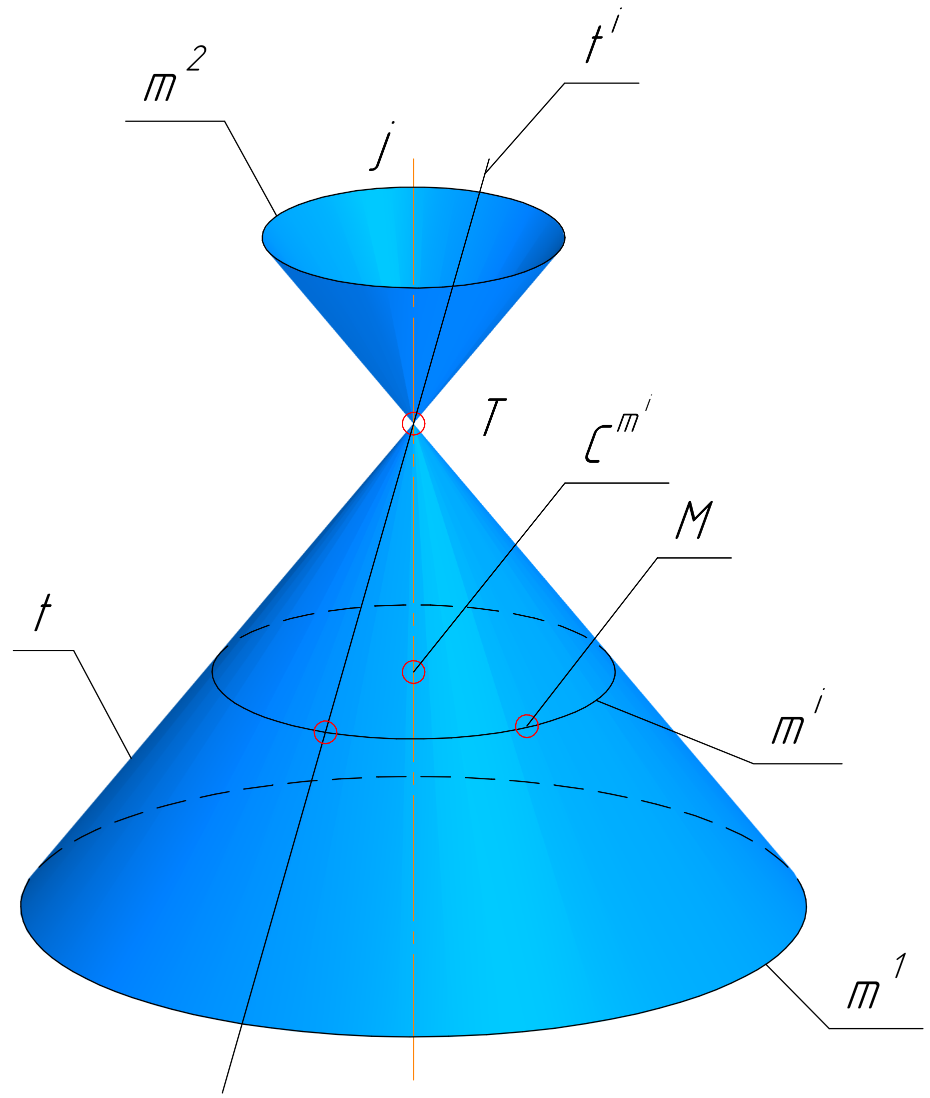
Поверхность – непрерывное множество образующих линий, имеющих один закон построения, называемых **непрерывным каркасом поверхности.**

покрывает всю поверхность	покрывает отсек поверхности

1) линейчатые: образованные перемещением прямой линии — геликоиды: линейчатые винтовые поверхности

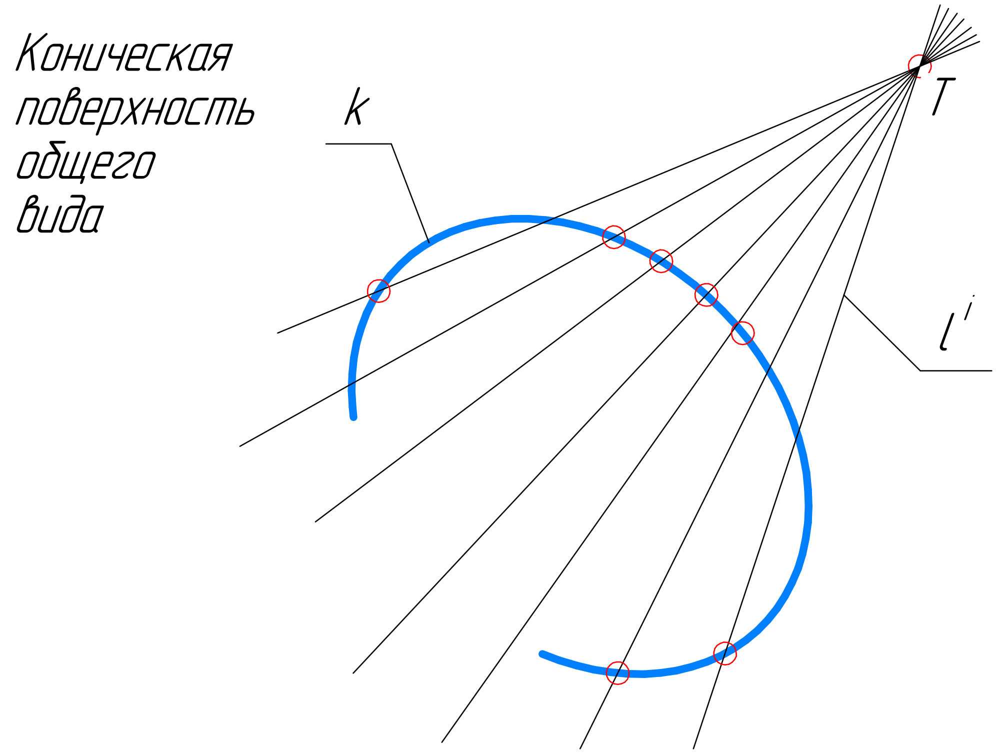
2) циклические: образованные перемещением окружности или дуги

3) поверхности вращения



Поверхности

закономерные	не закономерные
информация выражена аналитически или четко сформулирована: – об образующей – об изменении формы образующей – о положении и форме направляющих – о законе перемещения образующей	отсутсвие хотя одного из условий для закономерных поверхностей



Определитель поверхности *– совокупность геометрических образов, одинаково связанных с каждой образующей поверхности и позволяющих строить любую образующую по закону образования поверхности.*

$$\Phi\{\dots\ (\ \dots\ )\ (\ \dots\ )\ \}$$

обозначение поверхности – образующая поверхности – определитель поверхности – закон образования поверхности

Определитель конической поверхности вращения:

– образующая прямая t

– ось вращения – прямая j

– уточняющее условие $t \cap j$

– закон образования: вращение t вокруг j.

$$\Phi\{t\ \ (t,\ j;\ t\cap j)\ \ (t^i = t \circlearrowleft j)\}$$

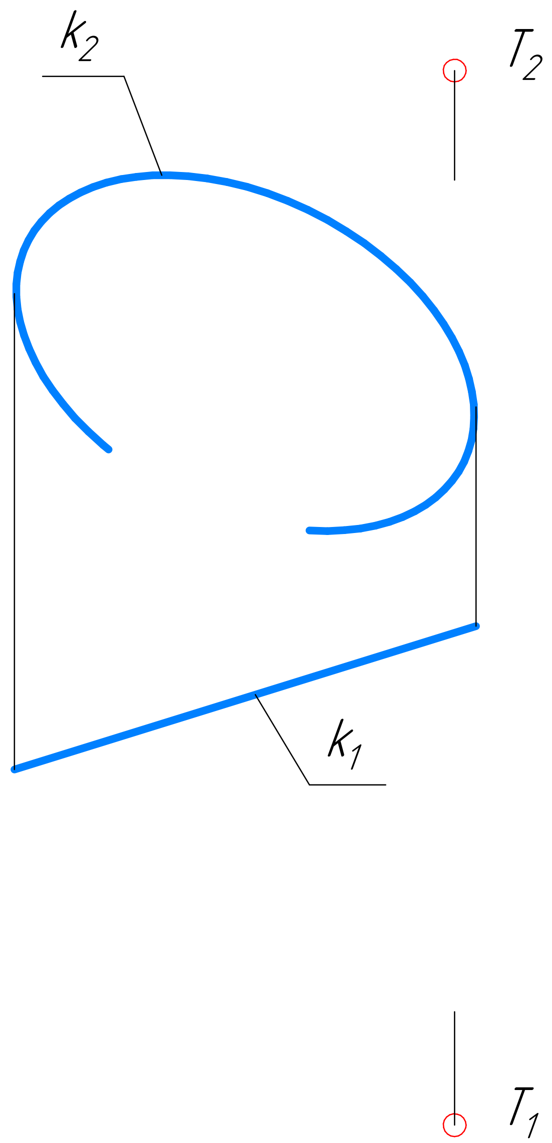
$$\Phi\{l\ \ (T,\ a)\ \ (l^i \supset T,\ l\cap a)\}$$

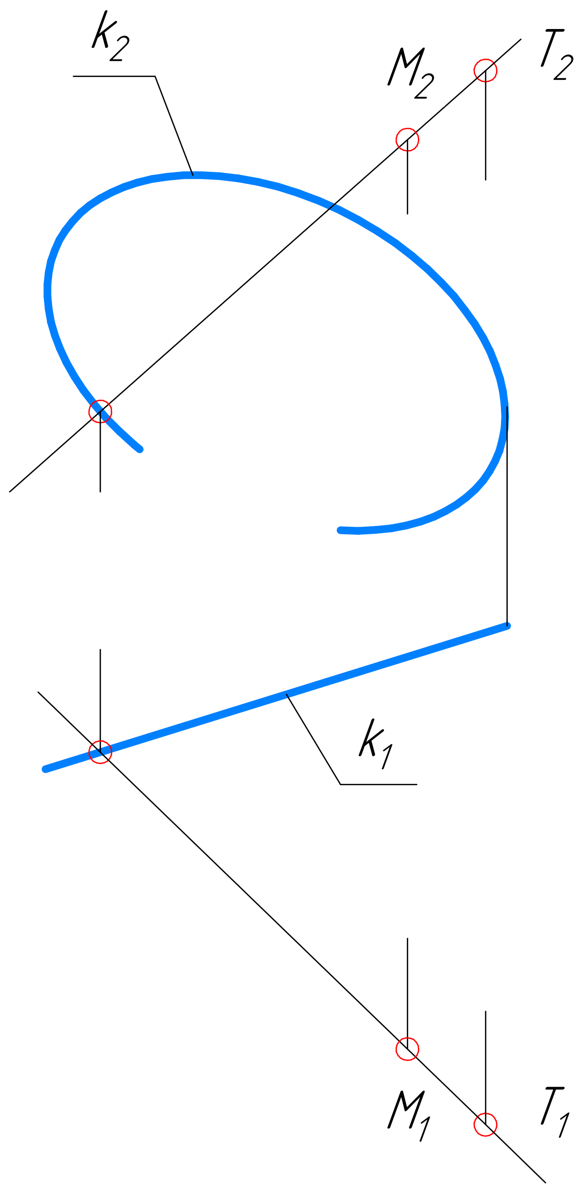
Задание поверхности на комплексном чертеже

Критерий заданности поверхности – чертеж поверхности позволяет однозначно решать ОПЗ в любой ее формулировке.

Элементарный чертеж поверхности – это комплексный чертеж определителя поверхности при условии, что известен закон её образования.

$$\Phi\{l\ (T,\ k)\ (l^i \supset T,\ l^i \cap k)\}$$



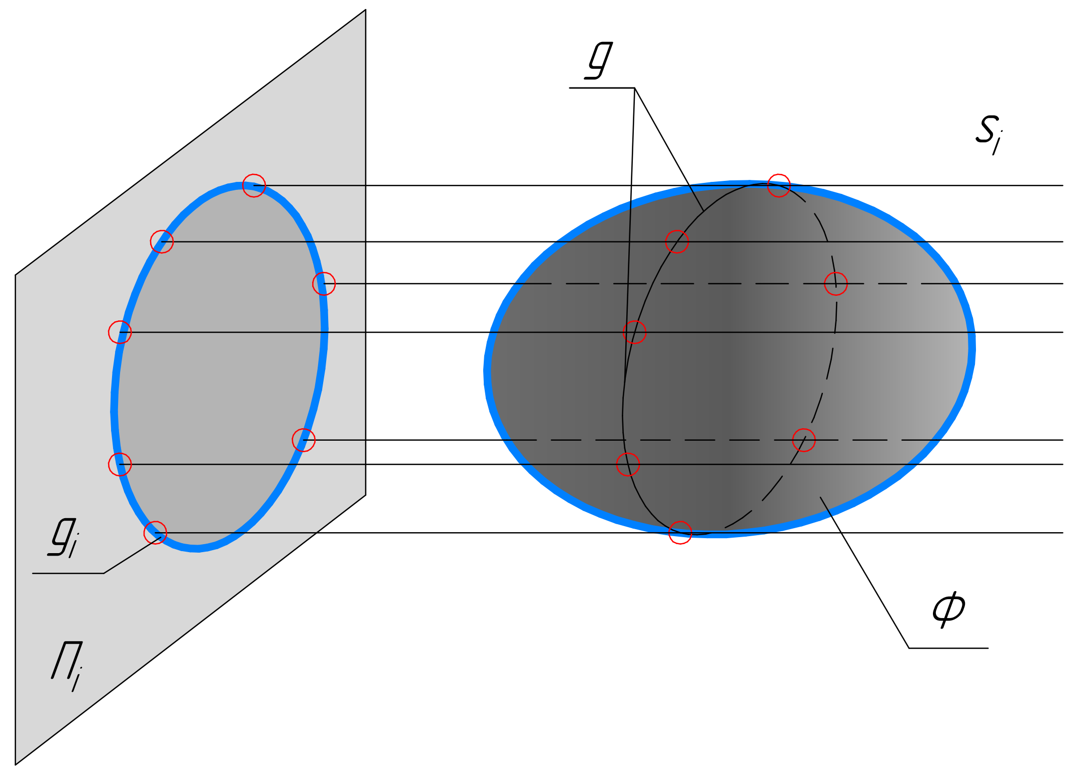


Основной чертеж поверхности/отсека – это элементарный чертеж поверхности, дополненный проекциями контурных линий:

а) точки касания поверхности проецирующим прямым;

б) линии обреза, границы отсеков поверхности;

в) ребра гранных поверхностей и т.д.



Задание поверхности на комплексном чертеже

Пример: коническая поверхность общего вида.

$$\Phi\{l\ (T,\ k)\ (l^i \supset T,\ l^i \cap k)\}$$

Поверхность считается тончайшей непрозрачной оболочкой.

Границы отсека: кривая k, точка T.

Контурные линии относительно Π_1:

– линии k, l^1, l^2, l^5, l^6, точка T

Контурные линии относительно Π_2:

– линии k, l^3, l^4, l^5, l^6, точка T

Точки разрыва направляющей:

– точки A, B.

Линии точек касания поверхности проецирующини прямыми,

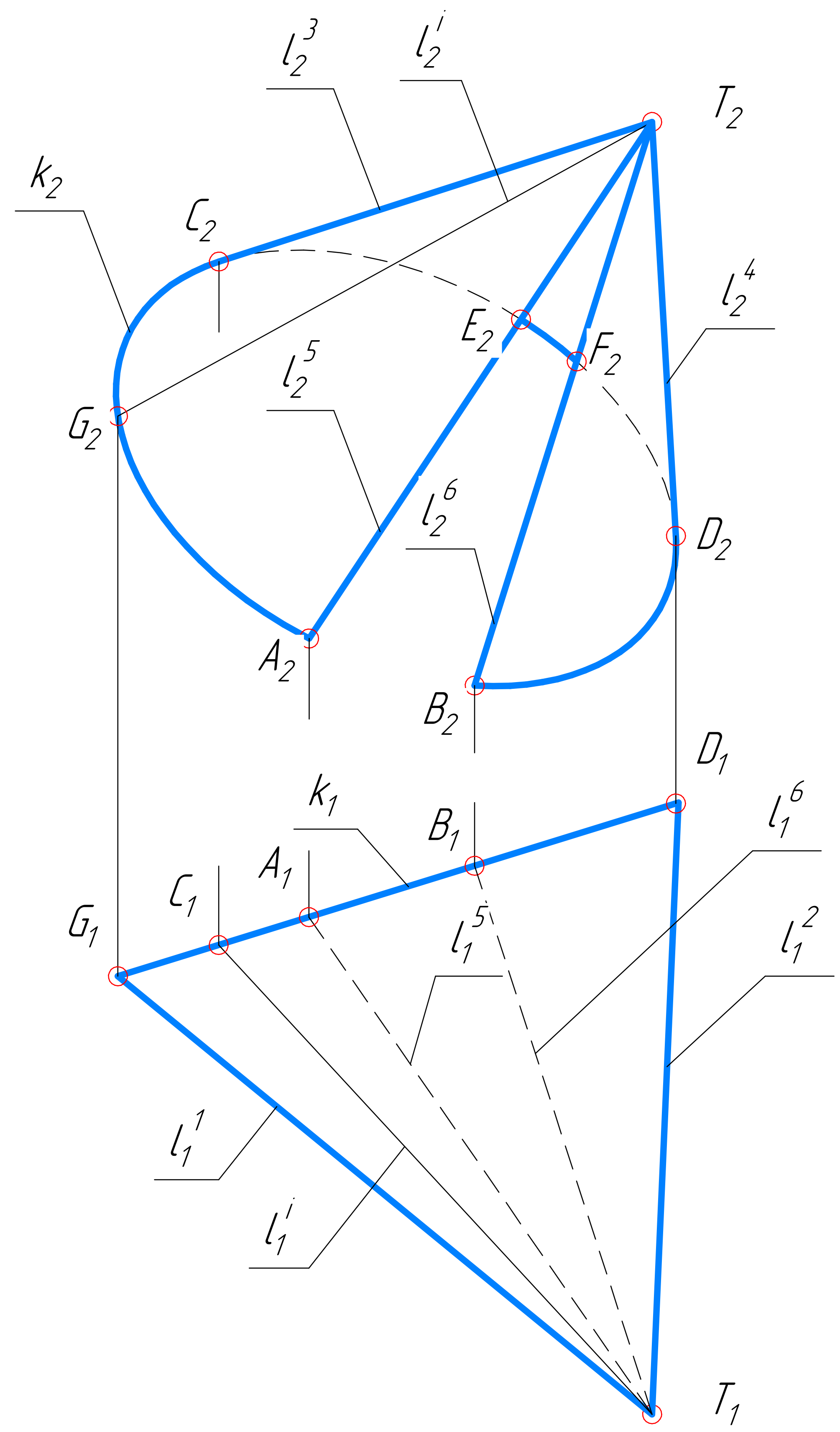
– перпендикулярными Π_1: образующие l^1, l^2

– перпендикулярными Π_2: образующие l^3, l^4

Крайние контурные линии:

– относительно Π_1: T, l^1, l^2, k

– относительно Π_2: T, l^3, дуга CA, отрезок AE, дуга EF, отрезок FB, дуга BD, l^4

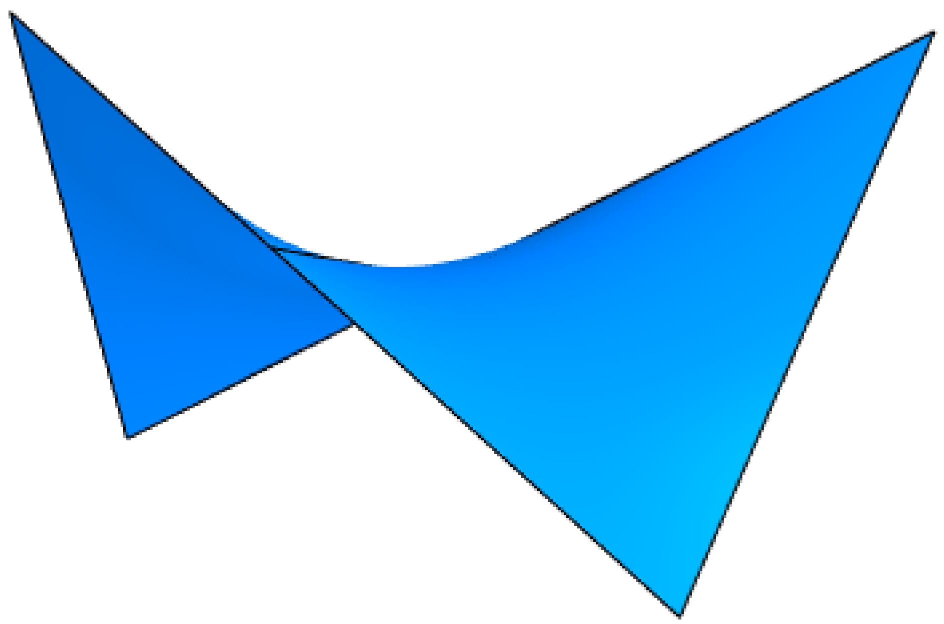


Проекции контурных линий образуют **очерк поверхности.**

Линейчатые поверхности

Линейчатая поверхность – *поверхность, образованная движением* <u>*прямой*</u> *линии.*

Прямые, принадлежащие этой поверхности, называются ***прямолинейными образующими****, а каждая кривая, пересекающая все прямолинейные образующие, –* ***направляющей*** *кривой..*



Алгоритм построения точки, принадлежащей линейчатой поверхности:

1. $l_i \subset \Phi$ – на поверхности Φ строится обращующая l_i.
2. $M \subset l_i$ – на образующей строится точка M.

<u>*Плоскость*</u>

- $\Gamma\{l(a,b;a\cap b)\ (l'\cap a, l'\cap b)\}$
- $\Delta\{l(a,b;a\parallel b)\ (l'\cap a, l'\cap b)\}$
- $\Sigma\{l(a,A;A\not\subset a)\ (l'\cap a, l'\supset A)\}$, a,b – прямые

<u>*Коническая поверхность*</u>

<u>*Пирамидальная поверхность*</u>

$\Phi\{l\ (T,\ k)\ (l'\supset T,\ l'\cap k)\}$

<u>*Цилиндрическая поверхность*</u>

<u>*Призматическая поверхность*</u>

$\Phi\{l\ (a,\ l)\ (l'\cap a,\ l'\parallel l)\}$

<u>*Поверхности Каталана*</u>

$\Phi\{(a,\ b,\ \Sigma)\ (l'\cap a,\ l'\cap b,\ l'\parallel \Sigma)\}$

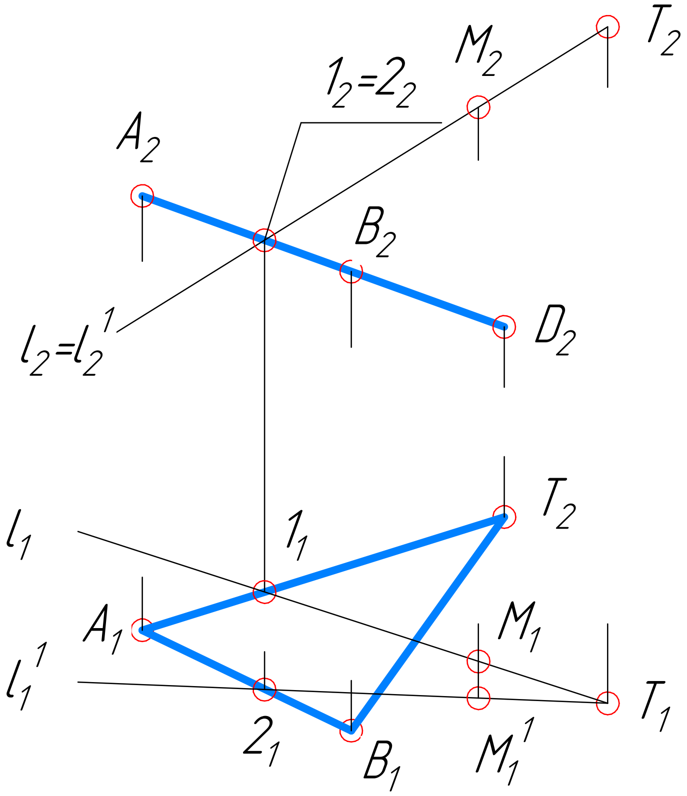
<u>*Поверхность с тремя направляющими*</u>

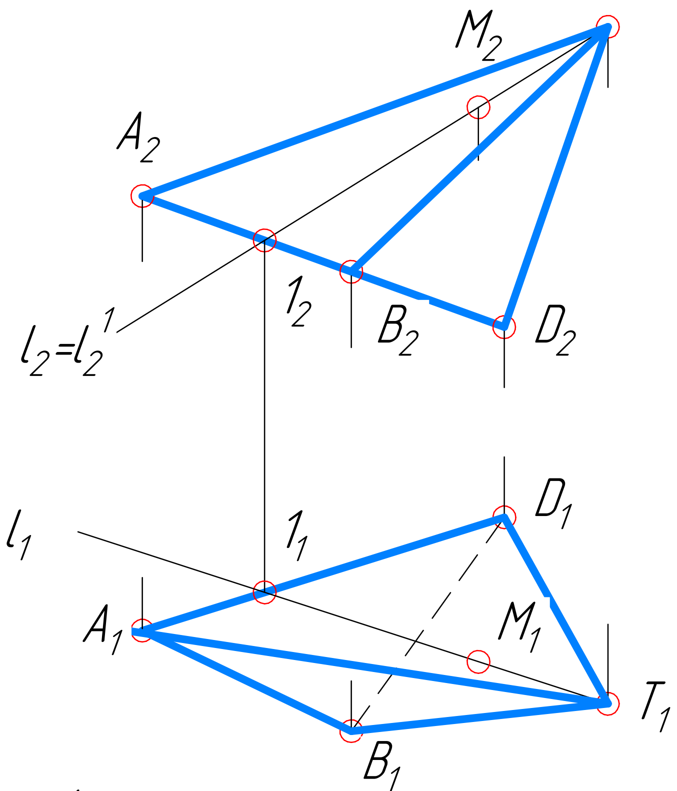
Коническая поверхность

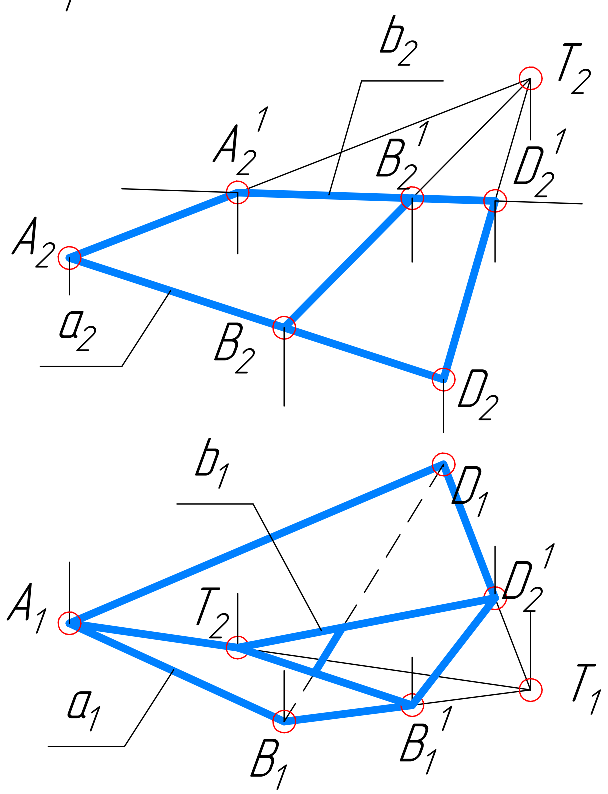
$\Phi\{l\ (T,\ k)\ (l^i \supset T,\ l^i \cap k)\}$, k – кривая линия

Пирамидальная поверхность

$\Phi\{l\ (T,\ k)\ (l^i \supset T,\ l^i \cap k)\}$, k – ломаная линия

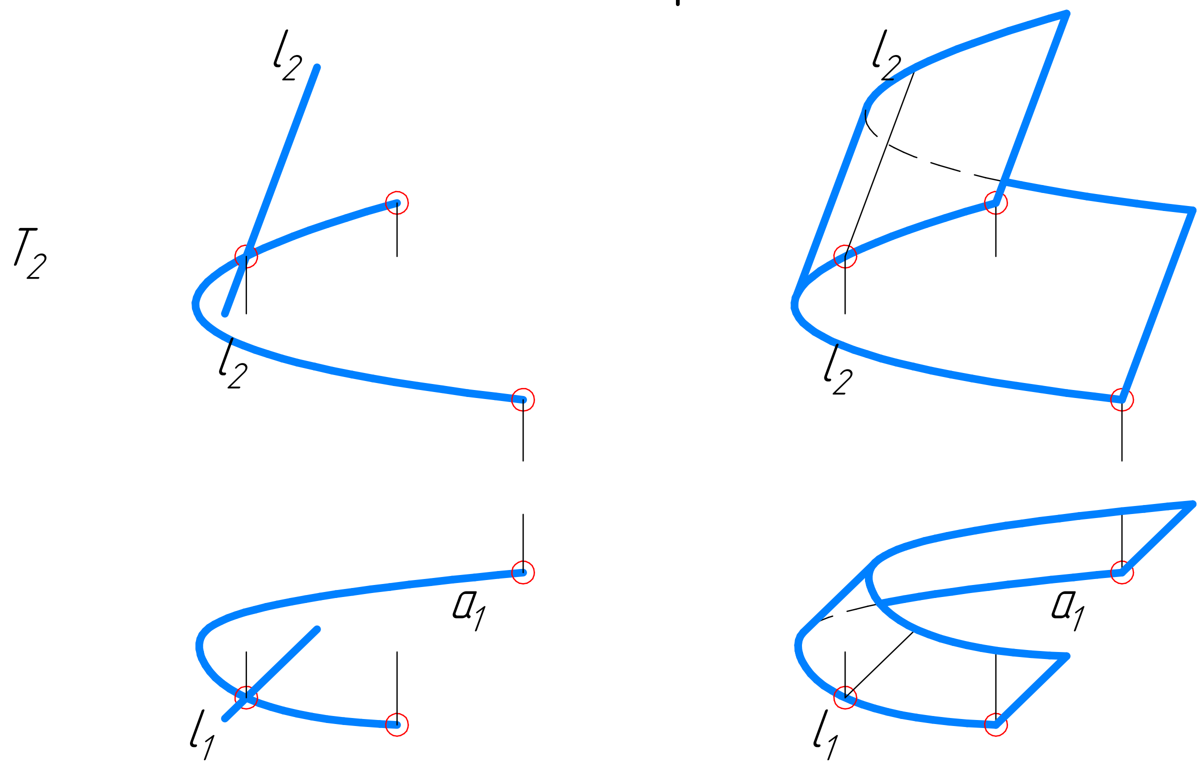






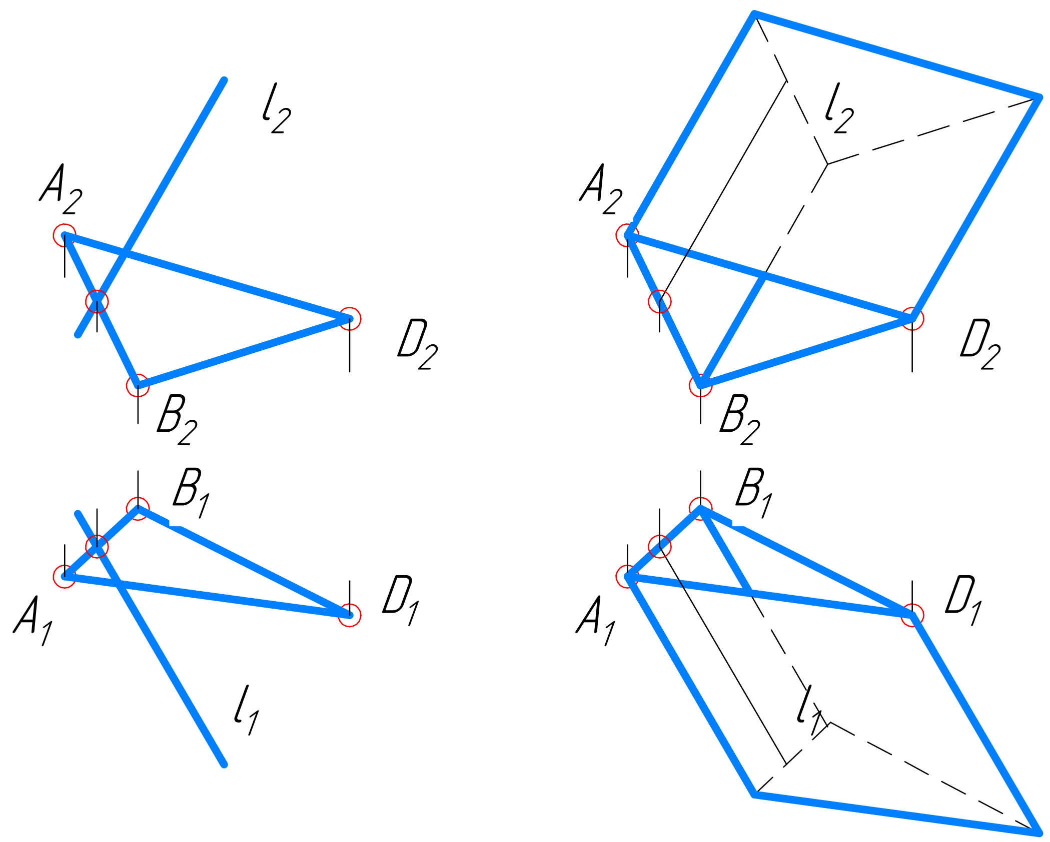
Цилиндрическая поверхность

$\Phi\{l\ (a,\ l)\ (l^i \cap a,\ l^i \parallel l)\}$, a – кривая линия



Призматическая поверхность

$\Phi\{l\ (a,\ l)\ (l^i \cap a,\ l^i \parallel l)\}$, a – ломаная линия



Решение позиционных задач на линейчатых поверхностях

Задана призматическая поверхность

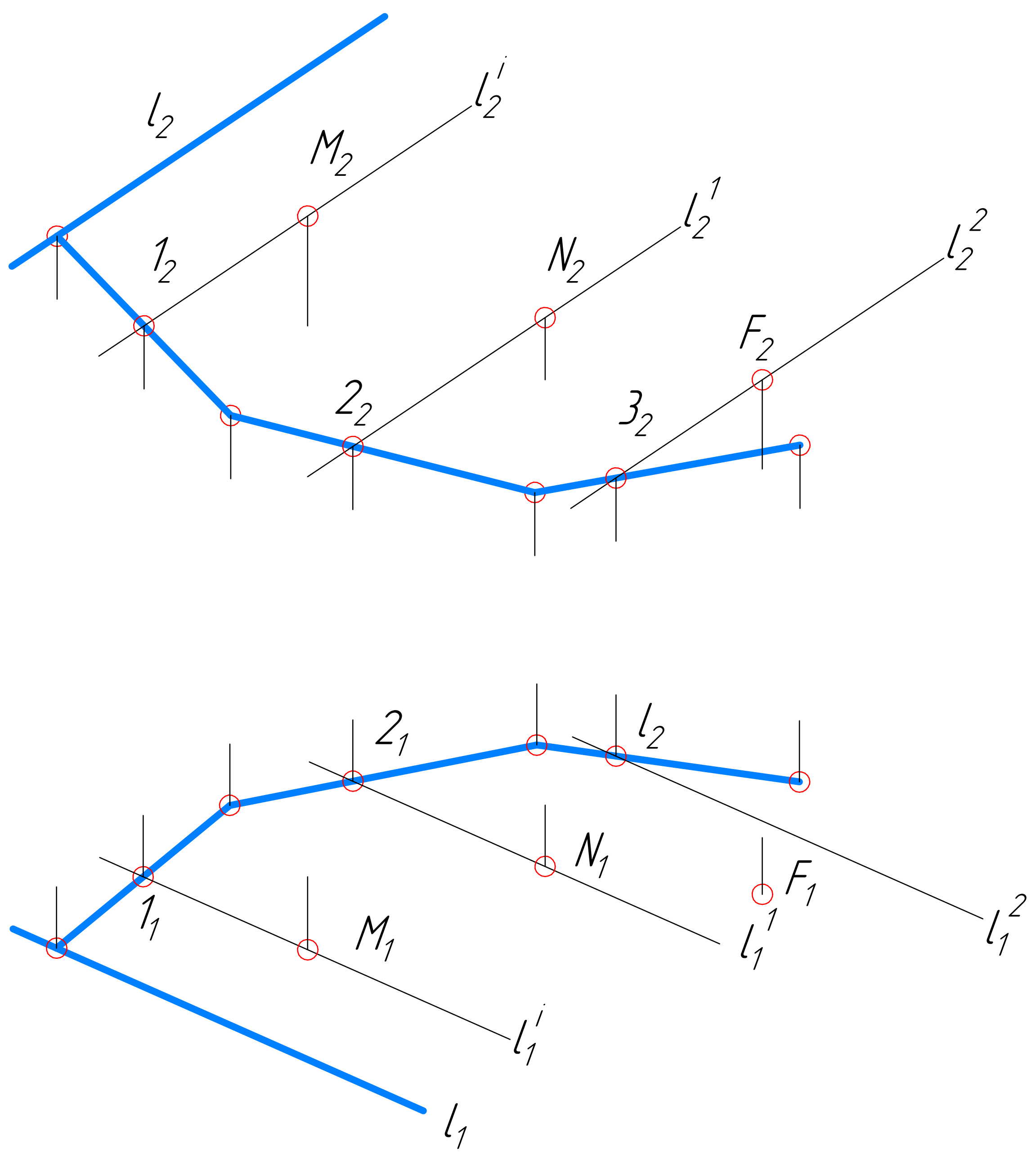
$\Phi\{l\ (a,\ l)\ (l^{i} \cap a,\ l^{i} \parallel l)\}$, a – ломаная линия.

Построить:

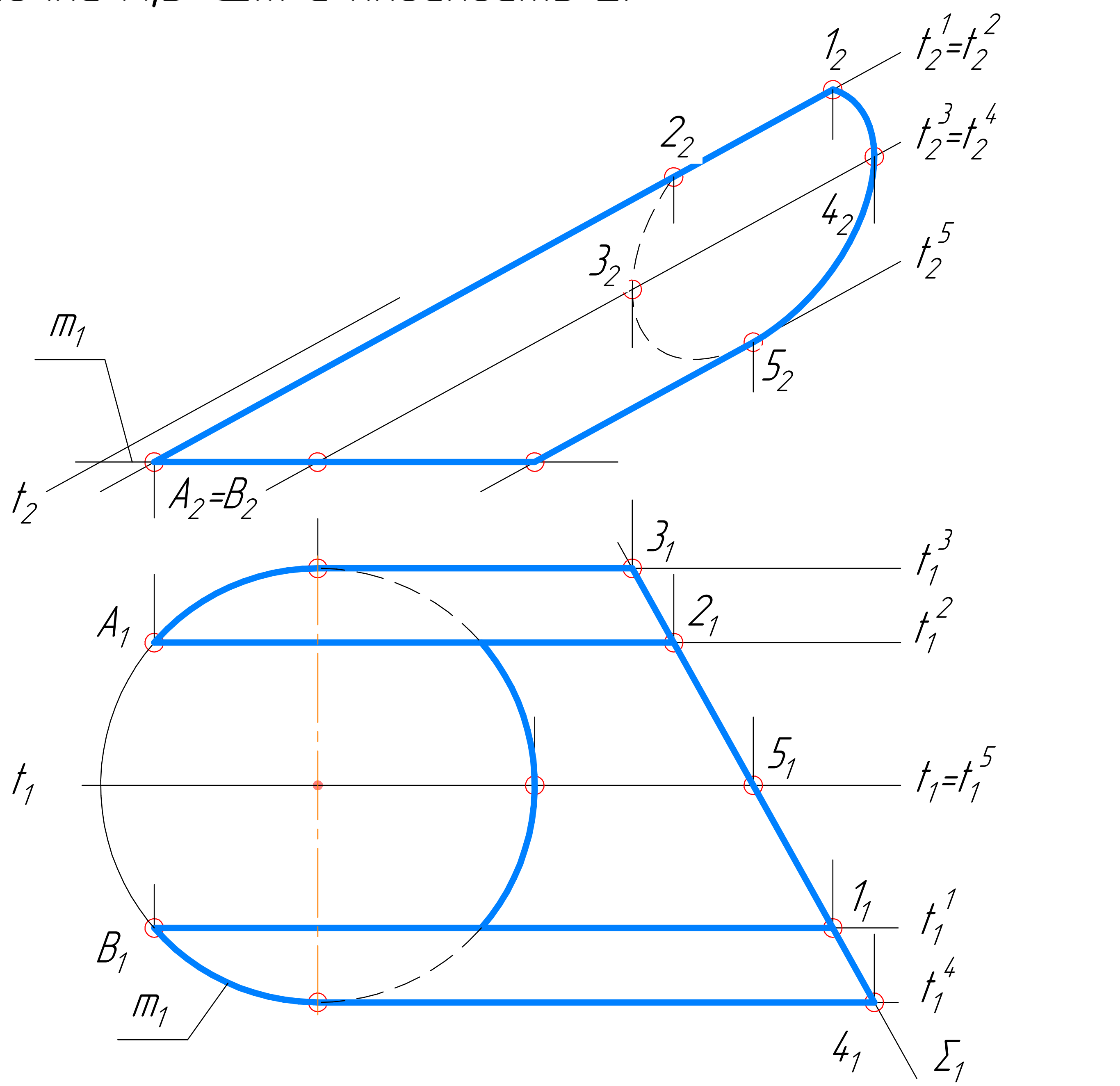
1) проекцию произвольной точки $M \subset \Phi$.

2) проекцию N_2 точки $N \subset \Phi$ по исвестной N_1.

Определить, принадлежит ли Φ точка F.



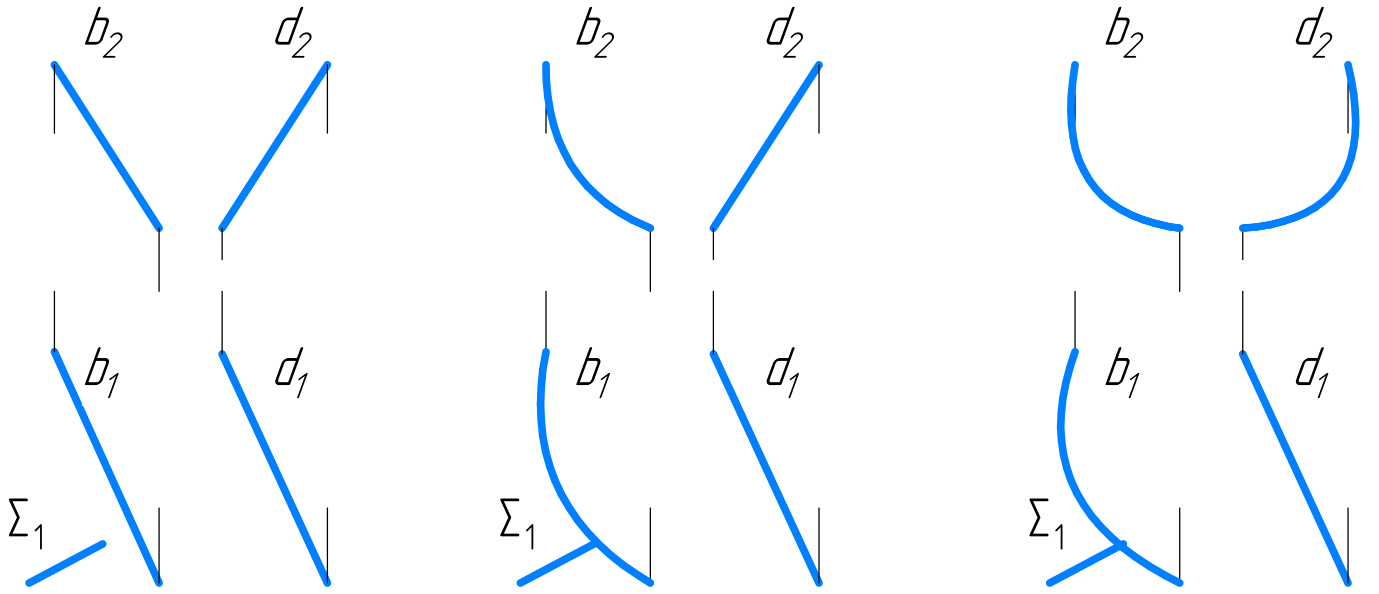
Построить основной чертеж отсека цилиндрической поверхности $\Phi\{t\ (m,\ t)\ (t \cap m,\ t^{i} \parallel t)\}$, границами которого являются направляющая m, образующие t^1, t^2, пересекающие m в точках A, B, и линия k, лежащая в плоскости $\Sigma \perp \Pi_1$, если задан элементарный чертеж поверхности (m,t), точки $A,B \subset m$ и плоскость Σ.



Поверхности Каталана

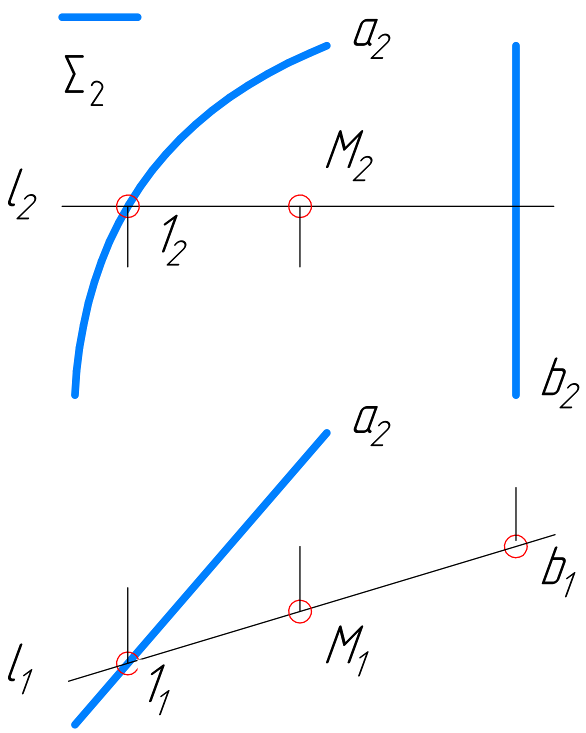
Поверхность Каталана – линейчатая поверхность с плоскостью параллелизма.

$$\Phi\{(a,b,\Sigma)\ (l^i \cap a,\ l^i \cap b,\ l^i \parallel \Sigma)\}$$

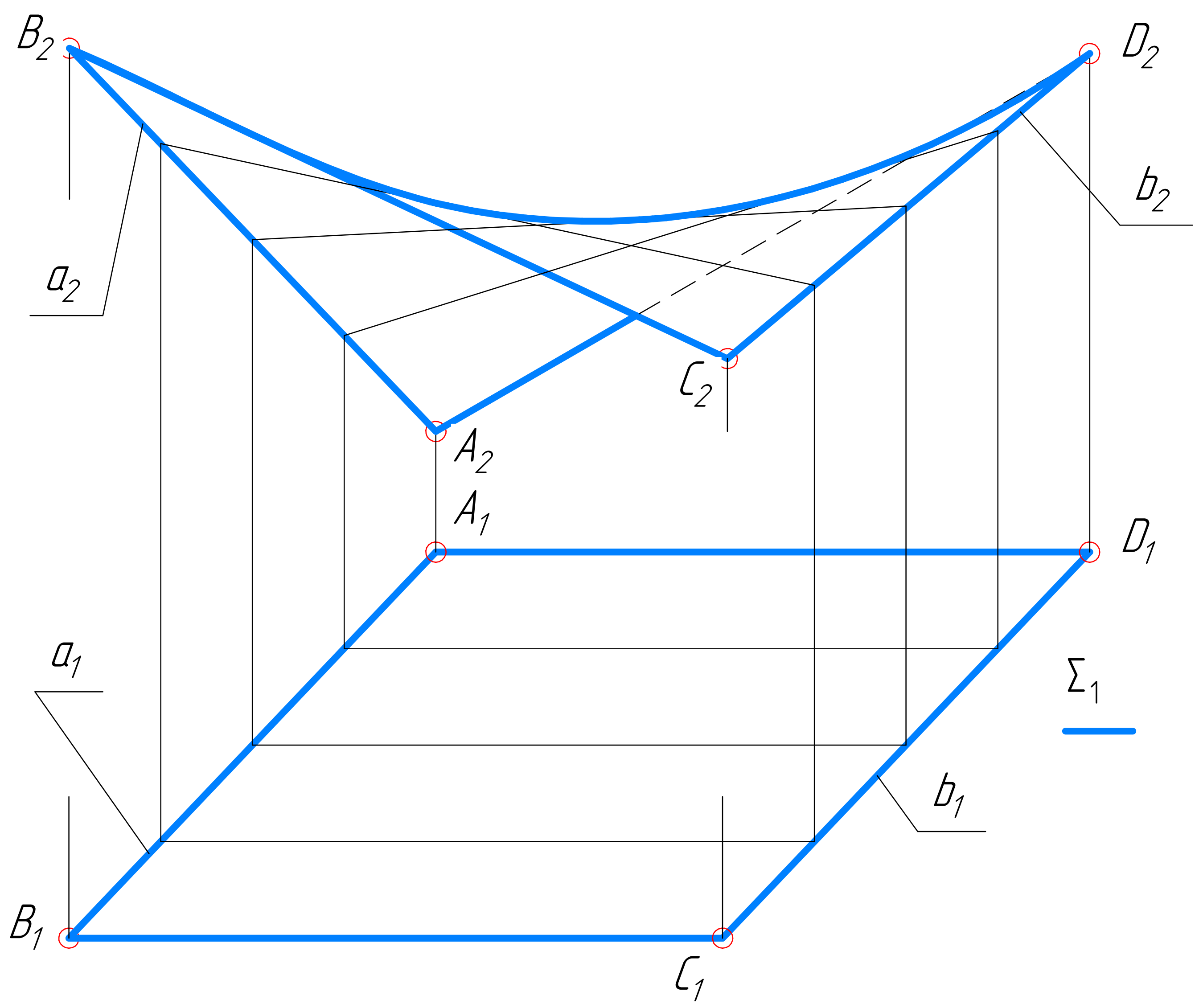


гиперболический параболоид (косая плоскость)   *коноид*   *цилиндроид*

Гиперболический параболоид и коноид называют ***прямыми****, если прямолинейная направляющая перпендикулярна плоскости параллелизма.*



Построить основной чертеж отсека гиперболического параболоида $\Phi\{t\ (a,\ b,\ \Sigma \parallel \Pi_2)\ (t^i \cap a \wedge b;\ t^i \parallel \Sigma)\}$, границами которого являются линии a, b и образующие t^1, t^2, проходящие через точки A, B $\subset$ a.



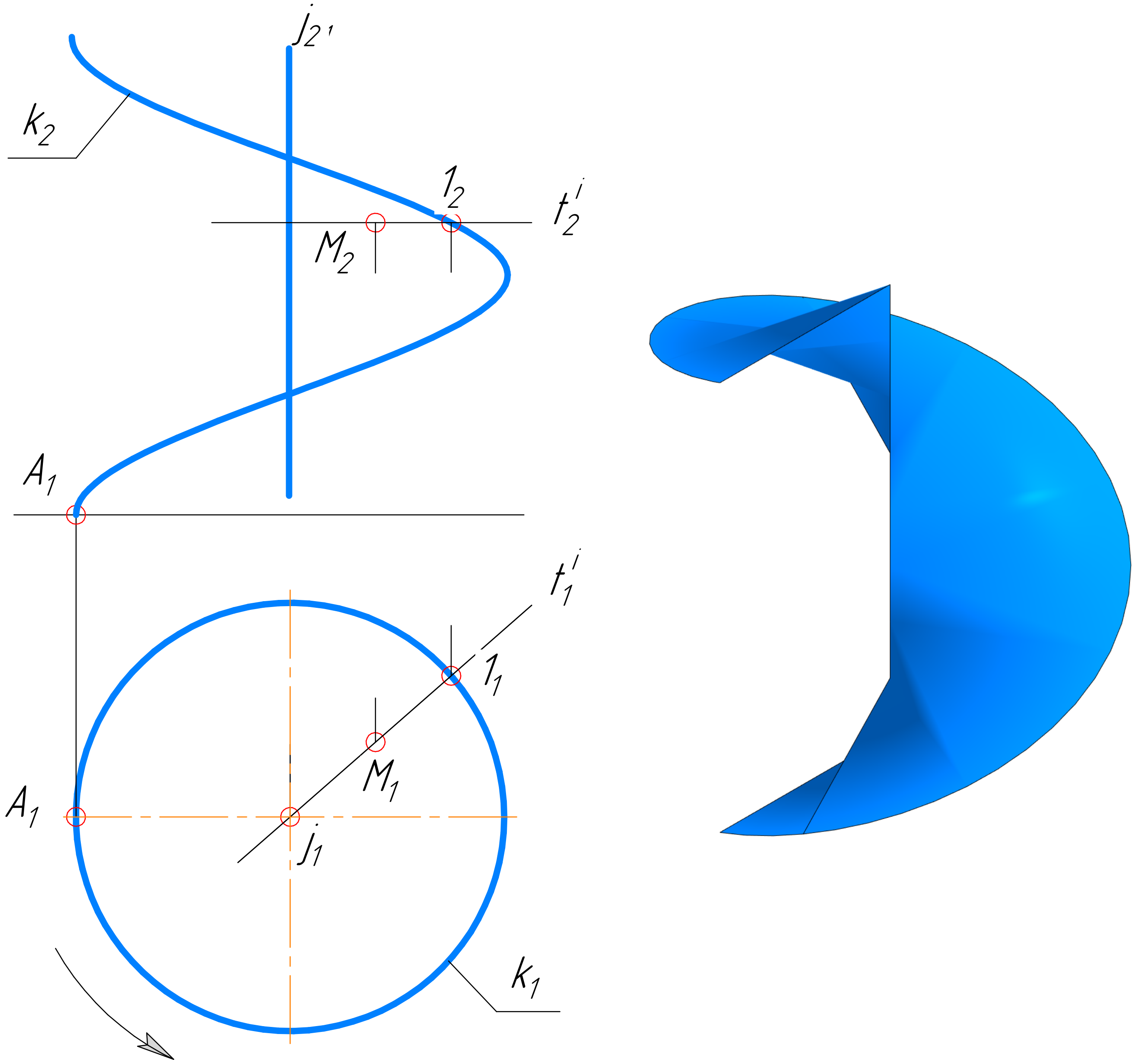
Линейчатые винтовые поверхности – геликоиды

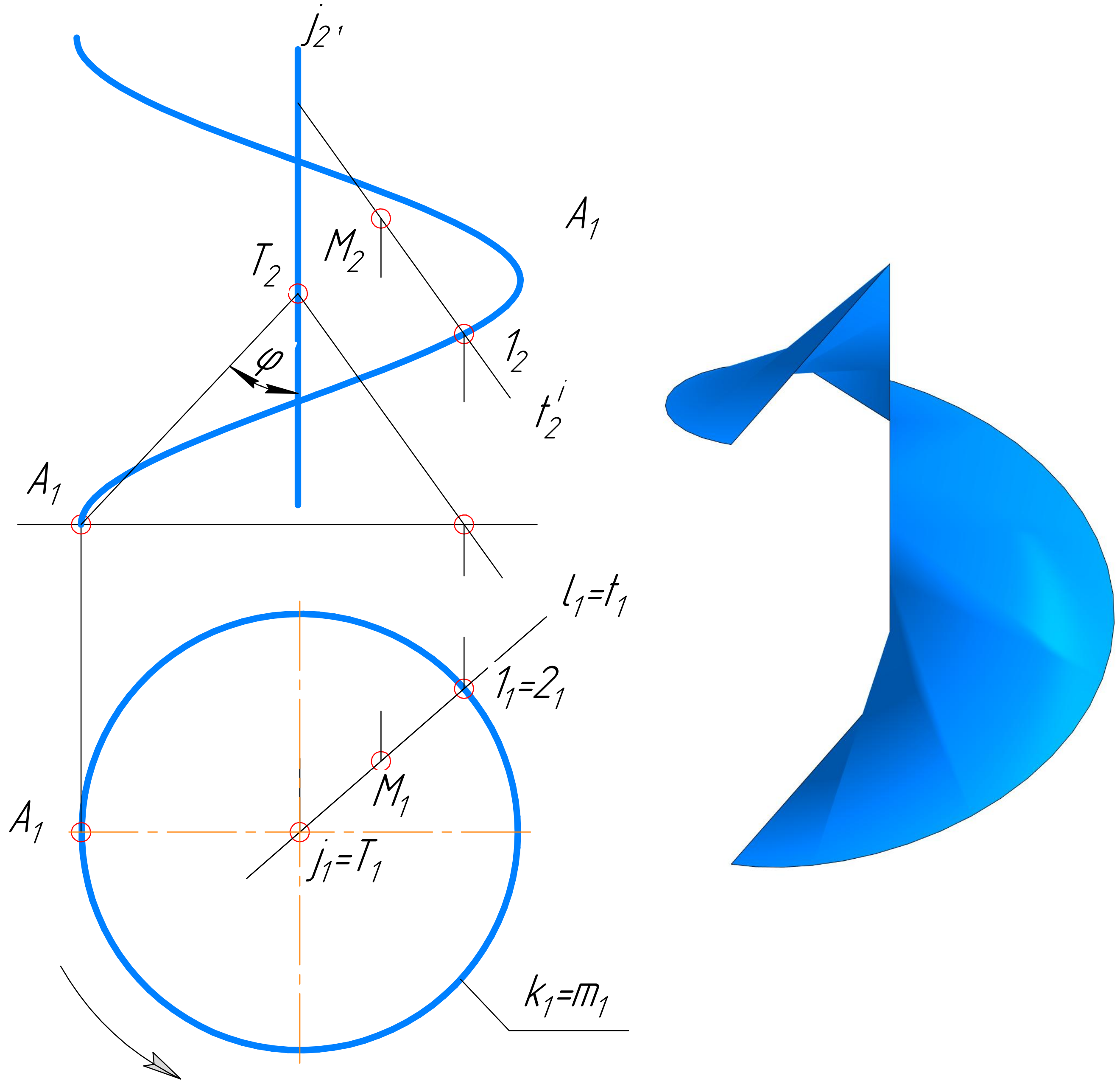
Формулы геликоида: $\Phi\{t\ (j,\ k, \varphi)\ (t^i \cap k;\ t^i \cap j;\ |t \wedge j = \varphi|)\}$,

– k – цилиндрическая винтовая линия;

– j – ось винтовой линии;

– φ – угол наклона образующей t^i к оси j.



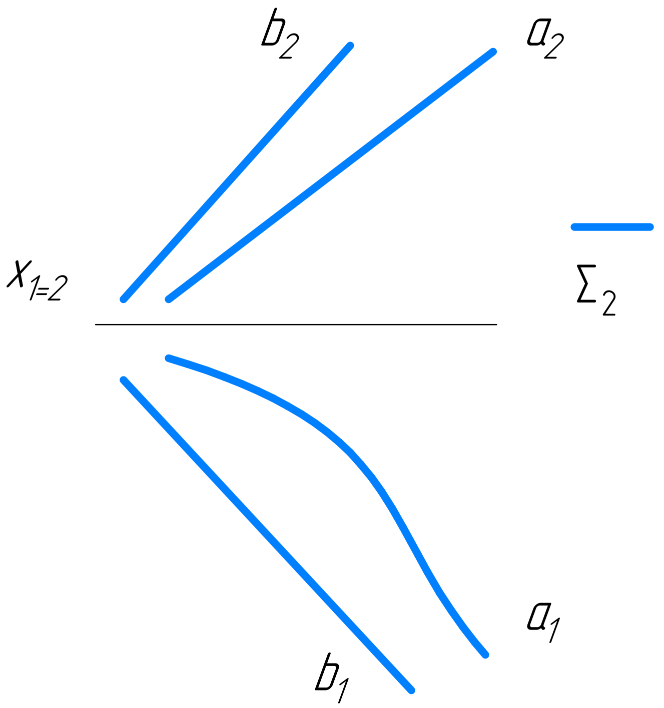


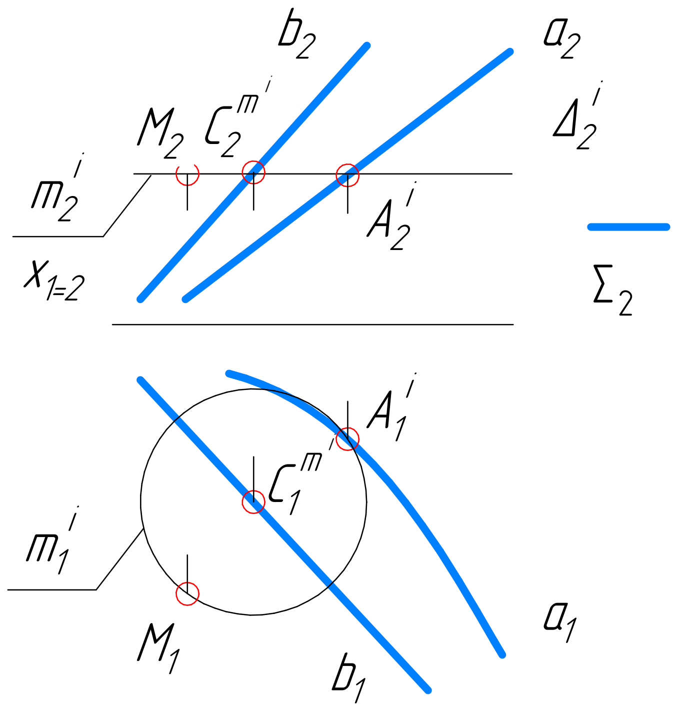
Циклические поверхности

Циклическая поверхность – поверхность, которая может быть образована перемещением окружности (переменного или постоянного радиуса).

$\Phi\{m(a,b,\Sigma)(m\cap a,\ C^{m^i}\subset b,\ m^i\subset\Delta^i\|\Sigma)\}$,

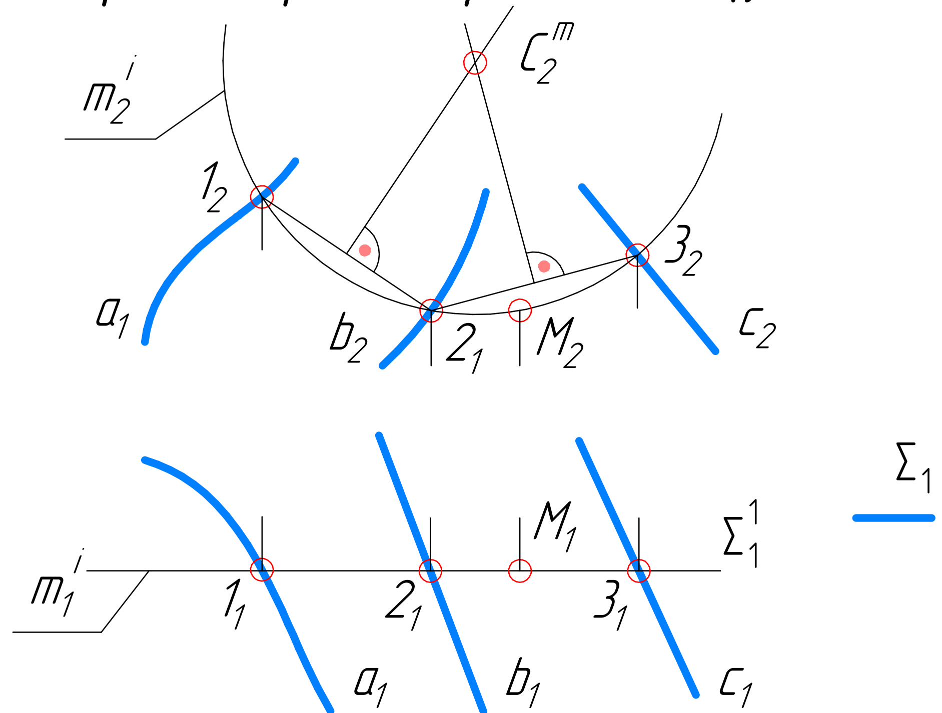
- Σ – плоскость параллелизма;
- b – линия центров;
- a – направляющая.



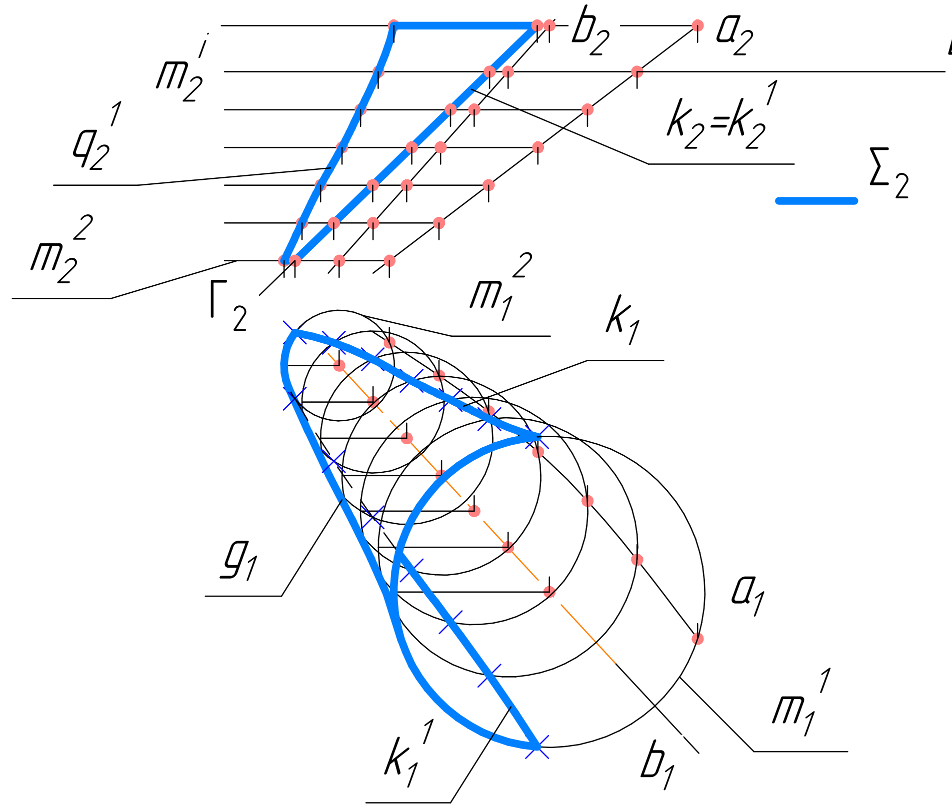


Элементарный чертеж циклической поверхности с тремя направляющими и плоскостью параллелизма

$\Phi\{m(a,b,c,\Sigma)(m^i\cap a,\ m^i\cap b,\ m^i\cap c,\ m^i\subset\Delta^i\|\Sigma)\}$



Построение отсека циклической поверхности



Каналовая поверхность:

$\Phi\{m(a,b)(m^i\cap a,\ C^{m^i}\subset b,\ m^i\subset\Sigma^i\perp b)\}$

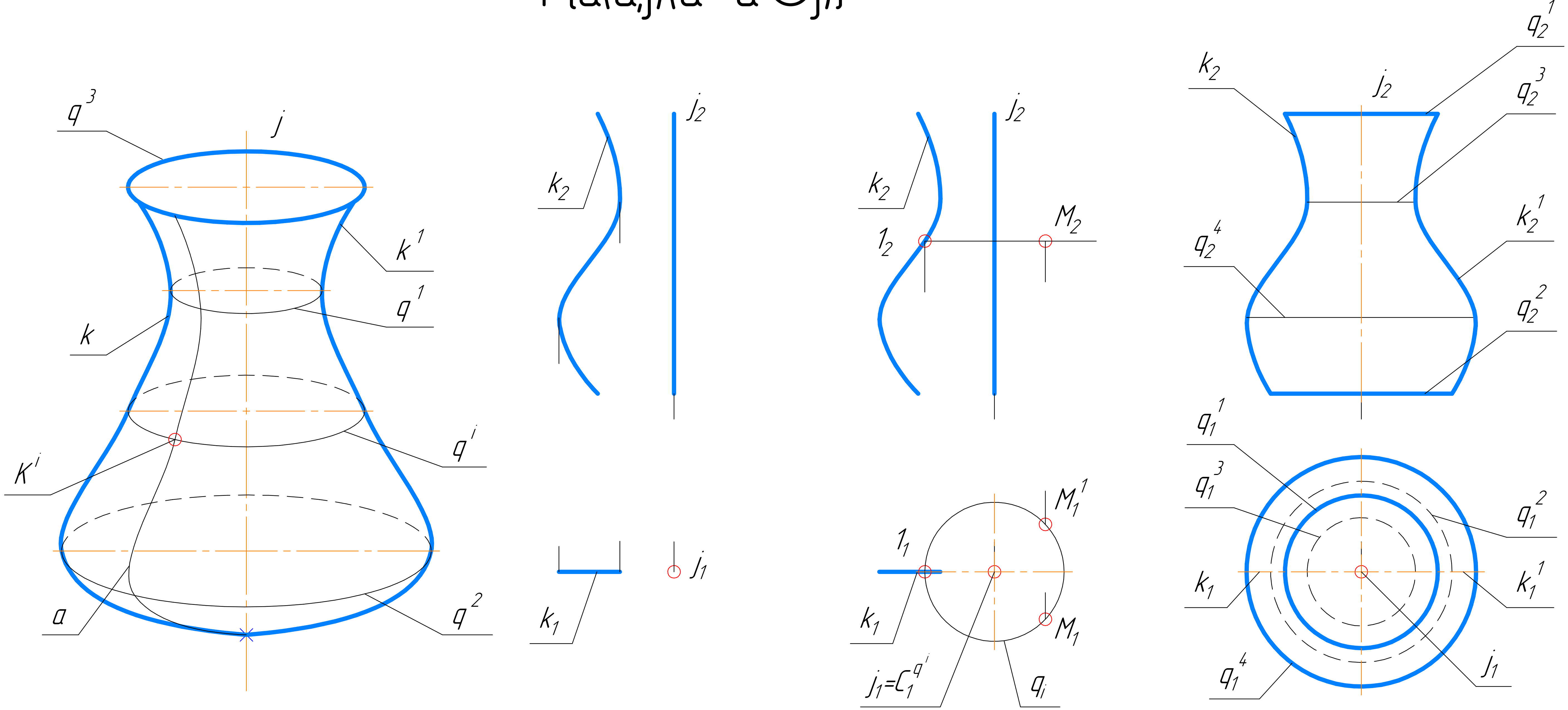
Трубчатая поверхность:

$\Phi\{m(b,\ R=const)(C^{m^i}\subset b,\ m^i\subset\Sigma^i\perp b,\ R^{m^i}=R)\}$

Поверхности вращения

Поверхность вращения – поверхность, которая может быть образована при вращении какой-то образующей линии a вокруг неподвижной оси j.

$$\Phi\{a(a,j)(a^{i}=a\circlearrowleft j)\}$$



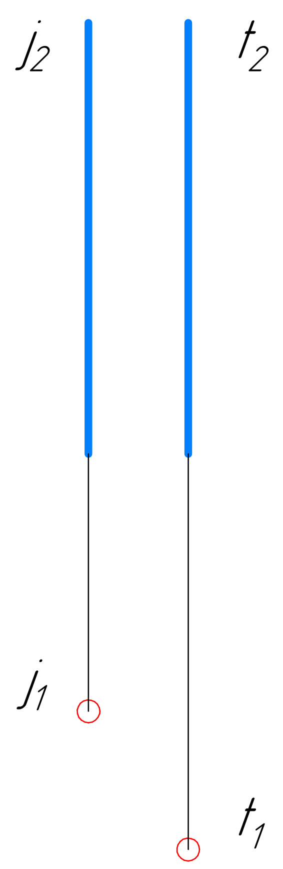
Линейчатые поверхности вращения

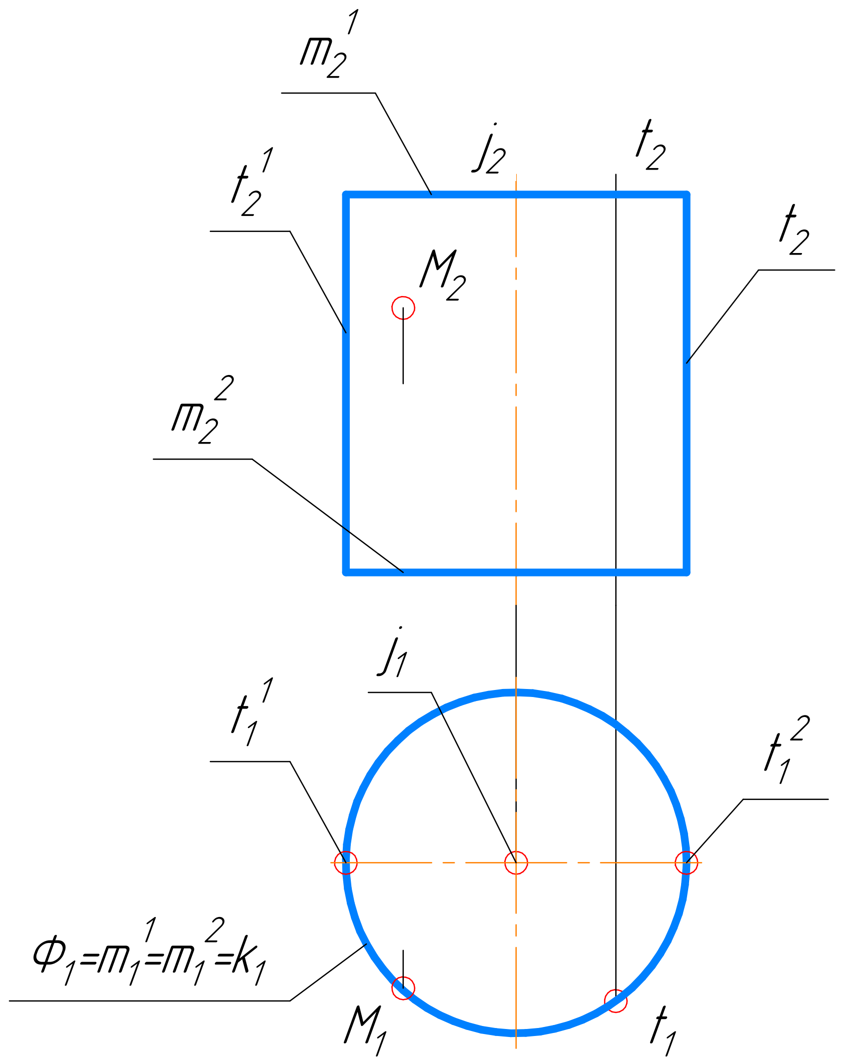
Линейчатая поверхность вращения Φ *образуется при вращении вокруг оси* j *прямой* t : $\Phi\{t(t,j)(t^i = t \circlearrowleft j)\}$

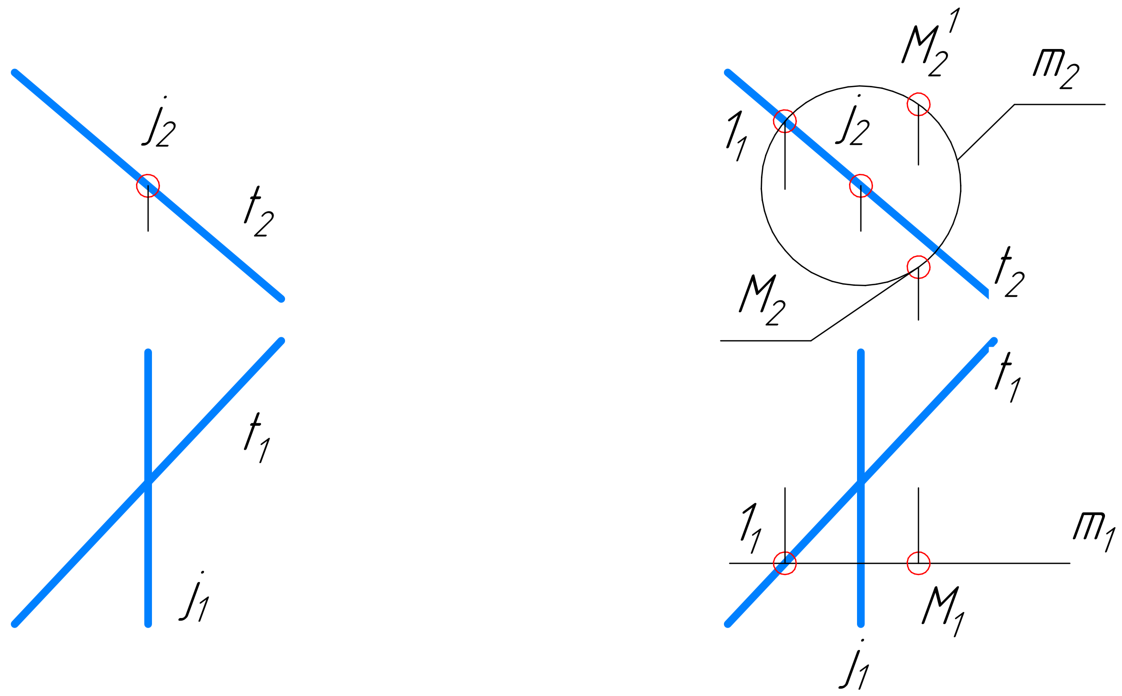
1) $t \parallel j$ – *цилиндрическая поверхность вращения;*

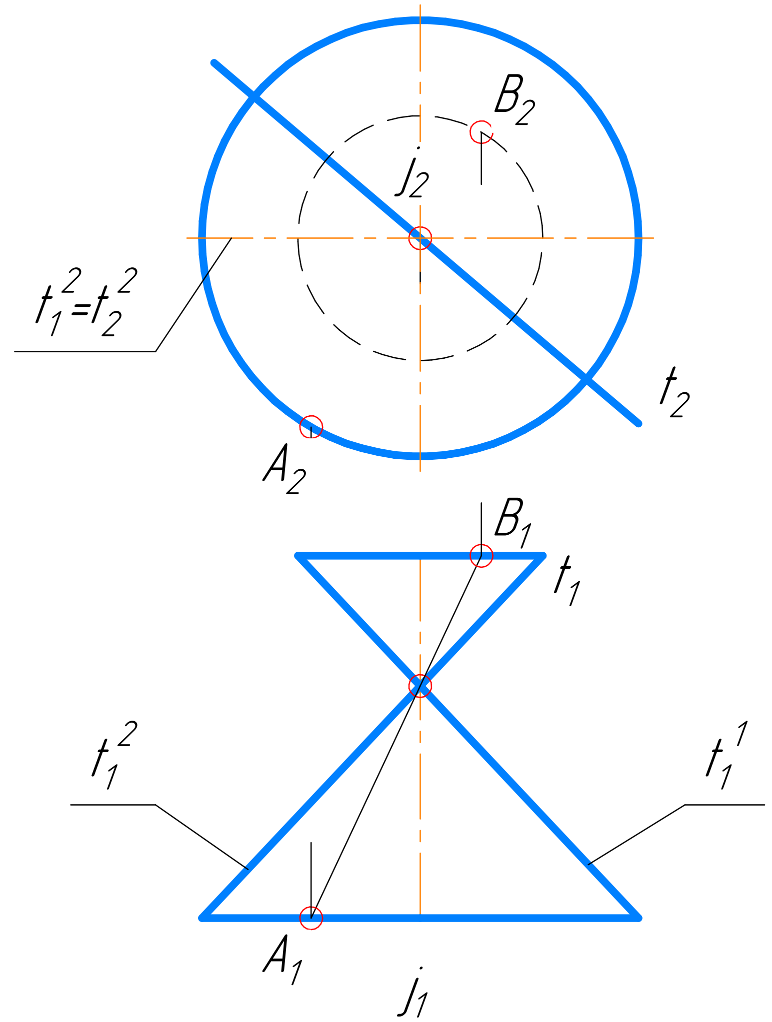
2) $t \cap j$ – *коническая поверхность вращения;*

3) $t \dot{=} j$ – *однополостной гиперболоид вращения.*



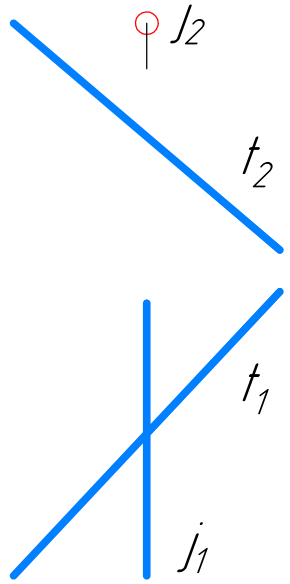


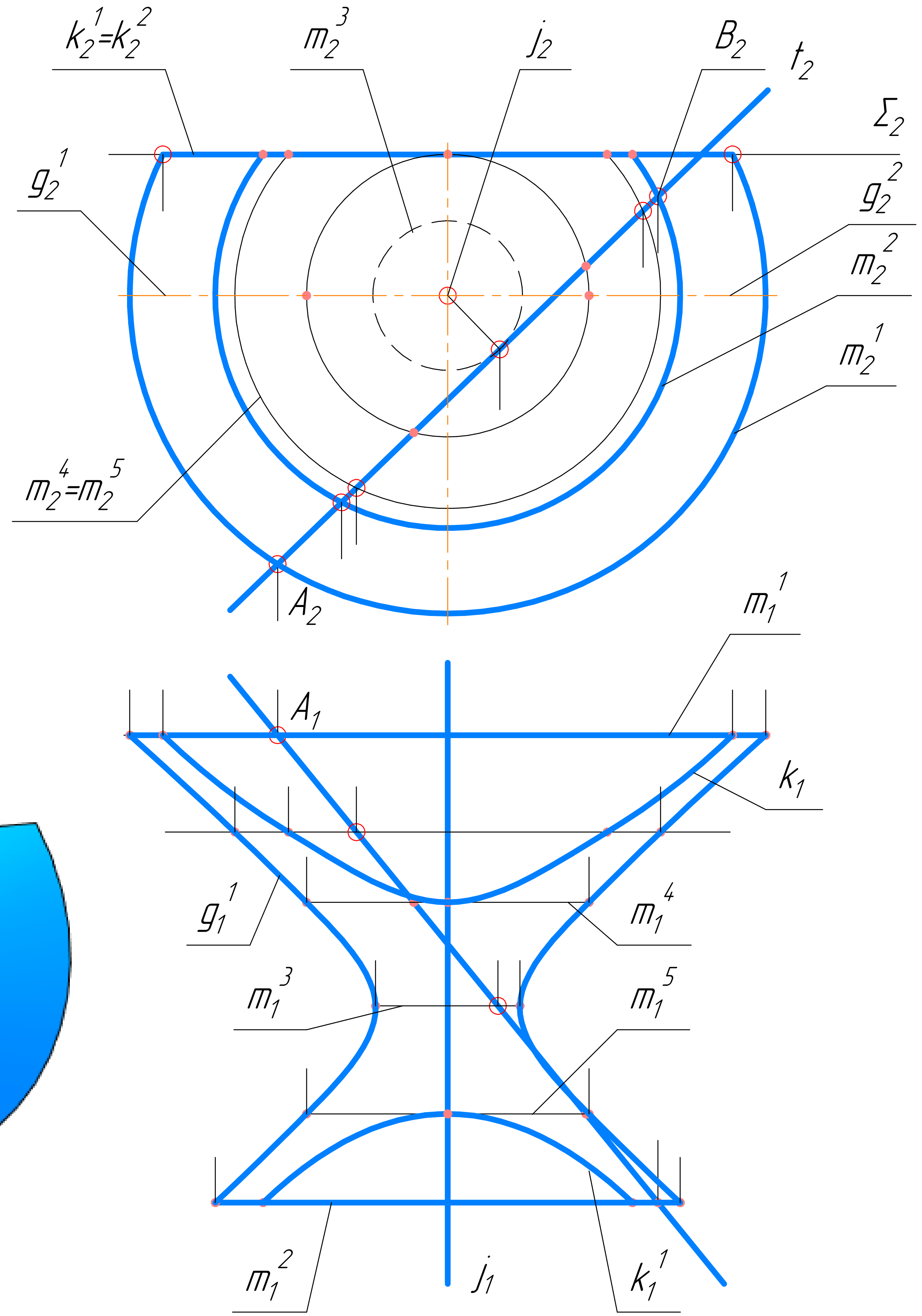


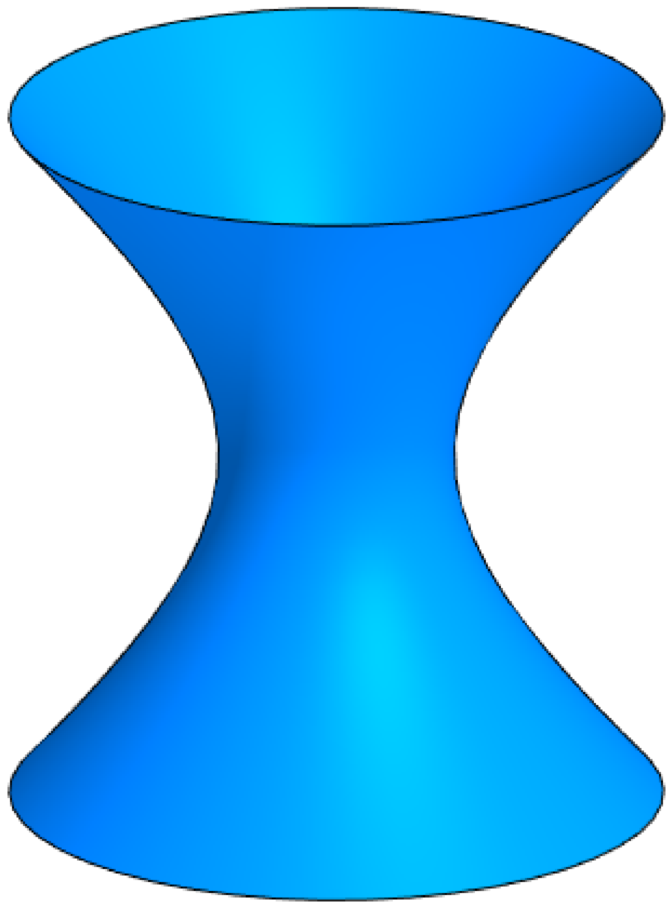


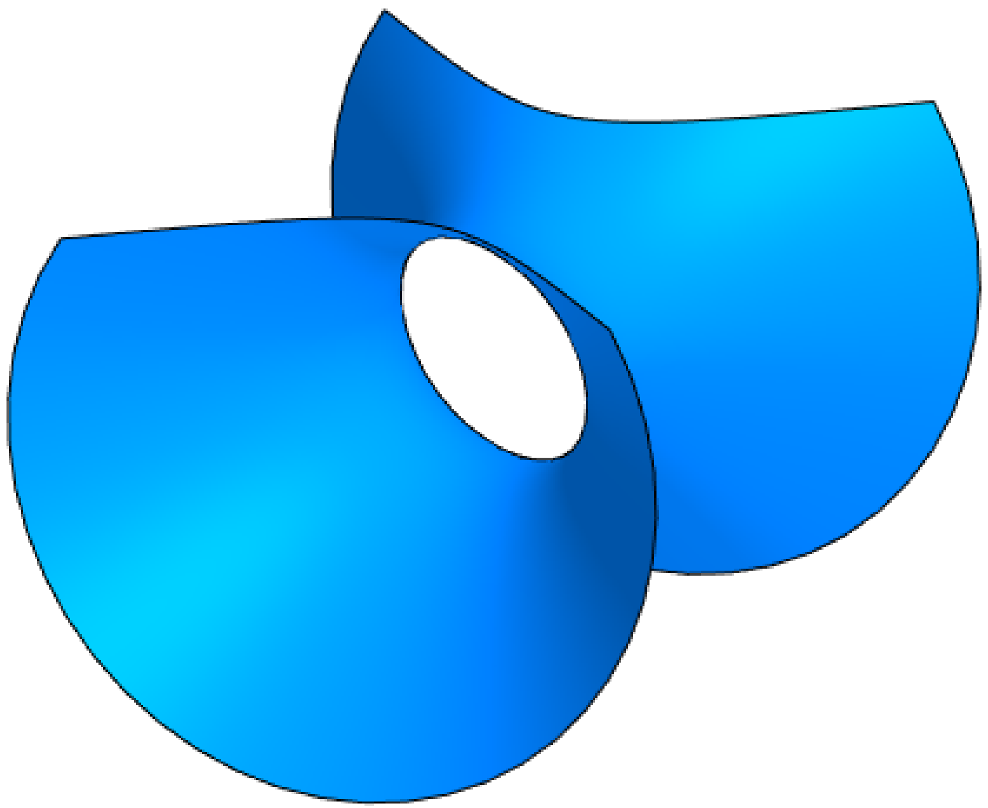
Линейчатые поверхности вращения: однополостной гиперболоид

Однополостной гиперболоид вращения Φ образуется при вращении вокруг оси j прямой t : $\Phi\{t(t,j)(t^i=t \circlearrowleft j)\}$, если t ∸ j – скрещивающиеся прямые.







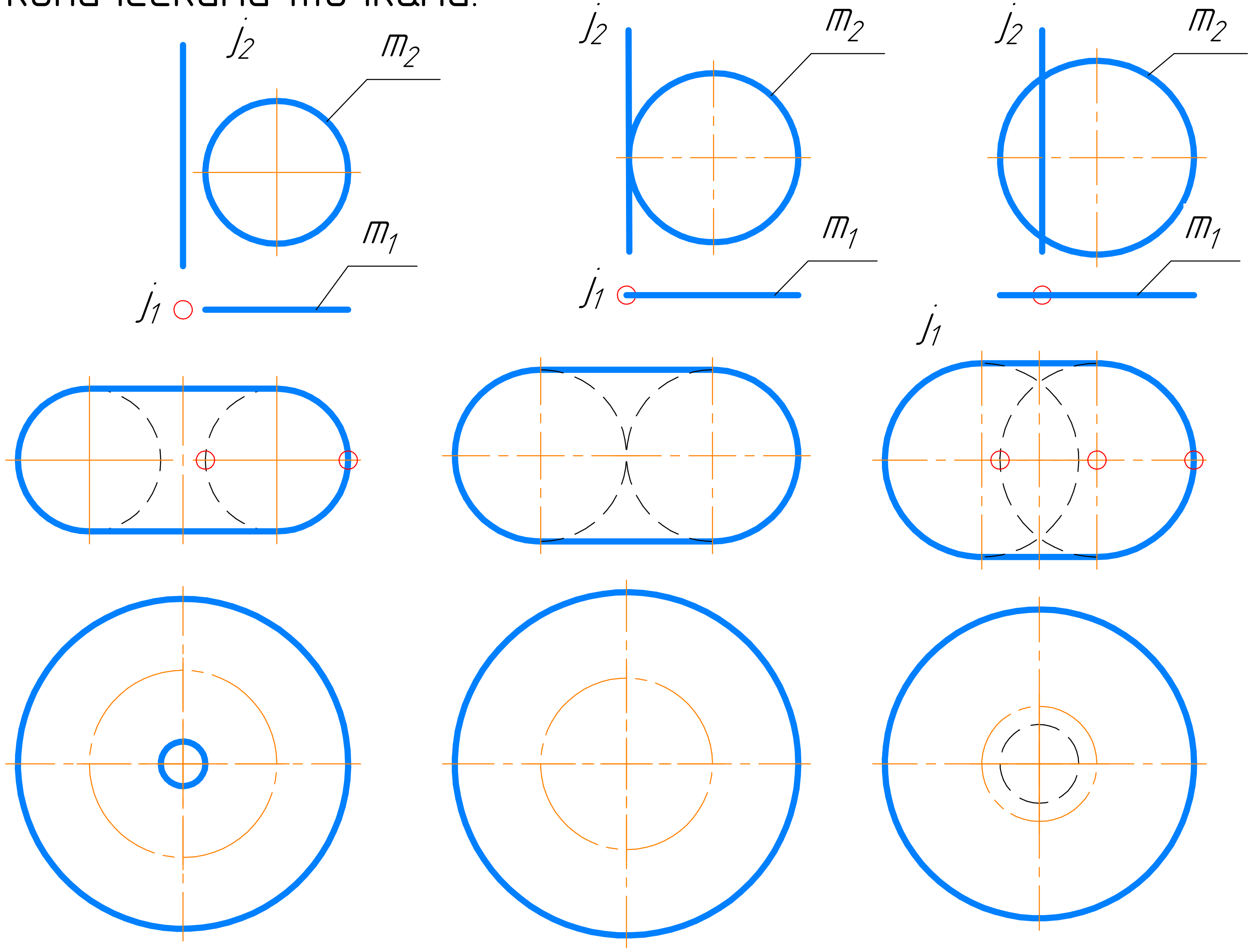


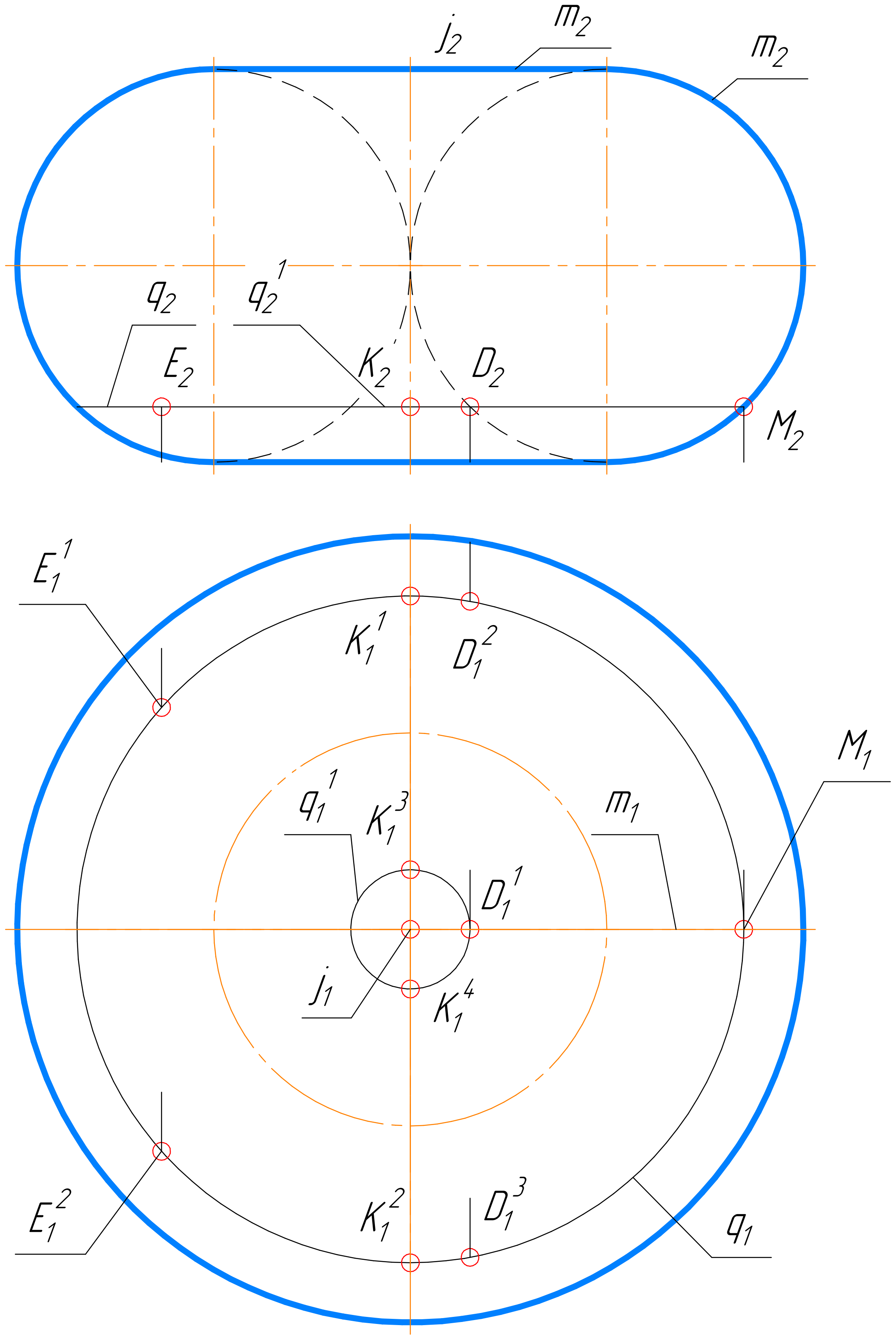
Циклические поверхности вращения: тор

Тор – поверхность, которая может быть образована при вращении вокруг оси окружности или ее дуги. Ось вращения и образующая окружность расположены в одной плоскости.

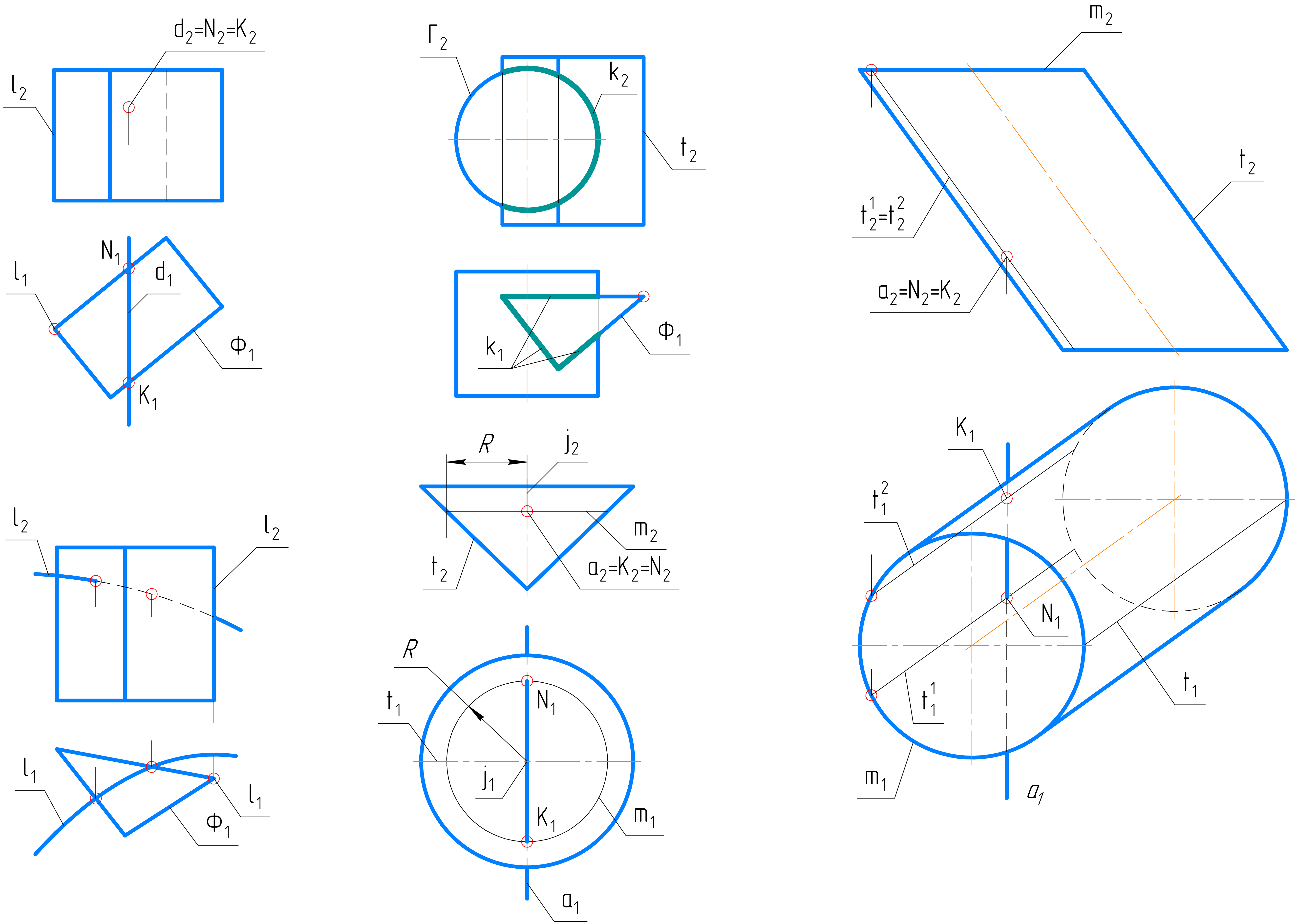
$\Phi\{m(m,j)(m=m\circlearrowleft j)\}$,

- m и j не пересекаются – открытый тор;
- m касается j – закрытый тор с одной конической точкой;
- m и j пересекаются – закрытый тор с двумя коническими точками.

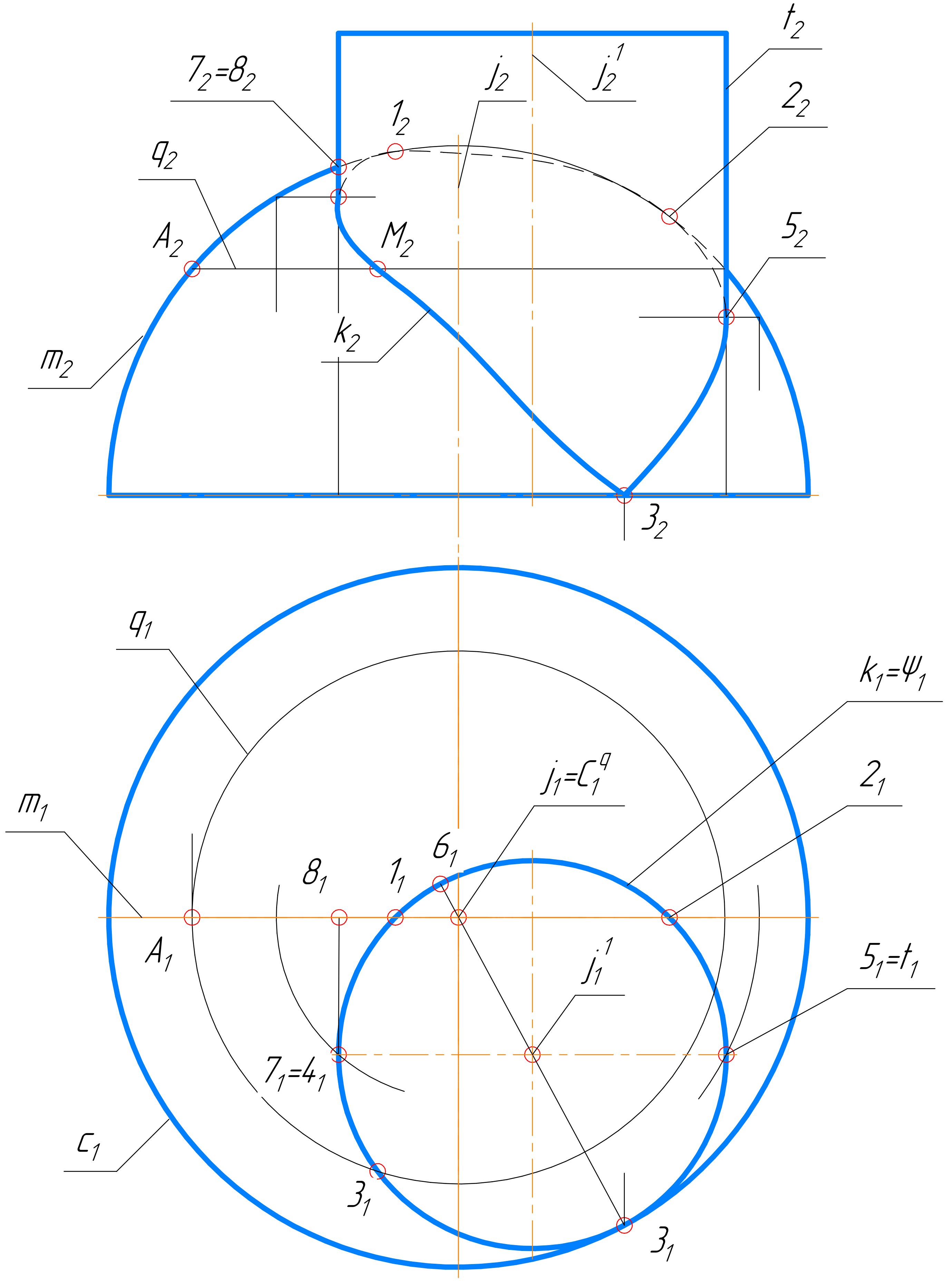




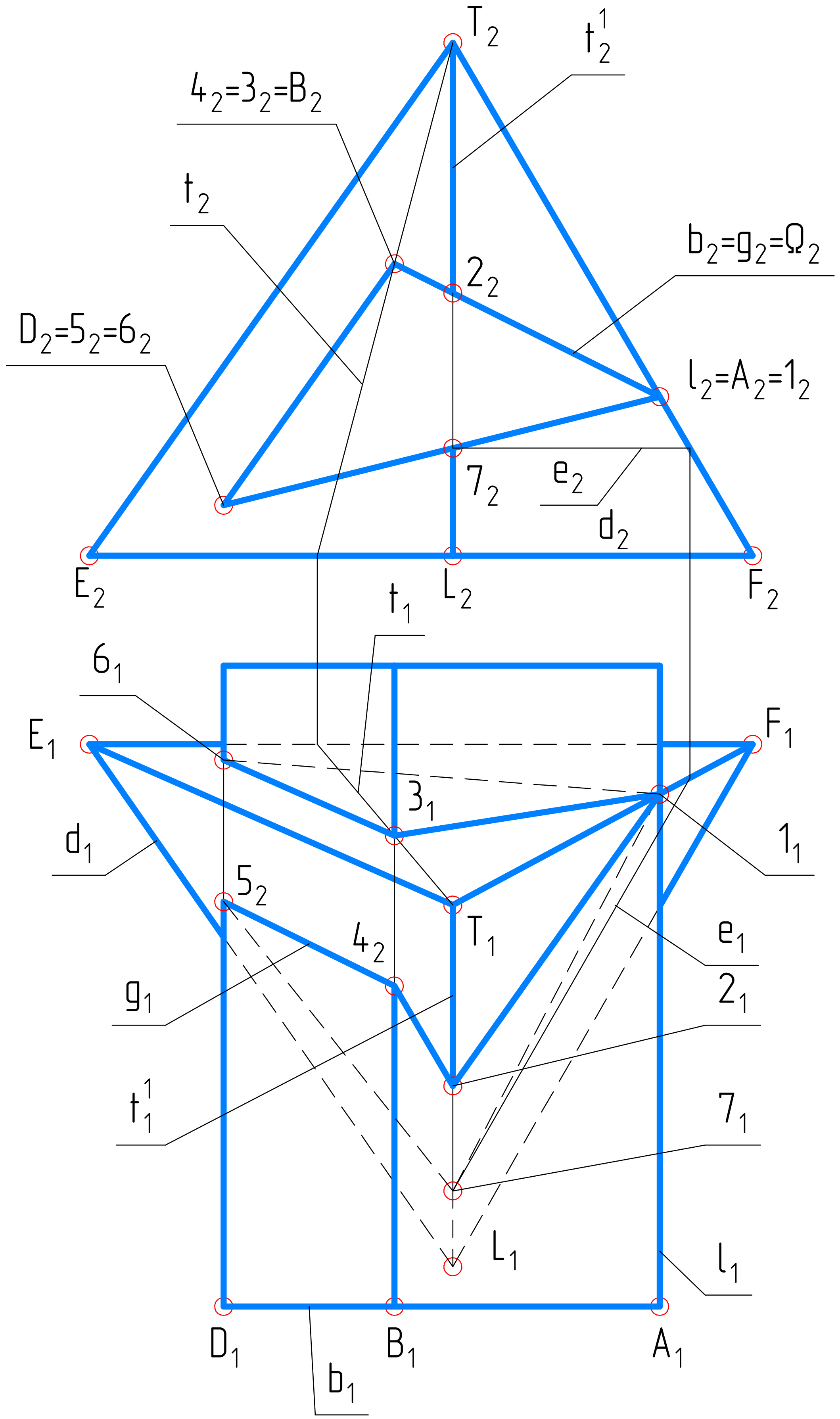
Главные позиционные задачи: продолжение

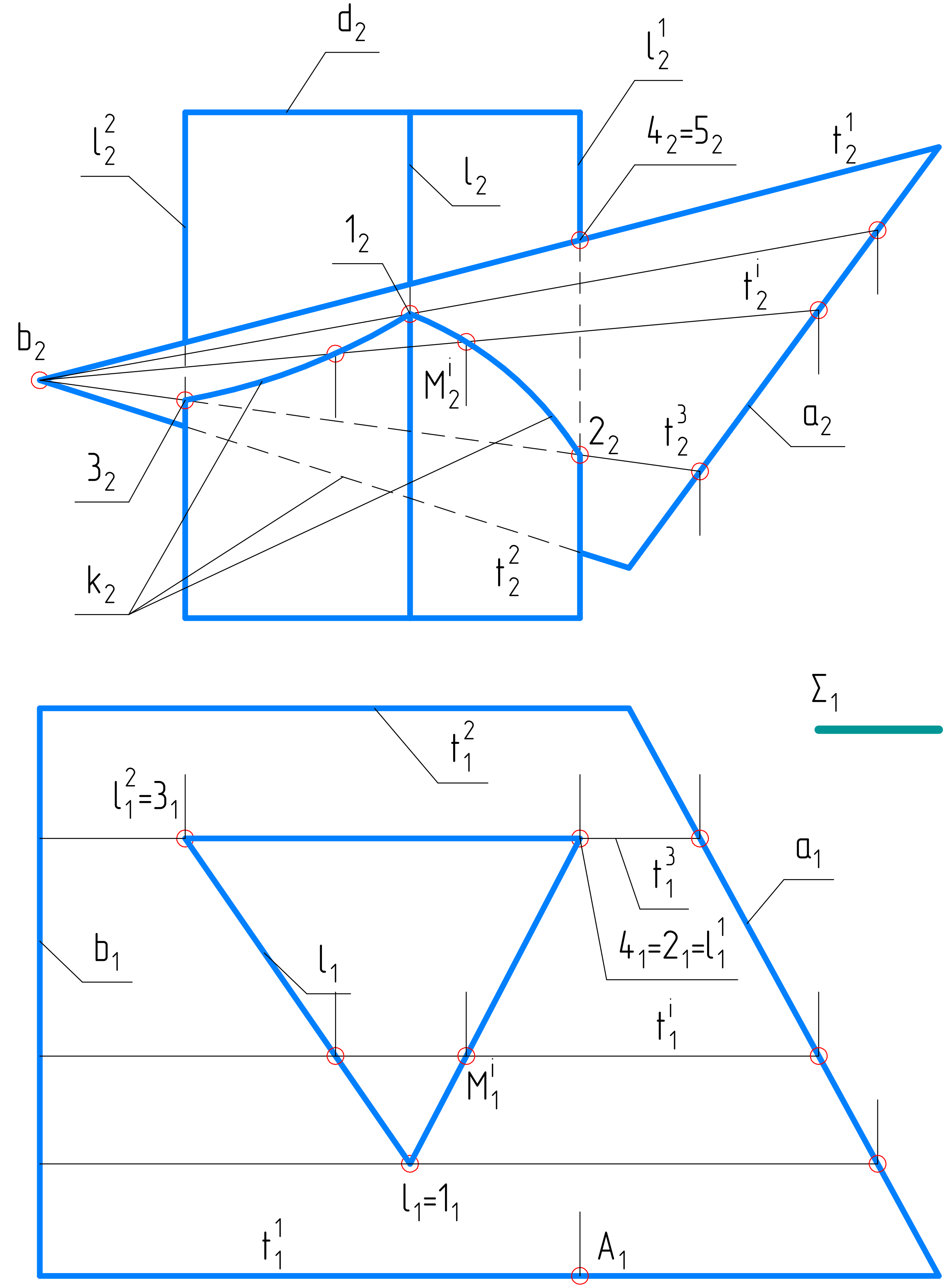


Главные позиционные задачи: продолжение

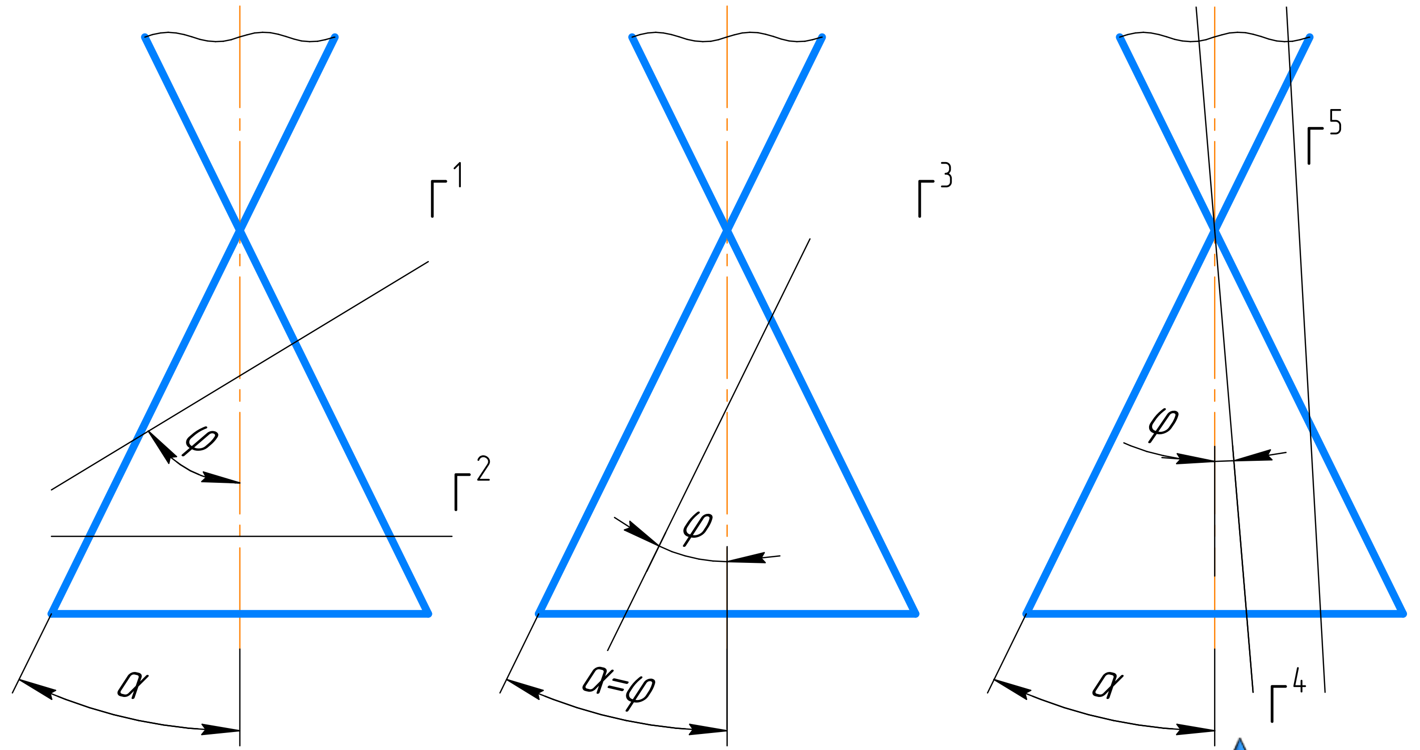


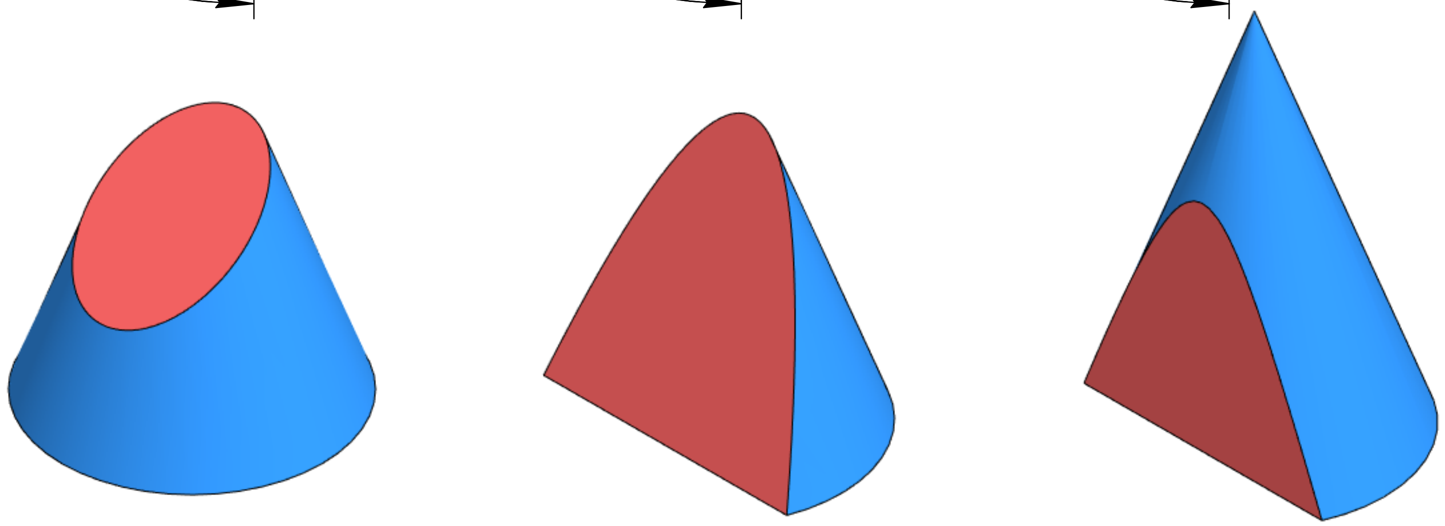
Главные позиционные задачи: продолжение





Конические сечения

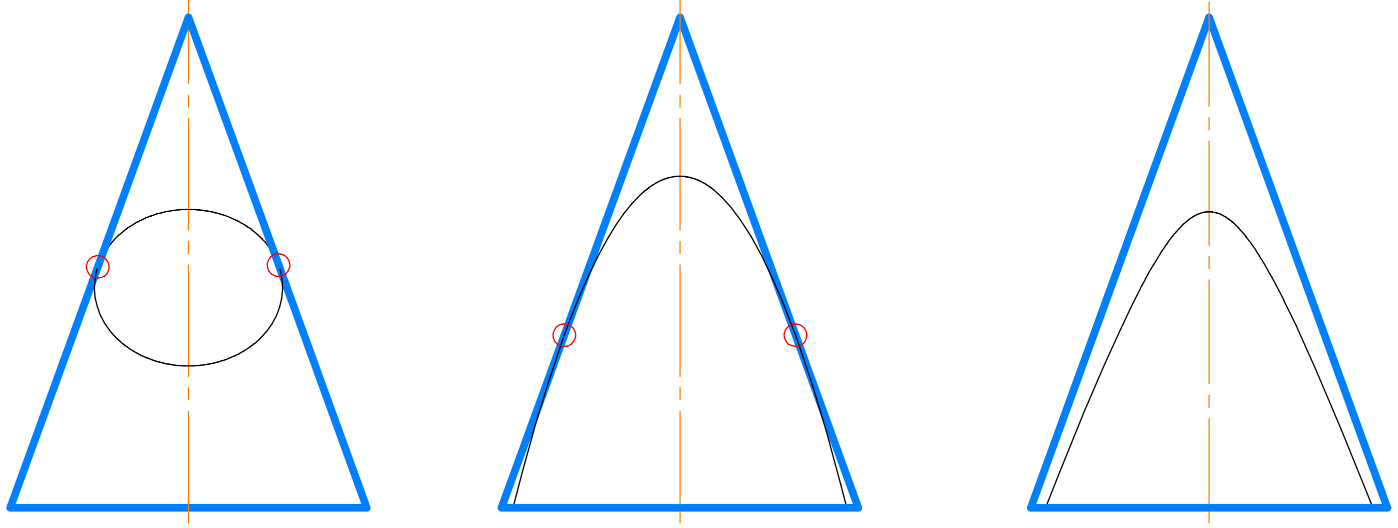


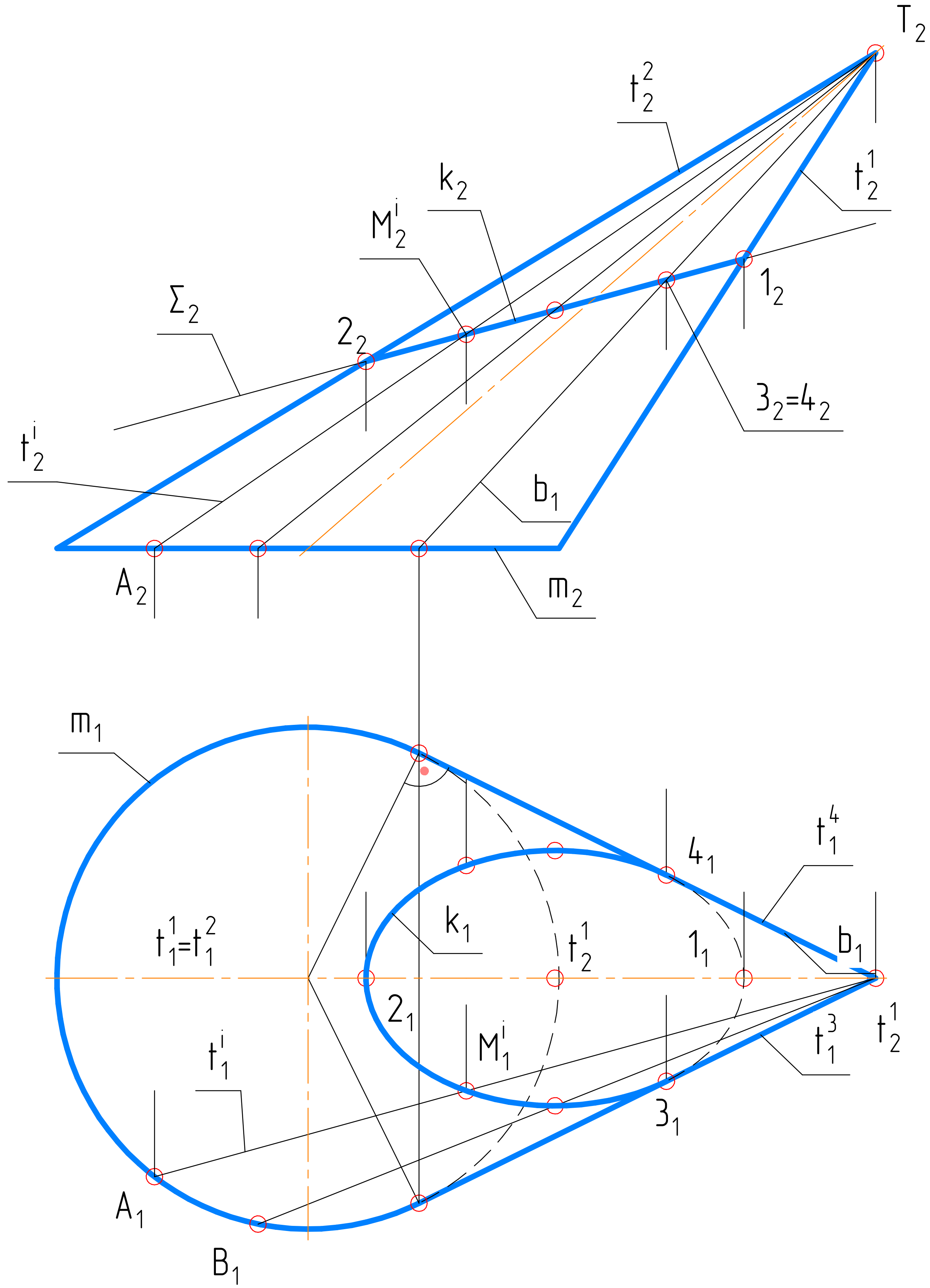


$Г_1$ – эллипс
$Г_2$ – окружность

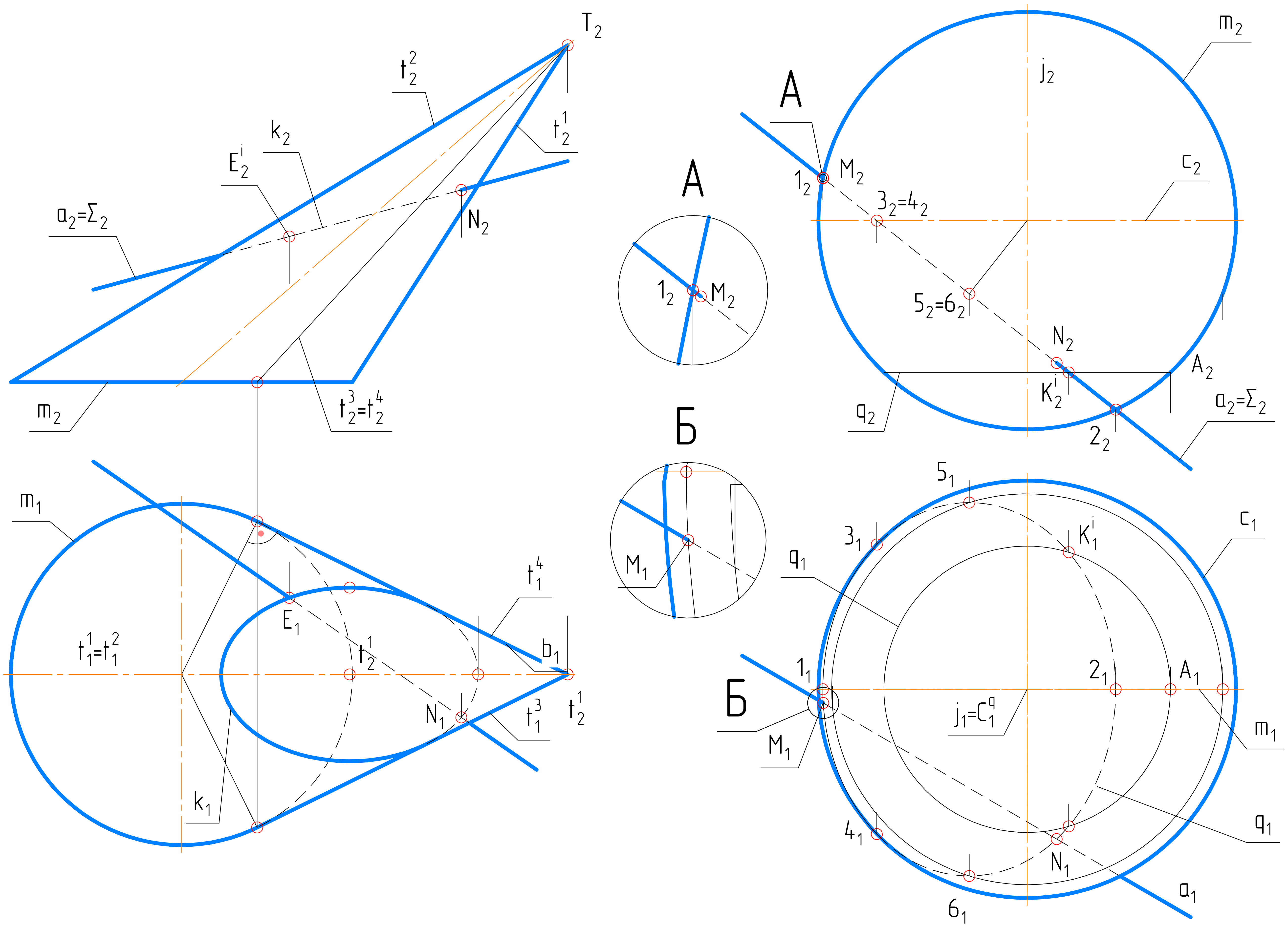
$Г_3$ – парабола

$Г_4$ – две прямые
$Г_5$ – гипербола

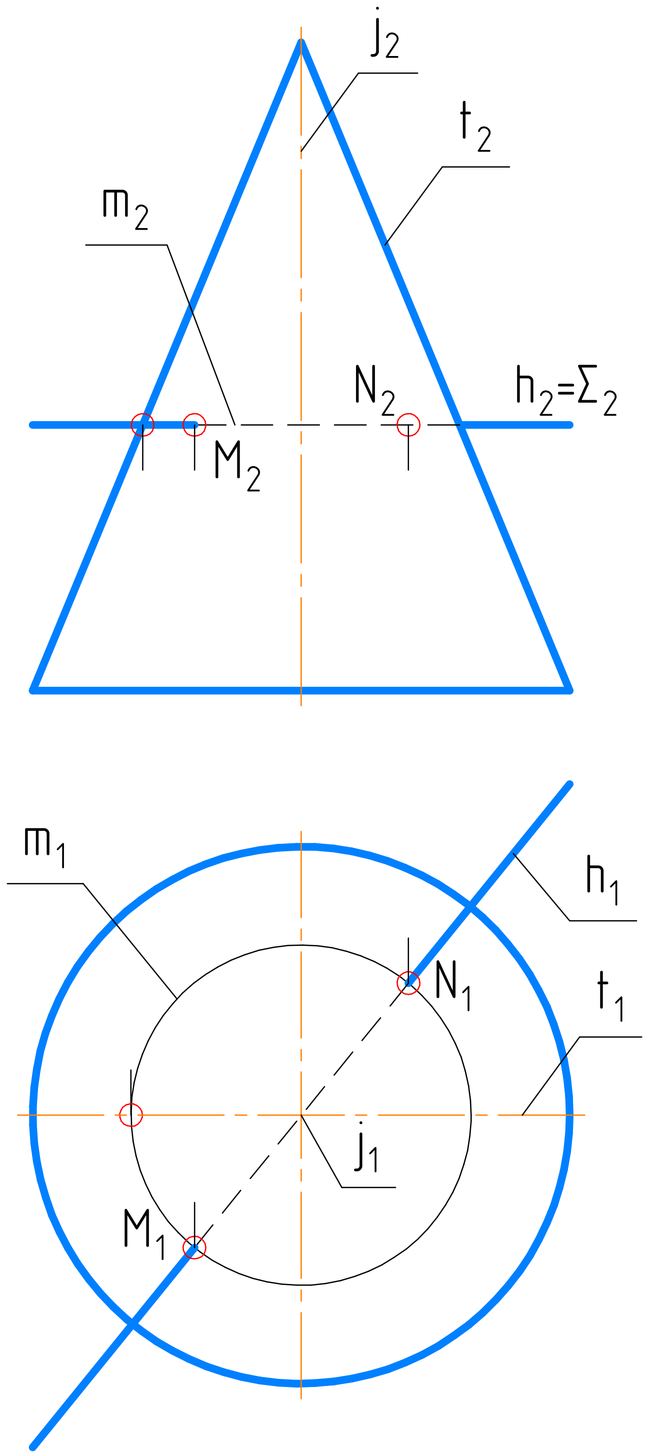


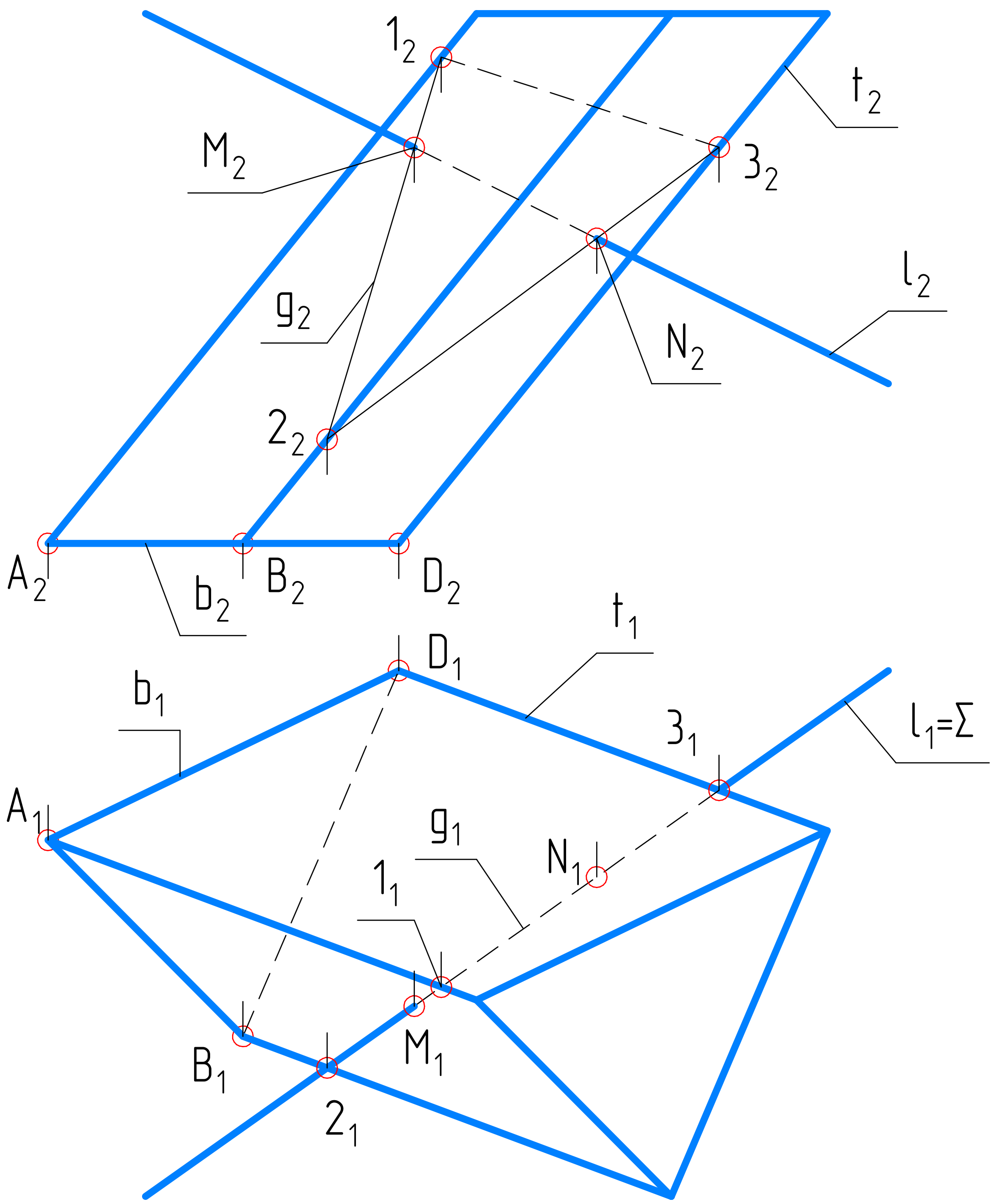


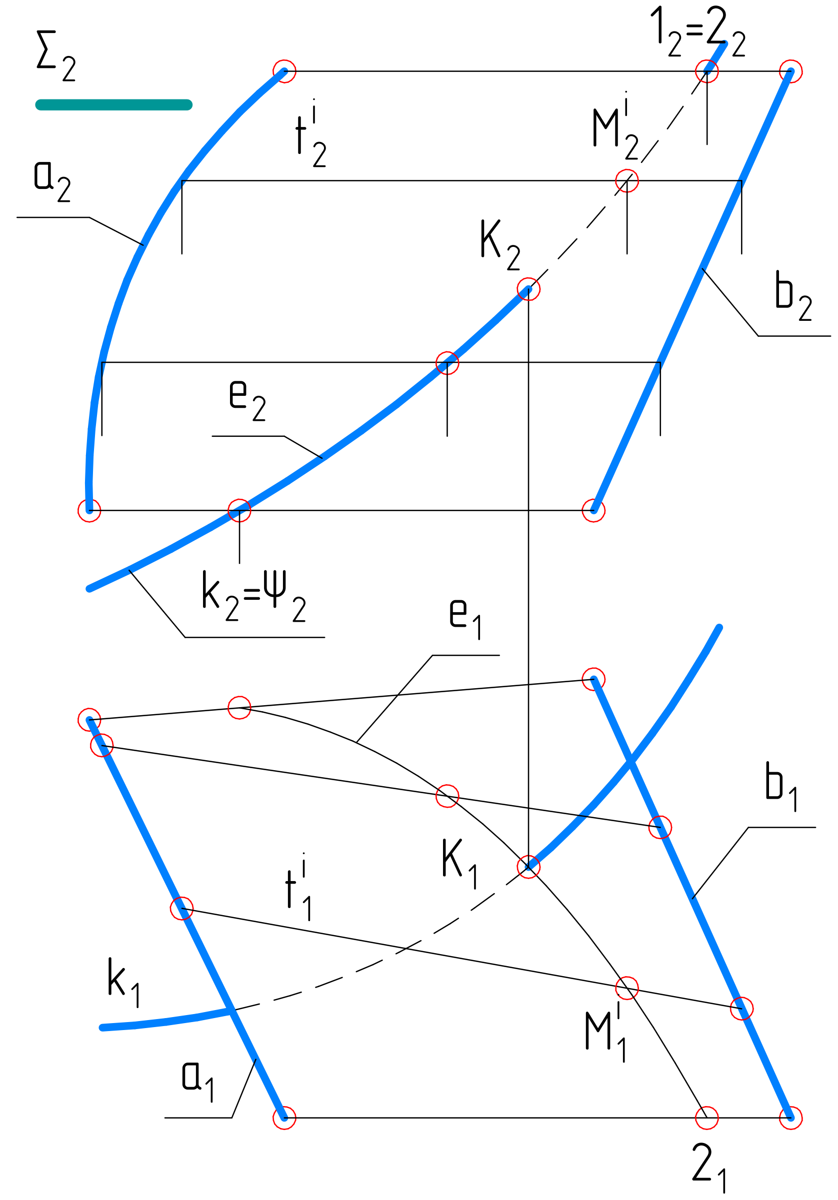
Главные позиционные задачи: продолжение



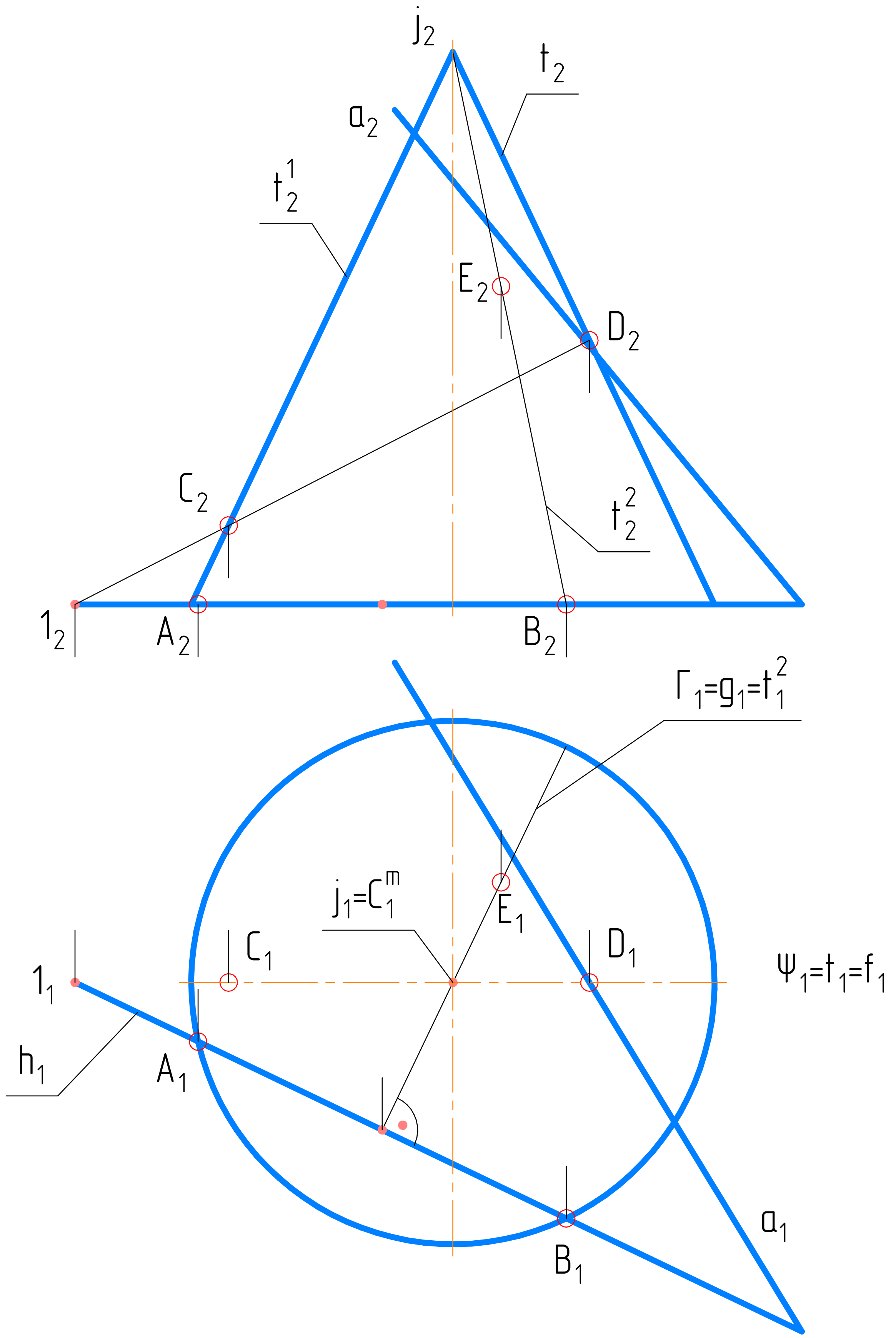
Главные позиционные задачи: продолжение

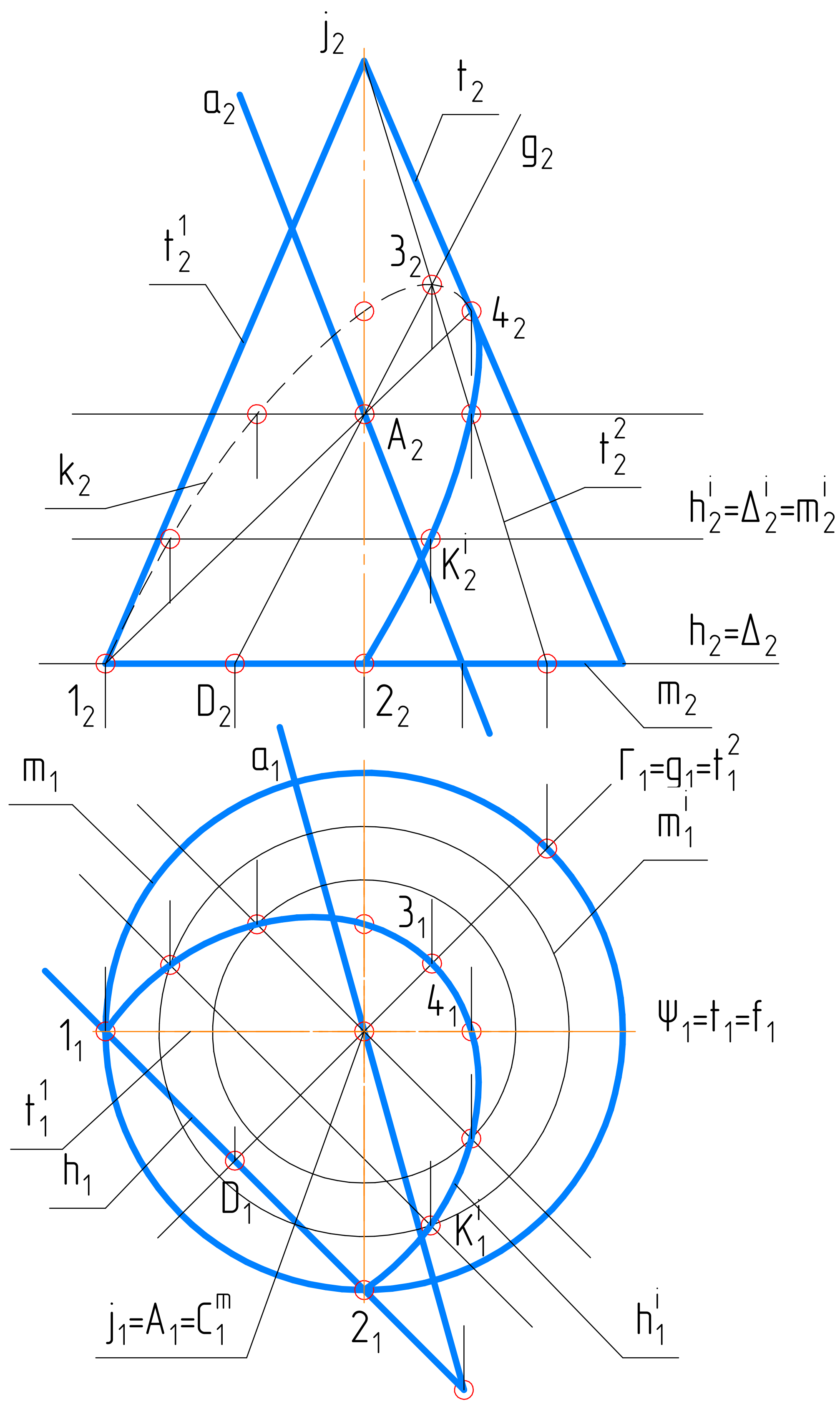




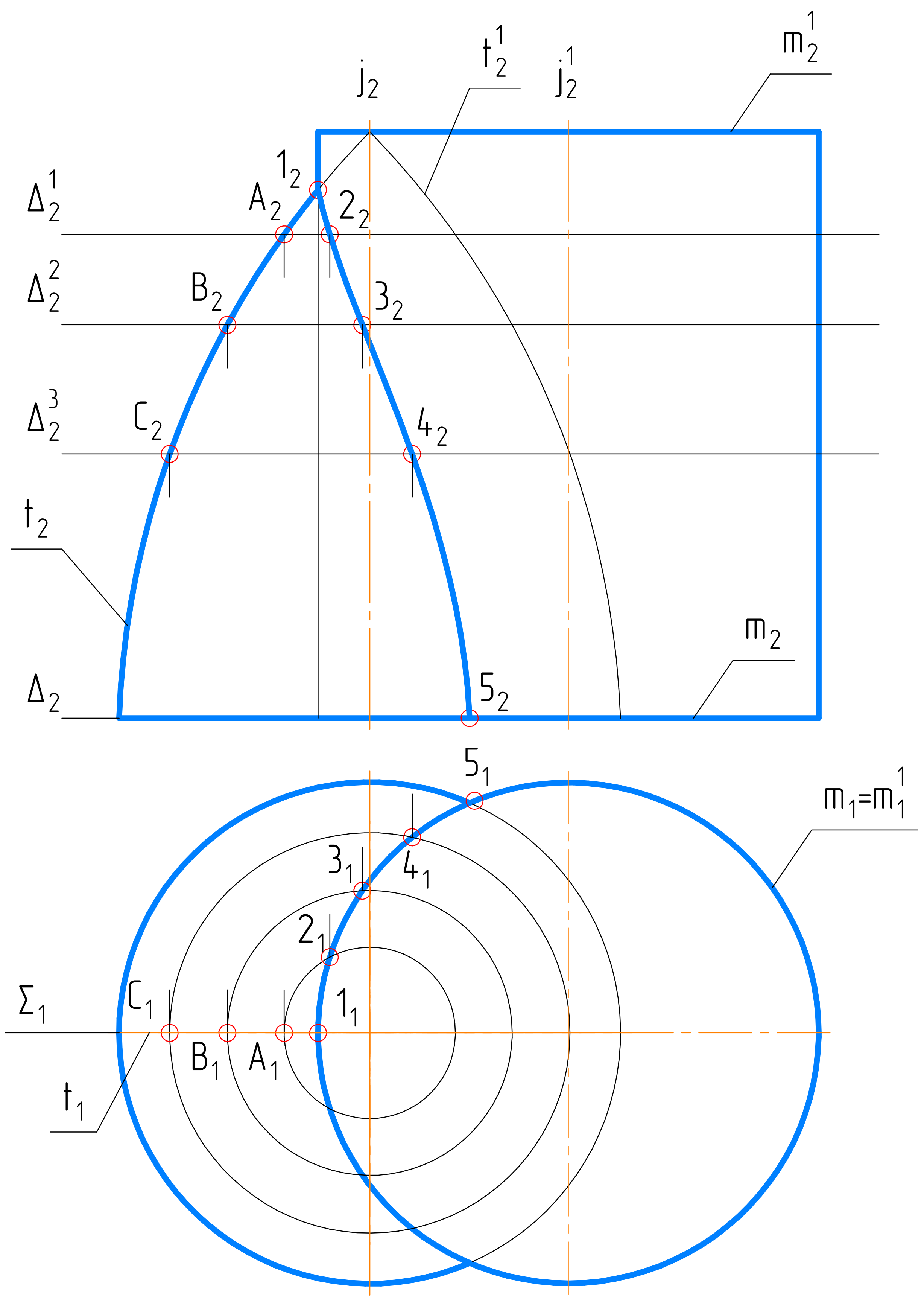


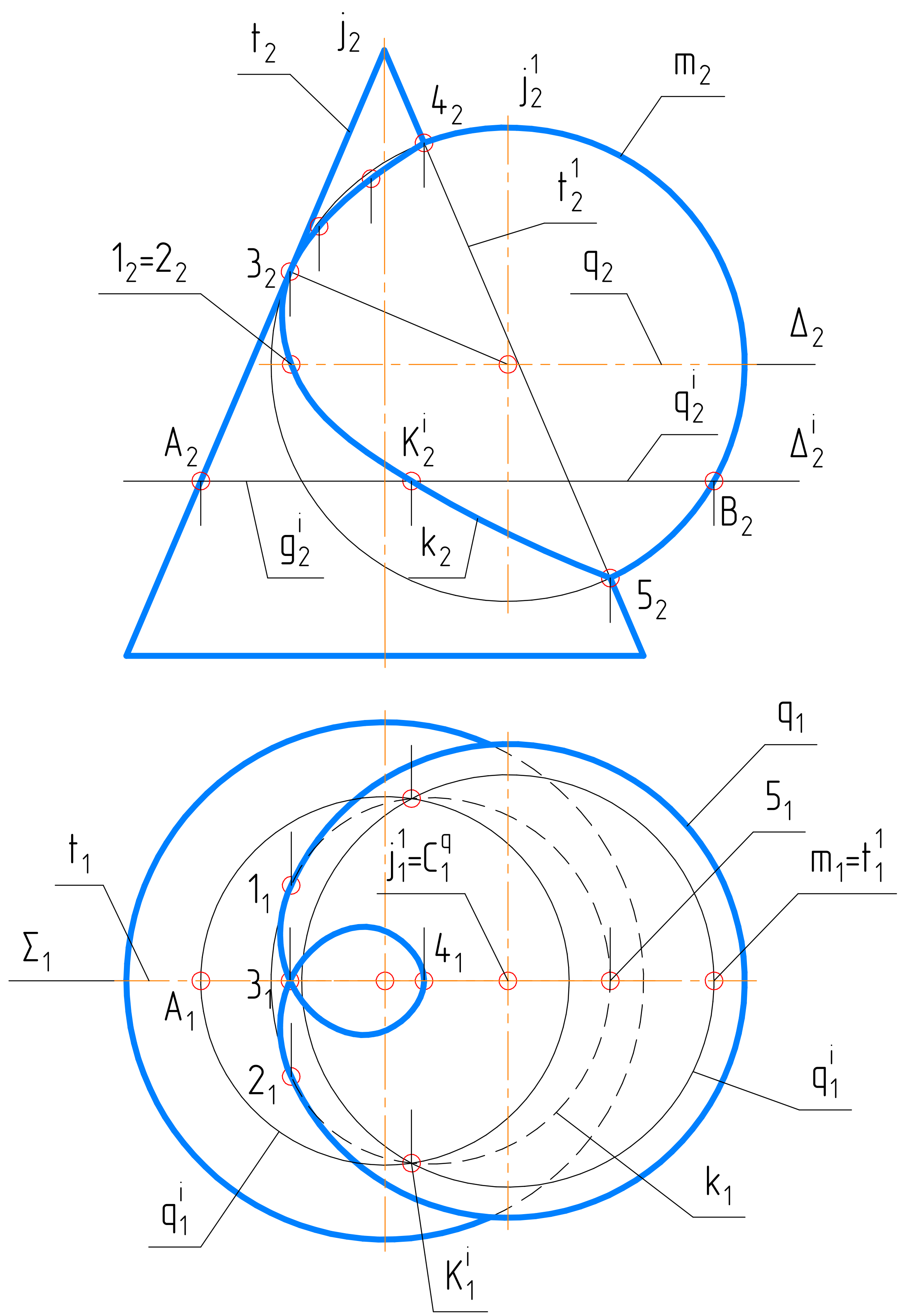
Главные позиционные задачи: продолжение



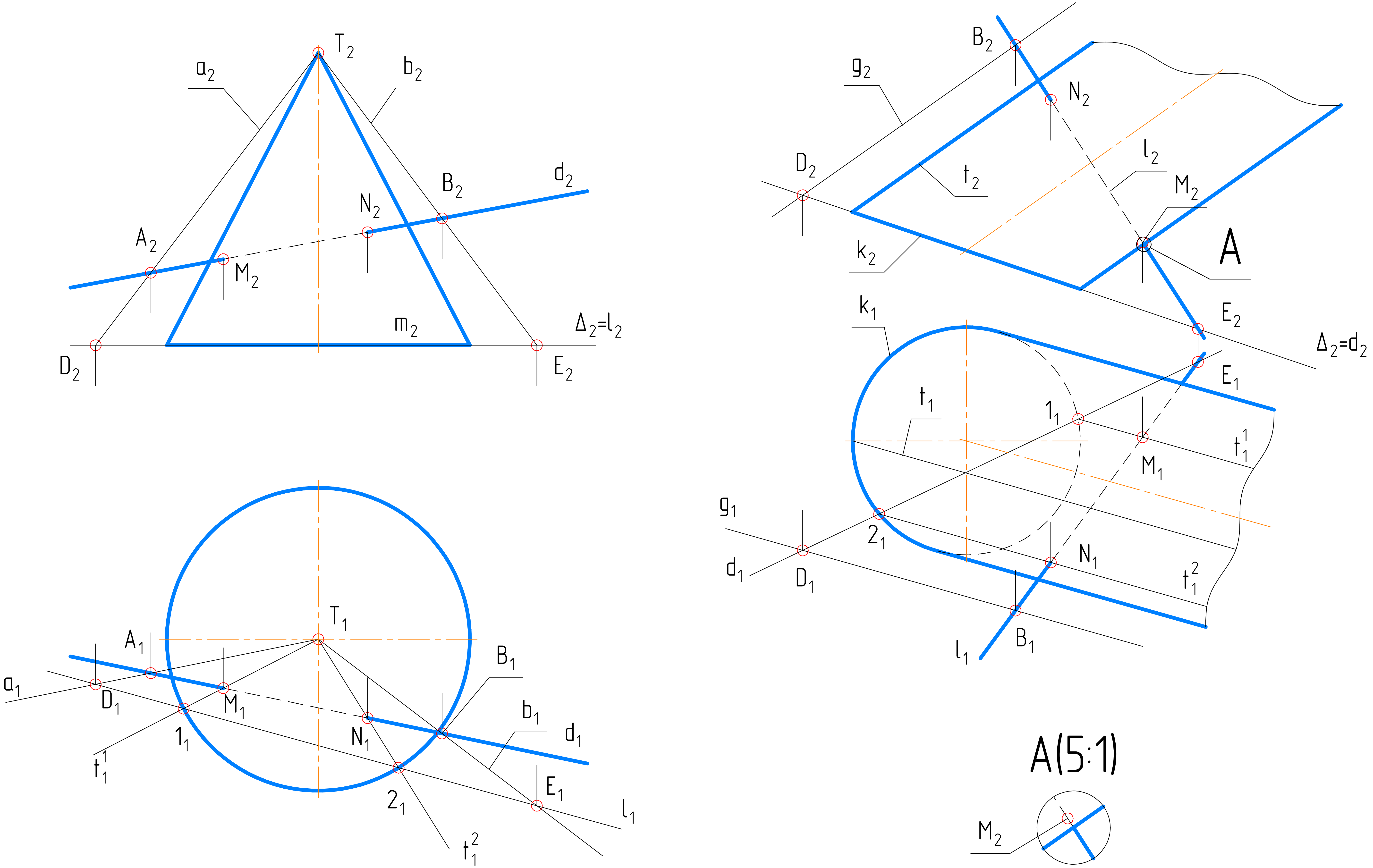


Главные позиционные задачи: продолжение





Применение плоскостей общего положения для решения ГПЗ



Метод концентрических сфер

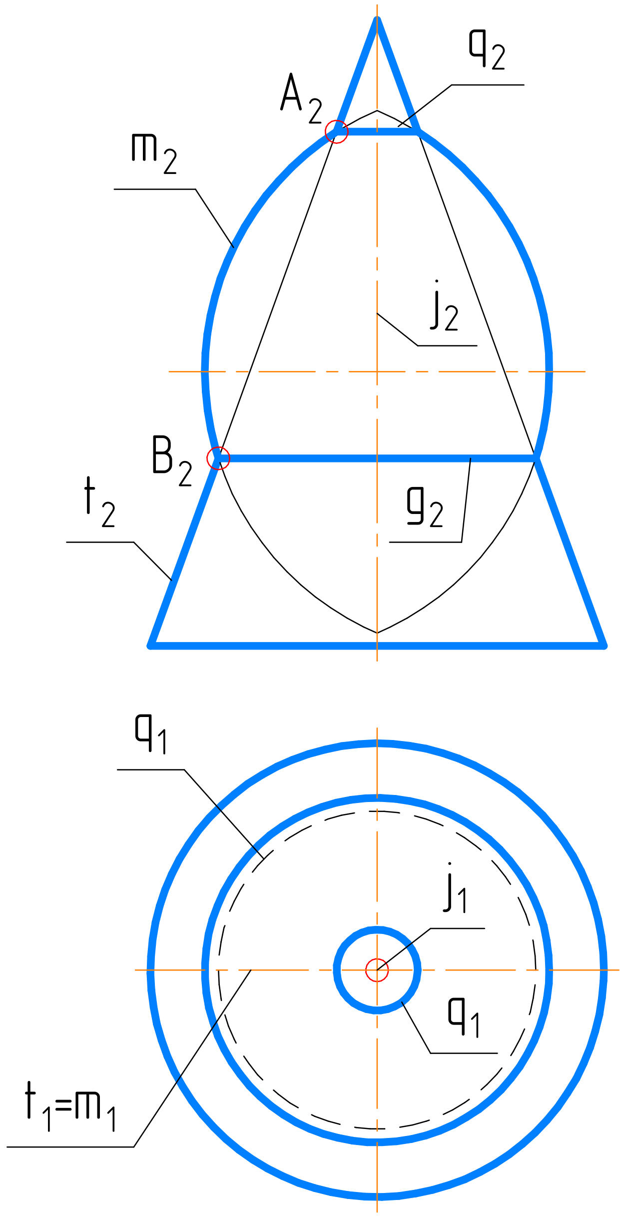
Соосные поверхности *– поверхности вращения с общей осью.*

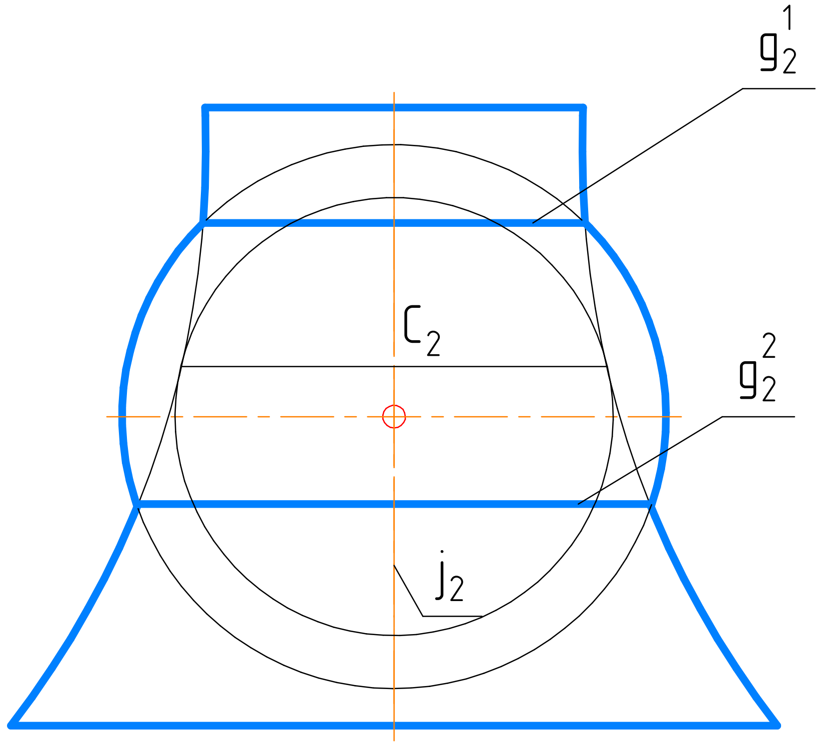
Две любые соосные поверхности вращения пересекаются по окружностям (параллелям), которые образуются при вращении точки пересечения их меридианов.

Если центр сферы расположен на оси какой-то поверхности вращения, то сфера соосна с этой поверхностью и пересекает её по окружностям.

Концентрические сферы – сферы, имеющие общий центр.

Для метода концентрических сфер
– оси поверхностей должны пересекаться;
– оси должны быть расположены в плоскости, параллельной плоскости проекций.





Метод концентрических сфер