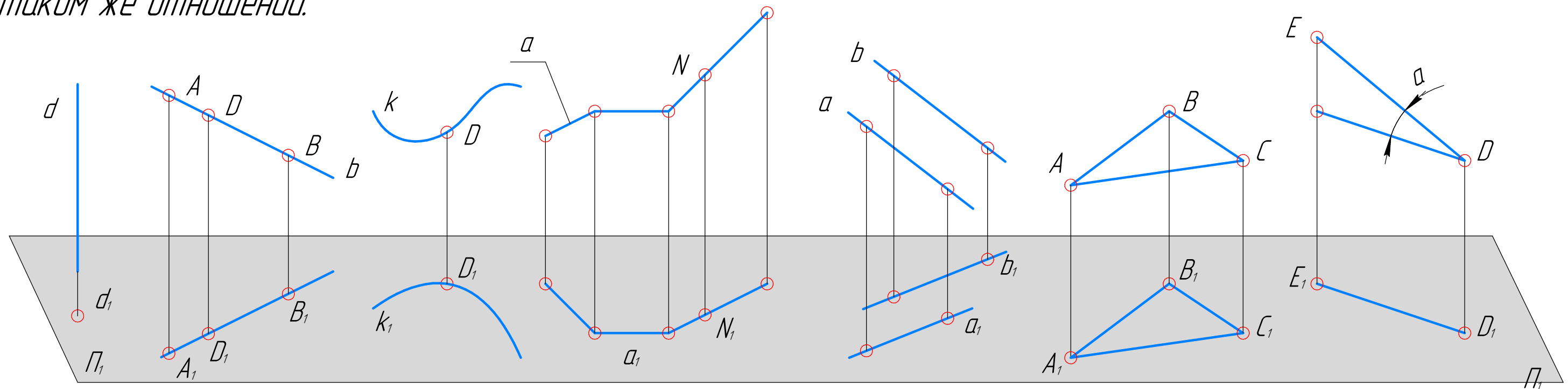


Свойства ортогонального проецирования

1. Точка проецируется в точку. Прямая (в общем случае) проецируется в прямую. Прямая, перпендикулярная ПП, проецируется в точку.
2. В общем случае, кривая проецируется в кривую, ломаная – в ломаную.
3. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии.
4. Если точка делит отрезок в каком-то отношении, то ее проекция делит проекцию отрезка в таком же отношении.

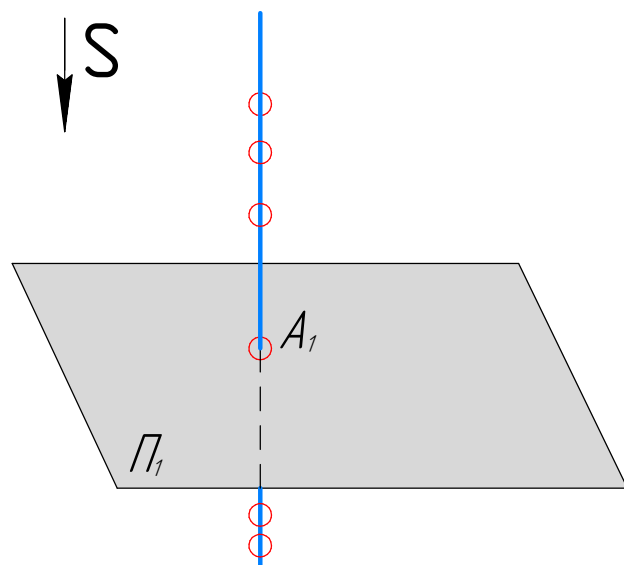


6. Если прямые параллельны, то их проекции также параллельны.
7. Если плоскость перпендикулярна плоскости проекции, то она проецируется на эту плоскость в прямую.
8. Плоская фигура, параллельная плоскости проекции, проецируется на нее в натуральную величину.
9. Длина проекции отрезка прямой равна длине отрезка, умноженной на косинус угла наклона отрезка к ПП.

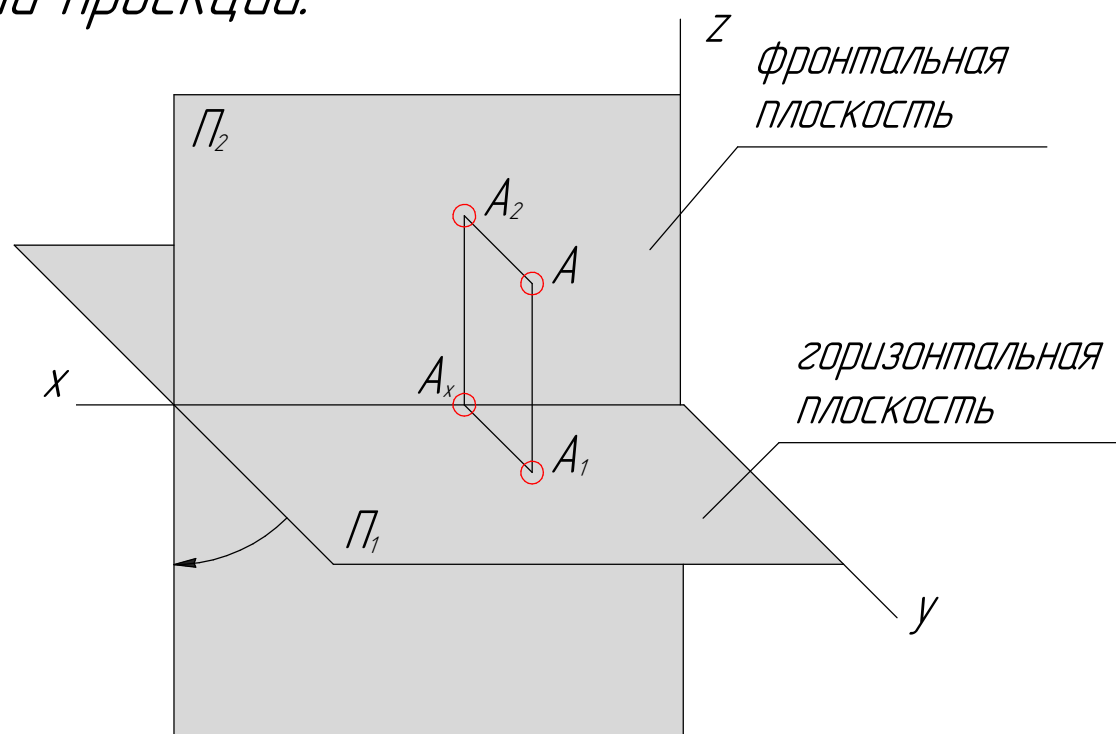
Обратная задача НГ и обратимость чертежа

Обратная задача НГ: восстановление формы или/и положения ГО по его чертежу.

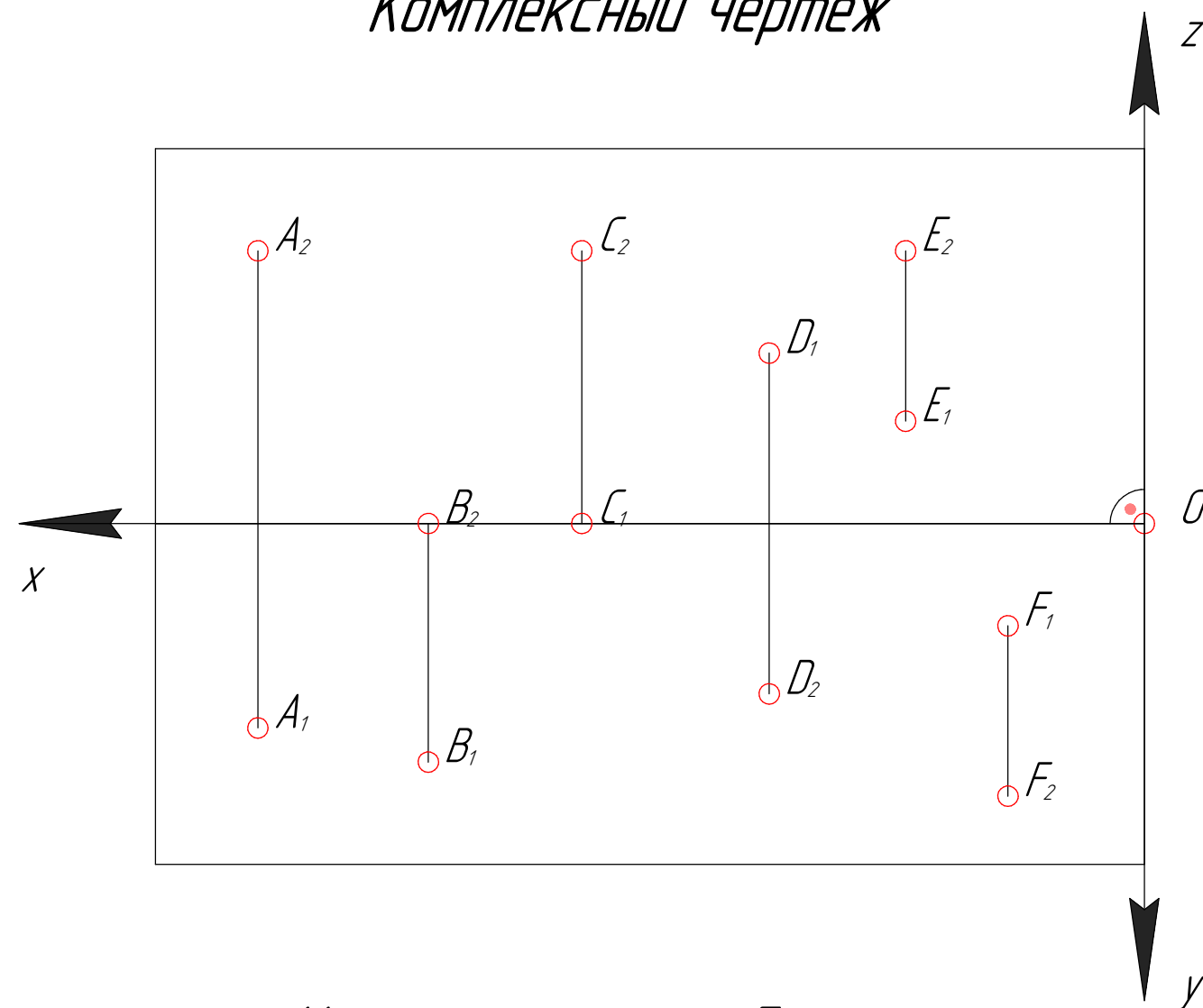
Чертеж, позволяющий решать обратную задачу НГ, называют обратимым.



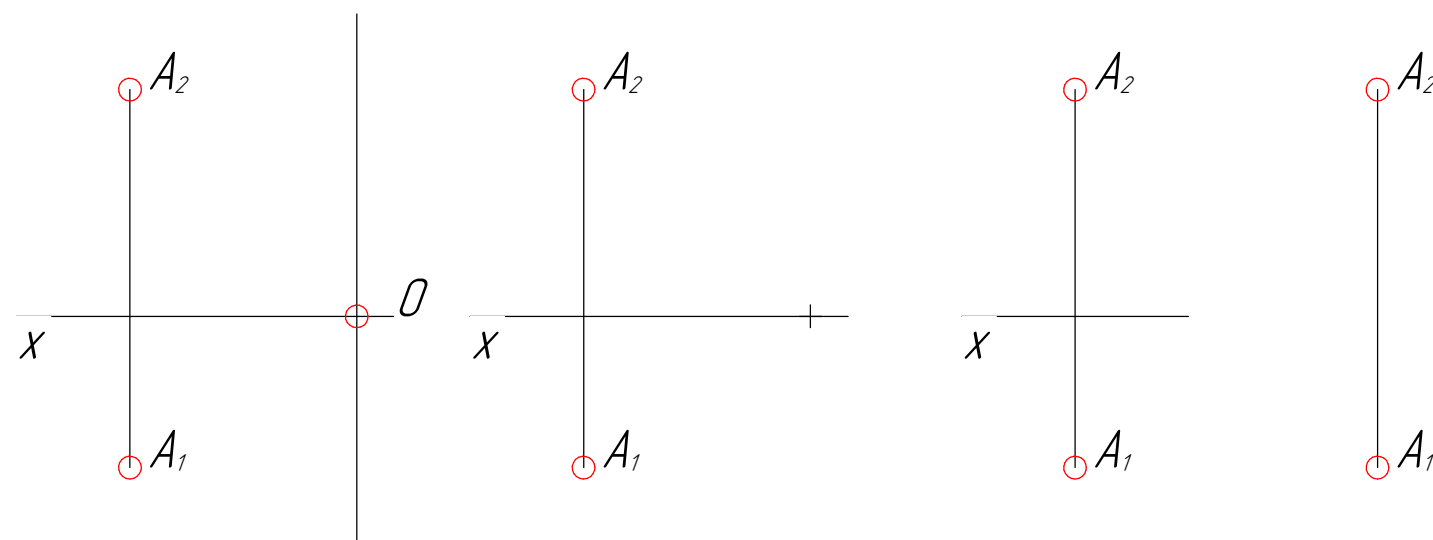
Для задания точки достаточно задать две её проекции на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций.



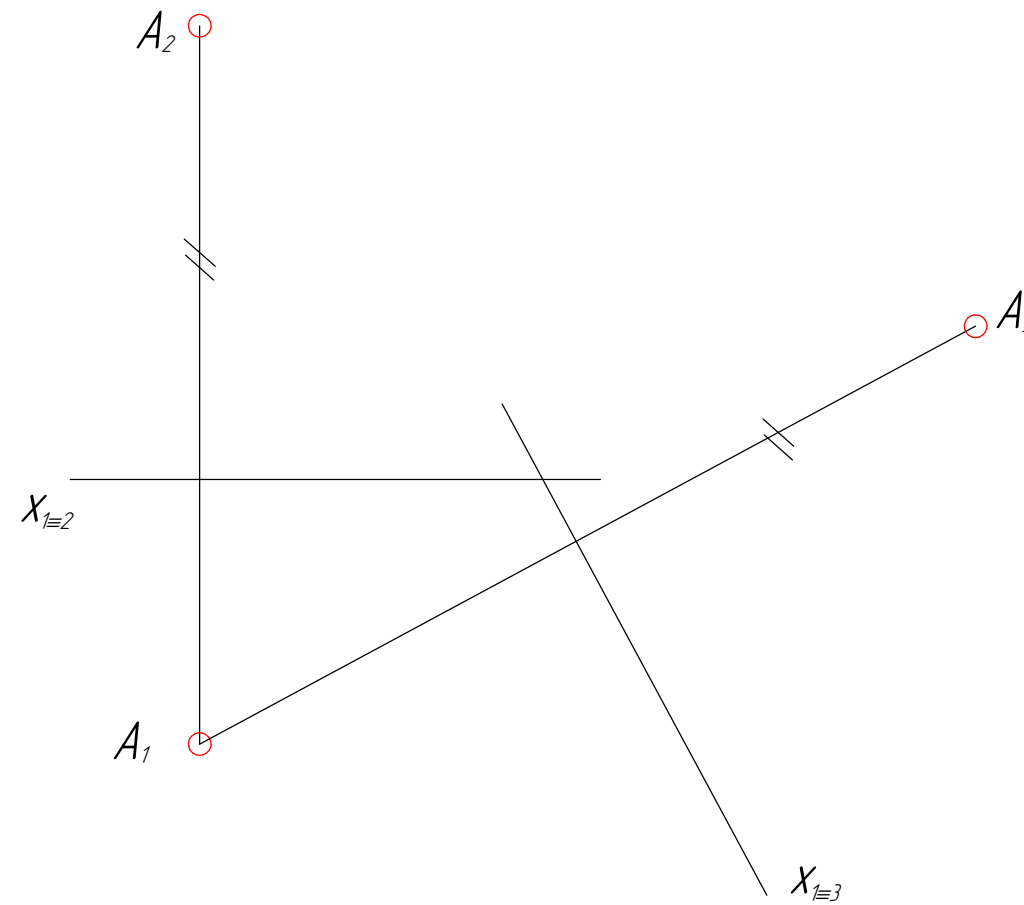
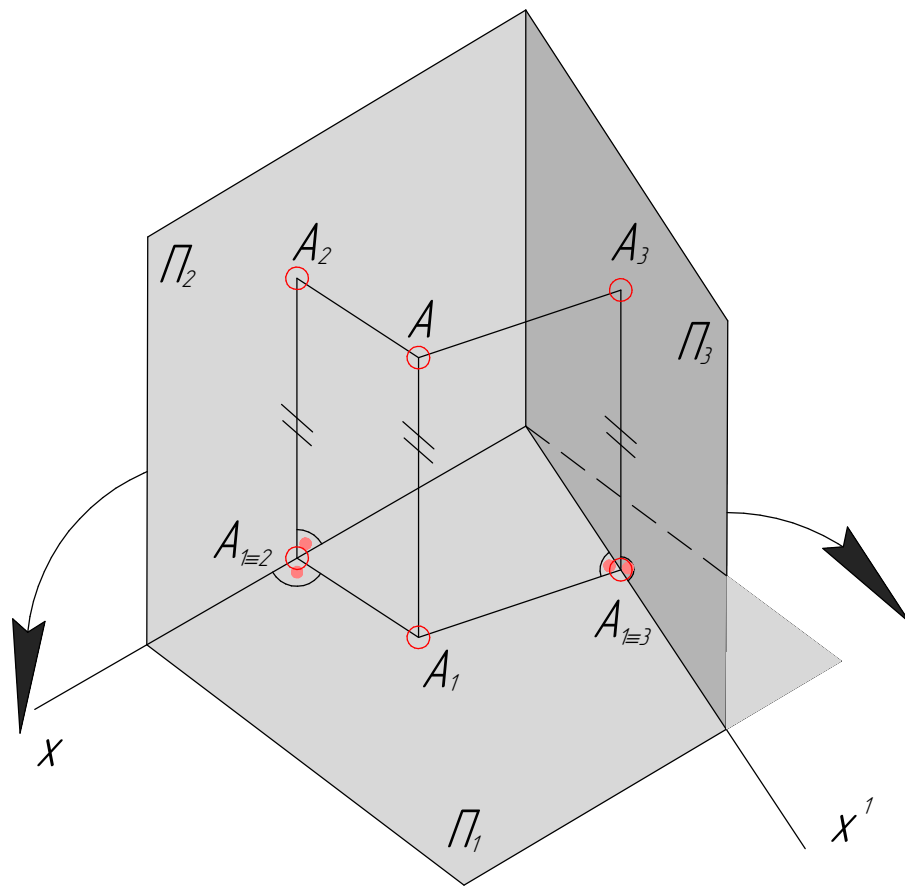
Комплексный чертеж



Упрощения при изображении системы координат чертежа



Введение новой плоскости проекции



Алгоритм построения новой проекции A_3 точки по двум заданным проекциям A_1 и A_2

и новому направлению проецирования:

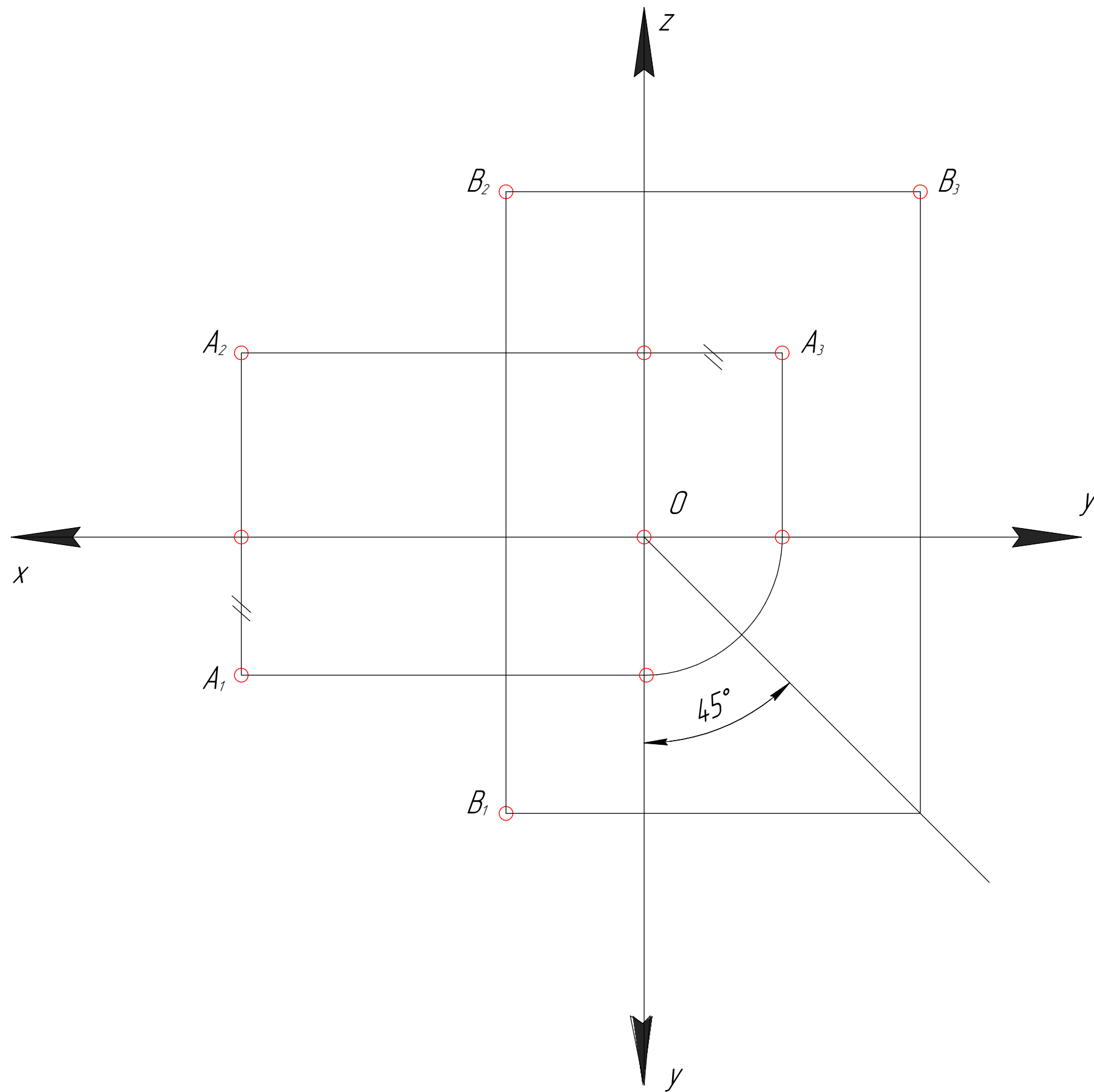
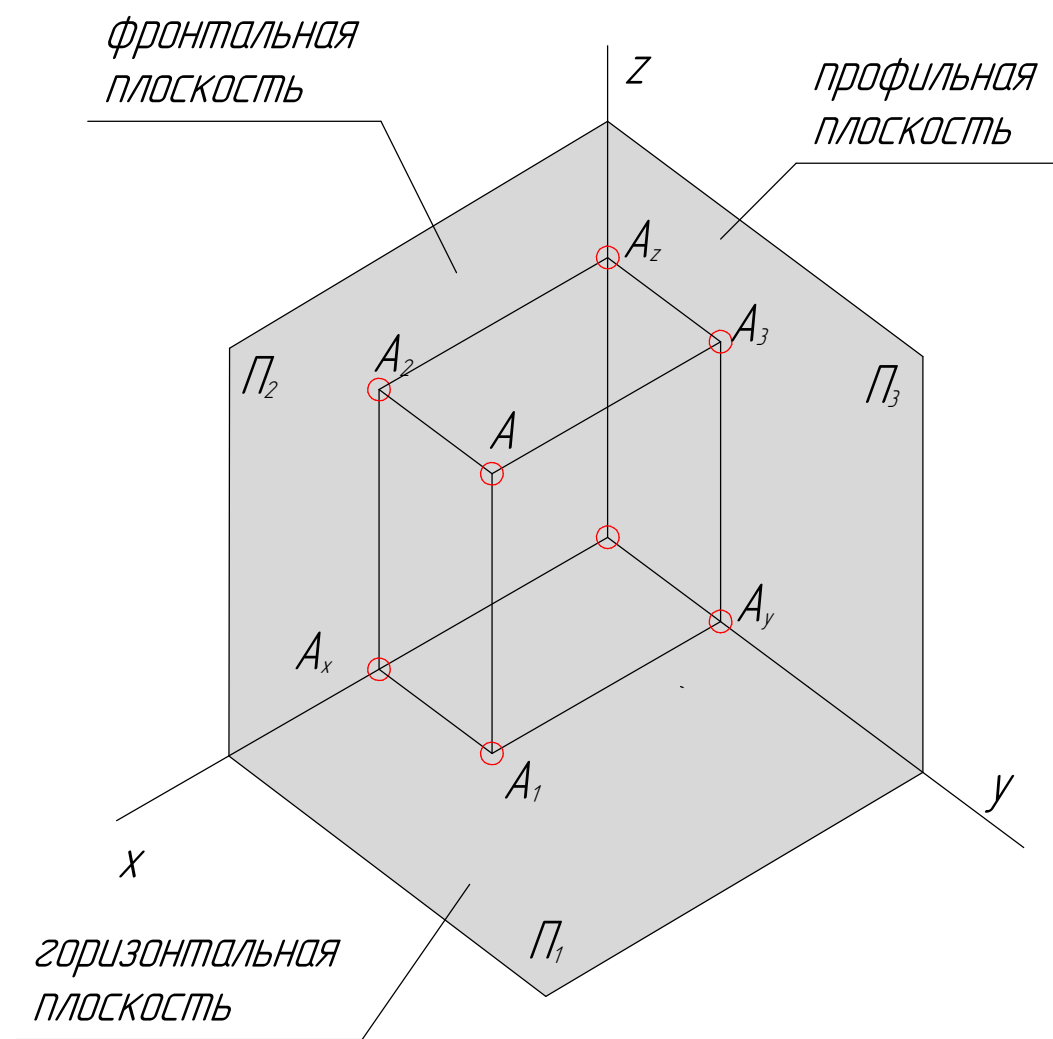
1. Перпендикулярно линии связи (A_1 и A_2) проводят ось проекций $x_{\equiv 2}$, если она еще не задана.

2. Проводят ось проекций $x_{\equiv 3}$ ($\Pi_3 \perp \Pi_1$).

3. Из A_1 проводят новую линию связи $(A_1, A_3) \perp x_{\exists}$.

4. На новой линии связи (A_1, A_3) от новой оси $x_{1 \equiv 3}$ откладывают расстояние от точки A до плоскости Π_1 , так как $\Pi_3 \perp \Pi_1$.

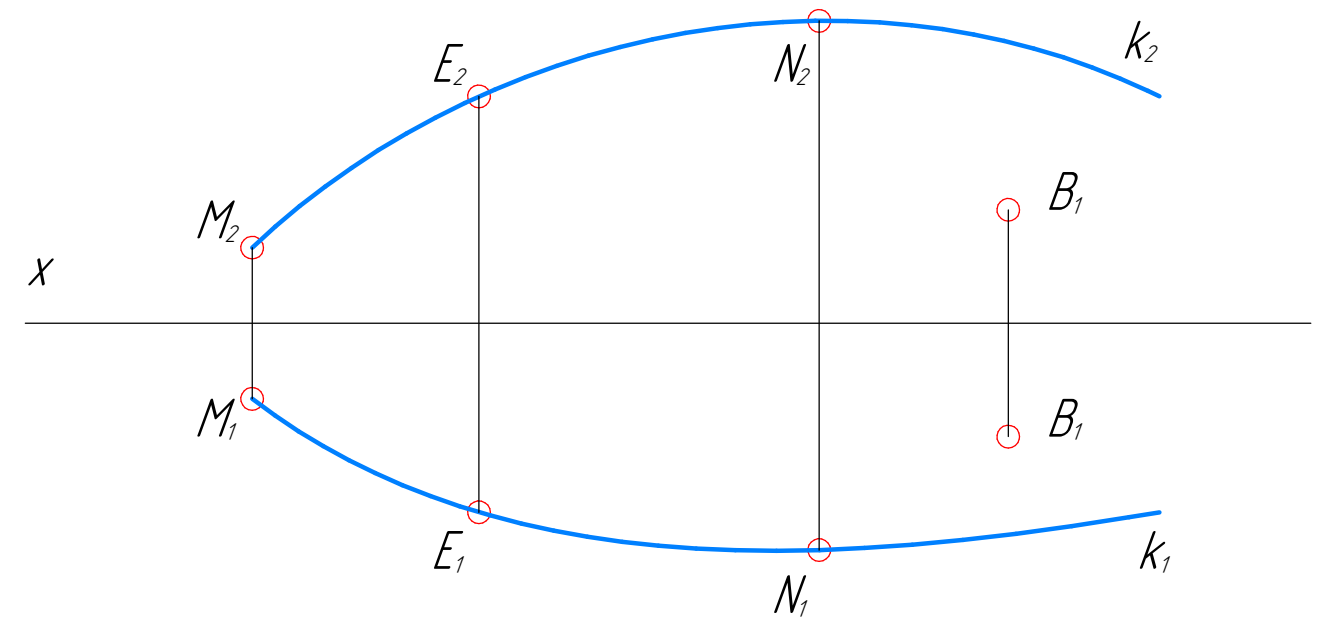
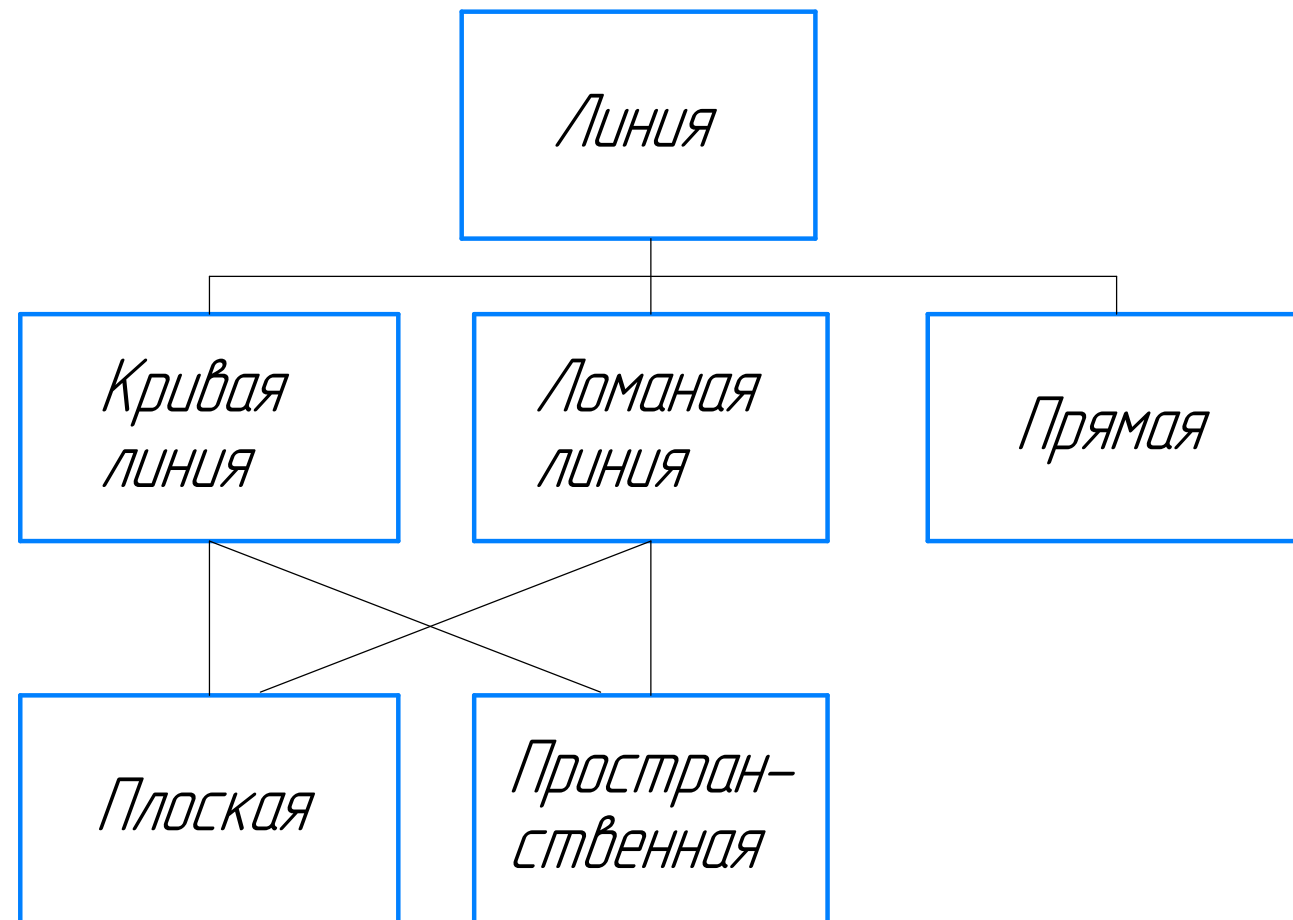
Трехпроекционный комплексный чертёж



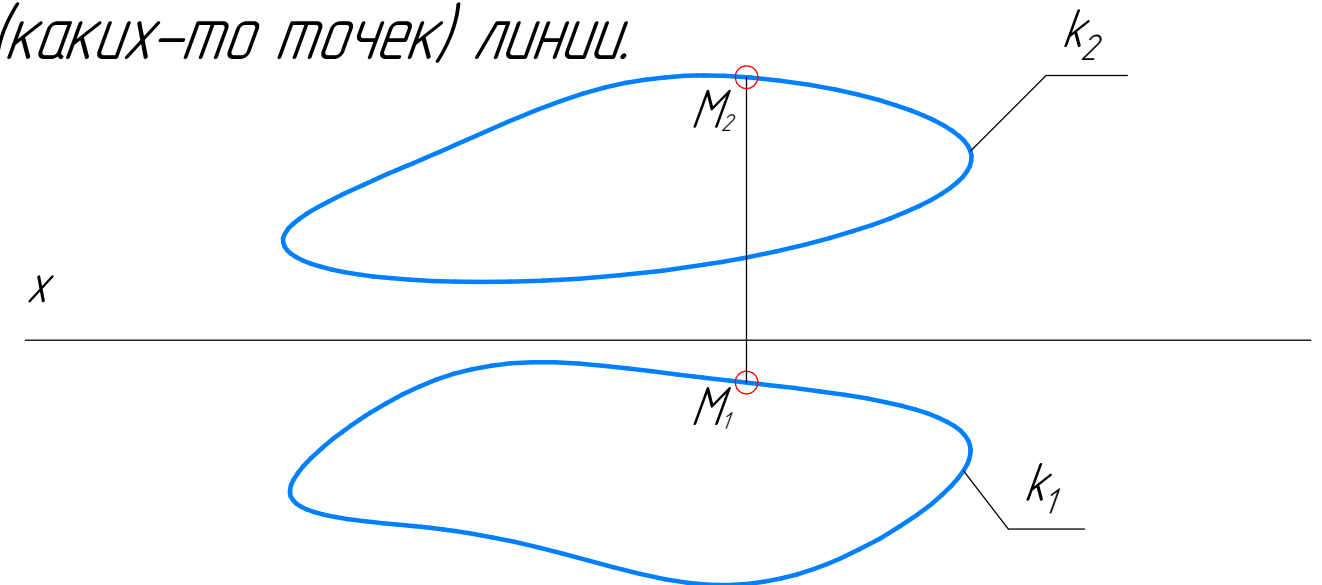
Задание линии на чертеже

Линия – это ГО, имеющий одно измерение (длину) и рассматриваемый как траектория точки, движущейся в пространстве по определенному закону.

В общем случае линия на КЧ задается непосредственно своими проекциями..



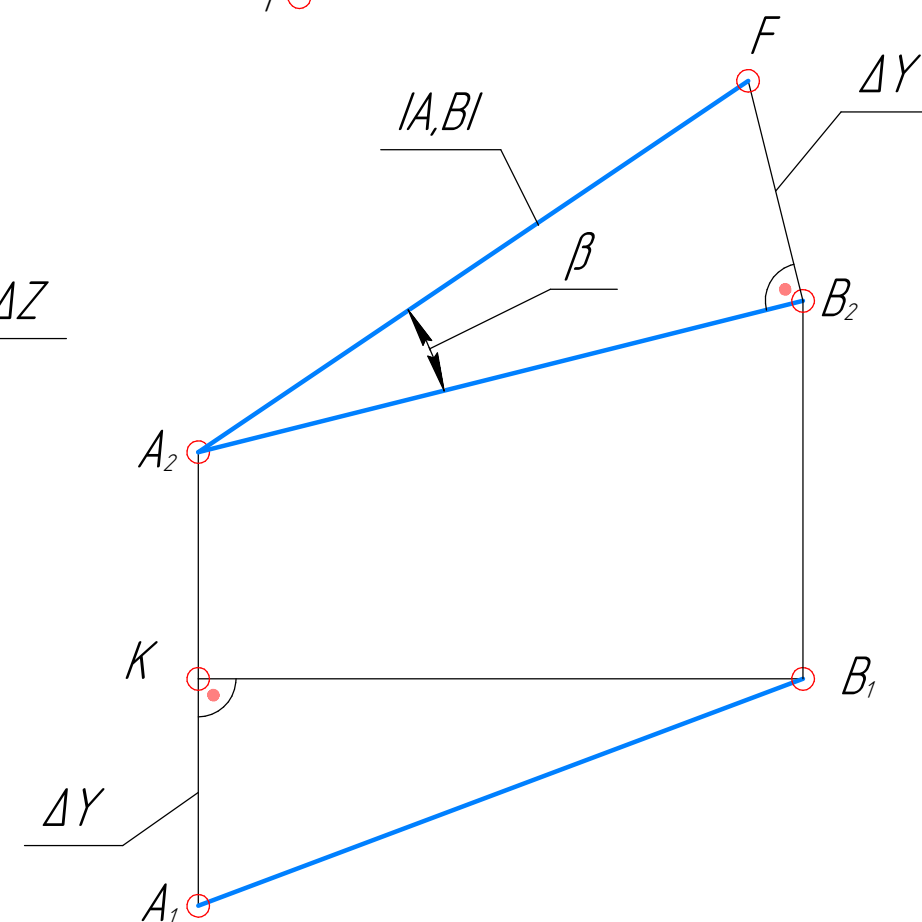
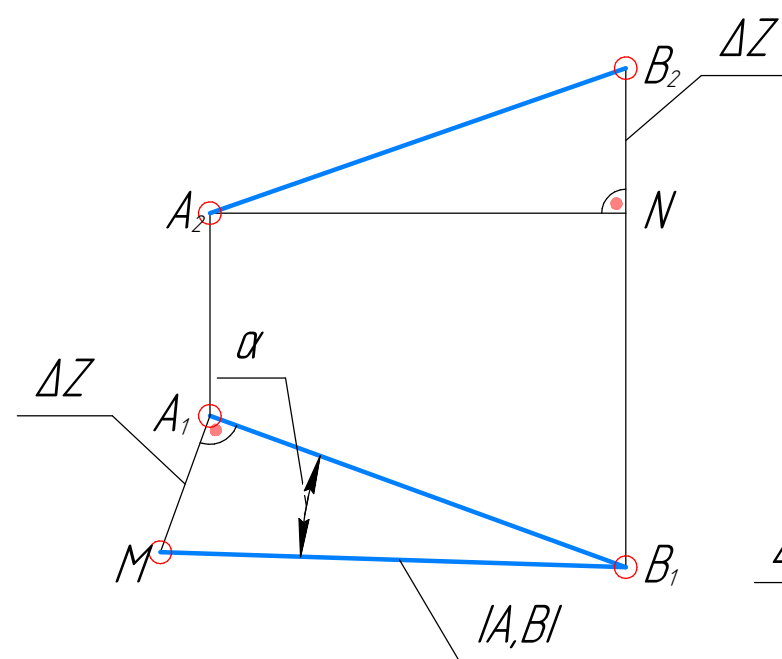
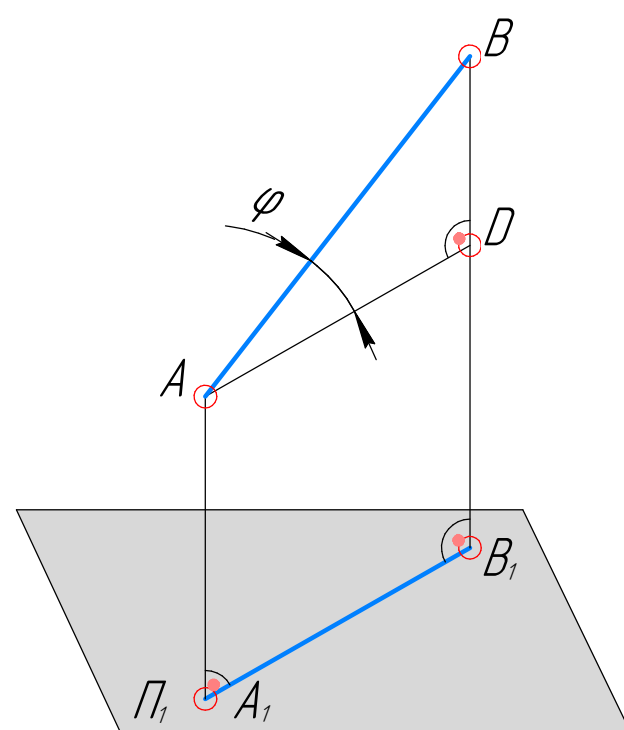
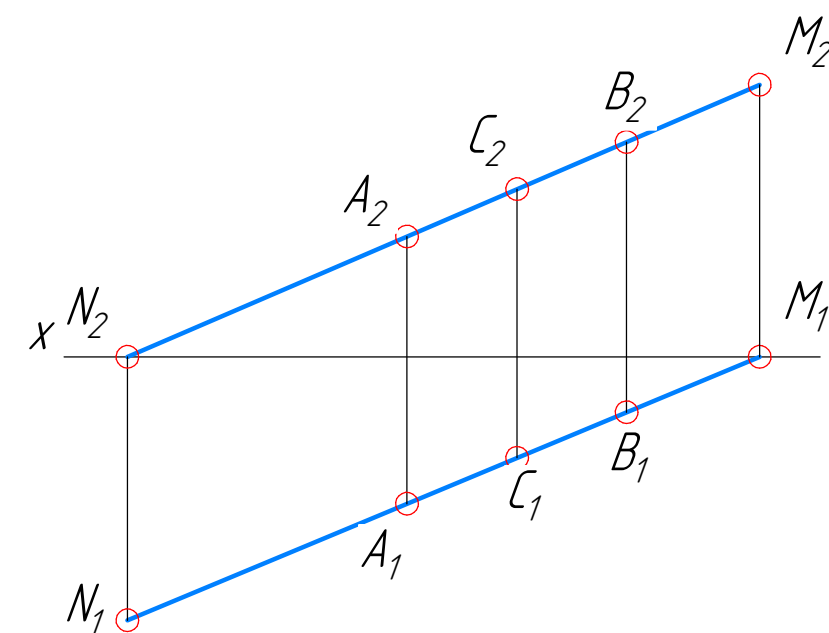
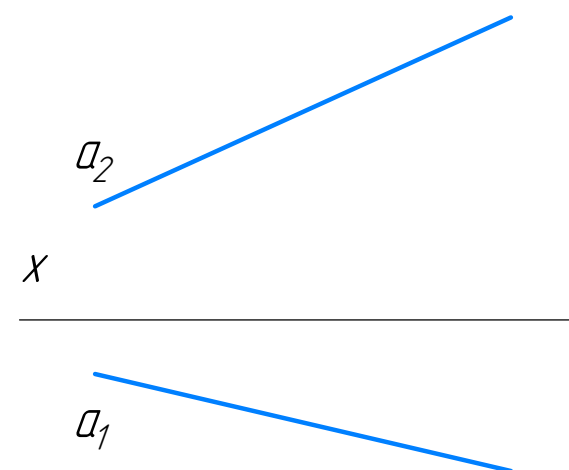
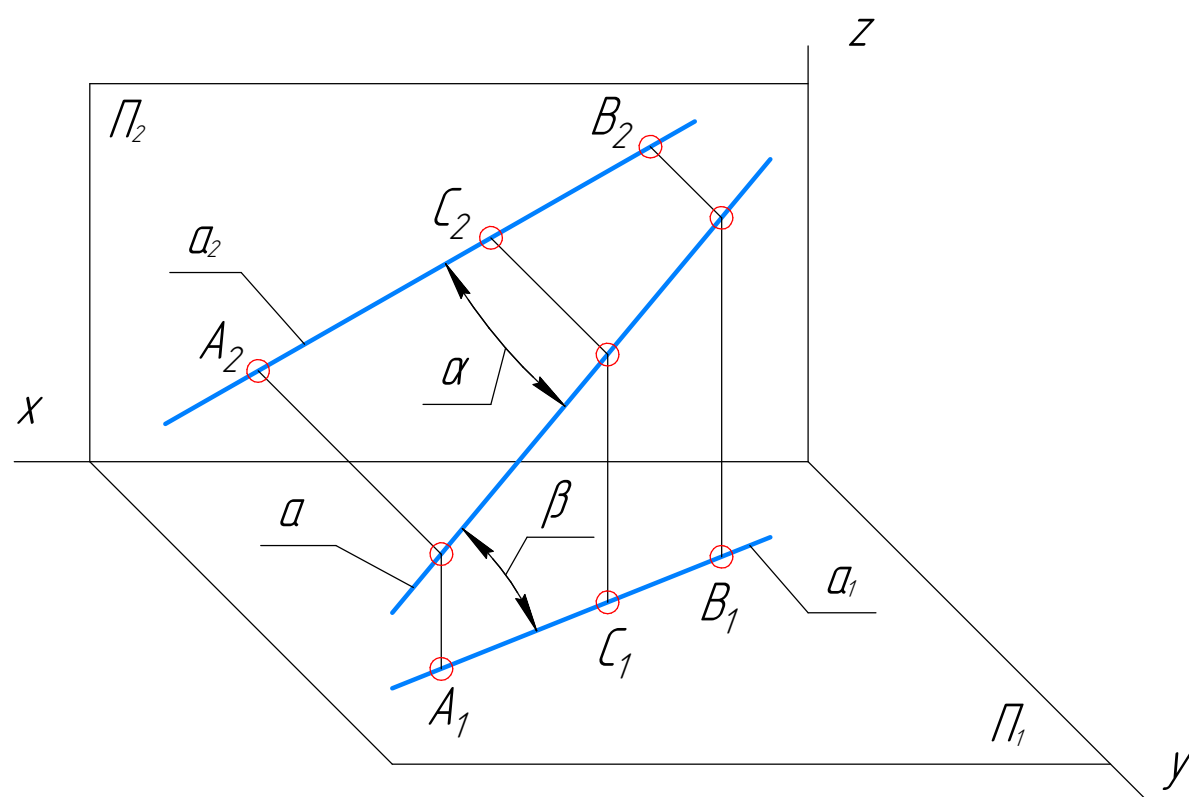
Иногда для установления однозначного проекционного соответствия точек линии помимо её проекций необходимо задавать ещё проекции какой-то точки (каких-то точек) линии.



Критерий заданности линии: относительно любой точки пространства можно однозначно ответить на вопрос, принадлежит точка линии или нет.

Прямая общего положения

Прямая общего положения – прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из $\Pi\Pi$.



Прямые частного положения

Прямая уровня – прямая, параллельная какой-либо плоскости проекций.

Проецирующая уровня – прямая, перпендикулярная какой-либо плоскости проекций.

Прямая
уровня

Горизонталь

Фронталь

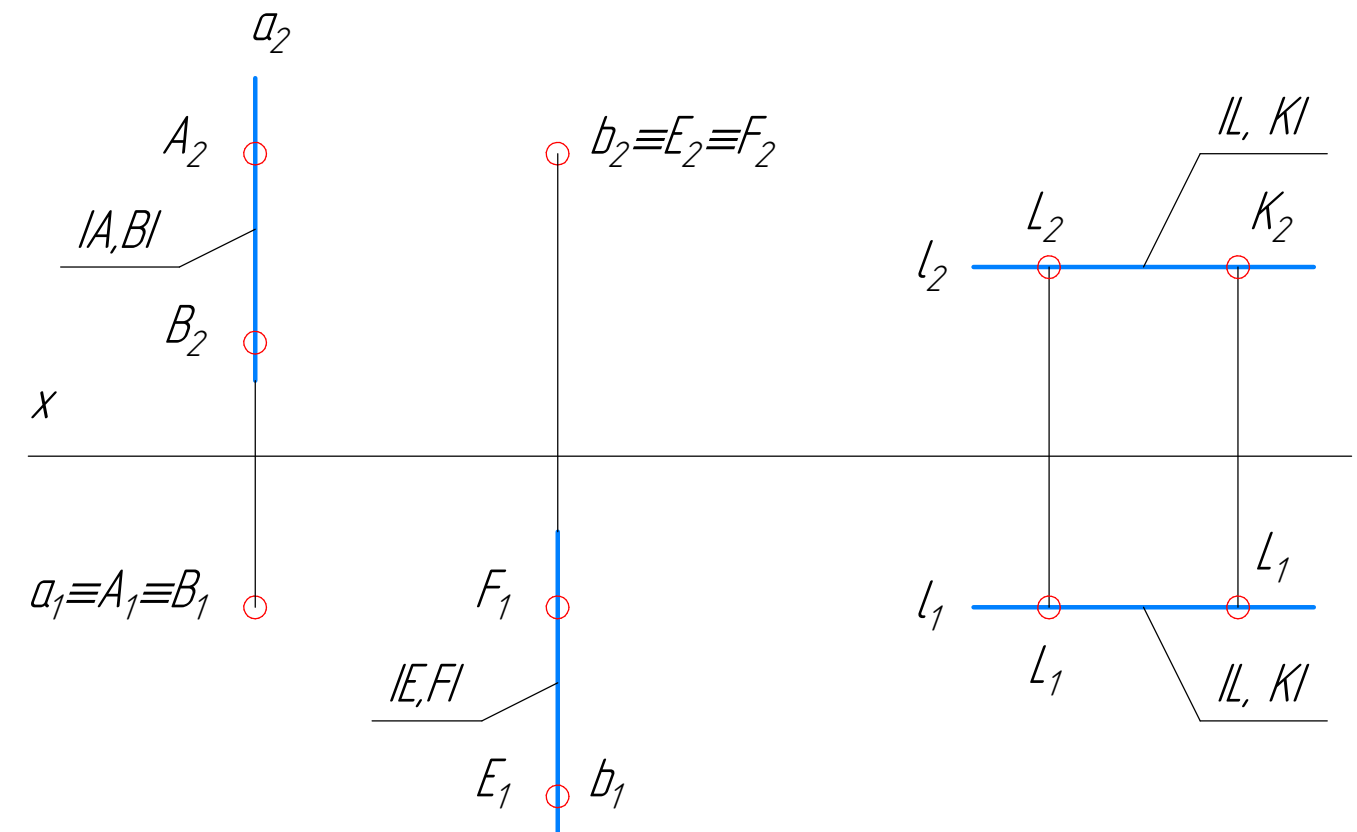
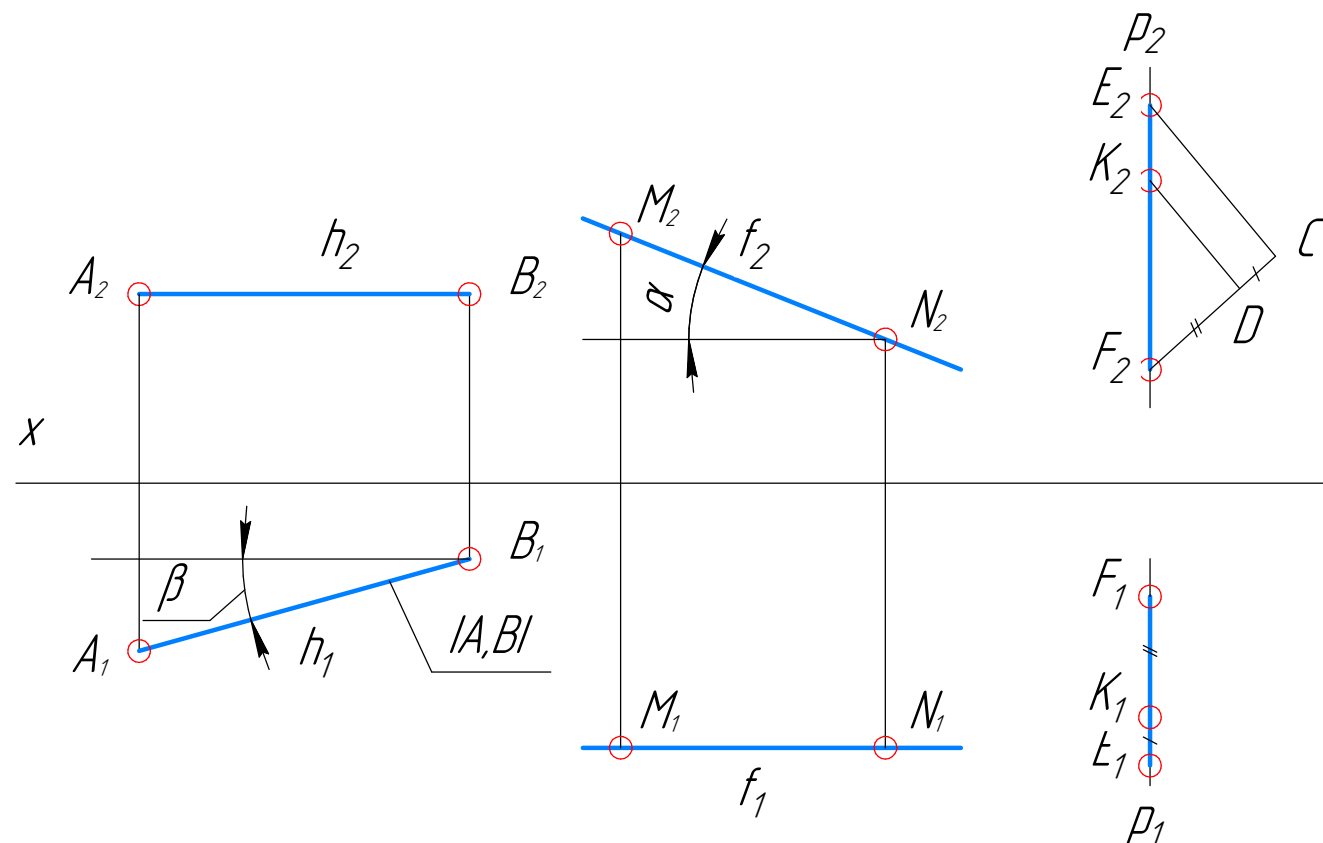
Профильная
прямая

Проецирующая
прямая

Горизонтально-
проецирующая
прямая

Фронтально-
проецирующая
прямая

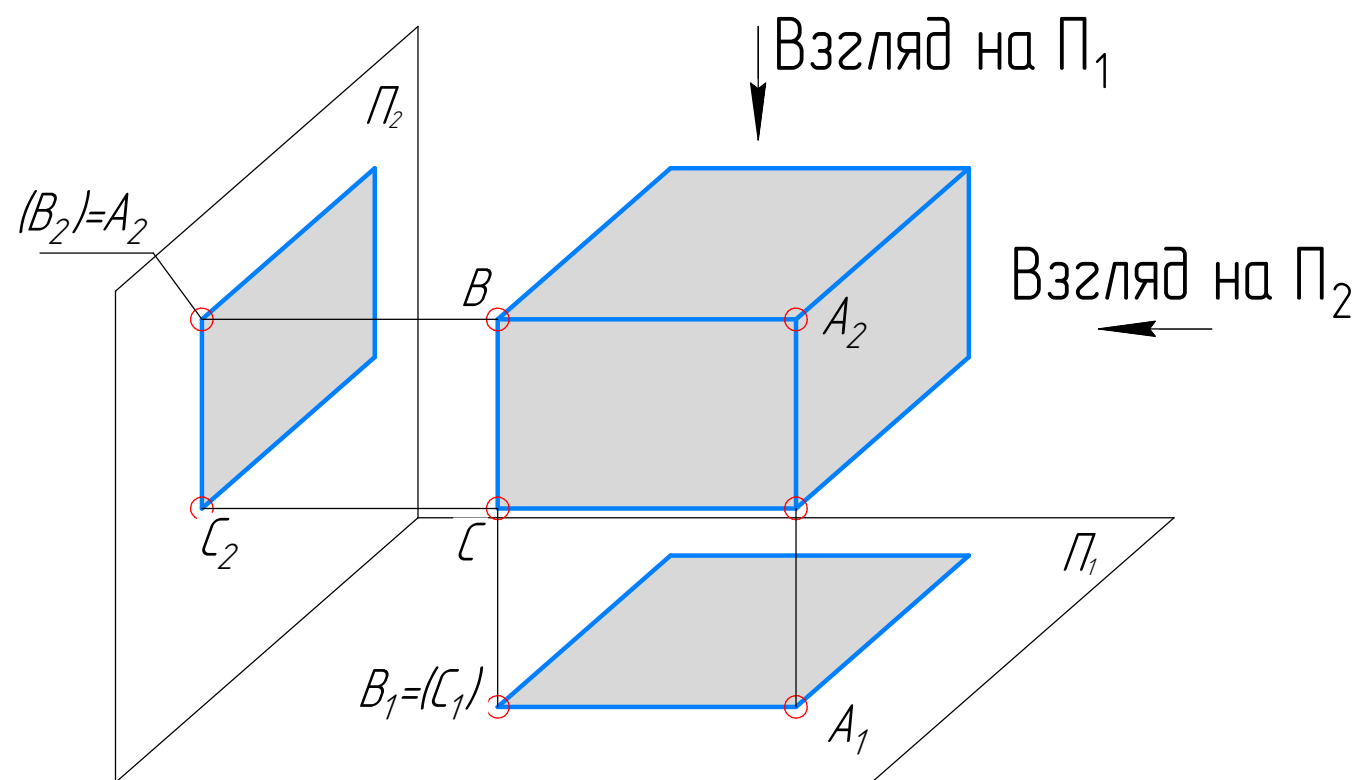
Профильно-
проецирующая
прямая



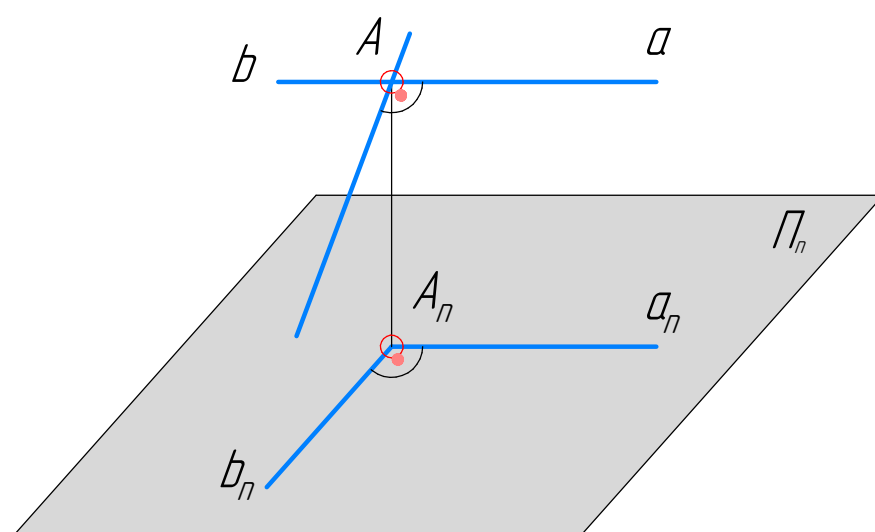
Проецирующая прямая проецируется на ПП, к которой она перпендикулярна, в точку называемую основной проекцией прямой.

Конкурирующие точки

Точки, проекции которых совпали на плоскости проекций, называются конкурирующими в их видимости (относительно этой плоскости).

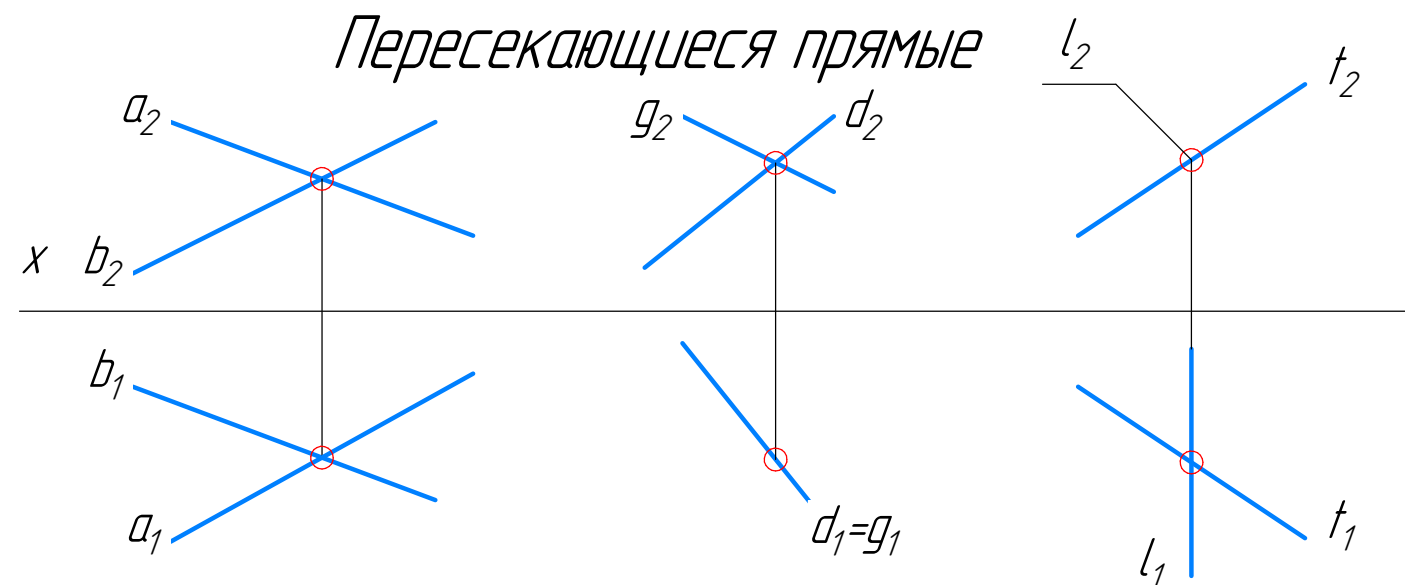


Проецирование прямого угла

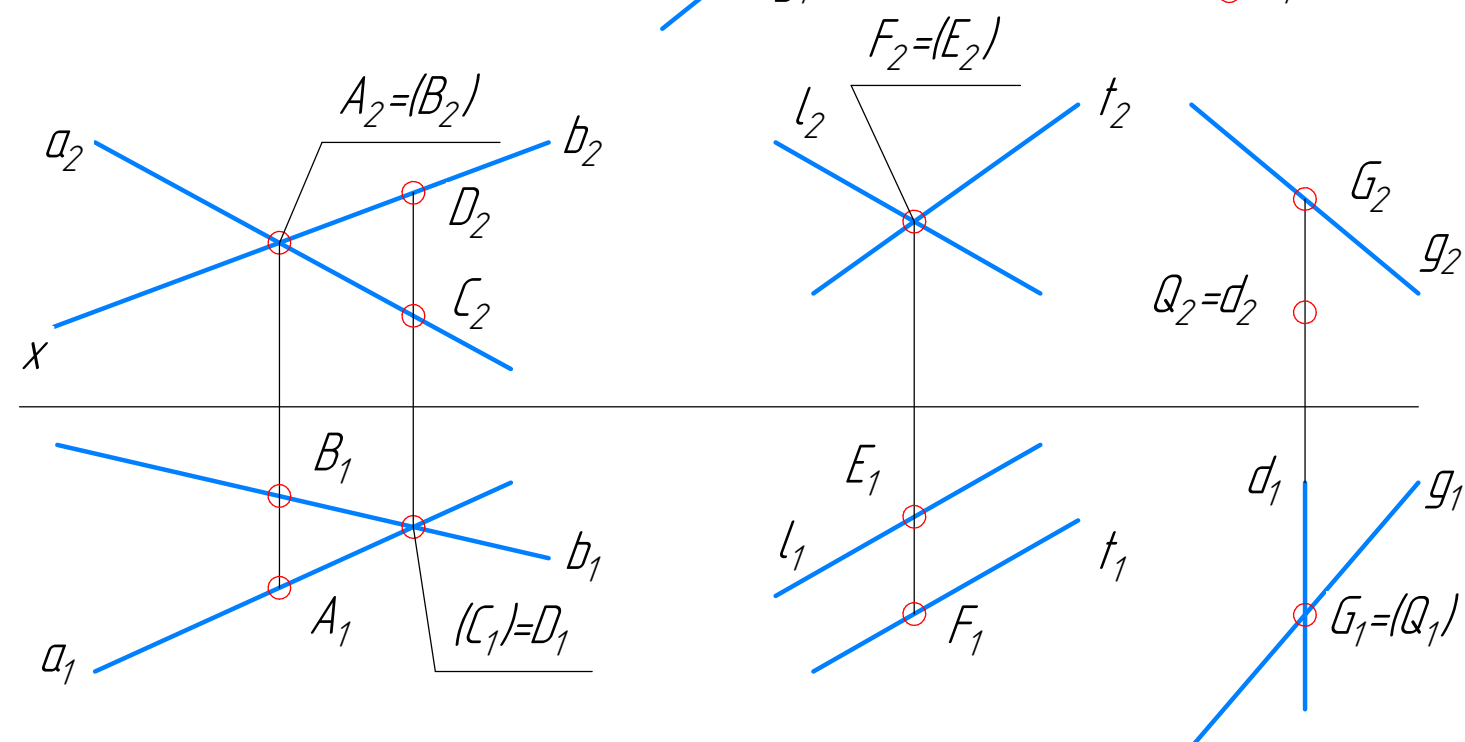


Задание пар прямых

Пересекающиеся прямые



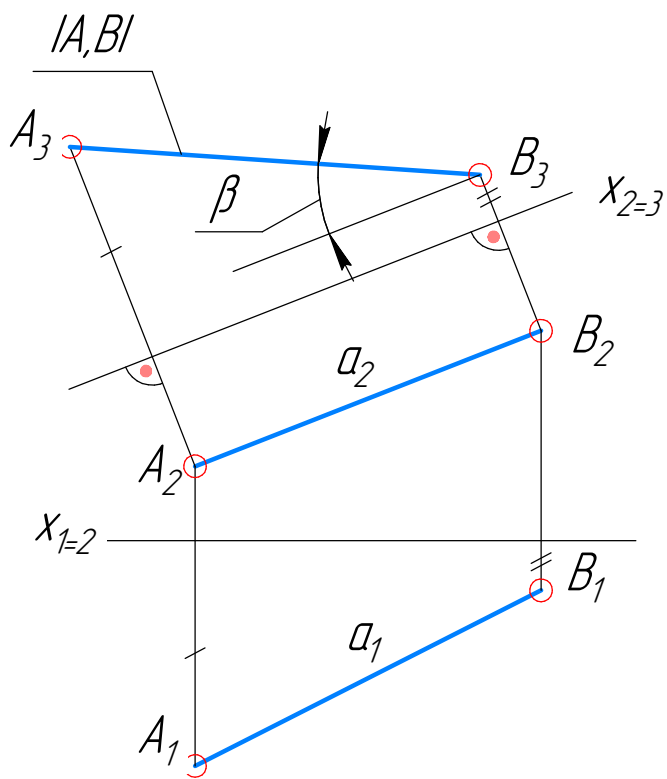
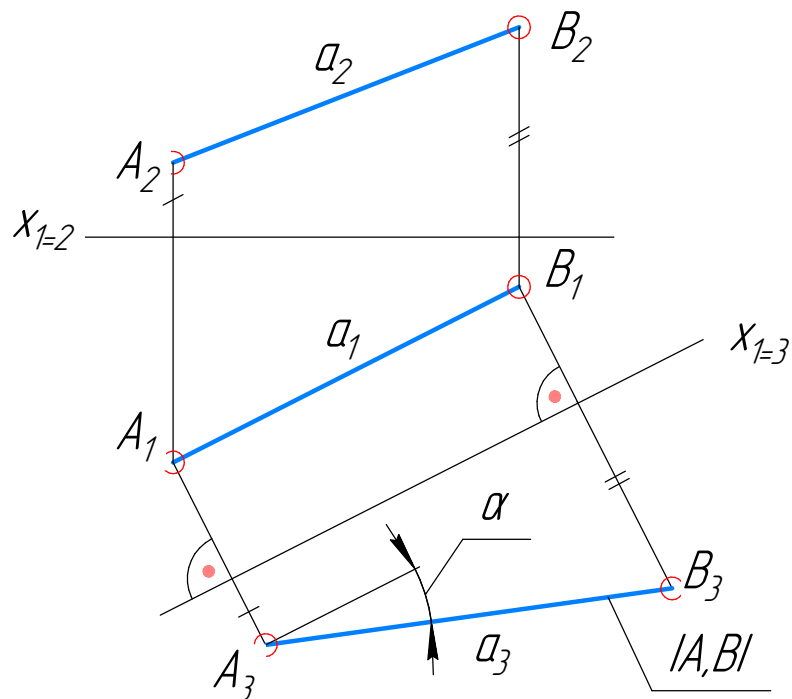
Параллельные прямые



Задачи на преобразование прямой введением новой ПП

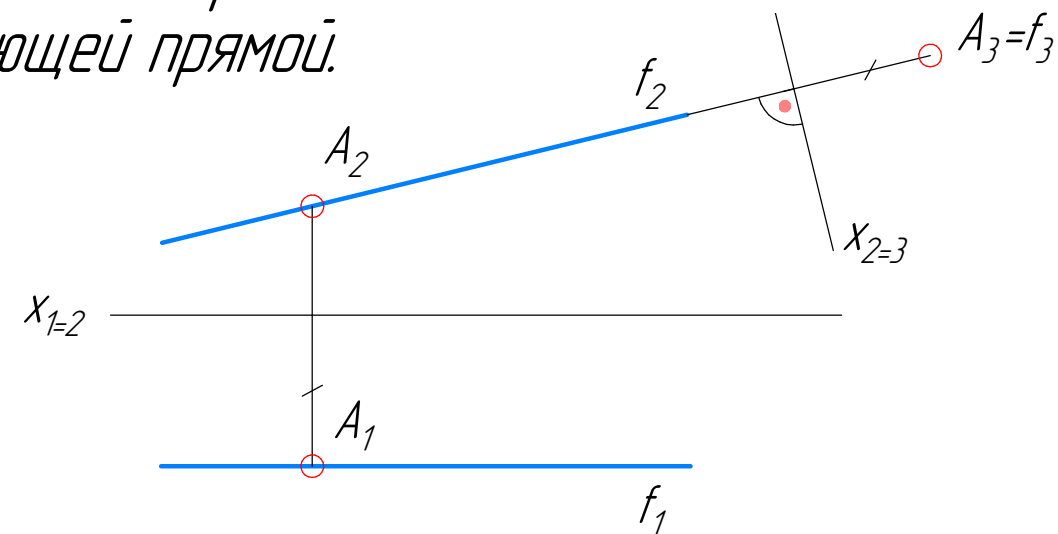
Условие 10374:

преобразовать чертеж так, чтобы прямая
общего положения стала прямой уровня.



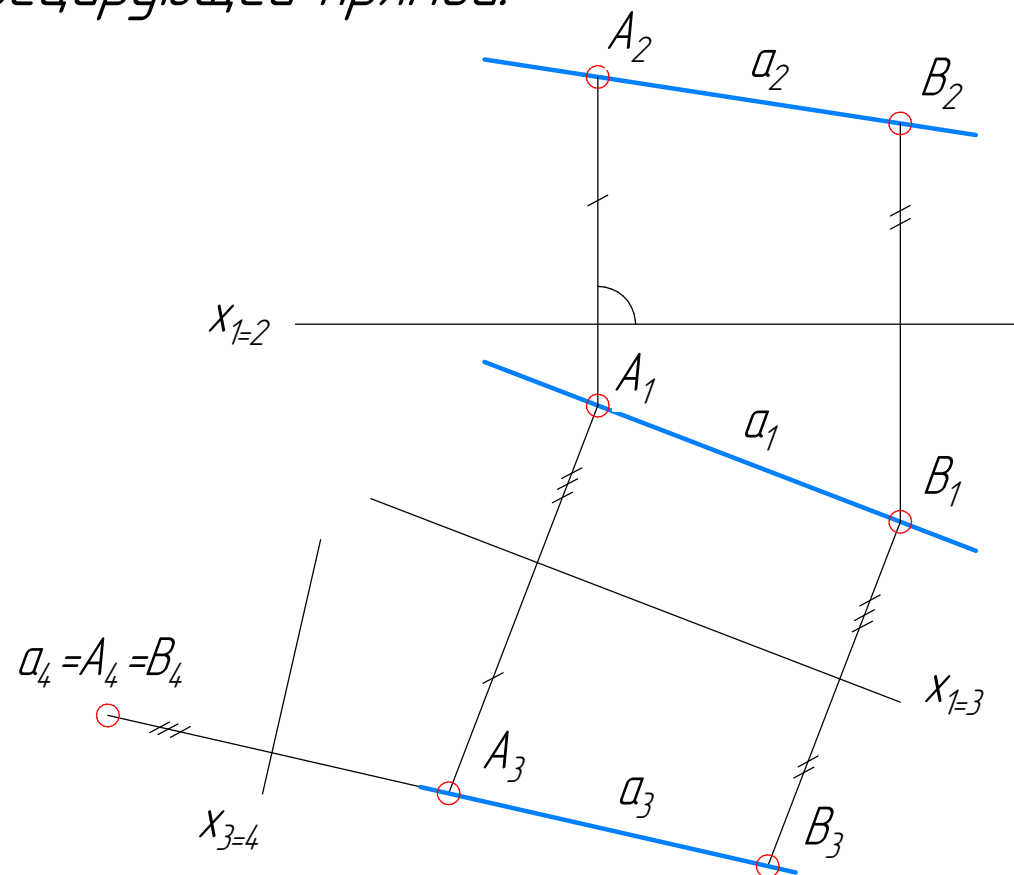
Условие 203П4:

прямую уровня перевести в положение проецирующей прямой.



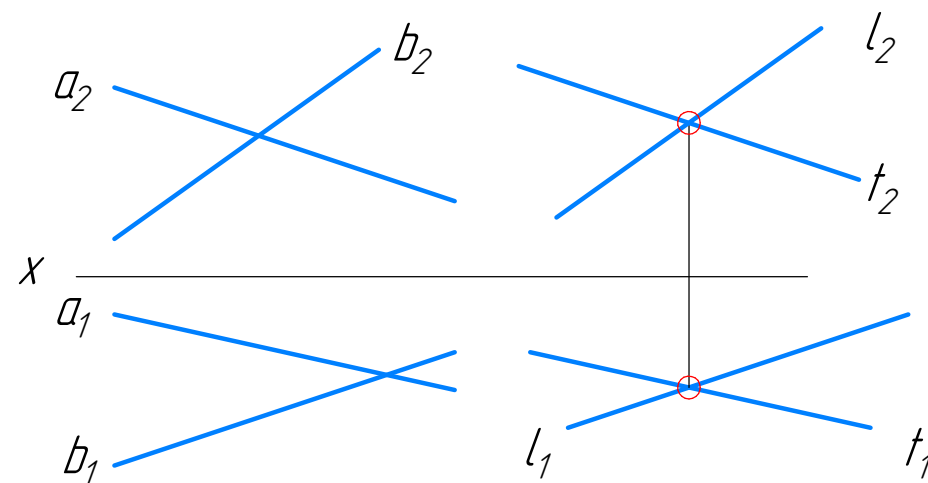
Задача:

прямую общего положения перевести в положение проецирующей прямой.

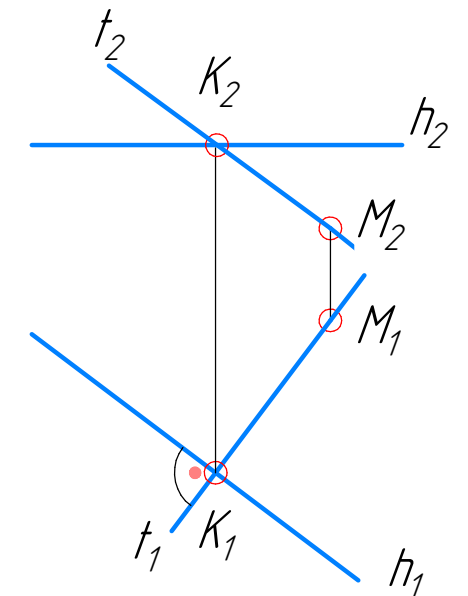
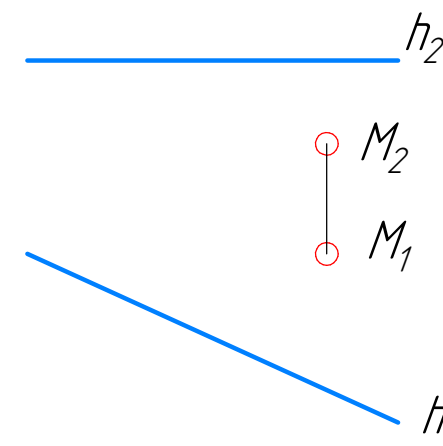


Примеры задач

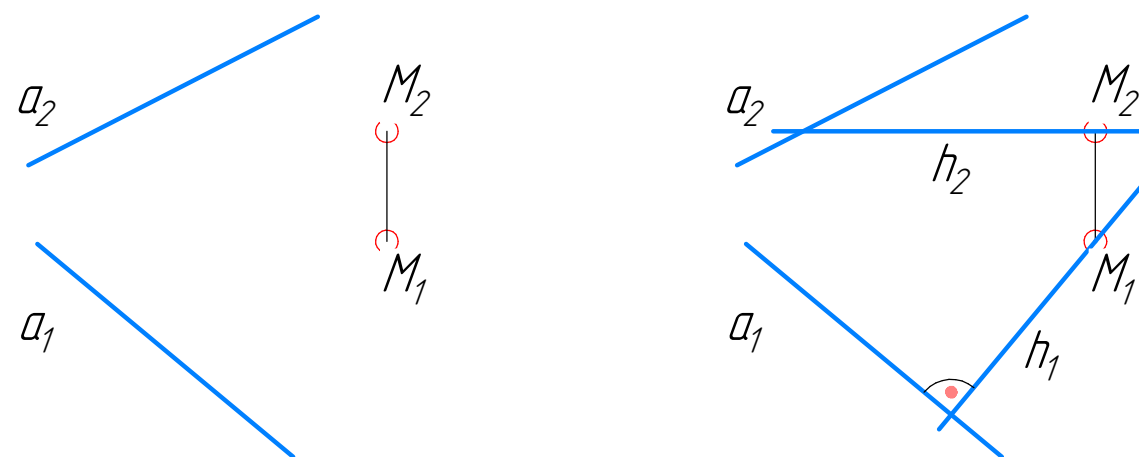
Величина угла между скрещивающимися прямыми равна величине угла между пересекающимися прямыми соответственно параллельными данным скрещивающимся прямым.



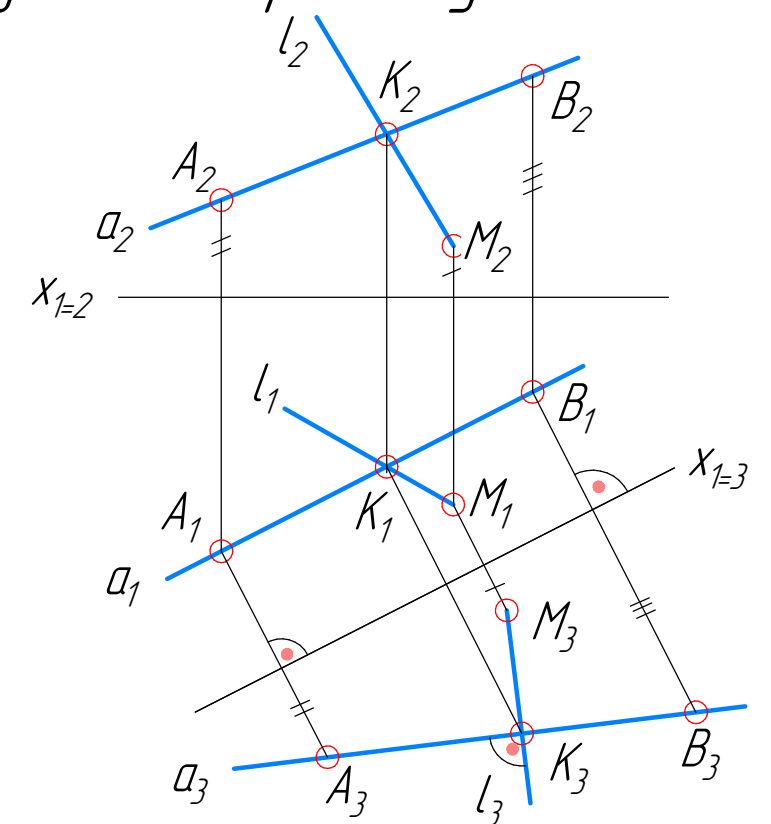
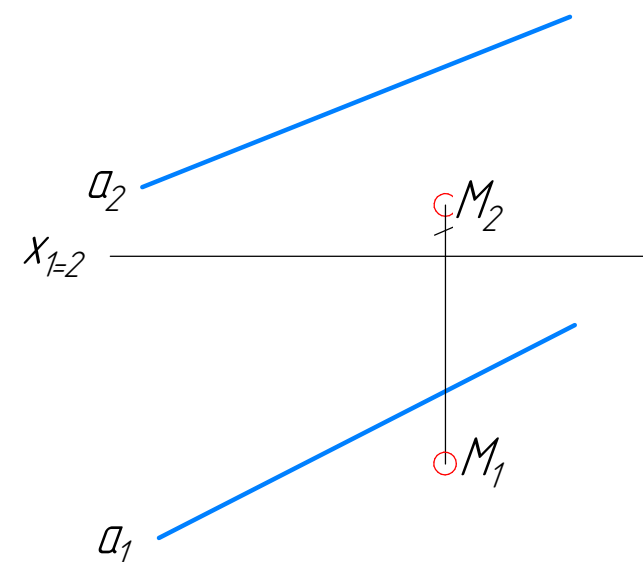
Пример 2. Заданы горизонталь h и точка M . Построить прямую, проходящую через точку M и пересекающую h под прямым углом.



Пример 1. Заданы прямая a и точка M . Через точку M провести прямую перпендикулярно прямой a .

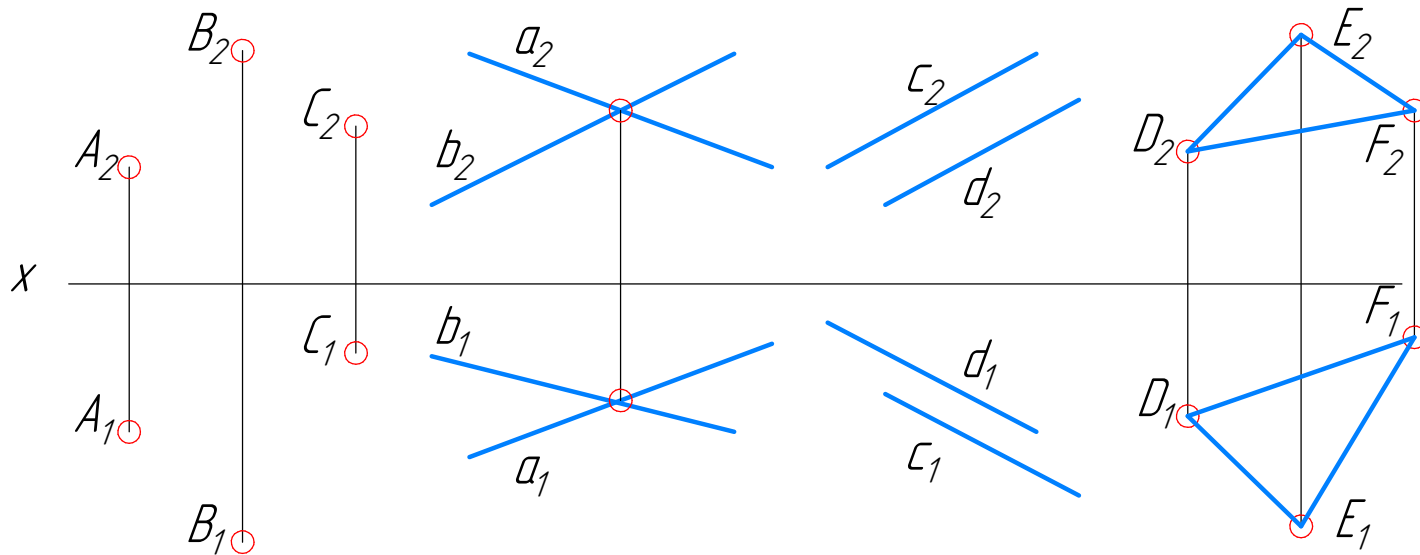


Пример 3. Построить прямую, проходящую через точку M и пересекающую прямую a под прямым углом.

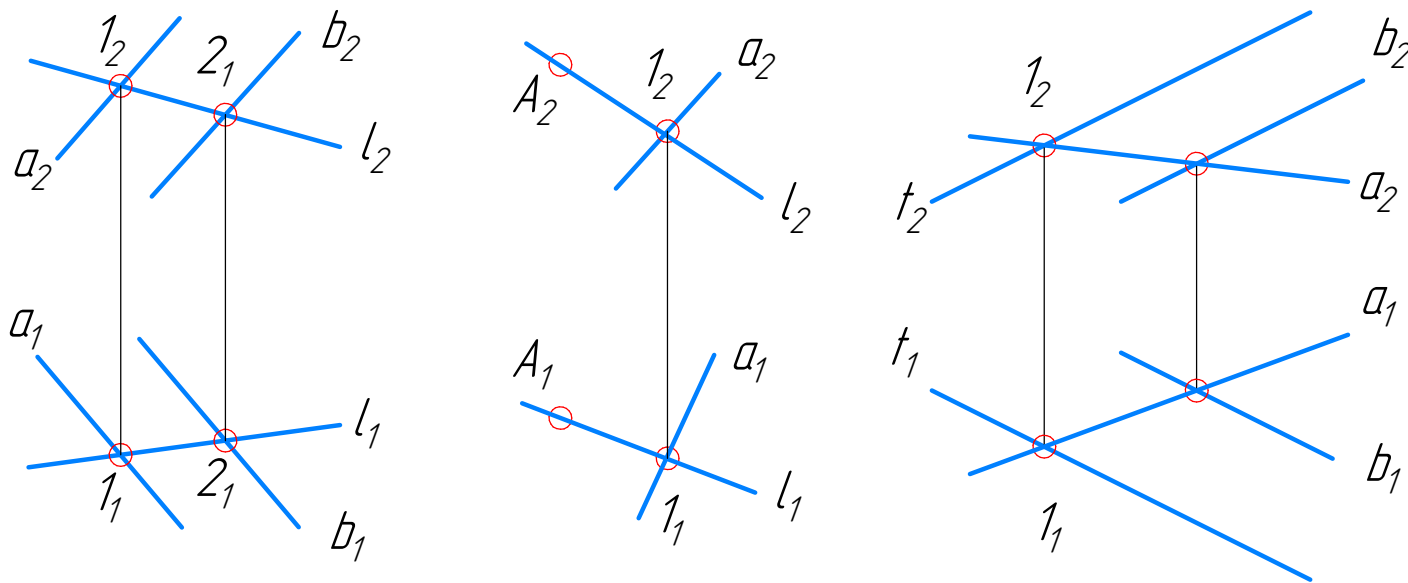


Плоскость

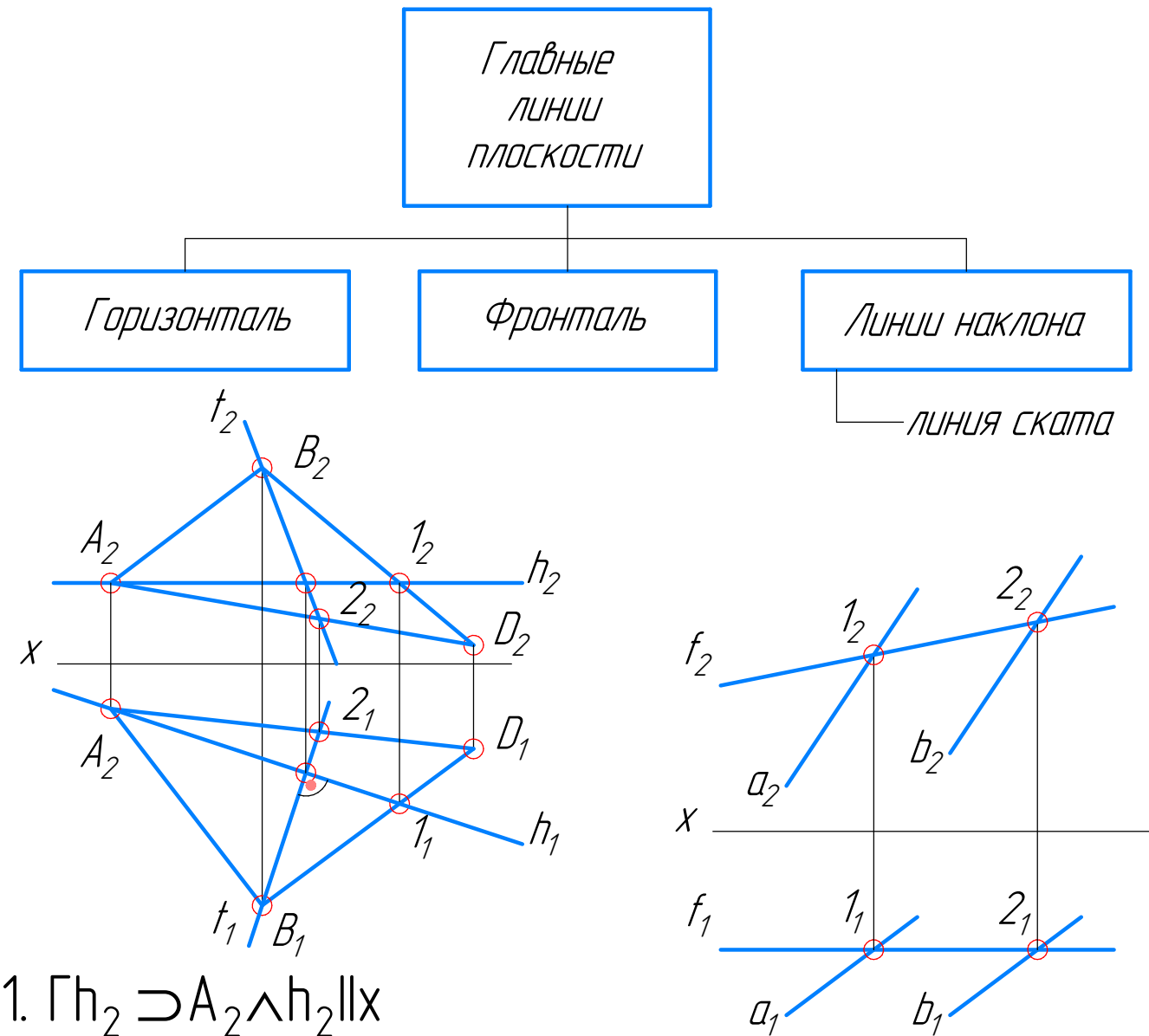
Плоскость общего положения – это плоскость, не перпендикулярная π , следовательно, не параллельная ни одной из ПП.



Построение прямой в плоскости общего положения



Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки плоскости или если она проходит через точку плоскости параллельно одной из прямых плоскости



1. $\Gamma h_2 \supset A_2 \wedge h_2 \parallel x$
2. $\Gamma 1_2 = h_2 \cap [B_2, D_2]$
3. $\Gamma 1_1 \subset [B_1, D_1]$
4. $\Gamma h_1 \supset A_1, 1_1$
5. $\Gamma t_1 \supset B_1 \wedge t_1 \perp h_1$
6. $\Gamma 2_1 = t_1 \cap [A_1, D_1]$
7. $\Gamma 2_2 \subset [A_2, D_2]$
8. $\Gamma t_2 \supset B_2, 2_2$

1. $\Gamma \vdash f \cap a$
2. $\Gamma \vdash f \cap b$
3. $\Gamma \vdash f: f_1 \parallel x, f_2 \supset 1_2, 2_2$

Принадлежность точки плоскости общего положения

Задача на принадлежность точки поверхности называется основной позиционной задачей.

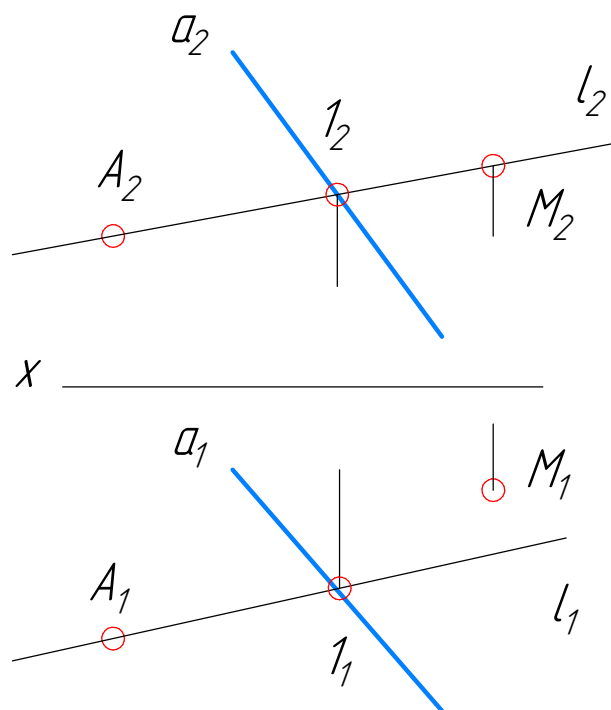
На чертеже задана..

- а) поверхность. Построить проекции произвольной точки, принадлежащей поверхности.
- б) поверхность и одна проекция точки, принадлежащей поверхности. Построить вторую проекцию точки.
- в) поверхность и точка. Определить, принадлежит точка поверхности или нет.

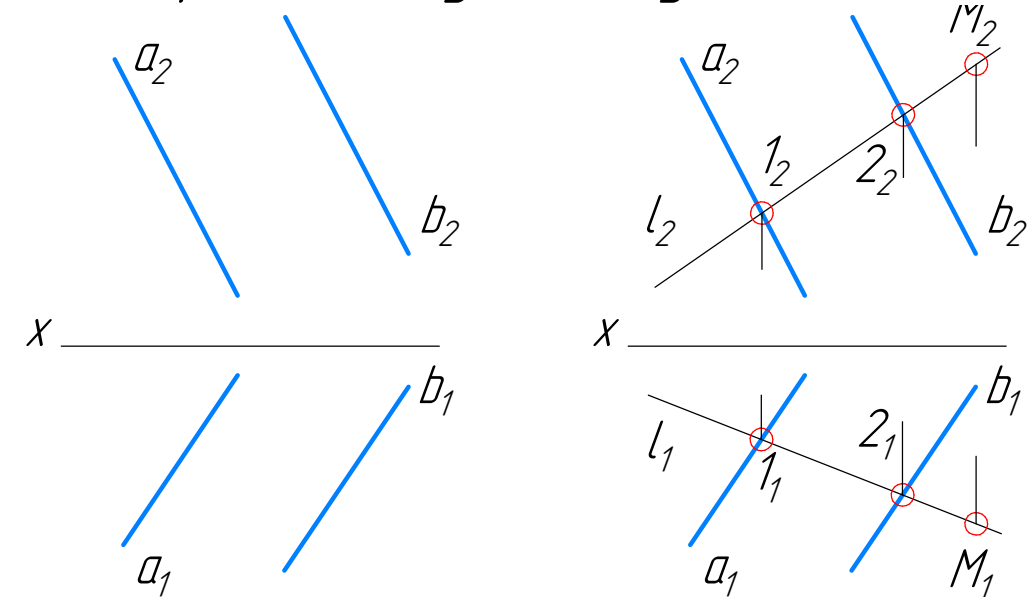
Условие принадлежности: точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

- 1. $\Gamma a \subset \Phi$ – на поверхности Φ строится некая линия a .
- 2. $\Gamma M \subset a$ – на линии a задается строится точка M .

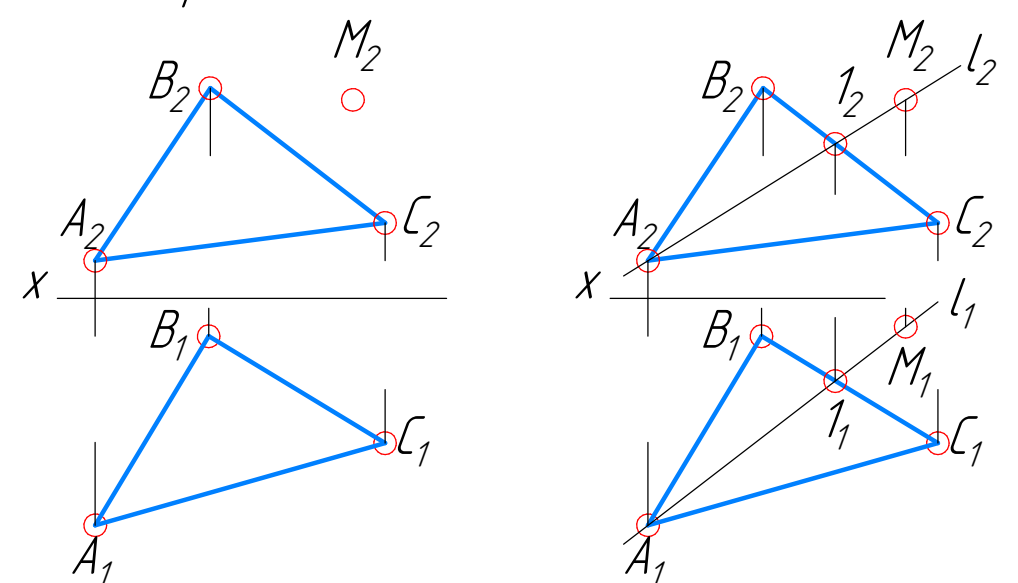
Принадлежит ли точка M плоскости $\Sigma(a, A)$?



Построить произвольную точку в плоскости $\Sigma(a, b)$.



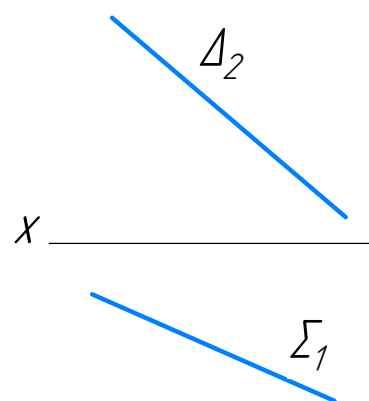
Построить M_1 , если M лежит в плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$.



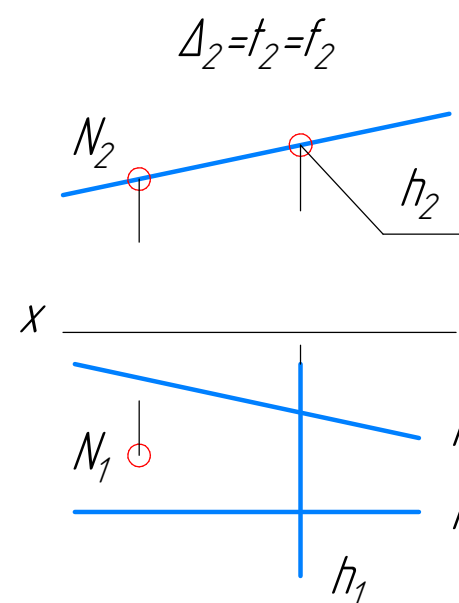
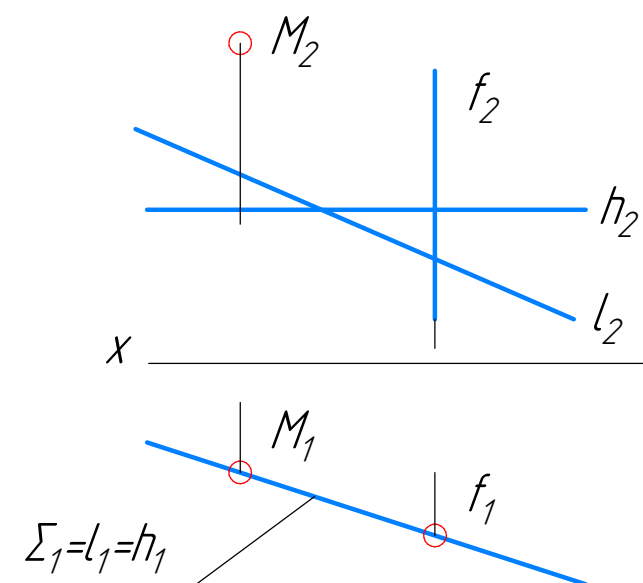
Плоскости частного положения

Проецирующая плоскость

- плоскость, перпендикулярная одной из ПП
- горизонтально-проецирующая плоскость
- фронтально-проецирующая плоскость
- профильно-проецирующая плоскость

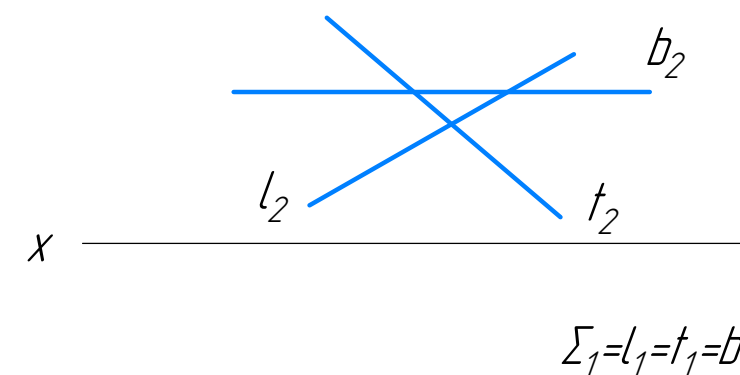


Собирательное свойство проецирующей плоскости

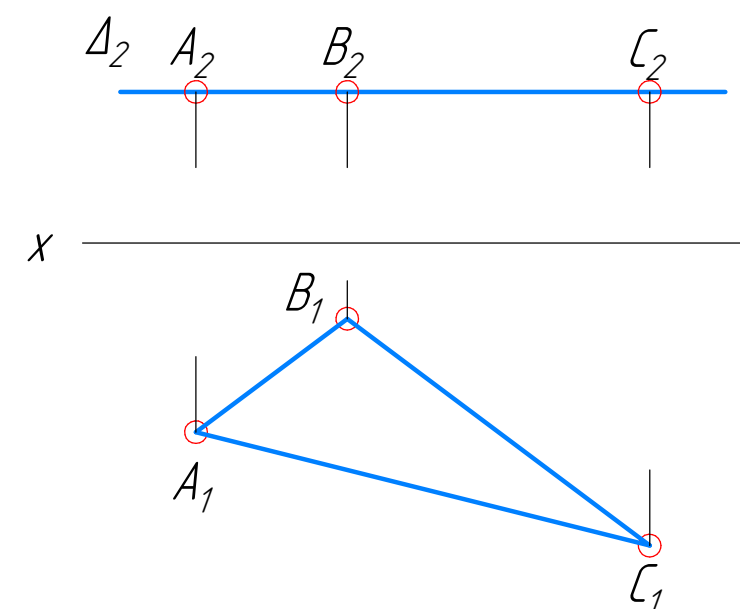


Плоскость уровня

- плоскость, параллельная одной из ПП
- горизонтальная плоскость
- фронтальная плоскость
- профильная плоскость

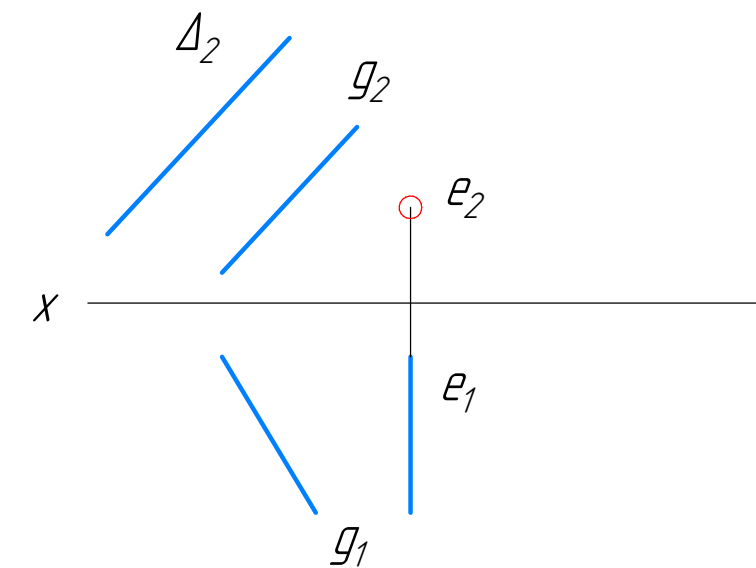
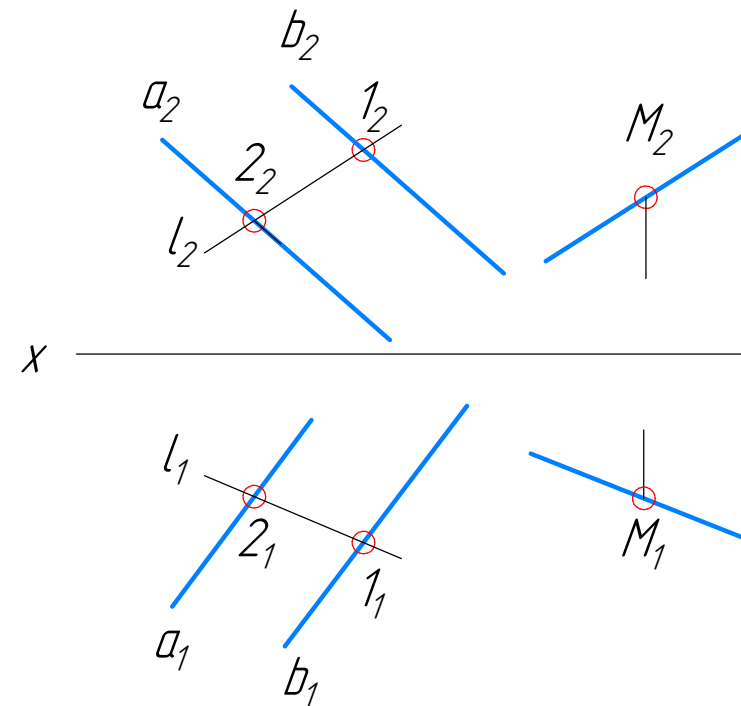
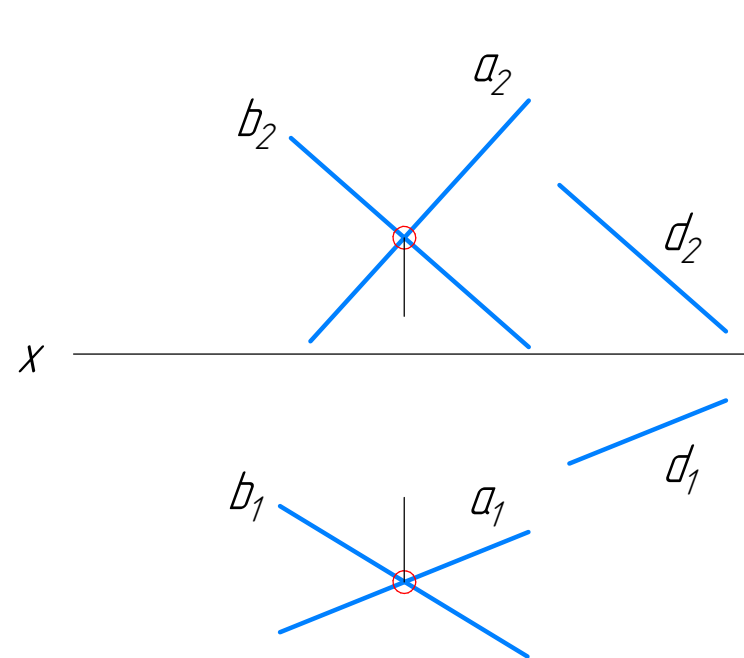


Свойство проецирования в натуральную величину



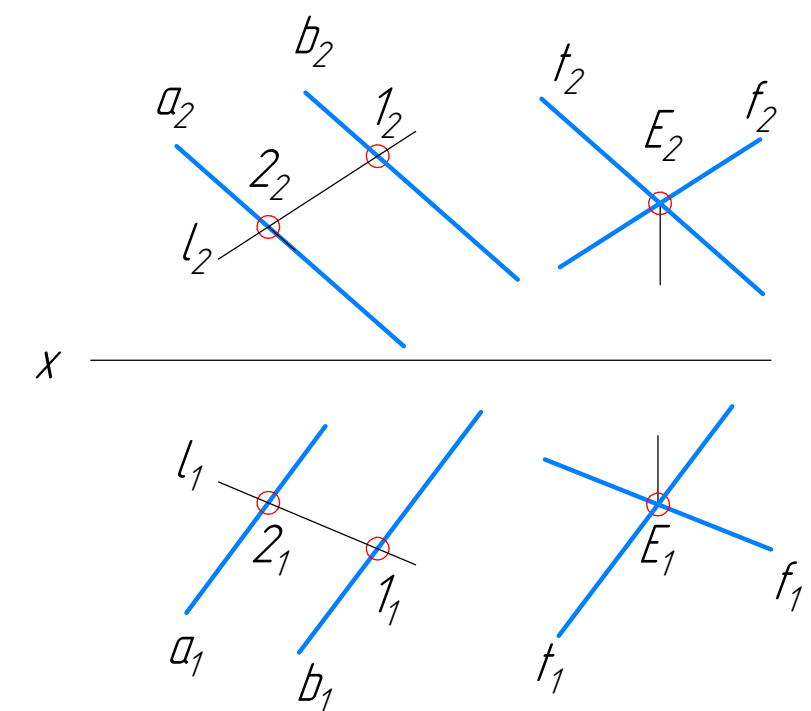
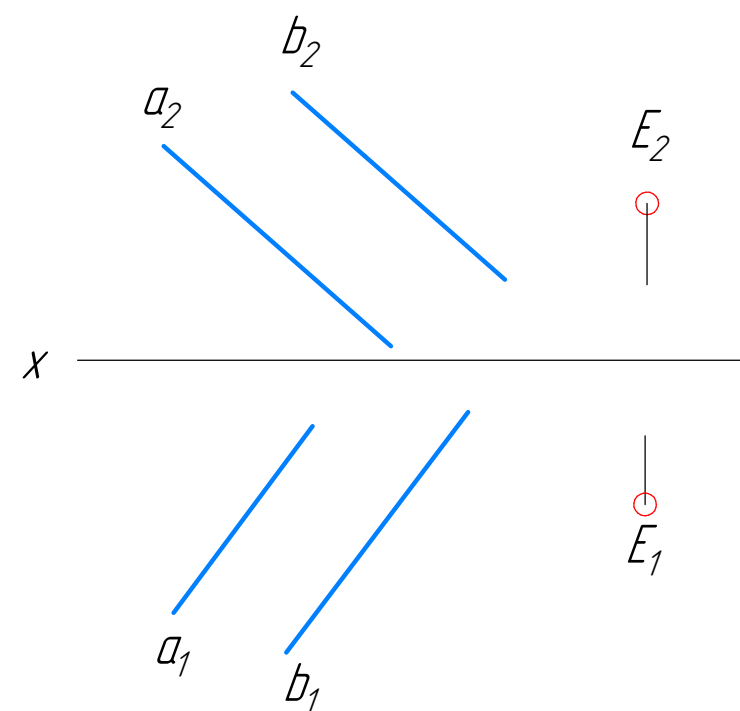
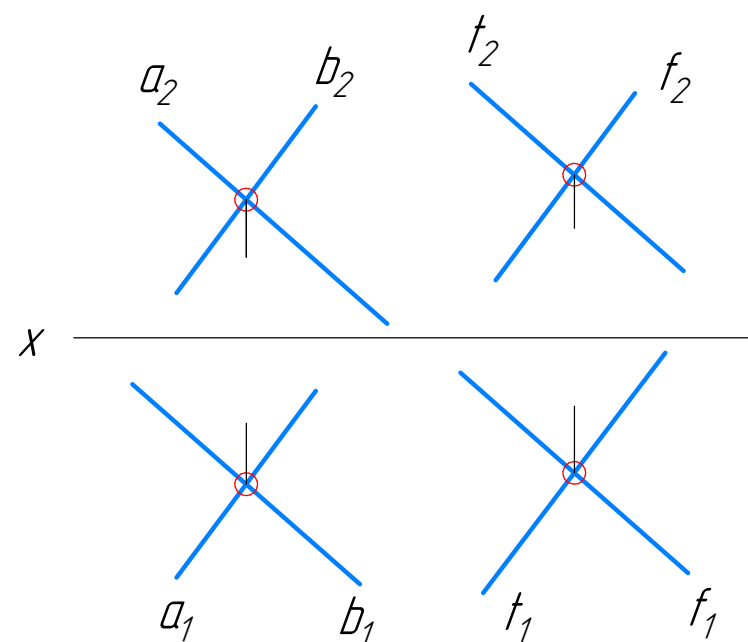
Признаки параллельности

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой в этой плоскости.



Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой.

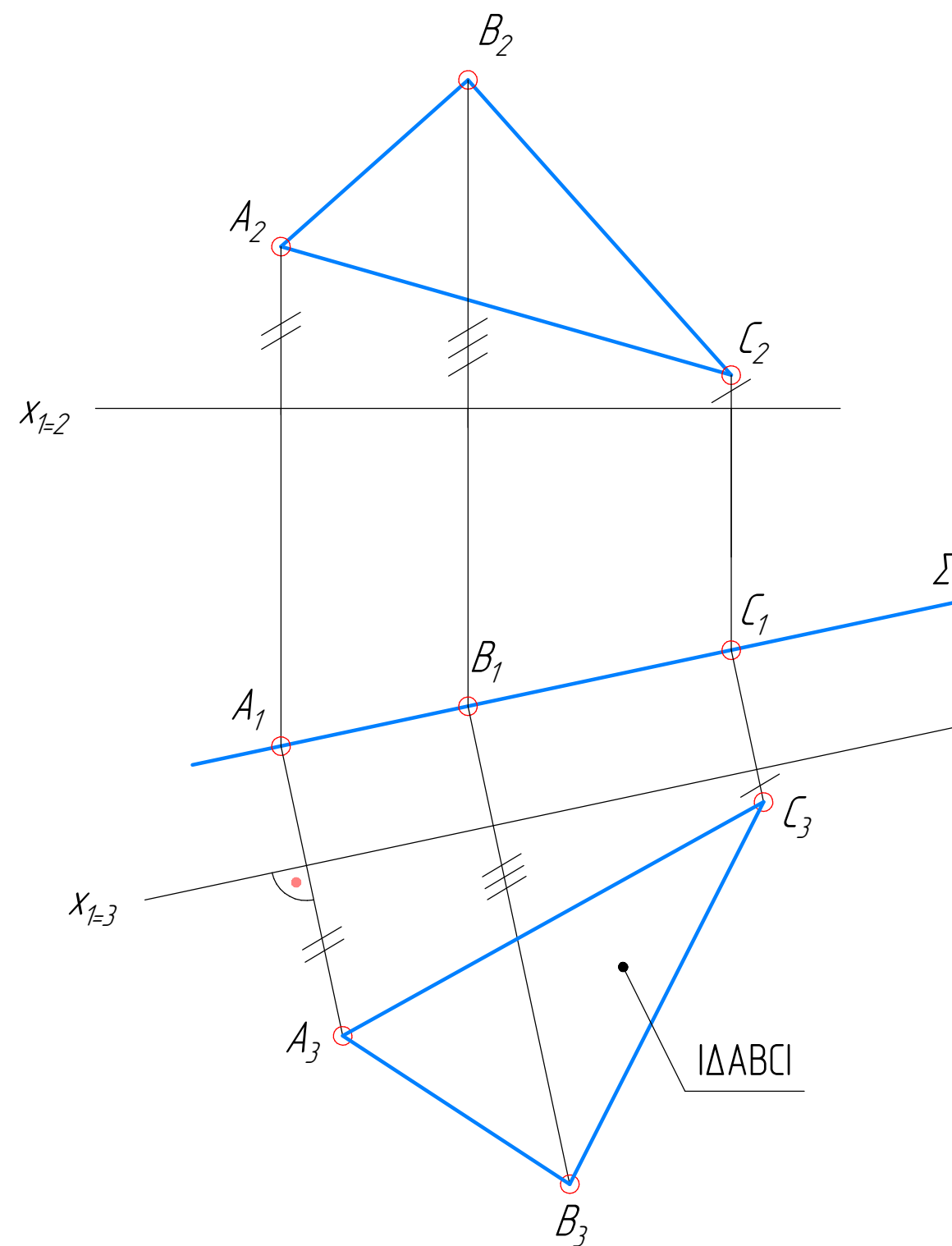
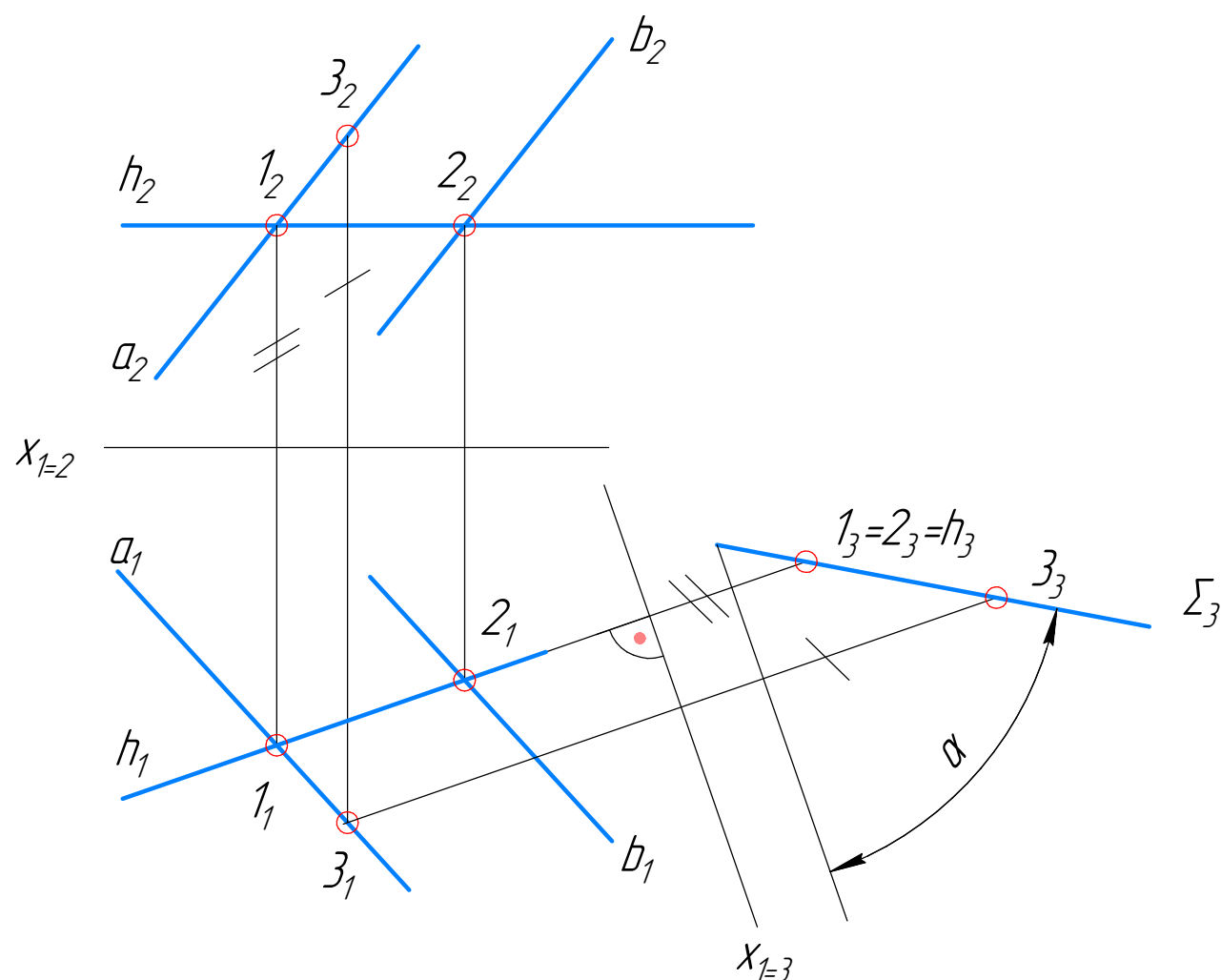
Пример. Через точку E провести плоскость, параллельную плоскости Σ ($\text{all } b$).



Основные задачи преобразования чертежа

Задачи на преобразование плоскости введением новой ПП

Условие 3ОЗПЧ: преобразовать чертеж так, чтобы плоскость общего положения стала проецирующей. Условие 4ОЗПЧ: преобразовать чертеж так, чтобы проецирующая плоскость стала плоскостью уровня.



Метрические задачи

Метрическая задача: задача, в условии или процессе решения которой встречается численная характеристика.

определение расстояний

определение углов

определение натуральной величины

Основные метрические задачи

10МЗ

20МЗ

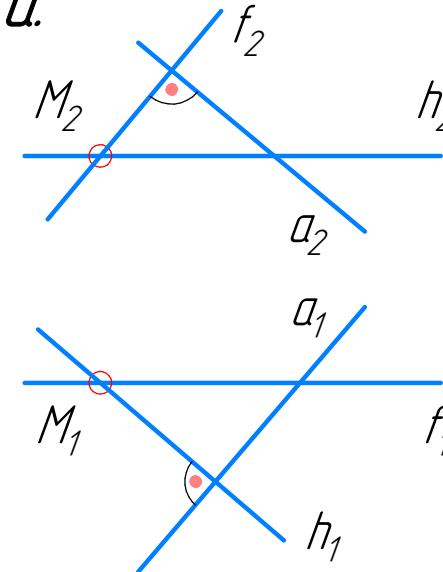
задачи на перпендикулярность прямой и плоскости

определение длины отрезка или расстояния между точками

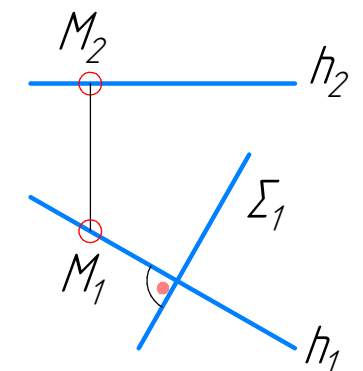
прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости

две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, которая перпендикулярна другой плоскости

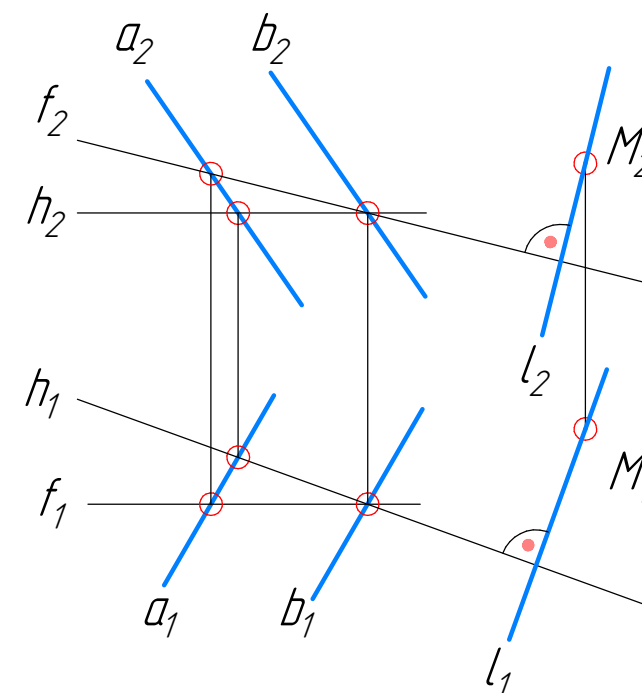
Через точку M провести плоскость, перпендикулярно прямой a .



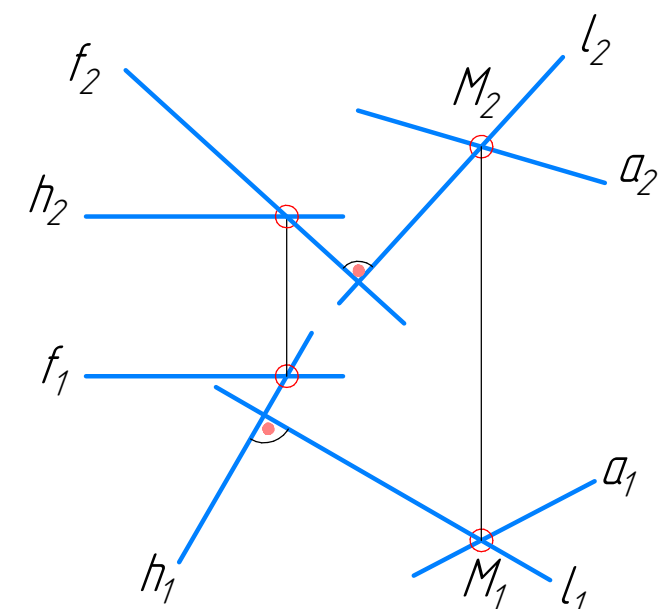
Через точку M провести перпендикуляр к проецирующей плоскости Σ



Через точку M провести прямую l , перпендикулярно к плоскости $\Sigma (a \parallel b)$.

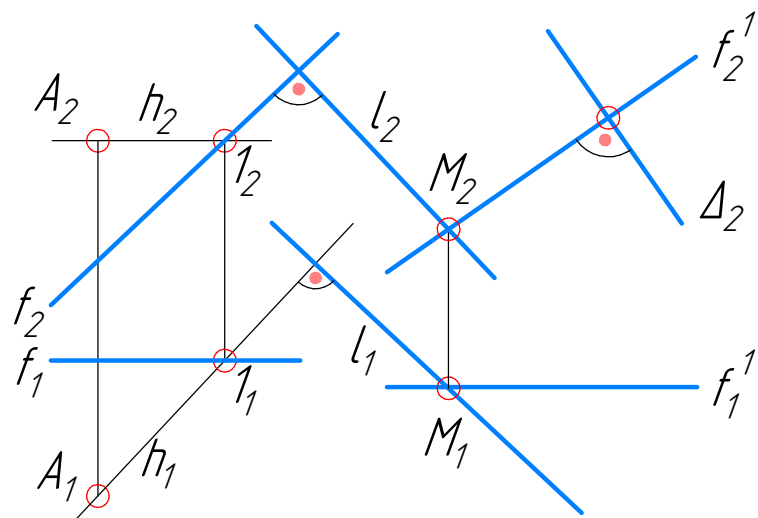


Через прямую a провести плоскость перпендикулярно к плоскости $\Sigma (f \cap h)$.

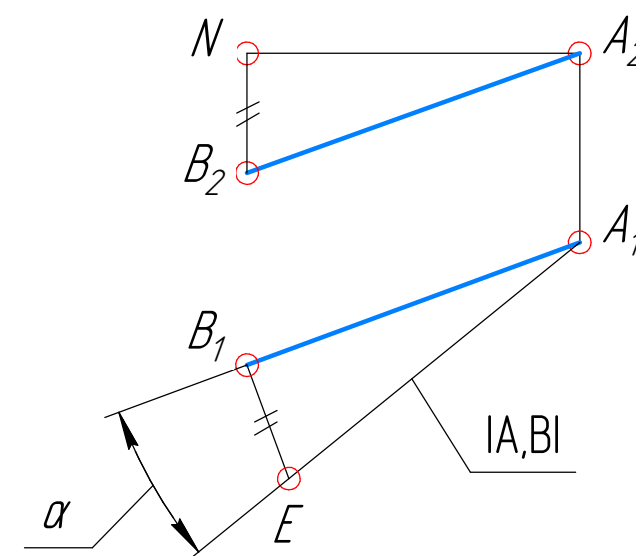


Метрические задачи

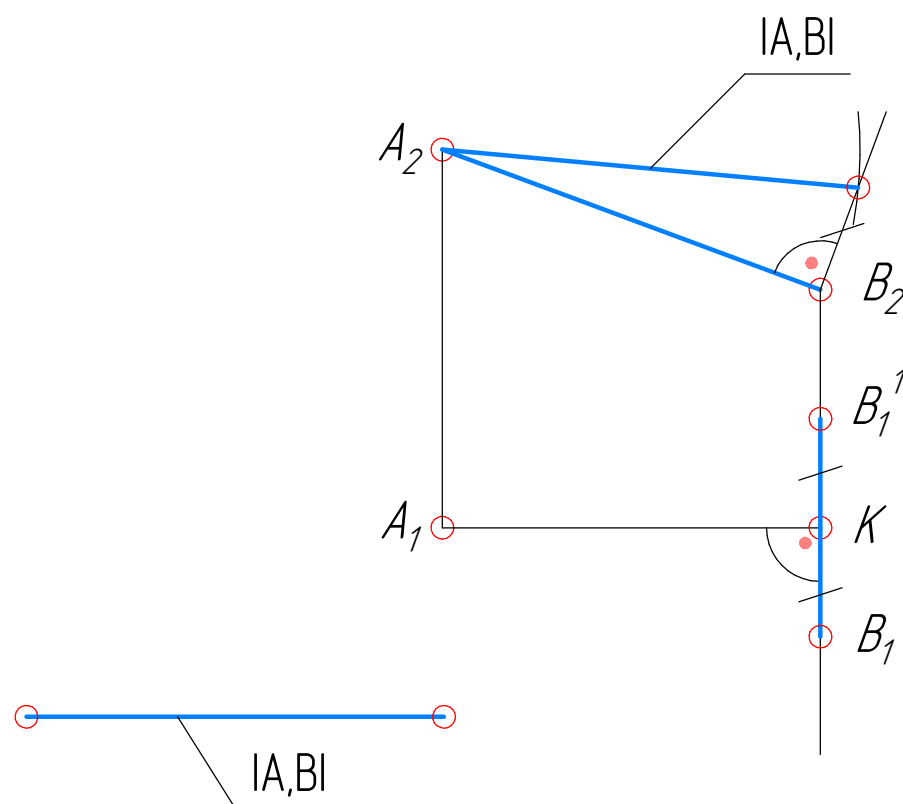
Построить плоскость Γ через точку M ,
перпендикулярно плоскостям $\Sigma(A, f)$ и $\Delta \perp \Pi_2$.



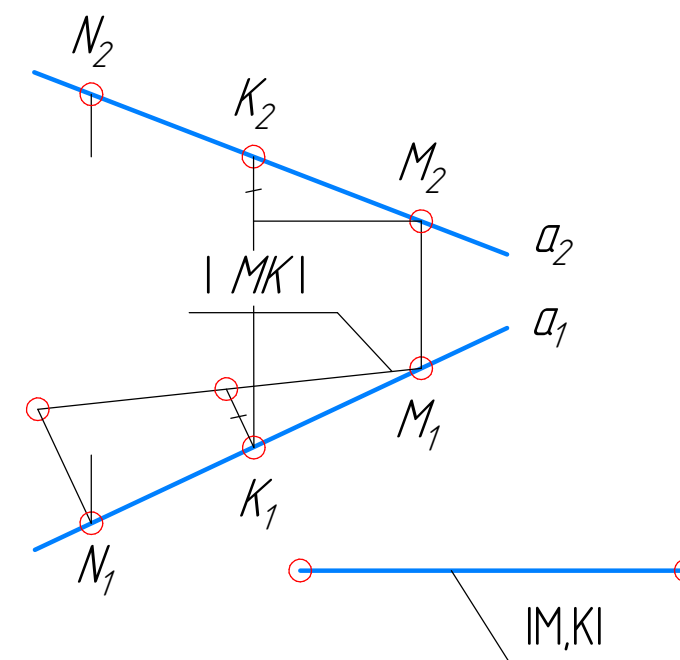
Заданы точка $A(A_1, A_2)$, проекция $[A_1B_1]$ отрезка $[A, B]$ и угол α наклона $[A, B]$ к Π_1 . Построить A_2B_2 .



Заданы проекция $[A_2B_2]$ отрезка $[A,B]$, его длина и точка A_1 . Построить B_1 .



На прямой a отложить от точки M отрезок заданной длины.



Позиционные задачи

К позиционным задачам относятся:

задачи на принадлежность точки линии, точки и линии поверхности и т.д.

задачи на пересечение линии и линии, линии и поверхности, двух поверхностей

задачи на взаимный порядок

Главные позиционные задачи

1ГПЗ

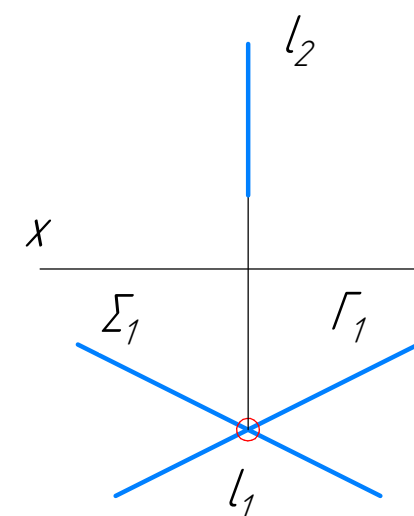
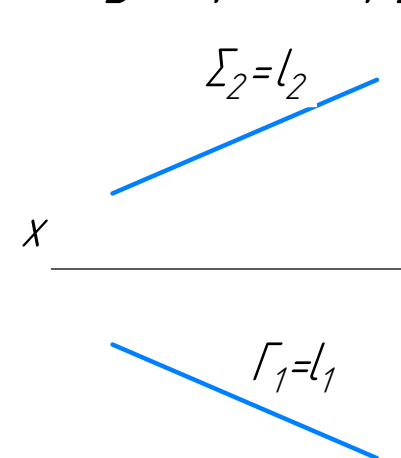
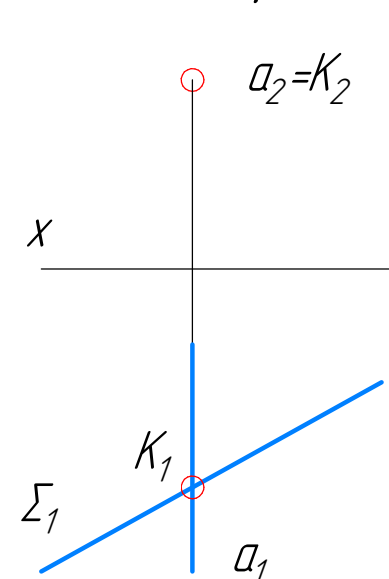
пересечение
линии и поверхности

2ГПЗ

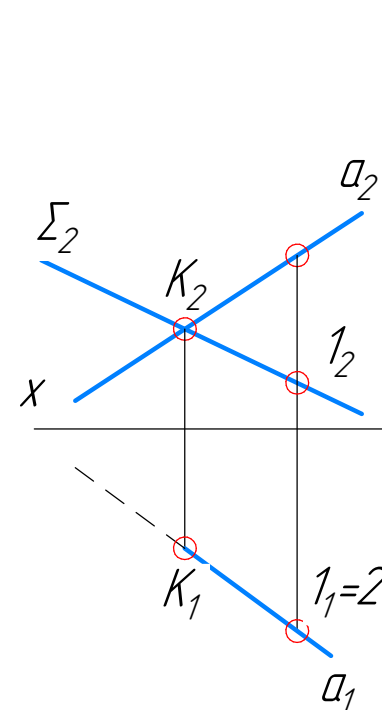
пересечение
поверхностей

Ключ к решению ГПЗ – задача на принадлежность точки поверхности (ОПЗ) и условие: точка пересечения и линия пересечения одновременно принадлежат каждому из пересекающихся ГО.

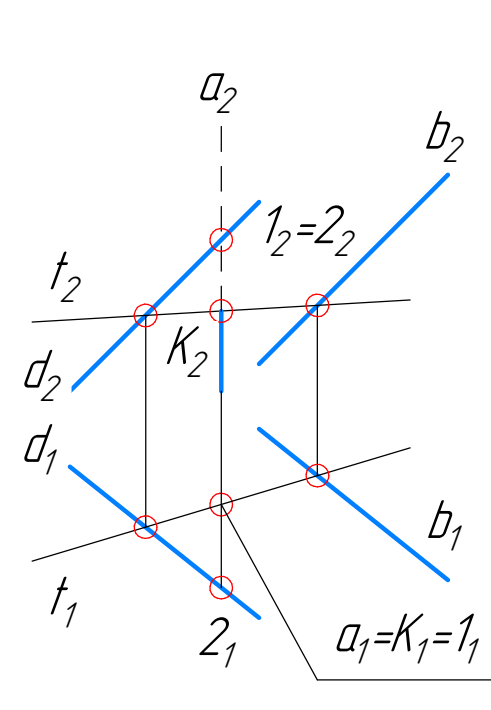
1ГПЗ-1: пересечение двух проецирующих ГО.



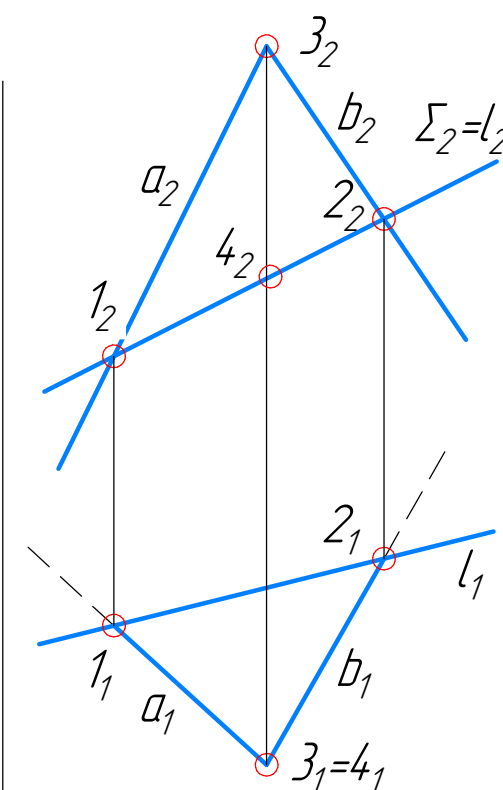
1ГПЗ-2: пересечение двух ГО, один из которых проецирующий



Дано: $a, \Sigma \perp \Pi_2$.
Найти $K = a \cap \Sigma$.



Дано: $a \perp \Pi_1, \Sigma (d \parallel b)$.
Найти $K = a \cap \Sigma$.



Дано: $\Sigma \perp \Pi_1, \Gamma(a \cap b)$.
Найти $l = \Gamma \cap \Sigma$.

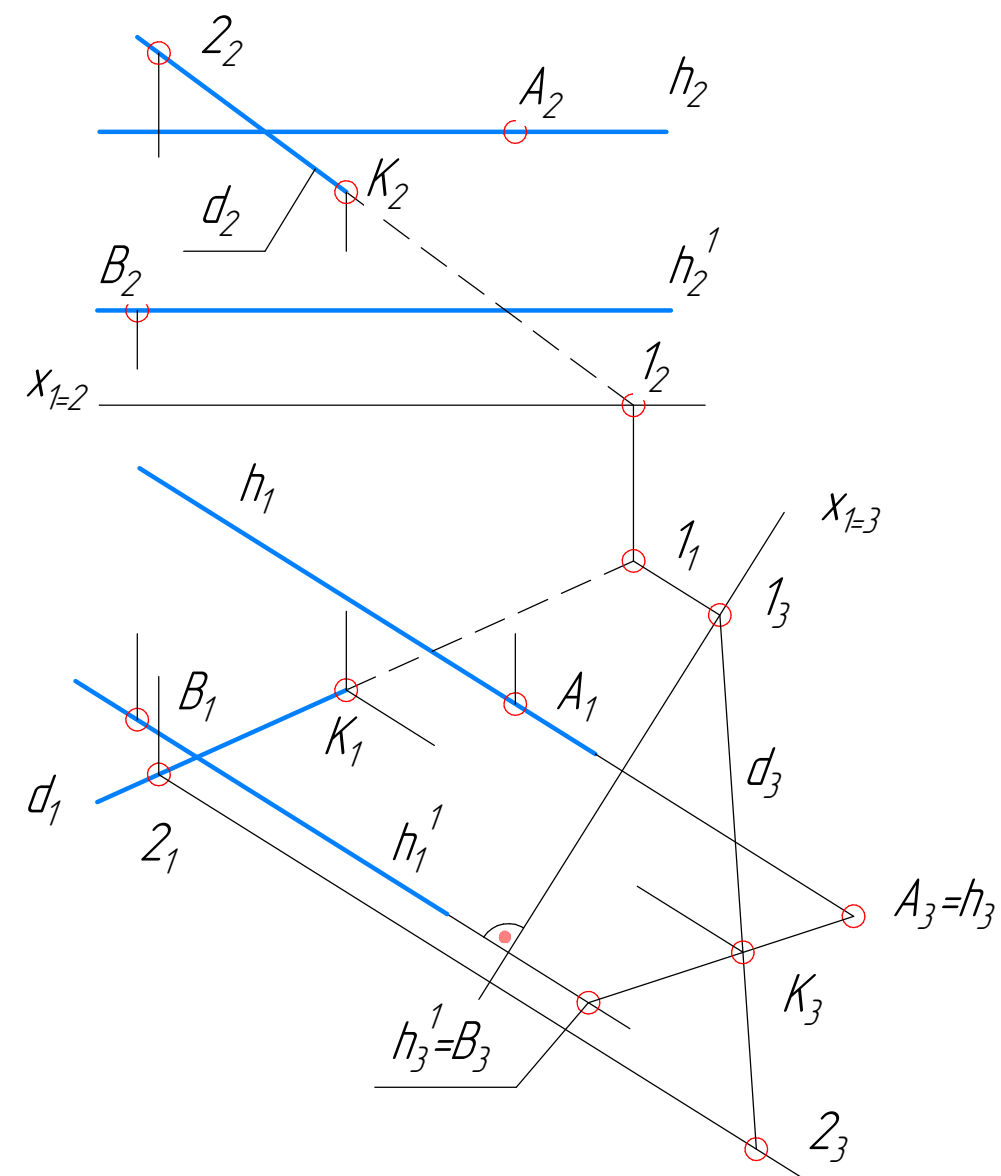
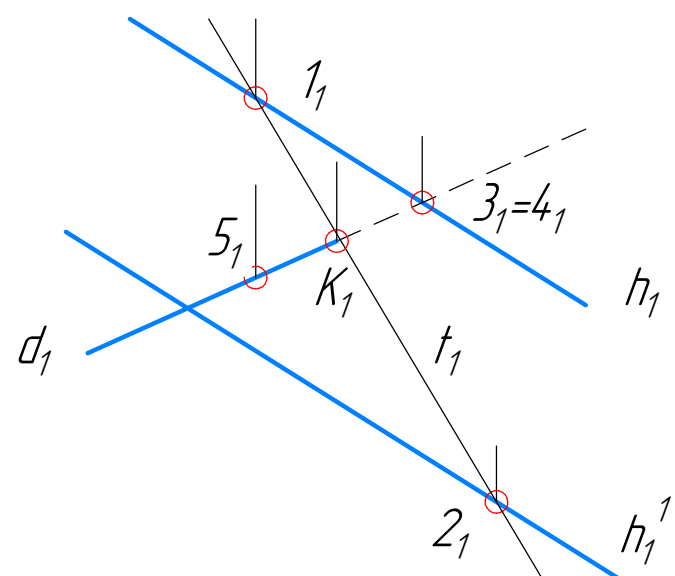
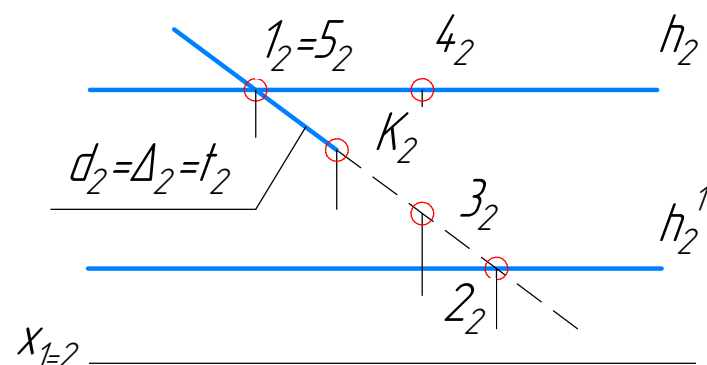
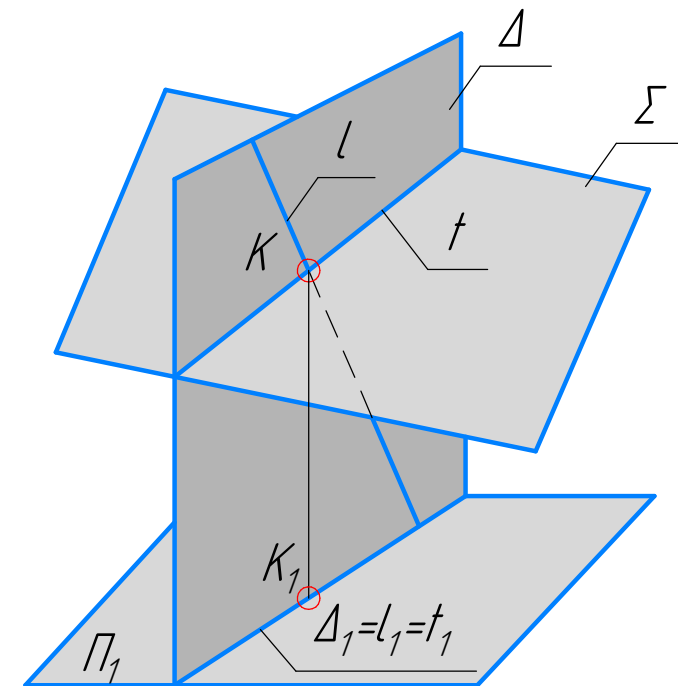
Позиционные задачи

1ГПЗ-3: пересечение непроецирующих ГО
(прямой и плоскости).

а) прямая заключается во вспомогательную проецирующую плоскость;

б) строится прямая, по которой пересекаются данная плоскость и вспомогательная проецирующая.

в) искомая точка – точка пересечения данной прямой и построенной.

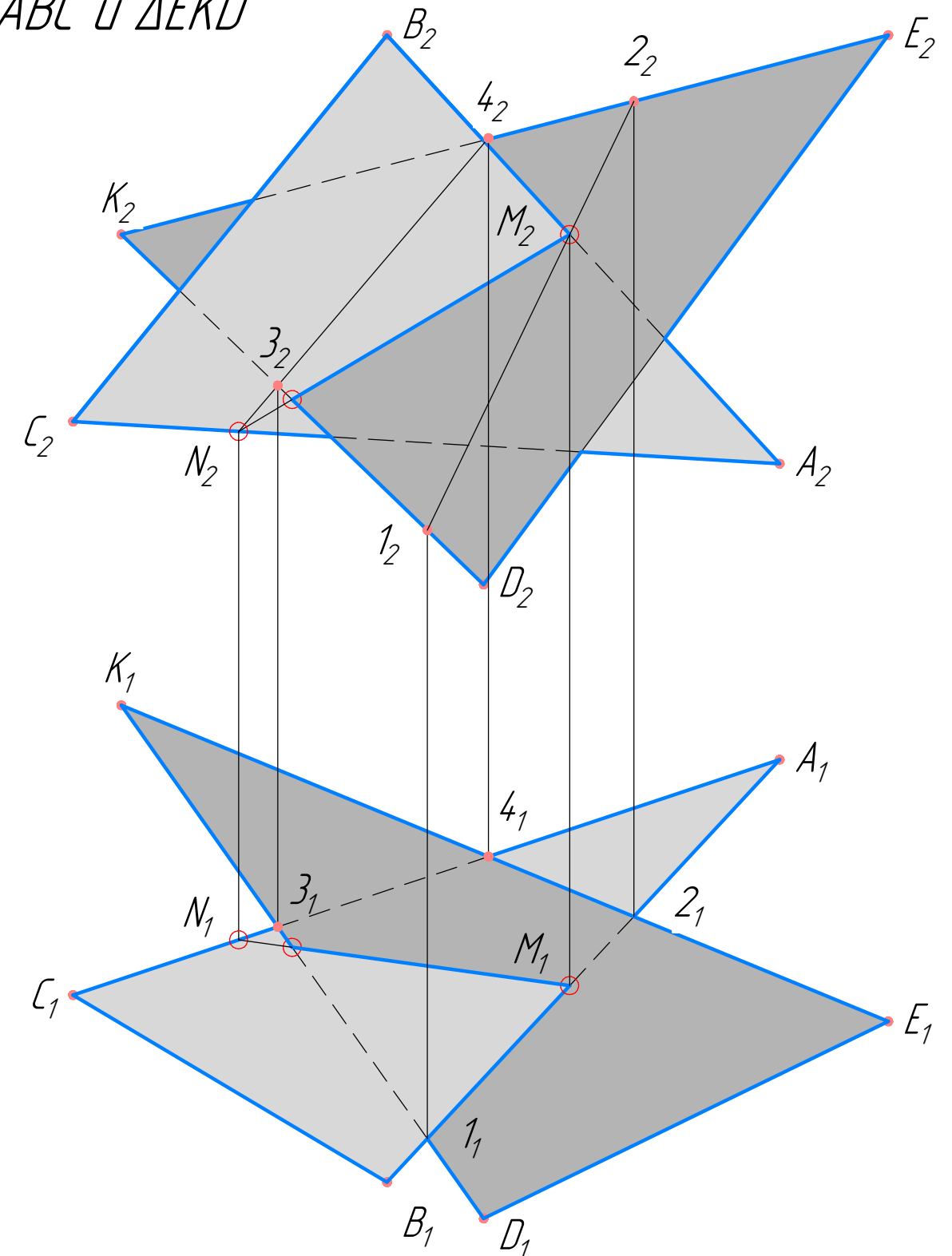
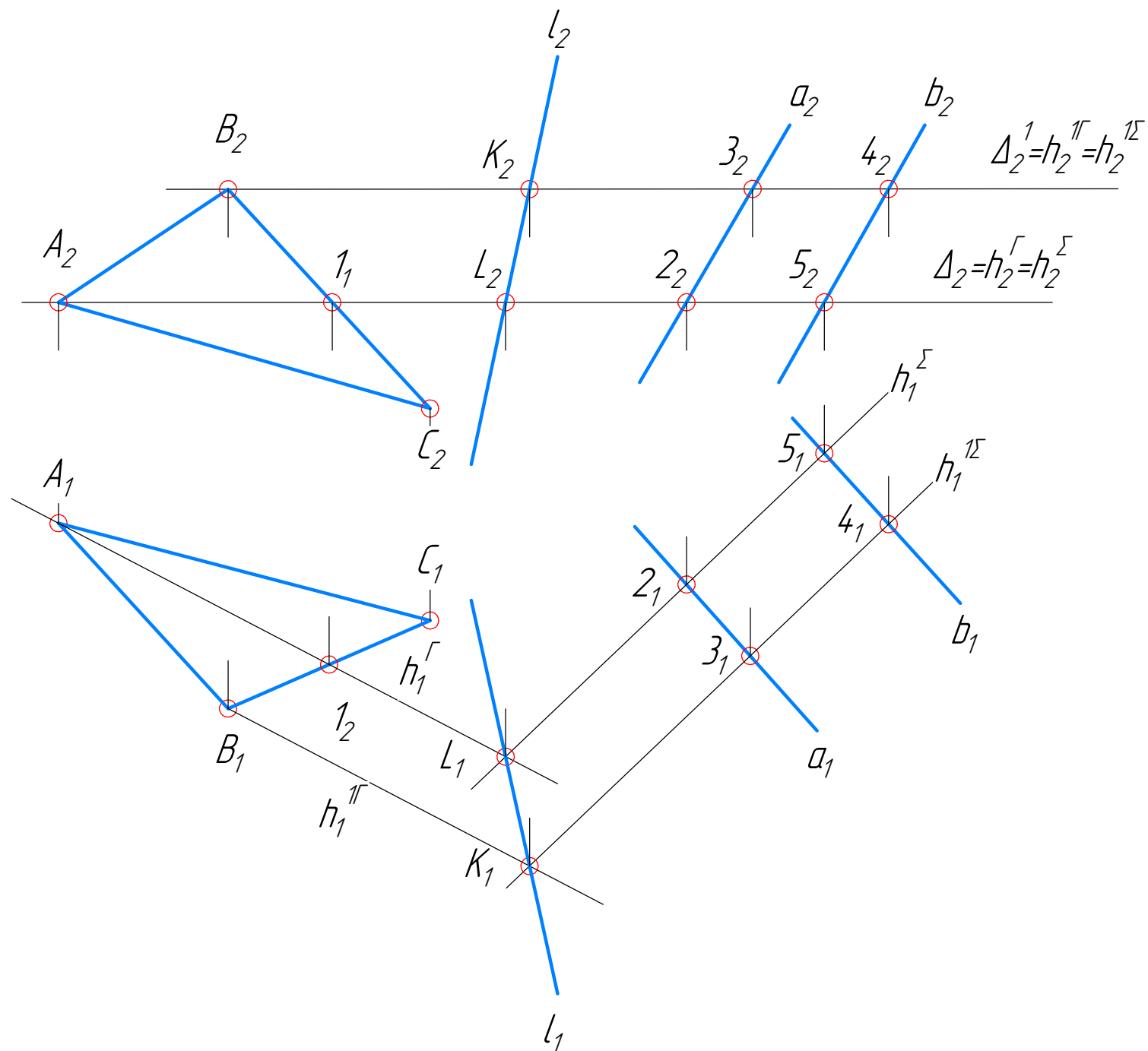


Позиционные задачи

2ГПЗ-3: пересечение двух непроецирующих плоскостей

Найти пересечение плоскостей $\Gamma(A, B, C, A)$ и $\Sigma(a \parallel b)$

Найти пересечение отрезков плоскостей ΔABC и ΔEKD



Комплексные позиционно-метрические задачи

Определение расстояния
от точки до плоскости

Определение расстояния
от точки до прямой

Определение расстояния
между скрещивающимися прямыми

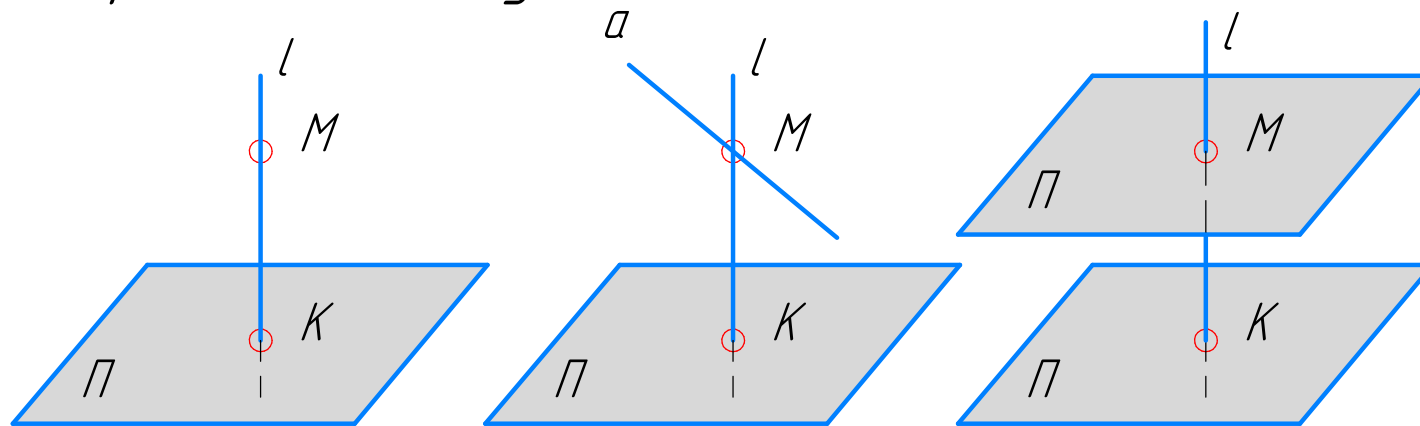
Определение натурального вида
плоской фигуры

Определение расстояния от точки до плоскости:

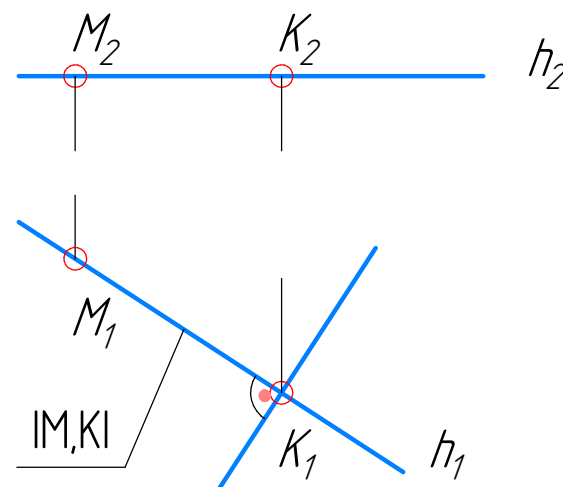
1 Через точку M проводят перпендикуляр
к плоскости – 10МЗ

2 Ищут точку K пересечения перпендикуляра
к плоскости – 1ГПЗ

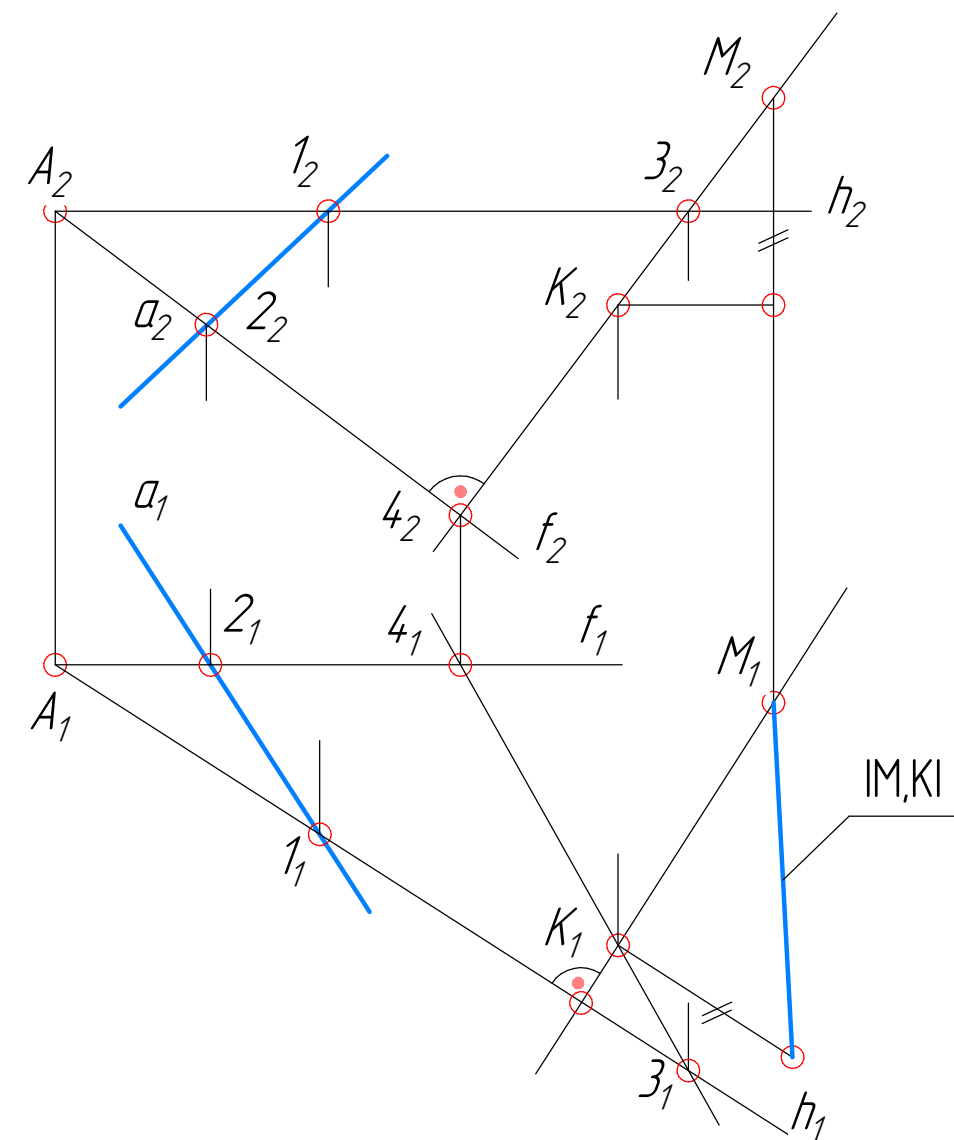
3 Определяют длину отрезка IM, KI – 20МЗ



Заданы точка $M(M_1, M_2)$ и плоскость $\Sigma \perp \Pi_1$. Найти $IM, \Sigma I$



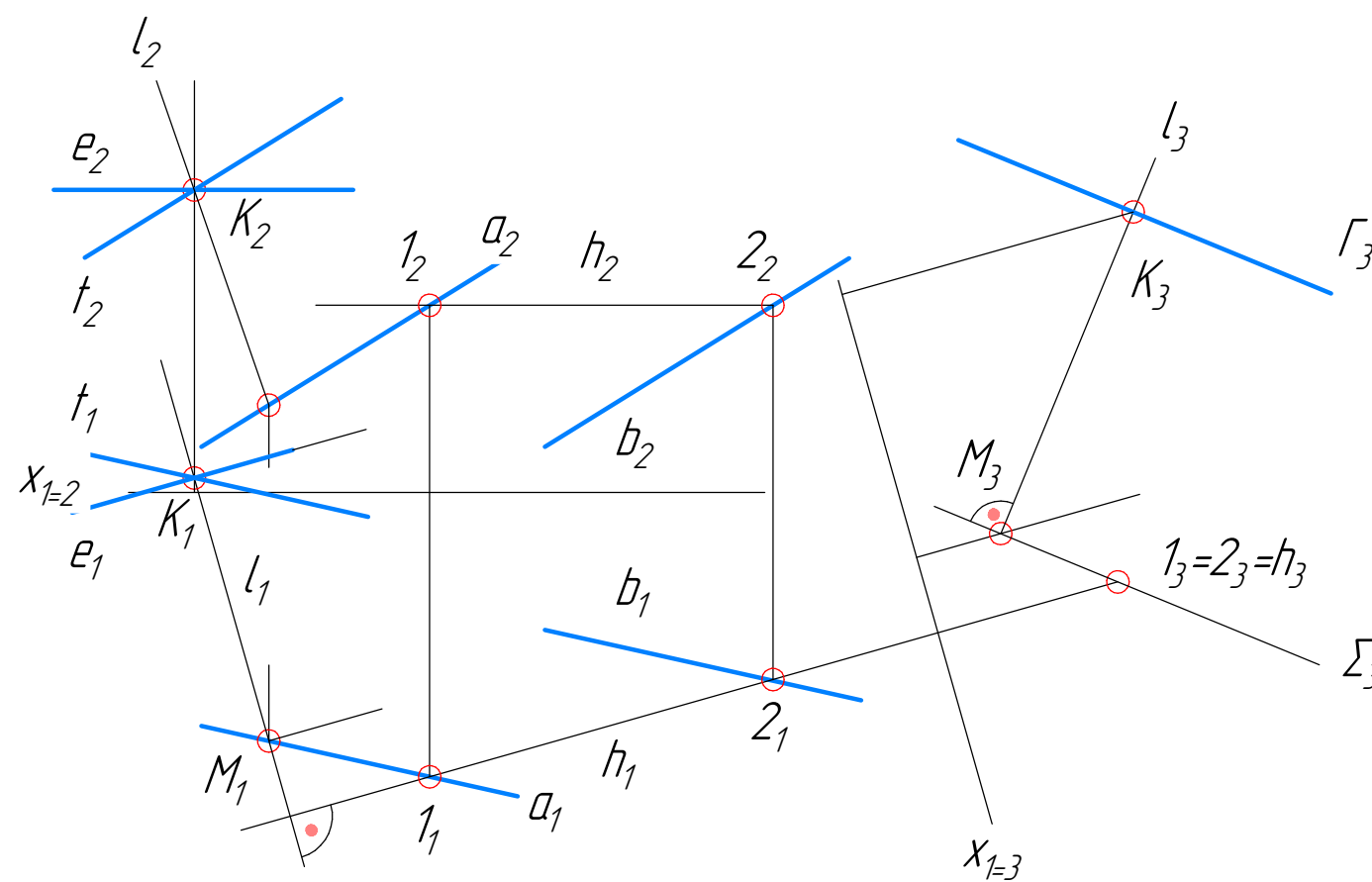
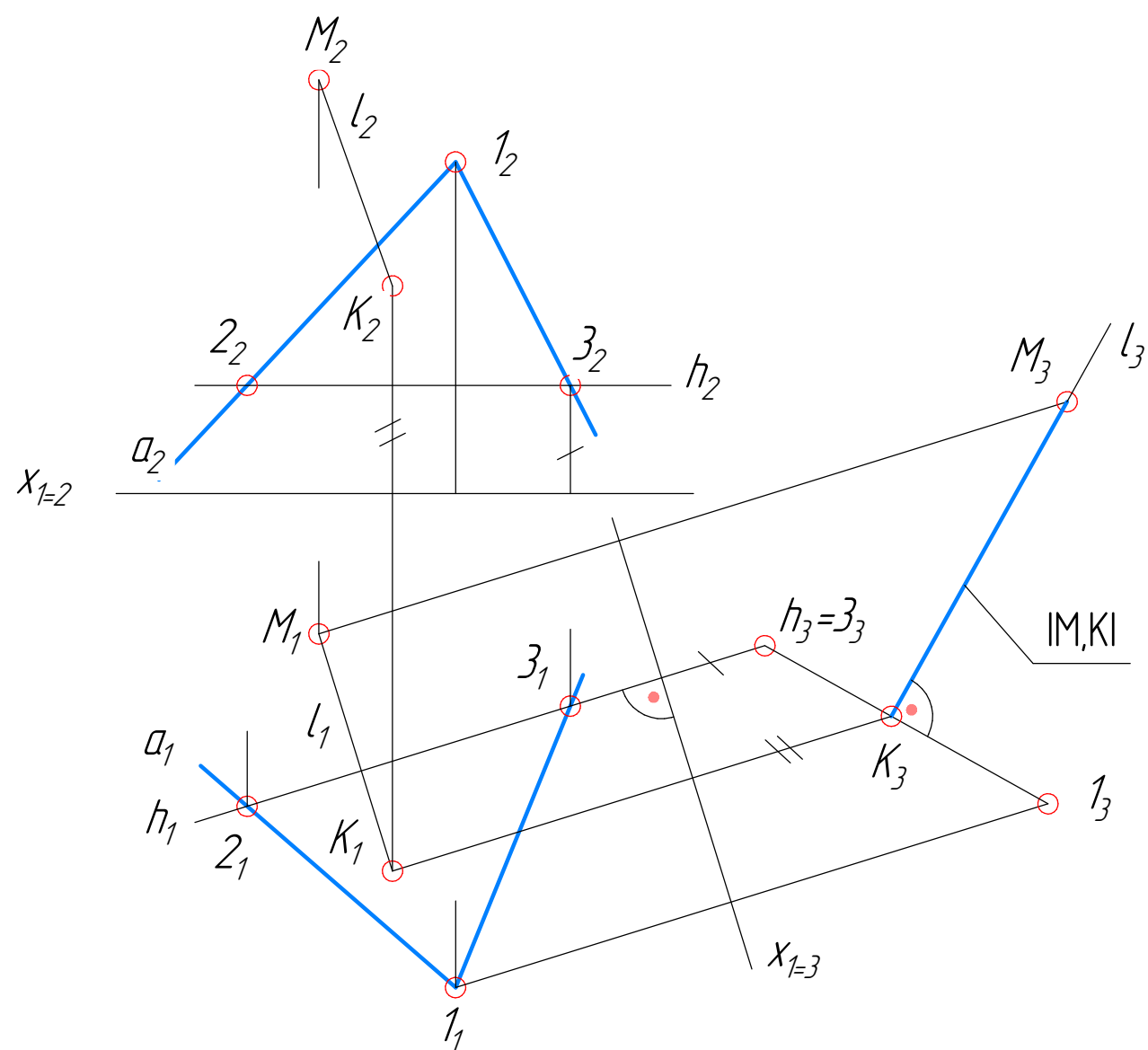
Заданы точка $M(M_1, M_2)$ и плоскость $\Sigma(A, a)$.
Найти $IM, \Sigma I$



Комплексные позиционно-метрические задачи

Заданы точка $M(M_1, M_2)$ и плоскость $\Sigma(a \cap b)$.
Найти $|M, \Sigma|$, используя способ введения новой ПП.

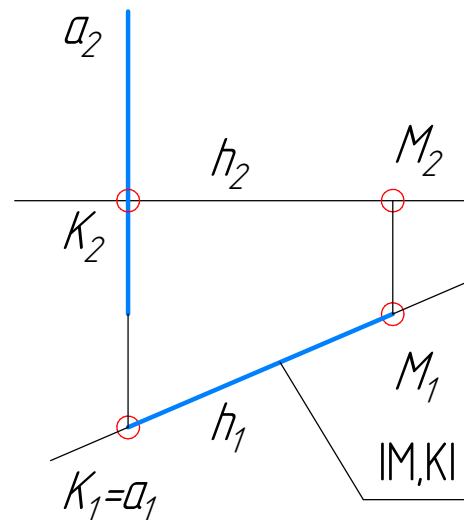
Задана плоскость $\Sigma(a \parallel b)$.
Построить плоскость Γ , параллельную Σ
и удаленную от нее на $d=20\text{мм}$.



Определение расстояния от точки до прямой

Расстояние от точки до прямой равно длине перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

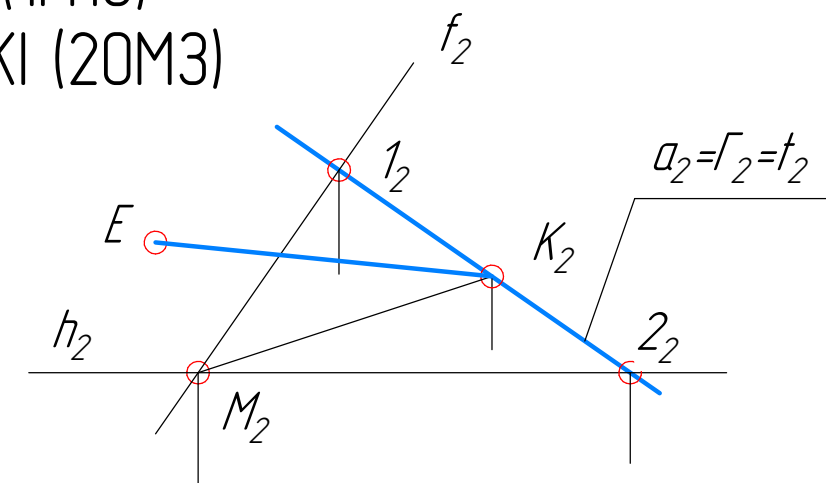
Задана точка $M(M_1, M_2)$ и прямая $a(a_1, a_2) \perp \Pi_1$.
Найти IM, al .



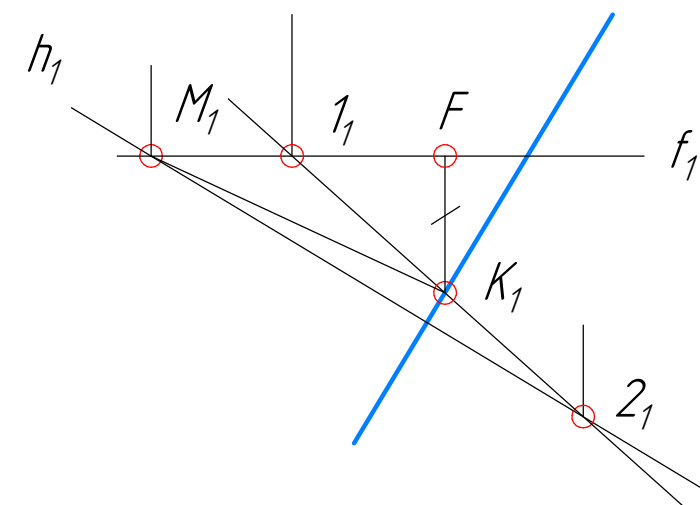
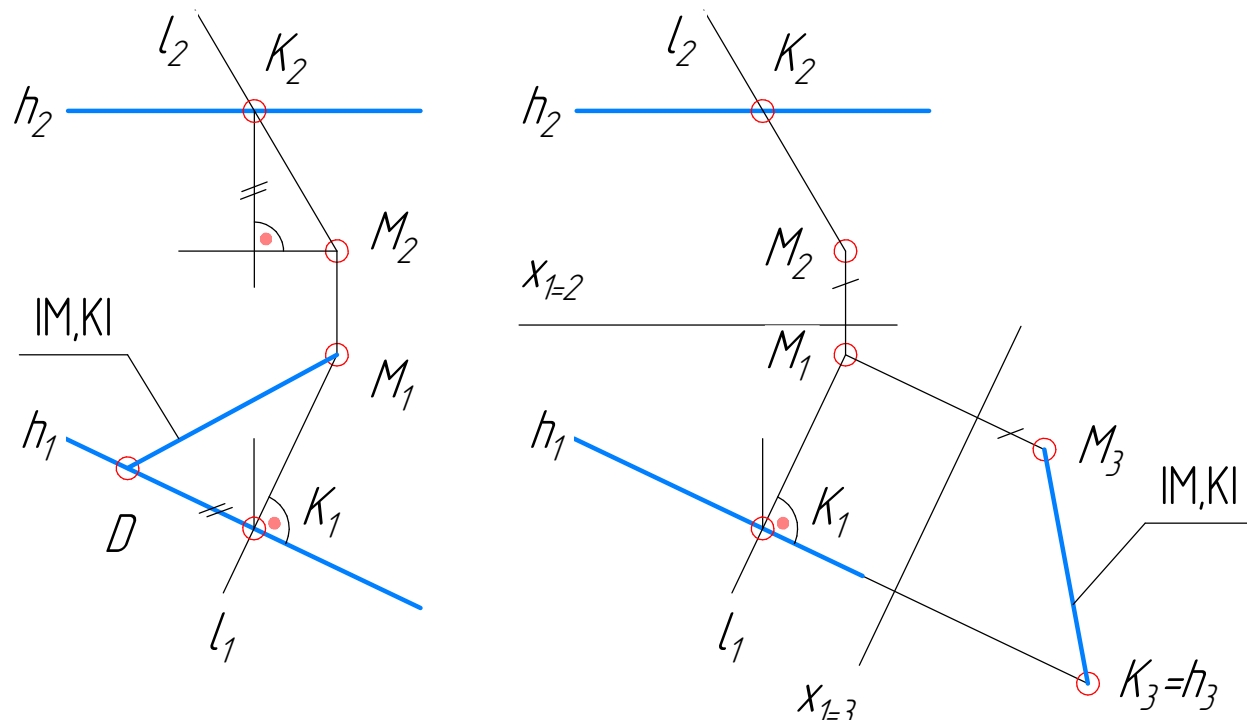
Расстояние между параллельными прямыми равно длине перпендикуляра, опущенного из произвольной точки одной прямой на другую.

Задана точка $M(M_1, M_2)$ и прямая $a(a_1, a_2) \perp \Pi_1$.
Найти IM, al .

1. $\Sigma \supset f \cap a$ (10МЗ)
2. $K = \Sigma \cap a$ (1ГПЗ)
3. $IM, al = IM, KI$ (20МЗ)

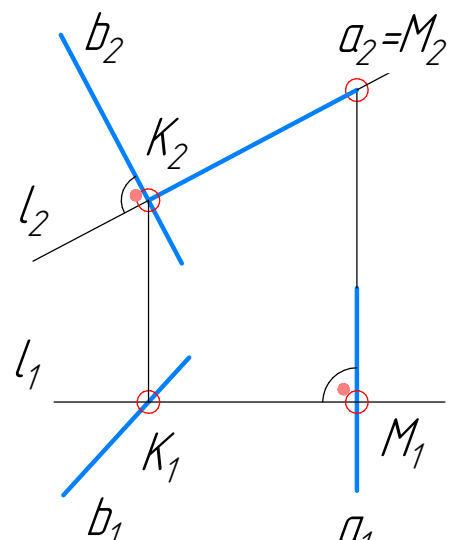


Задана точка $M(M_1, M_2)$ и прямая $h(h_1, h_2) \parallel \Pi_1$.
Найти IM, hl без преобразования КЧ и с преобразованием.

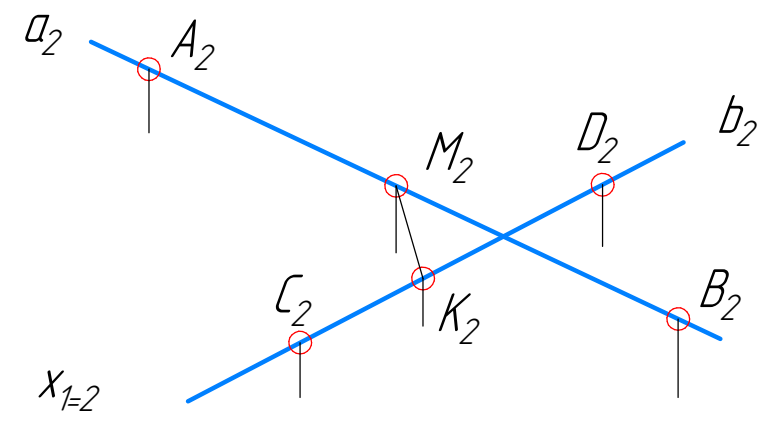


Расстояние между скрещивающимися прямыми

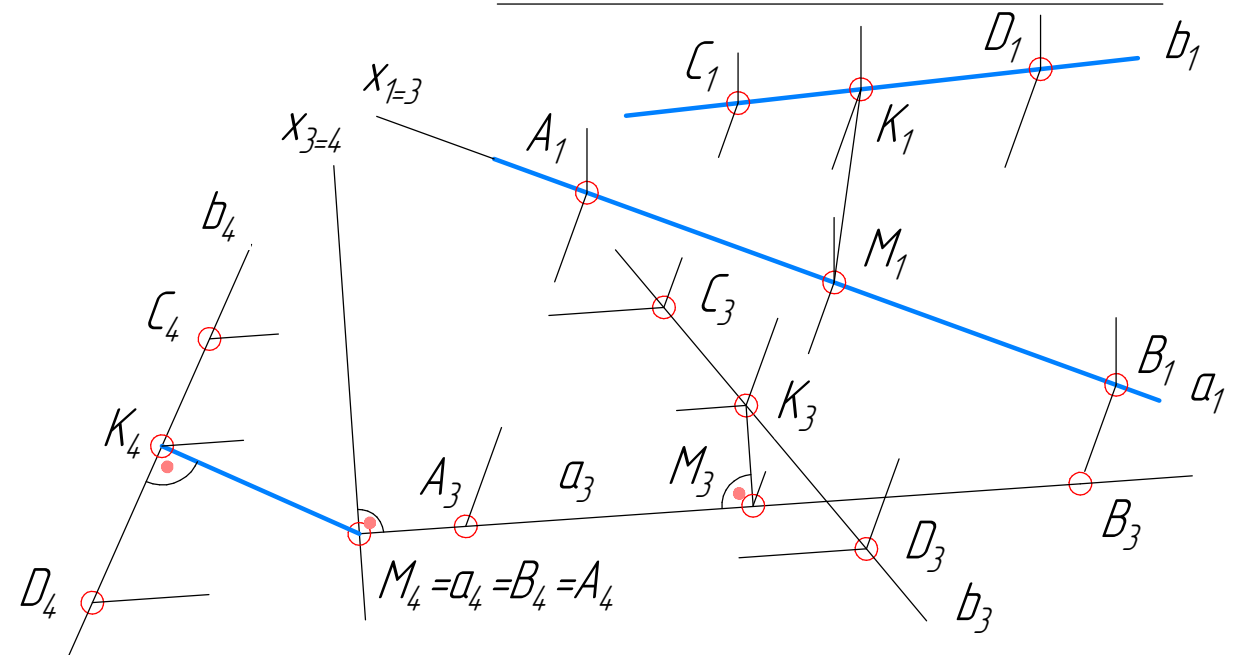
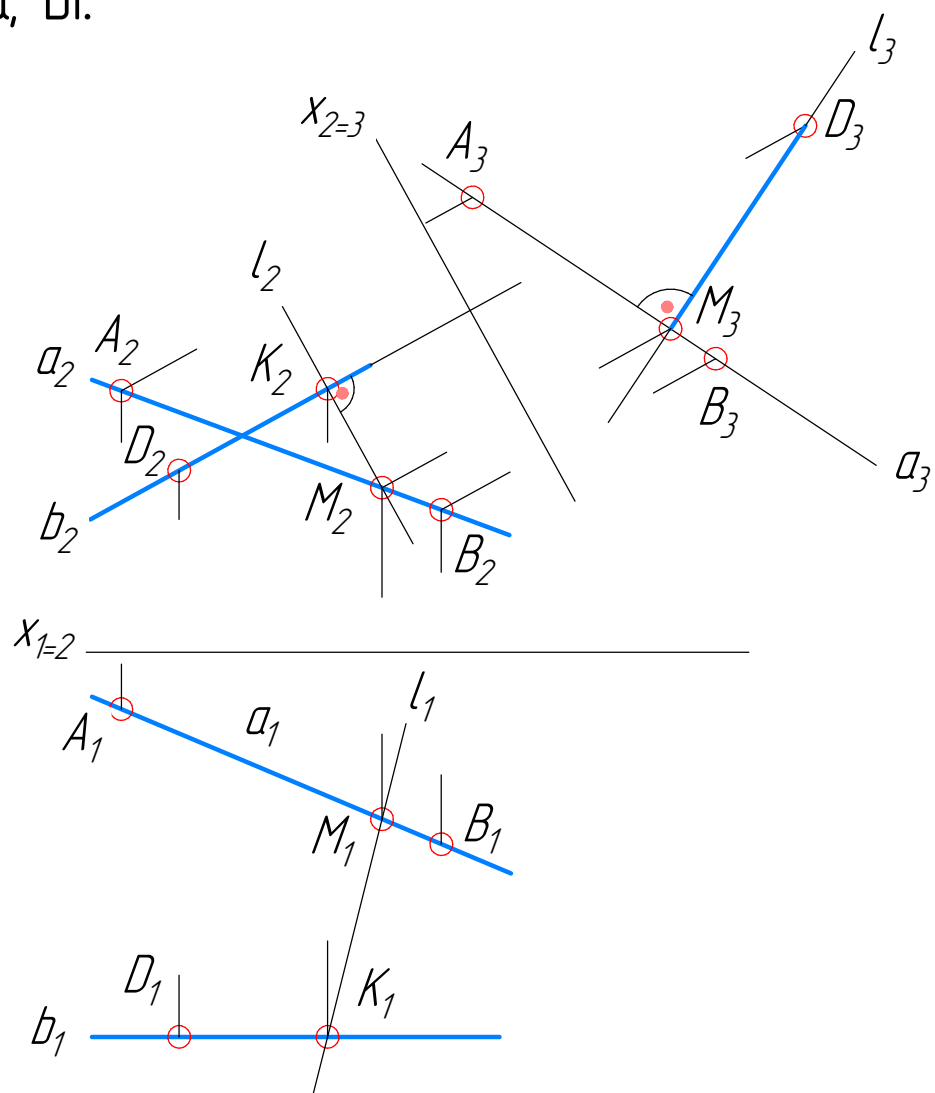
Заданы скрещивающиеся прямые $a \perp \Pi_2$ и b .
Найти la, bl .



Найти расстояние между прямыми a и b .

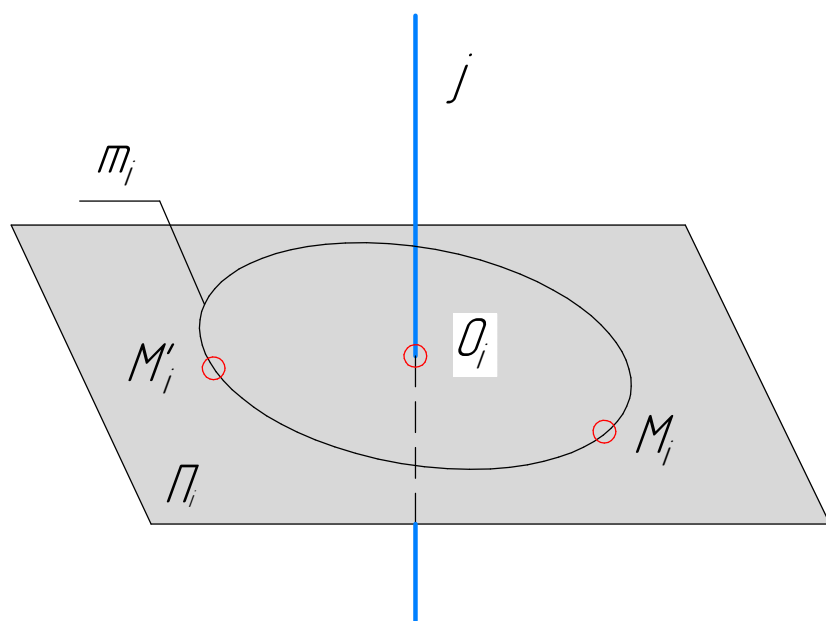


Заданы скрещивающиеся прямые a и $b \parallel \Pi_2$.
Найти la, bl .

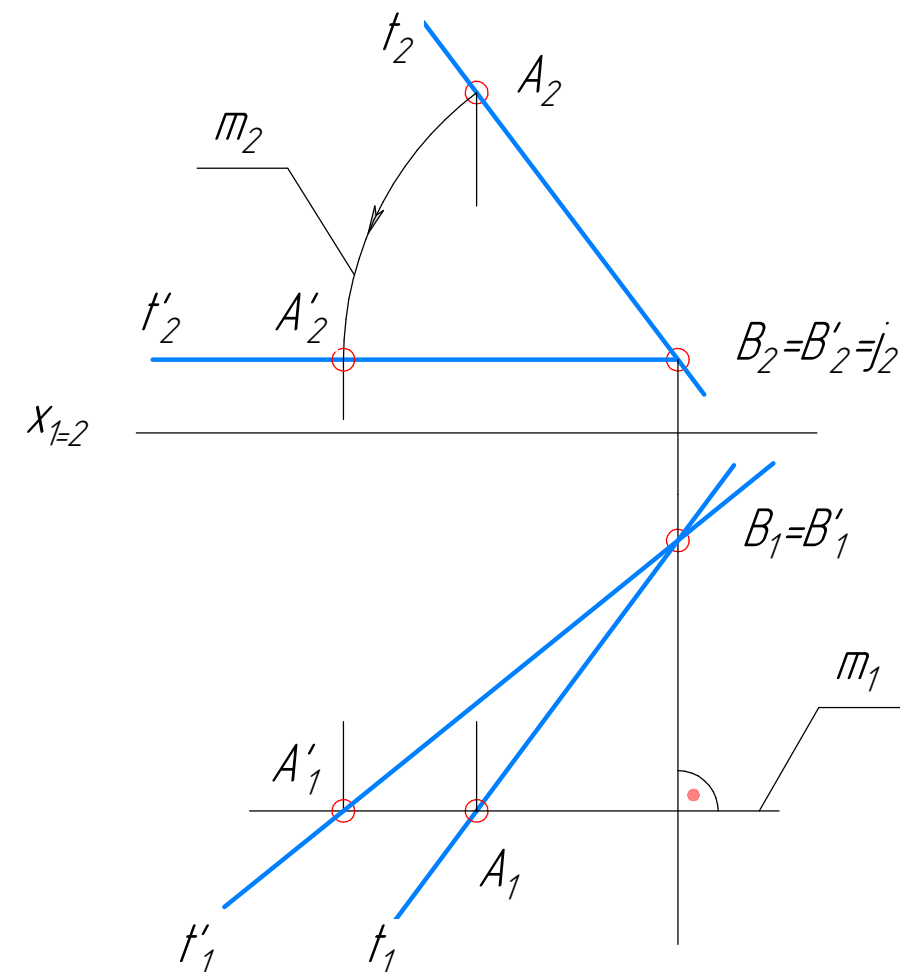
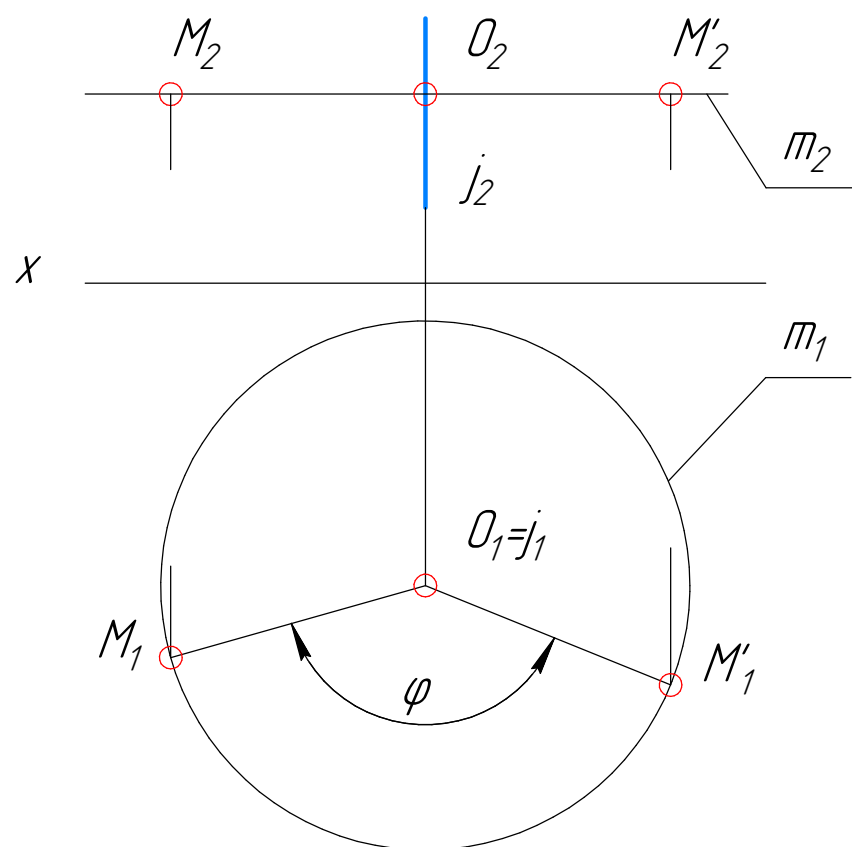


Преобразование чертежа методом вращения оригинала вокруг оси

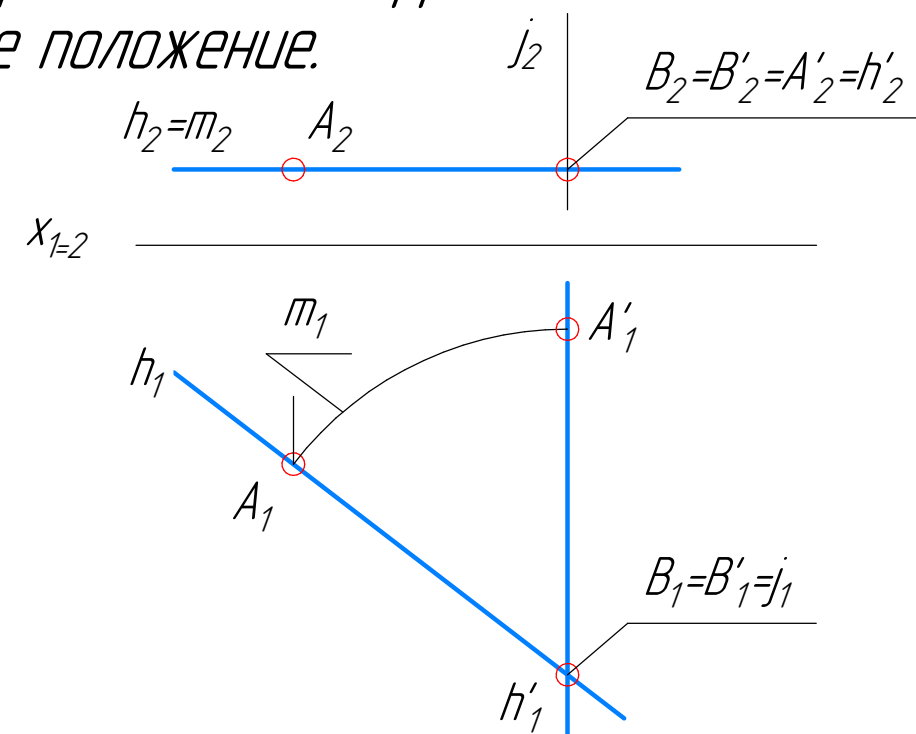
Вращением вокруг проецирующей оси перевести прямую $t(t_1, t_2)$ общего положения в горизонталь.



Вращение оригинала вокруг проецирующей оси: проекция $ГО$ на $ПП$, которой перпендикулярна ось вращения, меняет только свое положение не меняя формы

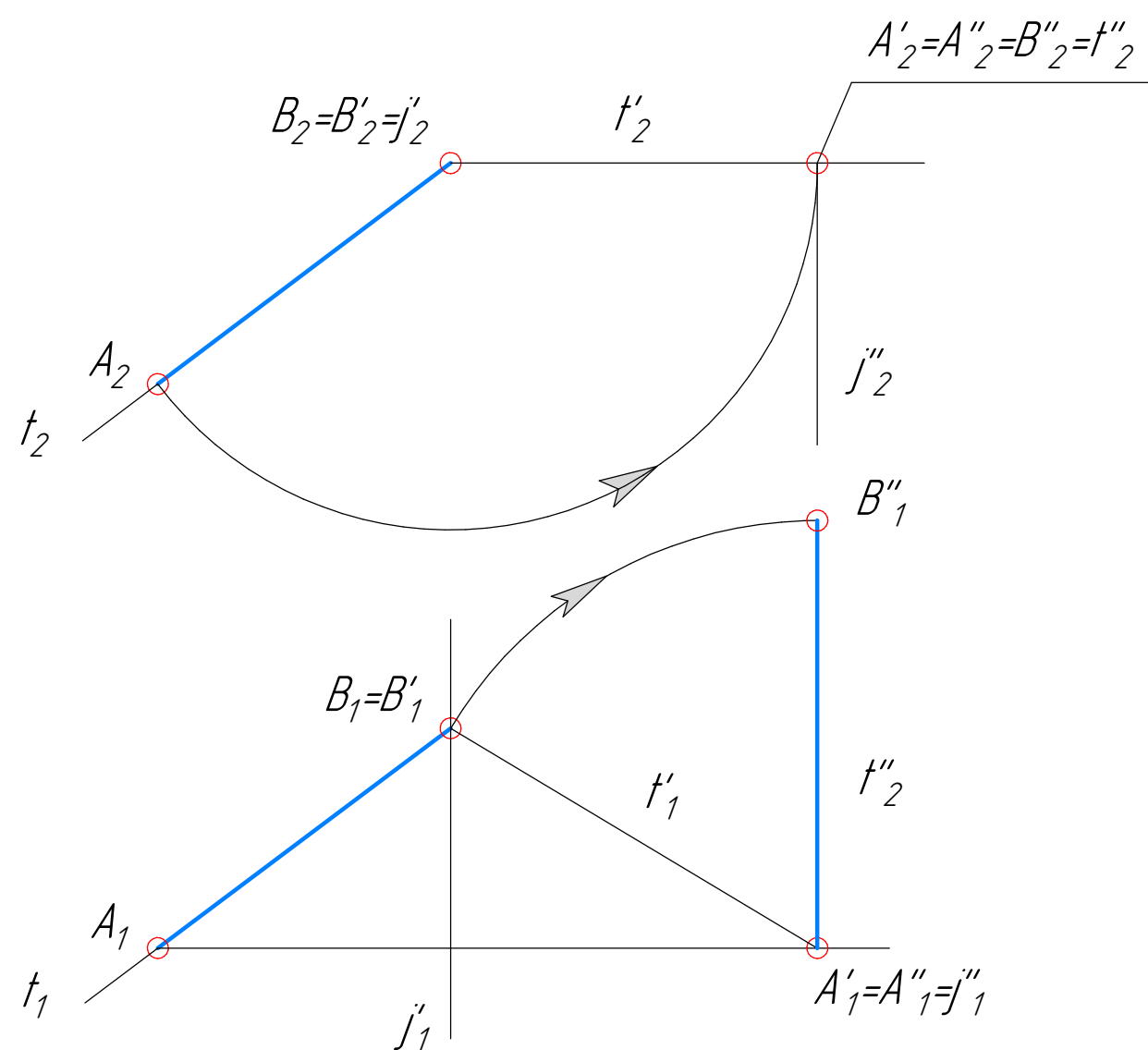


Перевести горизонталь во фронтально-проецирующее положение.



Преобразование чертежа методом вращения оригинала вокруг оси

Перевести прямую общего положения $t(A,B)$
в проецирующую прямую.



Перевести плоскость $\Sigma (A,B,C,A)$
в проецирующее положение.

