

# Множественный тип данных

Наумов Д.А., доц. каф. КТ, ИТГД

Алгоритмические языки и программирование, 2019

# Содержание лекции

- 1 Элементы теории множеств
  - Понятия и определения
  - Отношения между множествами
  - Операции над множествами
- 2 Множественный тип в языке Pascal

Множество — одно из ключевых понятий математики; это математический объект, сам являющийся набором, совокупностью, собранием каких-либо объектов, которые называются элементами этого множества и обладают общим для всех их характеристическим свойством.

### Множество может быть

- пустым и не пустым;
- упорядоченным и не упорядоченным;
- конечным и бесконечным;
- бесконечное множество - счетным и несчетным;

### Элементы множества

объекты, из которых состоит множество.

Принадлежность элемента  $a$  множеству  $A$

$$a \in A$$

Не принадлежность элемента  $a$  множеству  $A$

$$a \notin A$$

Равенство двух множеств  $A = B$

$$x \in A \iff x \in B$$

Способы задания множеств

- перечисление  $Y = \{0, 2, 4, 8\}$ ;
- описание  $Y = \{x \in X | A(x)\}$ ;

$A$  включено в  $B$ , если каждый элемент  $A$  принадлежит  $B$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall a \in A : a \in B$$

$A$  включает  $B$ , если  $B$  включено в  $A$

$$A \supseteq B \Leftrightarrow B \subseteq A$$

$A$  равно  $B$ , если  $A$  и  $B$  включены друг в друга

$$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$$

- $A = A$ ;
- если  $A = B$ , то  $B = A$ ;
- если  $A = B$ ,  $A = B$ , то  $A = C$ ;

$A$  строго включено в  $B$ , если  $A$  включено в  $B$  и не равно ему

$$A \subset B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (A \neq B)$$

$A$  строго включает  $B$ , если  $B$  строго включено в  $A$

$$A \supset B \Leftrightarrow B \subset A$$

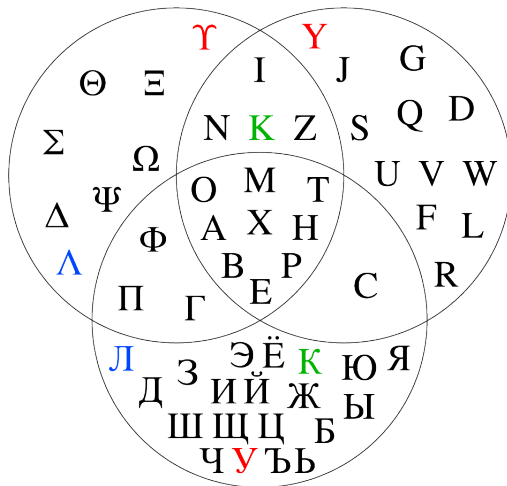
$A$  и  $B$  не пересекаются, если у них нет общих элементов

$$AB \Leftrightarrow \forall a \in A : a \notin B$$

$A$  и  $B$  находятся в общем положении

$$\exists a, b, c : (a \in A) \wedge (a \notin B) \wedge (b \in B) \wedge (b \notin A) \wedge (c \in B) \wedge (c \in B)$$

Диаграмма Венна (также используется название диаграмма Эйлера — Венна) — схематичное изображение всех возможных отношений (объединение, пересечение, разность, симметрическая разность) нескольких (часто — трёх) подмножеств универсального множества.



# Бинарные операции

## Пересечение

$$A \cap B := \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

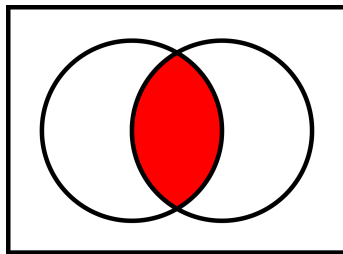


Рис.: Диаграмма Венна для пересечения множеств



# Бинарные операции

## Объединение

$$A \cup B := \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

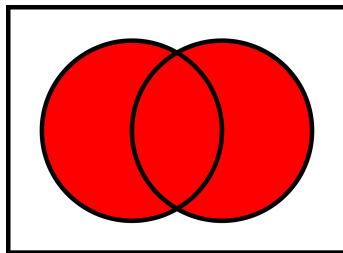


Рис.: Диаграмма Венна для объединения множеств

# Бинарные операции

## Разность множеств

$$A \setminus B := \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$$

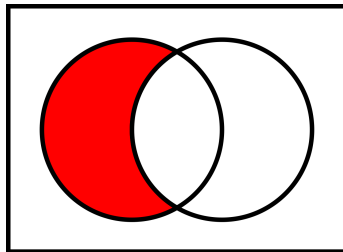


Рис.: Диаграмма Венна для разности множеств

# Бинарные операции

## Симметрическая разность множеств

$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$

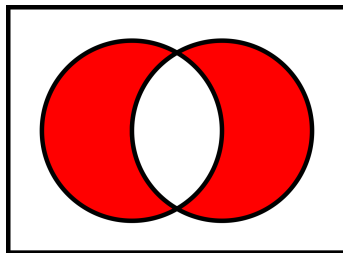


Рис.: Диаграмма Венна для симметрической разности множеств

## Множество

структура данных, представляющая ограниченную неупорядоченную совокупность различных элементов одного типа.

```

1  a := []; //пустое множество
2  b := [2, 4, 7, 10]; //множество из четырех элементов целого
3  c := ['e', 'u', 'i', 'o', 'a', 'y']; //множество из шести строчных букв
4  k := 15; d := [1, k, 2*k]; //множество трех элементов
5  e := [1..100];
6  f := [k..2*k];
7  g := ['A'..'Я', 'a'..'п', 'р'..'я'];
8  h := [1..1, 5..1]; //эквивалентно [1]
9  j := [5..1]; //эквивалентно []

```

Порядок перечисления элементов в множестве не играет роли.

```

10 m := [5, 3, 1]; //эквивалентно [1, 3, 5]
11 n := [1, z, 2*z]; //эквивалентно [1, 2] при z = 1

```

## Множественный тип (тип множества)

структурный тип данных, значением которого является множество.

```
type ИмяТипа = set of БазовыйТип;
```

Базовый тип - любой порядковый (+ ограничения реализации Pascal).

```
1  type
2      TLetters = 'A'..'Z';
3      TLettersSet = set of TLetters;
4      TCharSet = set of char;
5      TIndexSet = set of 1..100;
```

В программе могут быть заданы константы и переменные множественного типа.

```
6  const
7      Vowels = ['e', 'u', 'i', 'o', 'a', 'y'];
```

## Конструктор множества

позволяет задать значение переменной или константы множественного типа.

```
1  type TLetters = set of char;  
2  var  
3      RussianCap, EnglishCap: TLetters;  
4  begin  
5      RussianCap := ['A'..'Я'];  
6      EnglishCap := ['A'..'Z'];
```

Переменные и типизированные константы могут участвовать в операциях присваивания, если они принадлежат к идентичным типам.

## Операции над множествами

- объединение  $[1, 2, 4] + [2, 4, 8]$ ; //результат  $[1, 2, 4, 8]$ ;
- пересечение  $[1, 2, 4] * [2, 4, 8]$ ; //результат  $[2, 4]$ ;
- разность  $[1, 2, 4] - [2, 4, 8]$ ; //результат  $[1]$ ;

## Операции отношения

- равенство ( $A = B$ );
- неравенство ( $A <> B$ );
- A содержится в B ( $A \leq B$ );
- A содержит B ( $A \geq B$ );

## Принадлежность элемента множеству

- $x \text{ in } A$ ;

Приоритет операций: пересечение, (объединение, разность), сравнение и принадлежность

## Упражнения

- определить, является ли последовательность символов корректным идентификатором языка Pascal;
- определить, из скольких различных цифр состоит число;
- сформировать множество простых чисел, не превышающее  $N$ ;



## Варианты заданий

- 1 Вывести буквы, входящие в текст только один раз.
- 2 Вывести буквы, входящие в текст не менее одного раза.
- 3 Определить, каких символов в тексте больше: гласных или согласных.
- 4 Определить повторяющиеся гласные буквы в тексте.
- 5 Определить, можно ли из символов одного слова составить другое слово.
- 6 Для числа, заданного в десятичной системе, вывести цифры его представления в двоичной системе.
- 7 Для числа, заданного в десятичной системе, вывести цифры его представления в восьмеричной системе.
- 8 Для числа, заданного в десятичной системе, вывести цифры его представления в двенадцатеричной системе.
- 9 Определить числа, не превышающие  $N$ , которые можно представить в виде  $a^2 + b^2$ .
- 10 Вывести цифры, не входящие в десятичную запись числа.

- ❶ Множество // Математическая энциклопедия (в 5 томах). — М.: Советская Энциклопедия, 1982. — Т. 3. — С. 762.
- ❷ К. Куратовский, А. Мостовский. Теория множеств / Перевод с английского М. И. Кратко под редакцией А. Д. Тайманова. — М.: Мир, 1970. — 416 с.
- ❸ Н. Бурбаки. Основания математики. Логика. Теория множеств // Очерки по истории математики / И. Г. Башмакова (перевод с французского). — М: Издательство иностранной литературы, 1963. — С. 37—53. — 292 с. — (Элементы математики).
- ❹ Г. Кантор. Труды по теории множеств. — М.: Наука, 1985. — 430 с. — (Классики науки). — 3450 экз..