Циклические вычислительные процессы

Наумов Д.А., доц. каф. КТ

Программирование и алгоритмические языки, 2019

Содержание лекции

Циклические алгоритмы

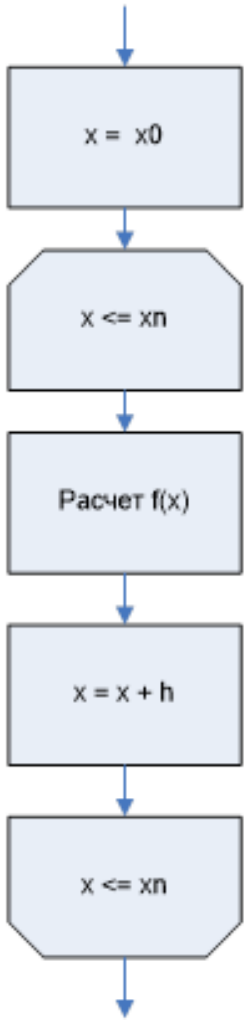
Вычислительный процесс с многократным повторением однотипных вычислений для различных значений обрабатываемых величин называется **циклическим**, повторяющиеся участки вычислений - **циклами**, изменяющиеся в цикле величины - **переменными цикла**. Для организации циклических алгоритмов необходимо предусмотреть:

1. подготовку цикла: задание начальных значений переменным цикла перед первым его выполнением;
2. тело цикла: действия, повторяемые в цикле для различных значений переменных цикла;
3. модификацию (изменение) значений переменных цикла перед каждым новым его повторением;
4. управление циклом: проверку условия продолжения цикла и переход на начало тела цикла, если условие продолжение выполняется (или выход из цикла, если условие не выполняется).

Блок-схема циклического алгоритма

Табулирование функции - вычисления значений функции f переменной , изменяющейся от x_0 до x_n с постоянным шагом h.

1. подготовка - присвоение переменной x начального значения x_0;
2. тело цикла - вычисление значения функции для очередного значения аргумента и вывод полученного значения;
3. переменной цикла является переменная x;
4. модификацией является увеличение значения переменной x на величину шага h;
5. управление цикла - проверка условия (x <= xn).



Оператор цикла с параметром

Различают циклы:

- с заданным числом повторений;
- с заранее неизвестным числом повторений.

Циклы первого типа называются **циклами со счетчиком** или **циклы с параметром**.

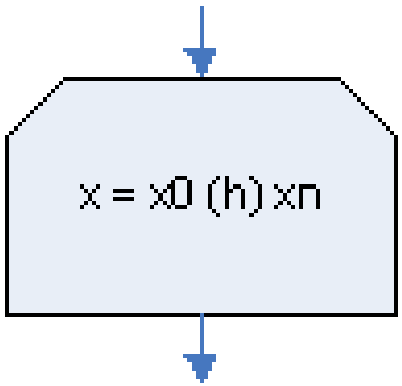
1. число повторений такого тела такого цикла подсчитывается с помощью специальной переменной - счетчика, для которой известны начальное и конечное значение, а также шаг ее изменения.
2. переменную-счетчик называют параметром цикла.

Оператор цикла с параметром

При схематичном изображении цикла с параметром в блок «Управление циклом 1» записывается информация в следующей форме:

- Параметр = Начальное значение (Шаг изменения) Конечное значение

Для задачи табулирования функции $f(x)$ переменной , изменяющейся в интервале от x_0 до x_n с постоянным шагом h, блок «Управление циклом 1» будет иметь следующий вид:



Оператор цикла с параметром

Для программирования циклов с известным числом повторений следует пользоваться оператором цикла с параметром, который имеет следующий вид:

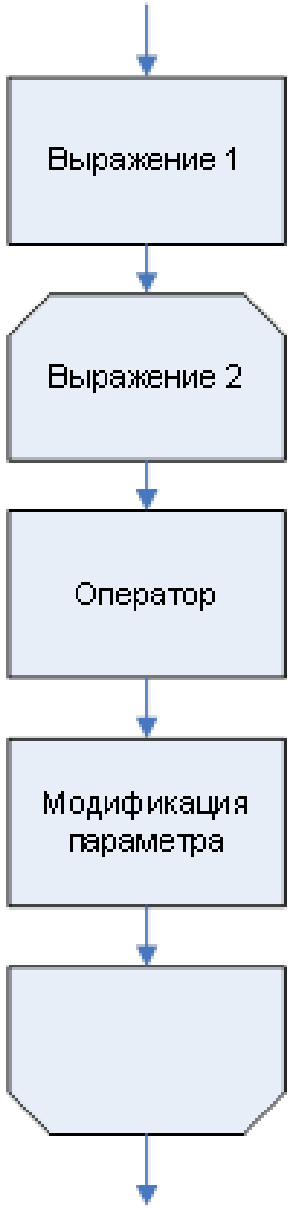
```
1  for Параметр := Выражение1 to Выражение2 do
2     Оператор
```

или

```
1  for Параметр := Выражение1 downto Выражение2 do
2     Оператор
```

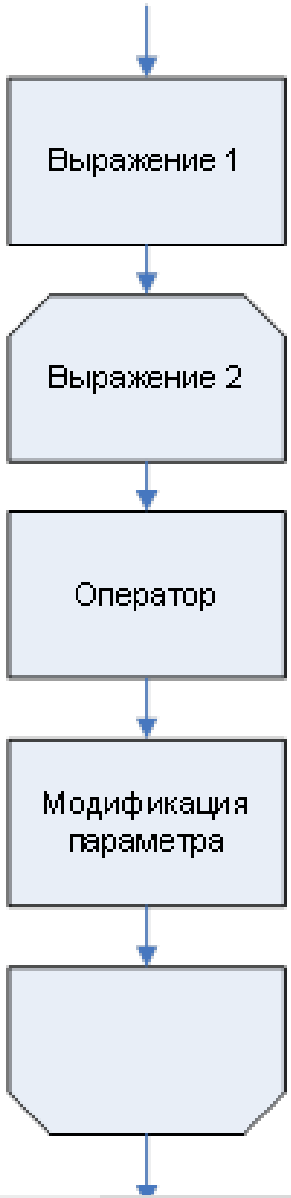
- Параметр - переменная порядкового типа
- Выражение1, Выражение2 - выражения того же типа, что и Параметр
- Оператор - оператор языка

1. Выражение1 вычисляется до выполнения тела цикла один раз и является блоком подготовки цикла. При помощи данного выражения задается начальное значение переменной цикла.
2. Выражение2 вычисляется в цикле перед выполнением тела цикла и является блоком управления цикла.
   - Параметр <= Выражение 2 для цикла «to»
   - Параметр >= Выражение 2 для цикла «downto»
3. Модификация параметра выполняется после выполнения тела цикла.
   - inc(Параметр) для цикла «to»
   - dec(Параметр) для цикла «downto»



Этапы выполнения цикла for

1. вычислить значение выражение1; присвоить значение параметру цикла;
2. вычислить выражение2 и условие продолжения цикла;
3. если условие продолжения цикла истинно, то перейти к пункту 4, иначе завершить цикл и перейти к оператору, непосредственно следующему за оператором for
4. выполнить оператор (тело цикла);
5. модифицировать значение параметра цикла;
6. перейти к пункту 2.



Пример: вычисление степени с натуральным показателем

Вычислить степень $y = a^n$ действительного числа a с натуральным показателем n.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

Компактно такое произведение может быть записано в следующем виде:

$$a^n = \prod_{i=1}^{n} a$$

Пример: вычисление степени с натуральным показателем

Для вычисления указанного произведения целесообразно организовать цикл с параметром i, в котором осуществлялось бы последовательное накопление произведения y по следующему правилу:

- до начала цикла y = 1,
- на каждом шаге цикла (для i=1,2,...,n) значение переменной *y* будет увеличиваться в *a* раз (то есть y = y * a).
- цикл должен быть выполнен n раз (то есть условие цикла $i <= n$).

```
1 var
2   i, n: integer; a, y : extended;
3 begin
4   //ввод a, n
5   y := 1;
6   for i := 1 to n do
7     y := y * a;
8   //вывод y
9 end.
```

Пример: вычисление суммы чисел

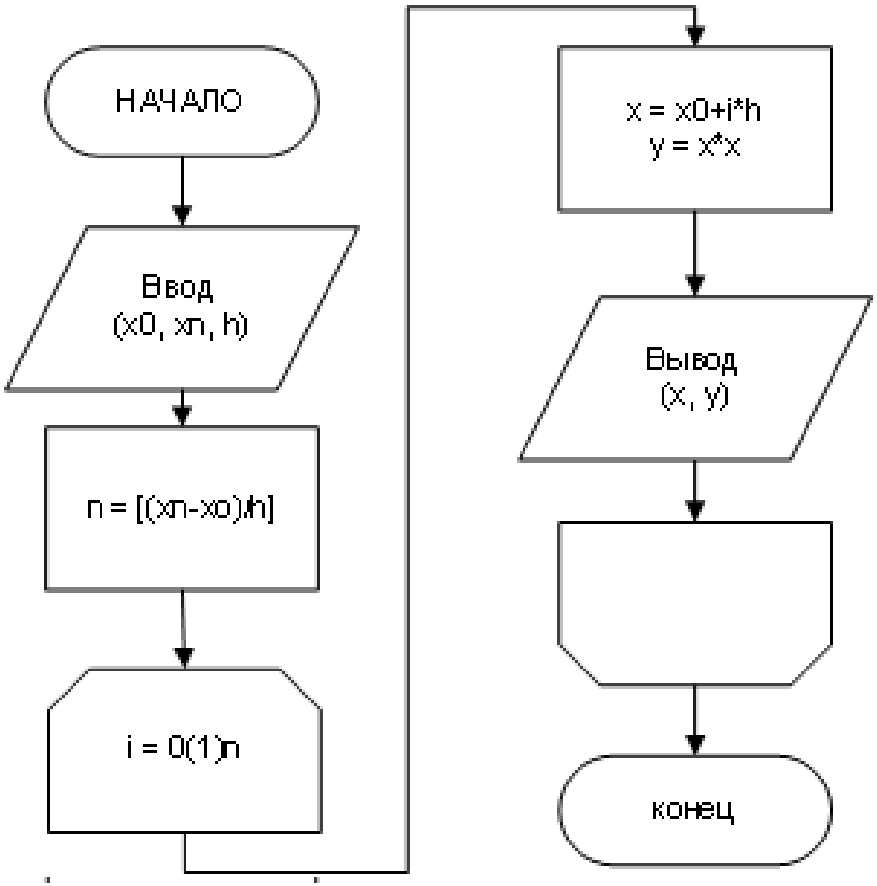
Вычислить сумму нечетных чисел, находящихся в интервале от *a* до *b*.

- используем цикл с параметром i от *a* до *b*
- в теле цикла следует проверить, что текущее значение параметра цикла нечетным, и если является, то прибавить это значение к переменной s, которая в данной задаче будет использоваться для накопления суммы.
- перед началом цикла значение s должно быть нулевым.

```
1 var
2   a, b, i, s: integer;
3 begin
4   //ввод a, b
5   s := 0;
6   for i := a to b do
7     if i mod 2 = 1 then
8       s := s + i;
9   //вывод s
```

Табулирование функции

Вывести на печать значения функции $y = x^2$ для переменной , изменяющейся в интервале от x_0 до x_n с постоянным шагом h.



Пример: вычисление суммы чисел

Вывести на печать значения функции $y = x^2$ для переменной , изменяющейся в интервале от x_0 до x_n с постоянным шагом h.

```
1 var
2   h, x, x0, xn, y: extended;
3   i, n: integer;
4 begin
5   //ввод x0, xn, h
6   n := round((xn-x0)/h);
7   for i := 0 to n do
8   begin
8     x := x0 + i * h;
9     y := x * x;
10    //вывод x, y
11  end;
12 end.
```

Циклы с неизвестным числом повторений

Достаточно часто приходится сталкиваться с вычислительными процессами, когда число повторений цикла неизвестно, а задано некоторое условие его окончания (или продолжения). Для программной реализации таких вычислительных процессов существует два типа операторов:

- оператор цикла с предусловием
- оператор цикла с постусловием.

```
1 while Выражение do
2   Оператор
```

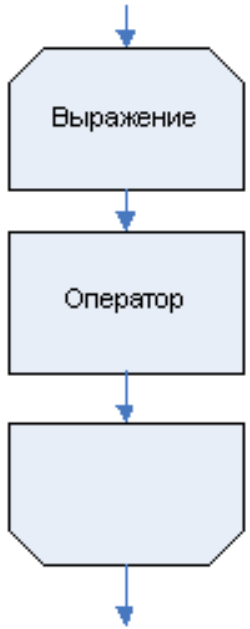
- while, do - ключевые слова,
- Выражение - логическое выражение,
- Оператор - любой оператор языка.

- Выражение задает условие продолжения цикла
- Выражение вычисляется перед каждым выполнением цикла (отсюда и термин - предусловие)
- Если значение Выражения ложно с самого начала, то Оператор не выполнится ни разу.

```
1 while Выражение do
2   Оператор
```

Выполнение оператора цикла с предусловием состоит из следующих шагов:

1. вычислить Выражение. Если значение выражения истинно, то перейти к пункту 2, иначе завершить цикл и перейти к оператору, непосредственно следующему за оператором while.
2. выполнить оператор (тело цикла);
3. перейти к пункту 1



Оператор цикла с постусловием

```
1 repeat
2   Группа операторов
3 until Выражение
```

- Выражение задает условие завершения цикла
- Выражение вычисляется после каждым выполнения цикла
- Операторы теля цикла выполнятся хотя бы один раз.

Выполнение цикла с постусловием:

1. выполнить операторы тела цикла;
2. вычислить Выражение. Если значение выражения ложно, то перейти к пункту 1, иначе завершить цикл и перейти к оператору, непосредственно следующему за оператором repeat-until.
3. перейти к пункту 1

Правило программирования циклов

1. перед каждым выполнением цикла условие его продолжения должно быть определено (иметь конкретное значение);
2. тело цикла должно содержать хотя бы один оператор, влияющий на условие продолжения цикла, иначе цикл будет продолжаться бесконечно;
3. условие продолжения цикла должно в конце концов принять значение false;
4. условие вычисляется при каждом выполнении цикла и поэтому должно быть насколько можно простым

Пример. Табулирование функции. Цикл while

Вывести на печать значения функции $y = x^2$ для от x_0 до x_n с шагом h.

```
1 var 2 h, x, x0, xn, y: extended; 3 begin 4 //ввод x0, xn, h
5 x := x0; 6 while x <= xn do 7 begin 8 y := x * x; 9 x := x +
h; 10 //вывод x, y 11 end; 12 end.
```

Пример. Табулирование функции. Цикл repeat-until

Вывести на печать значения функции $y = x^2$ для от x_0 до x_n с шагом h.

```
1 var 2 h, x, x0, xn, y: extended; 3 begin 4 //ввод x0, xn, h
5 x := x0; 6 repeat 7 y := x * x; 8 x := x + h; 9 //вывод x, y
10 until x > xn; 11 end.
```

Пример.

Определить, встречается ли в десятичной записи числа n цифра d.

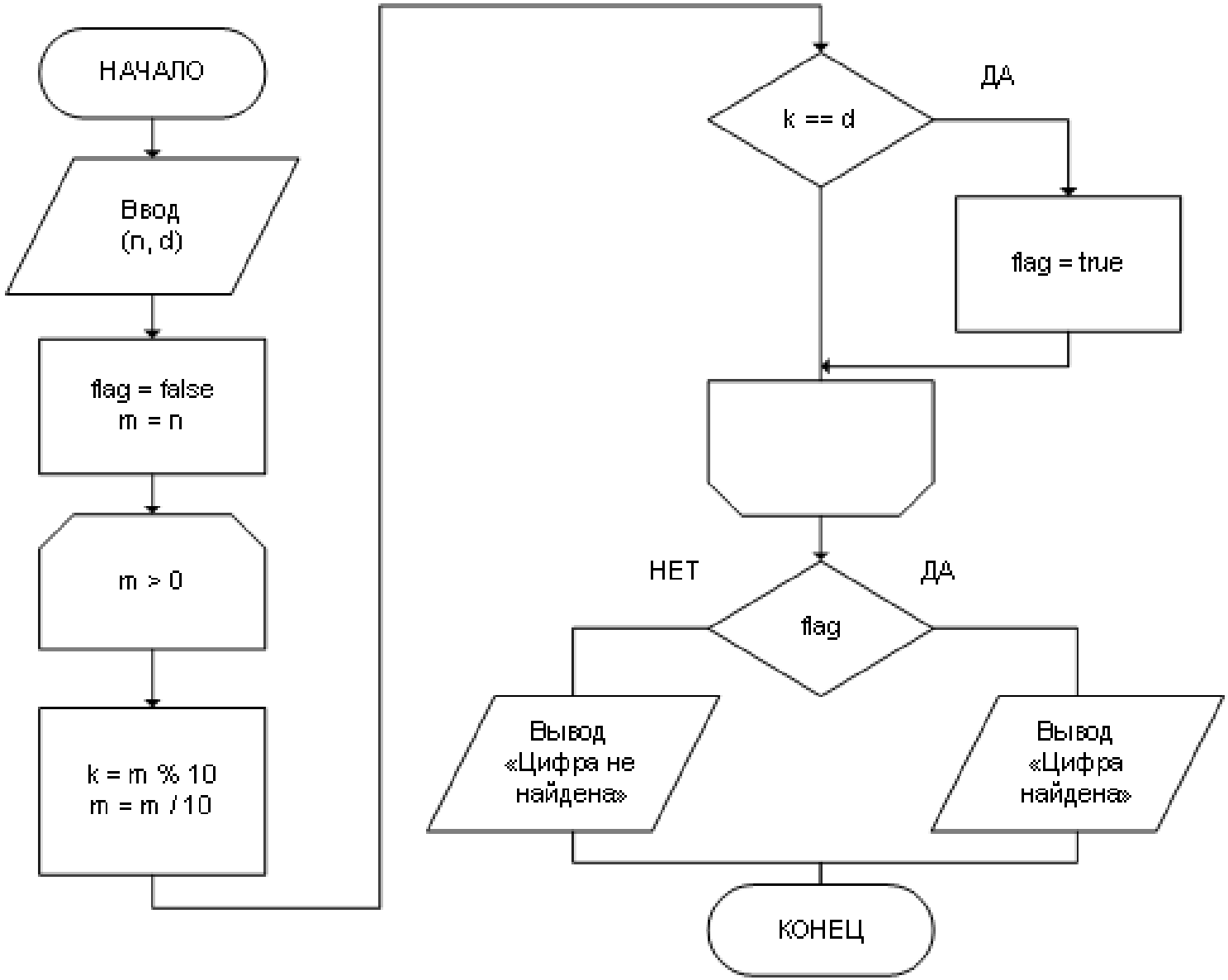
- нам необходима переменная (зададим ей идентификатор flag), которая будет использоваться как признак того, встретилась ли цифра d при поиске среди цифр десятичной записи числа n.
- до выполнения основной части алгоритма переменной flag следует присвоить значение false (так как очевидно, что до того, как мы приступили к перебору цифр числа n, цифру d мы еще нашли)
- необходимо осуществить циклический перебор всех цифр числа d. С точки зрения программирования перебор проще осуществлять, начиная с крайней правой цифры числа.
- для того, чтобы получить значение крайней правой цифры числа d, следует вычислить остаток от деления числа d на 10. Затем следует отбросить крайнюю цифру числа (разделив число на 10) и повторять данный процесс до тех пор, пока не будет отброшена последняя цифра (то есть, пока число d не станет равным нулю);

Пример.

Определить, встречается ли в десятичной записи числа n цифра d.

- так как в предыдущей операции производятся математические действия, приводящие к изменению исходных данных (числа, в десятичной записи которого осуществляется поиск заданной цифры), то следует использовать вспомогательную переменную m (присвоив ей после ввода исходных данных значение n), над которой и производить требуемые вычисления.
- после выполнения перебора всех цифр числа переменная flag будет содержать значение true, если цифра d хотя бы один раз встретилась в десятичной записи числа n, и значение false в про-тивном случае. В зависимости от значения переменной flag следует вывести текстовое сообщение о результатах поиска.

Схема алгоритма



```
1 var
2   d, k, n, m: integer;
3   flag: boolean;
4 begin
5   //ввод n;
6   //ввод d;
7   m := n;
8   flag := false;
9   while m > 0 do begin
10    k = m mod 10;
11    m = m div 10;
12    if k = d then
13       flag := true;
14  end;
15  if flag then
16    writeln('число ', n, ' содержит цифру ', d)
17  else
18    writeln('число ', n, ' не содержит цифру ', d);
```

```
1 var
2   d, k, n, m: integer;
3   flag: boolean;
4 begin
5   //ввод n;
6   //ввод d;
7   m := n;
8   flag := (n=0) and (d=0);
9   while not flag and (m > 0) do begin
10    k = m mod 10;
11    m = m div 10;
12    if k = d then
13       flag := true;
14  end;
15  if flag then
16    writeln('число ', n, ' содержит цифру ', d)
17  else
18    writeln('число ', n, ' не содержит цифру ', d);
```

Вложенные циклы

Если телом цикла является циклическая структура, то такие циклы называются вложенными или сложными.

Внешний цикл

цикл, содержащий в себе другой цикл.

Внутренний цикл

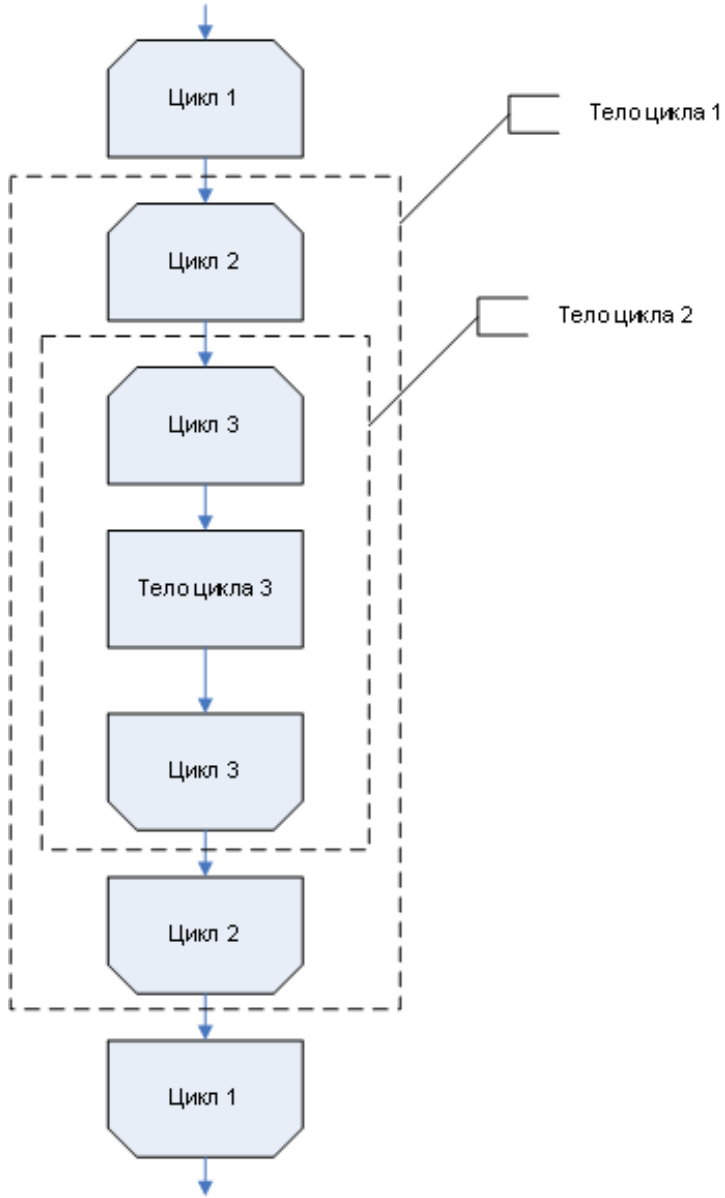
цикл, содержащийся в теле другого цикла.

- Внутренний и внешний циклы могут быть любыми из трех рассмотренных видов: циклами с параметром, циклами с предусловием, циклами с постусловием.
- Правила организации как внешнего, так и внутреннего циклов такие же, как и для простого цикла.
- При построении вложенных циклов необходимо соблюдать следующее дополнительное условие: все операторы внутреннего цикла должны полностью лежать в теле внешнего цикла.

Сложные циклы условно разбиваются на уровни вложенности.
Структура вложенных циклов (рис):

1. цикл 1 имеет уровень 0;
2. внутренний цикл 2 имеет уровень 1;
3. внутренний цикл 3 имеет уровень 2.

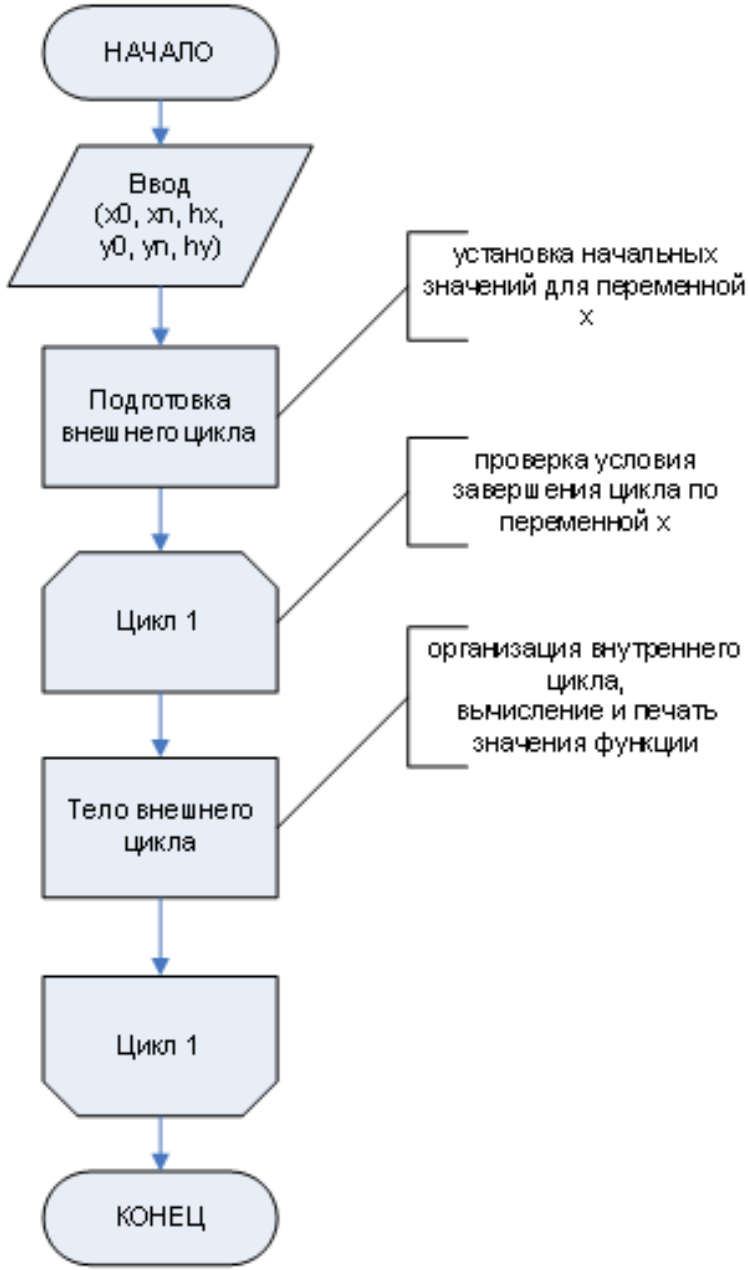
- Вначале все свои значения изменит параметр цикла наивысшего уровня вложенности при фиксированных (начальных) значениях параметров циклов с меньшим уровнем.
- Затем изменяется на один шаг значение цикла предыдущего уровня, и снова выполняется самый внутренний цикл.
- Так происходит до тех пор, пока параметры циклов всех уровней не примут все требуемые значения

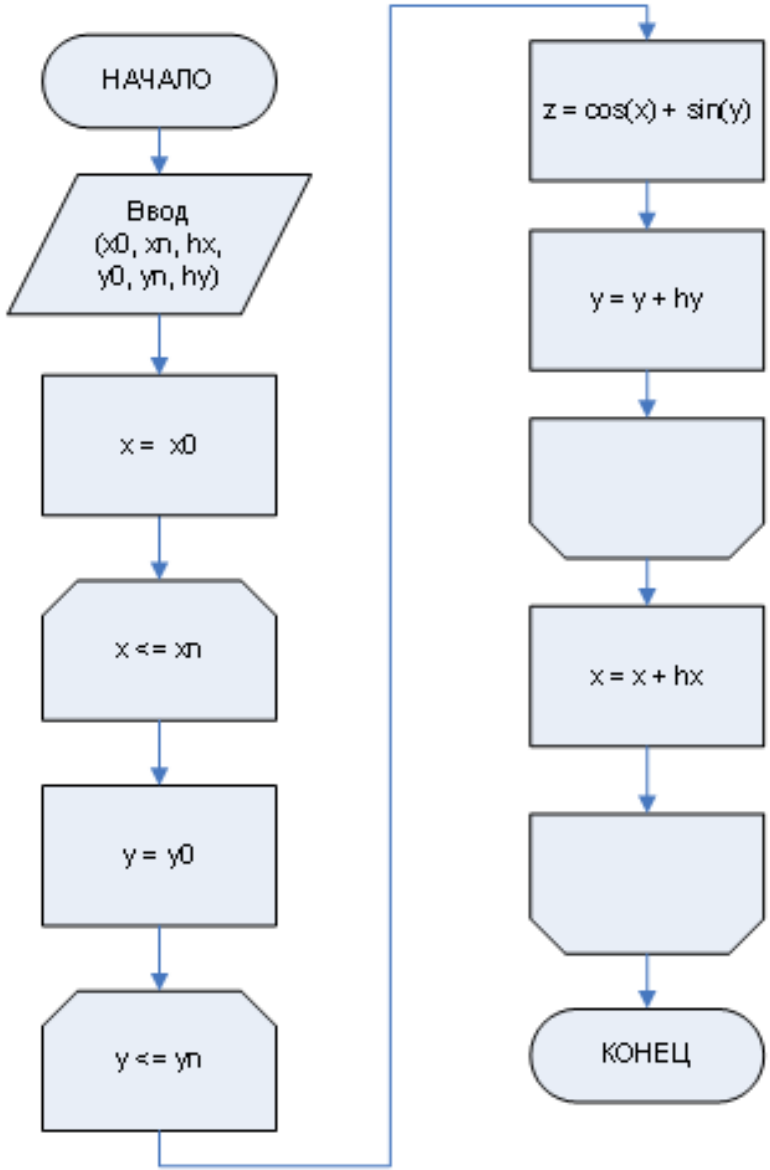


Пример

Составьте алгоритм и программу вычисления значений функции $z = cos(x) + sin(y)$ для переменных $= x0(hx)xn; y = y0(hy)yn$. Для определения значений функции z для всех различных пар (x, y) необходимо процесс вычислений организовать следующим образом.

- Вначале при фиксированном значении одного из аргументов, например, при x = x0 вычислить значения z для всех заданных y: y0, y0 + hy, y0+2 hy,..., yn.
- Затем, изменив значение x на x+ hx, вновь перейти к полному циклу изменений переменной y.


НАЧАЛО
Ввод
(x0, xn, hx,
y0, yn, hy)
Подготовка
внешнего цикла
Цикл 1
Тело внешнего
цикла
Цикл 1
КОНЕЦ
установка начальных
значений для переменной
x
проверка условия
завершения цикла по
переменной x
организация внутреннего
цикла,
вычисление и печать
значения функции


НАЧАЛО
Ввод
(x0, xn, hx,
y0, yn, hy)
x = x0
x <= xn
y = y0
y <= yn
z = cos(x) + sin(y)
y = y + hy
x = x + hx
КОНЕЦ

```
1 var
2  x, x0, xn, hx,
3  y, y0, yn, hy, z: extended;
4 begin
5 //ввод исходных данных x0, xn, hx, y0, yn, hy
6  x := x0; // подготовка внешнего цикла
7  while x <= xn do begin
8 // подготовка внутреннего цикла
9    y := y0;
10   while y <= yn do begin
       // вычисление значения функции
11     z := cos(x) + sin(y);
12     // вывод x, y, z
       // модификация переменной внутр. цикла
13     y := y + hy;
14   end;
15   x := x + hx;
16 end;
```

Составьте алгоритм и программу вычисления значения выражения:

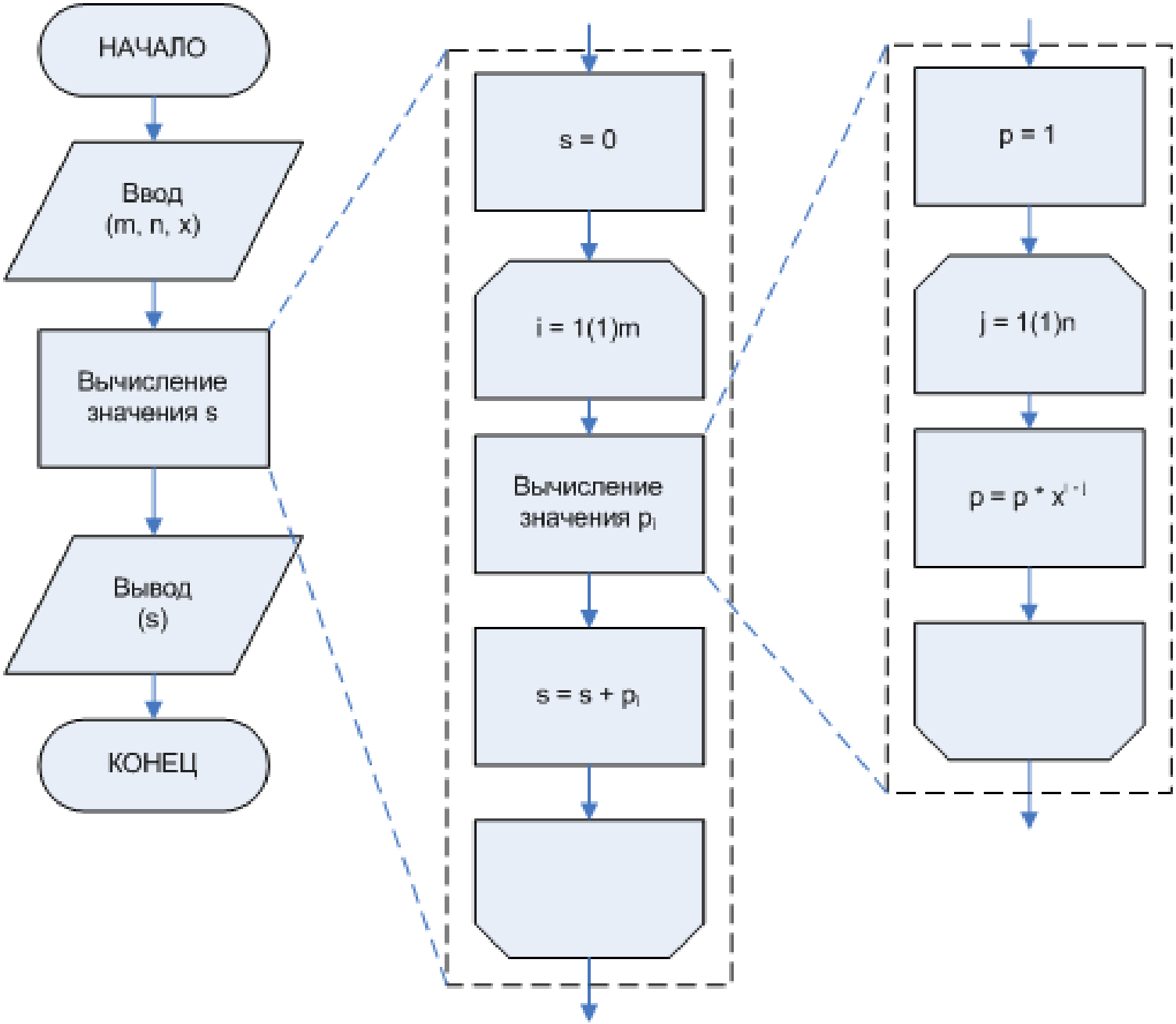
$$s = \sum_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n} x^{i-j}$$

s - сумма m слагаемых, каждое слагаемое - произведение из n множителей x^{i-j}.
Внутренний цикл будет вычислять значение отдельного слагаемого по формуле:

$$p_i = \prod_{j=1}^{n} x^{i-j}$$

а внешний цикл - вычислять значение суммы m слагаемых по формуле:

$$s = \sum_{i=1}^{m} p_i$$


НАЧАЛО
Ввод
(m, n, x)
Вычисление
значения s
Вывод
(s)
КОНЕЦ
s = 0
i = 1(1)m
Вычисление
значения p_i
$s = s + p_i$
p = 1
j = 1(1)n
$p = p * x^{j-1}$

```
1 var i, j, m, n: integer;
2     p, s, x: extended;
3 begin
4   //ввод m, n, x
5   s := 0;
6   for i := 1 to m do begin
7     p := 1;
8     for j := 1 to n do
9       p := p * exp(ln(x) * (i - j));
      s := s + p;
10  end;
11  //вывод s
12 end.
```

Пример

Определить количество «счастливых билетиков».
Билет является «счастливым», если в его номере сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Минимальный номер билета – 000 001, максимальный номер билета – 999 999.
Вариант 1

- перебрать все возможные номера билетов от 000 001 до 999 999;
- отделить в номере первые три цифры от последних трех;
- сравнить сумму первых трех чисел с суммой последних трех чисел, и если суммы совпали, увеличить значение счетчика счастливых билетов.

```
1 var  a1, a2, a3, a4, a5, a6: byte;
2      g, s: longint;
2 begin
3   s = 0;
4   for g := 1 to 999999 do begin
5     a1 := g mod 10;
6     a2 := g div 10 mod 10;
7     a3 := g div 100 mod 10;
8     a4 := g div 1000 mod 10;
9     a5 := g div 10000 mod 10;
10    a6 := g div 100000 mod 10;
11    if a1 + a2 + a3 = a4 + a5 + a6 then s := s + 1;
12  end;
13  writeln('Всего существует ', s, ' счастливых билетов');
14 end.
```

Пример

Вариант 2

- организовать внешний цикл – перебор возможных значений цифр первой группы от 000 до 999;
- организовать внутренний цикл – перебор возможных значений цифр второй группы от 000 до 999;
- сравнить сумму цифр в числе первой группы с суммой цифр в числе второй группы, и если суммы совпали, увеличить значение счетчика счастливых билетов;
- учесть, что билета с номером 000 000 не существует.

Пример

Вариант 3

- организовать шесть вложенных циклов – каждый цикл для перебора значений от 0 до 9, соответствующий одной из цифр шестизначного номера билета;
- сравнить сумму первых трех чисел с суммой вторых трех чисел, и если суммы совпали, увеличить значение счетчика счастливых билетов;
- учесть, что билета с номером 000 000 не существует.