1º Trabalho de Métodos Numéricos I - Raízes de Equações

Professor: Joaquim Bento (joaquimb@lia.ufc.br)
Entrega: Em data a ser definida até a meia-noite

1) Objetivos:

O objetivo desse trabalho é implementar os métodos numéricos estudados para achar raízes de equações. Além disso, pretende-se depois resolver vários problemas com os métodos numéricos a serem implementados.

2) Organização:

Todas as equipes foram definidas em sala pelos alunos. O trabalho deve ser feito somente em C++ (opcionalmente em C) e em Linux. Diagramas de classes são bem-vindos (no caso de C++). Além disso, os trabalhos devem ser apresentados em sala de aula em datas a serem definidas pelo professor. A ordem das apresentações, bem como o tema de cada equipe, será definida por sorteio e cada equipe terá 17 minutos de tempo para apresentação com mais 3 minutos para perguntas do professor e dos colegas. Os membros das equipes que faltarem ao dia da apresentação automaticamente tiram 0 nos pontos relativos à sua apresentação.

3) O que entregar:

Um único arquivo compactado contendo:
a) Apresentação (3,0 pontos) – obrigatória.
b) Código fonte (3,0 pontos) – obrigatório.
c) Executável (4,0 pontos) – obrigatório.
d) Documentação (0,0 pontos) – opcional.

OBS1: A apresentação deve conter (no mínimo):

a) Introdução.
b) Metodologia.
c) Exemplos.
d) Conclusão.

OBS2: Recomenda-se que o executável não tenha nada dinâmico, ou seja, que as LIBs sejam estáticas ou todas as DLLs estejam incluídas na distribuição do programa.

4) Quando entregar:

Até meia-noite do dia que será estipulado e depois comunicado pelo professor.

5) Observações:

a) Os trabalhos devem ser enviados somente pelo LÍDER de cada equipe.
b) O LÍDER da equipe deve coordenar o andamento do trabalho da equipe.
c) Deve ser entregue somente um arquivo com todo o trabalho da equipe.
d) O arquivo a ser entregue deve contar a apresentação, fontes e executável.
e) O arquivo a ser entregue deve ser comprimido para que possa ser enviado.
f) Todos os membros das equipes devem participar ativamente do trabalho.
g) Todos os membros das equipes devem apresentar alguma parte realizada.
h) É obrigatória a presença de todos os membros da equipe na apresentação.

6) Enunciados:

Tema1:
O deslocamento da extremidade de um foguete espacial ao entrar na atmosfera da terra é dado pela equação $f(d) = a*d - d*\ln(d)$, onde d é o deslocamento medido em cm e a é um parâmetro de ajuste para que se projete um foguete com a máxima segurança e eficiência possível. Caso esse deslocamento passe dos 2 cm esse foguete irá explodir, causando sérios danos e um prejuízo gigantesco. Vários testes e simulações são feitos de modo a garantir que o foguete seja desenvolvido com toda segurança possível. Desenvolva um sistema para calcular esse deslocamento d da extremidade de um foguete espacial considerado com todos os requisitos apresentados nos itens abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular d pelo método da Bisseção.
b) Implementar algoritmo para calcular d pelo método da Posição Falsa.
c) Implementar algoritmo para calcular d pelo método de Newton-Raphson.
d) Calibrar o sistema usando como padrão a = 1, isolamento = (2, 3) e $\varepsilon = 10^{-5}$.
e) Fornecer um quadro resposta, variando os valores de a para vários foguetes.
f) Fornecer um quadro comparativo, com isolamento, raízes e dados para cada método.
g) Analisar o efeito da variação do valor de a de cada foguete, para cada método dado.

Dados de entrada: n (número de foguetes), a (de cada foguete) e ε (precisão).
Dados de saída: quadros resposta (com d, E_A para cada foguete e método) e comparativo.

Tema2:
Seja um movimento físico regido pela função $f(d) = a*e^d - 4*d^2$, onde a são amplitudes dadas devido à oscilação encontrada em cada movimento considerado e d é o deslocamento encontrado em cada um desses movimentos, variando com o valor de a. O método de Newton modificado é tal que a função de iteração $\varphi(x)$ utilizada é dada por $\varphi(x) = x - (f(x) / f'(x_o))$, onde x_o é uma aproximação inicial e é tal que $f'(x_o) \neq 0$. Desenvolva um sistema para calcular o valor de d que deve atender aos seguintes requisitos dados pelos itens abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular d pelo método de Newton-Raphson original.
b) Implementar algoritmo para calcular d pelo método da Newton-Raphson modificado.
c) Implementar algoritmo para calcular d pelo método da Secante.
d) Calibrar o sistema usando como padrão a = 1, $d_0 = 0,5$ e $\varepsilon = 10^{-4}$.
e) Fornecer um quadro resposta, variando os valores de a para vários casos.
f) Fornecer um quadro comparativo, com todos os dados para cada método.
g) Analisar o efeito da variação do valor de a para cada método considerado.

Dados de entrada: n (número de valores de a), a (para cada n) e ε (precisão).
Dados de saída: quadros resposta (com d, E_A para cada a e método) e comparativo.

Tema3:
Um pêndulo oscila segundo uma função polinomial dada por $f(d) = a_3d^3 - 9a_2d + 3$ onde a_3 e a_2 são parâmetros que variam dependendo de cada tipo de pêndulo e d é o deslocamento calculado para o pêndulo considerando a equação polinomial fornecida. No método de Newton-Raphson problemas podem ocorrer se, para uma aproximação x_k, tenha-se $f'(x_k) = 0$. Uma modificação nesse método original para prever isso consiste em: dado λ um número positivo próximo de zero e supondo que $|f'(x_o)| \geq \lambda$, a seqüência $\{x_k\}$ é gerada por:

$$x_{k+1} = x_k - (f(x_k) / FL) \quad (k = 0,1,2,...) \text{ onde } FL = \begin{cases} f'(x_k), \text{ se } |f'(x_k)| > \lambda \\ \\ f'(x_w), \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

onde x_w é a última aproximação obtida tal que $|f'(x_w)| \geq \lambda$. Desenvolva um sistema para calcular o valor do deslocamento desejado d de uma dada oscilação de um determinado pêndulo considerado que deve atender aos seguintes requisitos dados por todos os itens abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular d pelo método de Newton original.
b) Implementar algoritmo para calcular d pelo método de Newton com FL.
c) Implementar método numérico para achar derivada de f(x) e refazer item a.
d) Calibrar o sistema usando como padrão $a_3=1$, $a_2=1$, $d_0=-1,275$, $\lambda=0,05$ e $\varepsilon = 0,05$.
e) Fornecer um quadro resposta, com deslocamento calculado para cada método dado.
f) Fornecer um quadro comparativo, com todos os dados para cada método dado.

Dados de entrada: n (número de opções para λ), λ, a_3 e a_2 (para cada opção) e ε (precisão).
Dados de saída: quadros resposta (com d para cada λ e método) e comparativo.

Tema4:
Uma determinada reação química produz uma quantidade c de CO_2 medida em ppm (parte por milhão) dada pela equação polinomial $f(c) = a_4c^4 + a_3c^3 + a_2c^2 + a_1c + a_0$. Se ξ é uma raiz de f(x) = 0 com multiplicidade p, dados x_o e ε, para cada passo o método de Newton-Raphson é dado por $x_{k+1} = x_k - (pf(x_k) / f'(x_k))$ (k = 0,1,2...). De forma análoga pode-se introduzir um fator p no método da Secante para raízes múltiplas, obtendo então, $x_{k+1} = x_k - (pf(x_k)(x_k - x_{k-1}))/(f(x_k) - f(x_{k-1}))$ (k = 0,1,2,...). Desenvolva um sistema para calcular a quantidade c de CO_2 de uma determinada reação química dada. O sistema deve atender aos seguintes requisitos dados pelos itens abaixo:

a) Implementar algoritmo para calcular c pelo método de Newton para polinômios.
b) Implementar algoritmo para calcular c pelo método de Newton para multiplicidade.
c) Implementar algoritmo para calcular c pelo método da Secante para multiplicidade.
d) Calibrar o sistema usando como padrão $a_4=1$, $a_3=-5$, $a_2=6$, $a_1=4$, $a_0=-8$, e p=3.
e) Fornecer um quadro resposta, com quantidade calculada para cada método dado.
f) Fornecer um quadro comparativo, com todos os dados para cada método dado.

Dados de entrada: n (número de reações), a_k (k=0 a 4) e p (para cada opção) e ε (precisão).
Dados de saída: quadros resposta (com c para cada reação e método) e comparativo.