

# Métodos Numéricos 1 (MN1)

## Unidade 0: Apresentação Geral de Métodos 1 Parte 2: Visão Geral de Métodos Numéricos 1

**Joaquim Bento Cavalcante Neto**

[joaquimb@lia.ufc.br](mailto:joaquimb@lia.ufc.br)

**Grupo de Computação Gráfica, Realidade Virtual e Animação (CRAb)**

**Departamento de Computação (DC)**

**Universidade Federal do Ceará (UFC)**



# O que são métodos numéricos?

- São programas de computador que resolvem problemas matemáticos, fornecendo resultado numérico, que possui um **grau de aproximação**
- Apesar de aproximada, a solução pode ser obtida com um certo **controle do erro**

# Exemplos de uso

- Solução de sistemas de equações:
  - A maioria dos problemas matemáticos podem ser resolvido **analiticamente**, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema
  - Por esse motivo, muitos desses problemas são resolvidos **numericamente** ao contrário

## Exemplos de uso

- Problema que não tem solução analítica:

$$x(e^x) = 3$$

- Se deseja-se achar  $x$  para essa equação
- Solução numérica: **raízes de equações**



# Exemplos de uso

- Problema com custo computacional alto:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$\vdots$$
$$\vdots$$
$$\vdots$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

- Se  $n$  for alto (exemplo: 1 milhão) é caro
- Solução numérica: **sistemas de equações**

## Exemplos de uso

- Problema difíceis de estimar resultados:

$T, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{kg/m}^3$	$\mu, \text{N} \times \text{s}/\text{m}^2$	$\nu, \text{m}^2/\text{s}$
-40	1.52	$1.51 \times 10^{-5}$	$0.99 \times 10^{-5}$
0	1.29	$1.71 \times 10^{-5}$	$1.33 \times 10^{-5}$
20	1.20	$1.80 \times 10^{-5}$	$1.50 \times 10^{-5}$

- Se deseja-se propriedades para  $T = 15^\circ\text{C}$
- Solução numérica: **interpolação numérica**

# Exemplos de aplicação

- Animação
  - Uso de interpolação entre key frames
  - Movimento da túnica
    - Sistema de partículas
    - Equações Diferenciais Ordinárias



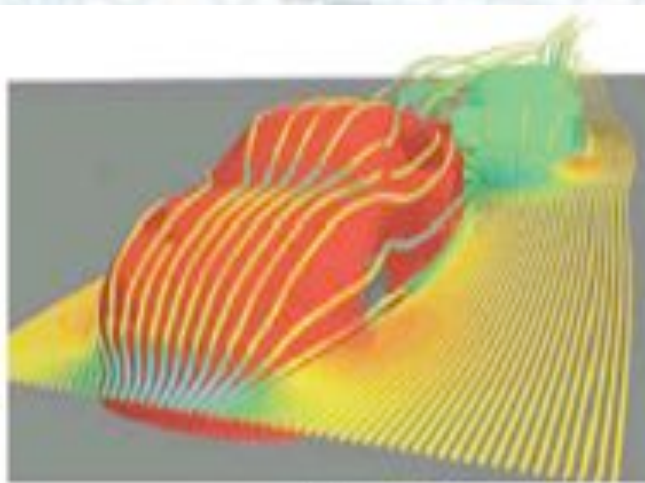
Progressão Digital de Yoda no  
filme Star Wars:  
Episódio II - Ataque dos Clones

# Exemplos de aplicação

- Simulação aerodinâmica usando CFD (Computational Fluid Dynamics)
  - Requer a solução numérica de equações especiais (equações diferenciais parciais)



(a)

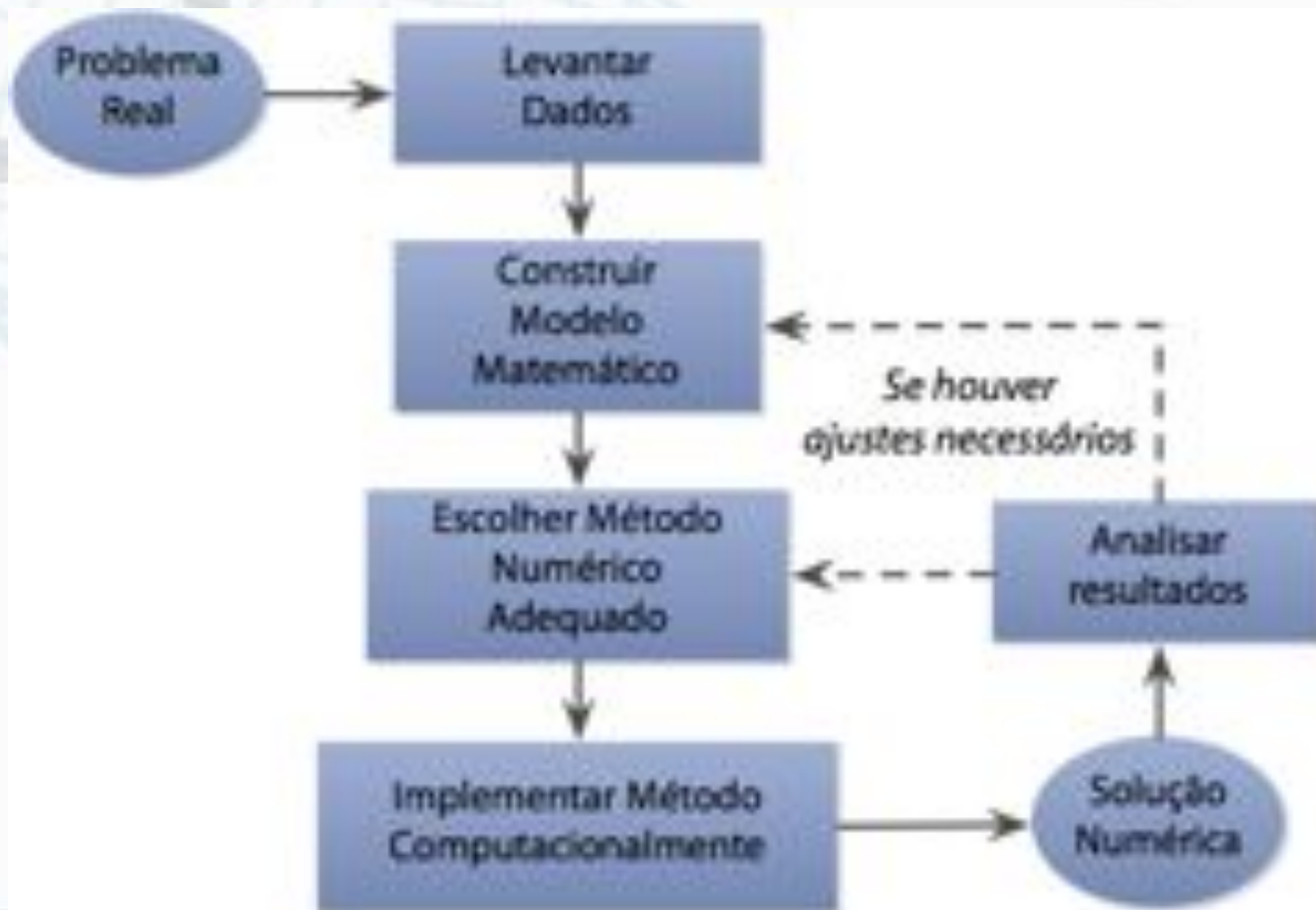


(b)





# Resolução de problemas



# Resolução de problemas

- Levantamento de dados:
  - Levantar todos os dados que são usados na solução do problema (1º passo da solução)
  - Os dados podem ser coletados de várias maneiras (experimentais, observação, etc)
  - Os dados devem ser válidos: do contrário as soluções numéricas não são **confiáveis**

# Resolução de problemas

- Construção do modelo matemático:
  - O modelo matemático é fundamental para a solução correta do problema a ser resolvido
  - Por exemplo, determinado problema pode ser representado por uma equação somente ou por um conjunto de equações (sistema)
  - Deve-se escolher o **modelo matemático** que seja apropriado senão não pode-se confiar nos resultados numéricos que são obtidos

# Resolução de problemas

- Escolha do método numérico:
  - A escolha do **método numérico** depende do tipo de problema que se deseja resolver
  - Por exemplo, se um problema envolve uma equação e o que mais importa é a facilidade de implementação, melhor método é Bisseção
  - Por exemplo, se um problema envolve uma equação e o que mais importa é a rapidez na solução, o melhor método é o de Newton



# Resolução de problemas

- Análise dos resultados numéricos:
  - Os métodos numéricos são muito poderosos mas não se pode confiar cegamente neles
  - Por exemplo, um método numérico pode resolver o problema de maneira correta mas se esse problema foi formulado de maneira errada, o seu uso pode ser muito perigoso
  - Deve-se sempre usar o **bom-senso** e a nossa capacidade de **análise** em métodos numéricos

# Unidades estudadas

- Teoria de erros
- Raízes de equações
- Sistemas de equações
- Interpolação numérica

# Teoria de erros

- Achar o erro absoluto e relativo entre uma solução real e uma solução aproximada:

- Erro absoluto:

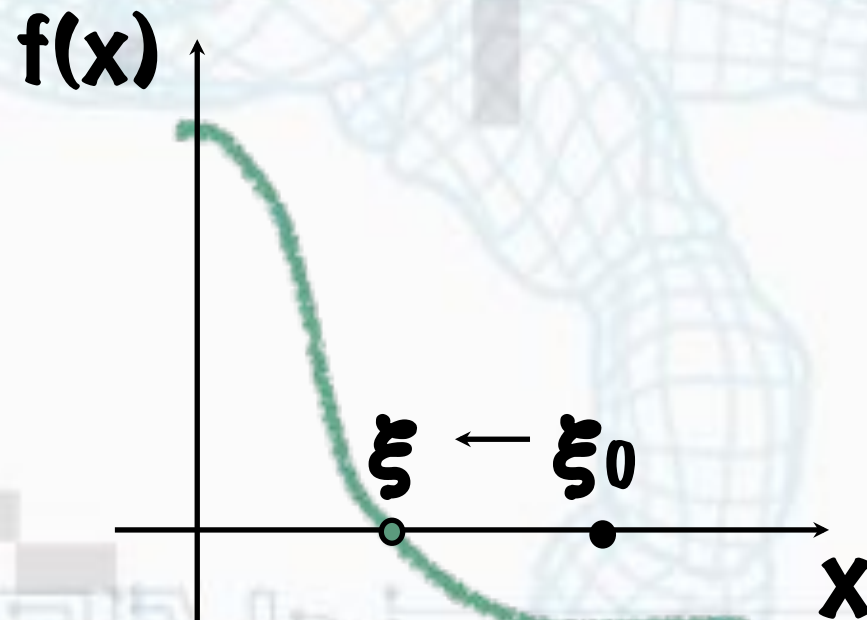
$$EA_x = x - \bar{x}$$

- Erro relativo:

$$|ER_x| = \left| \frac{EA_x}{\bar{x}} \right| = \frac{|x - \bar{x}|}{|\bar{x}|}$$

# Raízes de Equações

- Determinar valor de  $x$  de equação  $f(x)=0$
- Partir de uma aproximação inicial para a raiz, e depois refinar essa aproximação através de um método iterativo qualquer:





# Sistemas de Equações

- Determinar os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  que simultaneamente satisfaça um conjunto de equações abaixo de forma numérica:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$\vdots$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

- Feito transformando o sistema  $[A]\{x\}=\{b\}$  em um sistema mais simples  $[A^*]\{x\}=\{b^*\}$

# Interpolação numérica

- Utilizar uma interpolação polinomial para encontrar um valor intermediário desejado que não consta em uma tabela fornecida:

