

# AERODINÁMICA Y CAPA LÍMITE

---

Mecánica de fluidos

Adrián Navas Montilla (anavas@unizar.es)

# CONTENIDOS

- Introducción a la aerodinámica
- Capa límite

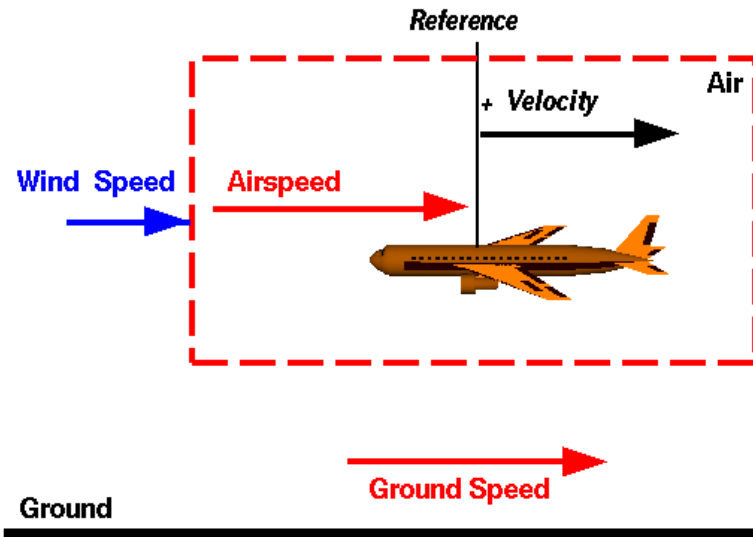
# Aerodinámica

- **Objetivo:** Calcular las fuerzas y momentos que actúan sobre un cuerpo que se mueve con una velocidad relativa respecto a un fluido



## Relative Velocities Aircraft Reference

Glenn  
Research  
Center

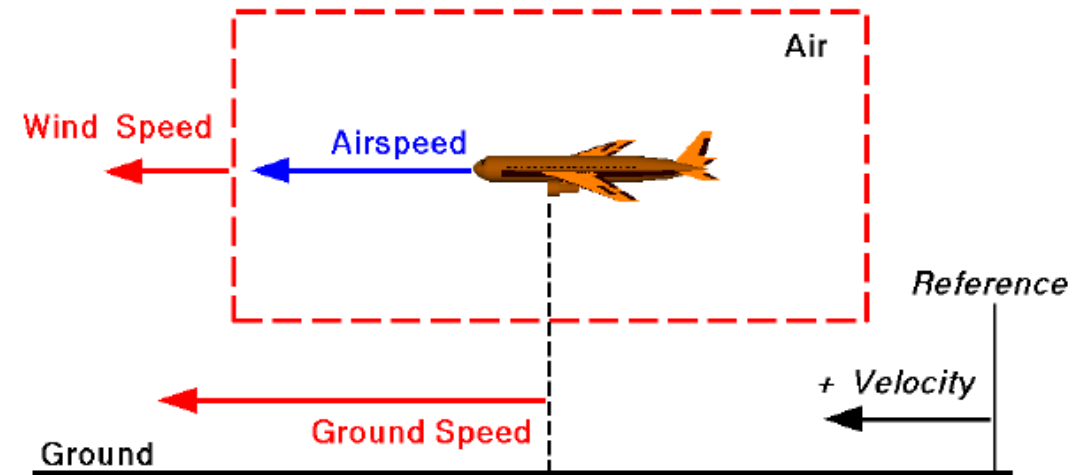


$$\text{Wind Speed} = \text{Airspeed} - \text{Ground Speed}$$



## Relative Velocities Ground Reference

Glenn  
Research  
Center



$$\text{Airspeed} = \text{Ground Speed} - \text{Wind Speed}$$

# Aerodinámica: fuerzas y momentos

Las fuerzas y momentos que ejerce el fluido sobre el cuerpo se representan mediante las integrales:

$$\vec{F}_{fluido \rightarrow cuerpo} = - \int_{S_{cuerpo}} (-p\hat{n} + \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n}) dS$$
$$\vec{M}_{fluido \rightarrow cuerpo} = - \int_{S_{cuerpo}} \vec{r} \times (-p\hat{n} + \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n}) dS$$

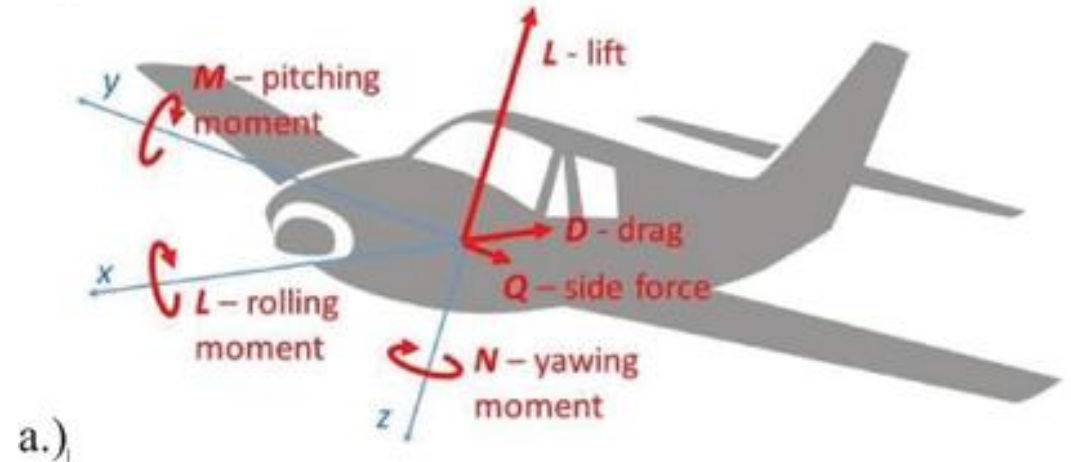
Y las podemos obtener:

- Si conocemos el campo de velocidades y presiones, calculando las integrales (tema 1)
- Si conocemos velocidades y presiones en entrada/salida, etc., mediante un balance integral (tema 2)
- Si no conocemos nada, experimentalmente en laboratorio (tema 4)

# Aerodinámica: fuerzas y momentos

En aerodinámica, las fuerzas y momentos sobre un cuerpo que vuela en dirección  $x$  reciben los nombres:

- Fuerza en  $-x$ : Arrastre (drag)
- Fuerza en  $+z$ : Sustentación (lift)
- Fuerza en  $+y$ : Fuerza lateral (side force)
- Momento en  $x$ : Alabeo (roll)
- Momento en  $y$ : Cabeceo (pitch)
- Momento en  $z$ : Guiñada (yaw)



# Aerodinámica: fuerzas y momentos

En aerodinámica, las fuerzas y momentos sobre un cuerpo que vuela en dirección x reciben los nombres:

- Fuerza en -x: Arrastre (drag)
- Fuerza en +z: Sustentación (lift)
- Fuerza en +y: Fuerza lateral (side force)
- Momento en x: Alabeo (roll)
- Momento en y: Cabeceo (pitch)
- Momento en z: Guiñada (yaw)

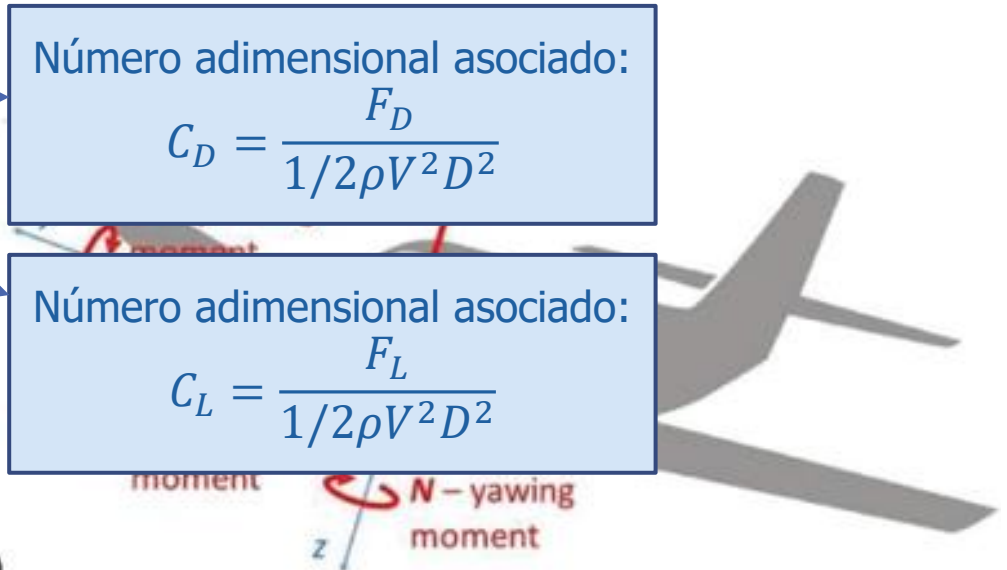
Número adimensional asociado:

$$C_D = \frac{F_D}{1/2\rho V^2 D^2}$$

Número adimensional asociado:

$$C_L = \frac{F_L}{1/2\rho V^2 D^2}$$

a.)



# Resistencia aerodinámica

Resistencia de forma

Resistencia de fricción

$$\vec{F}_{\text{fluido} \rightarrow \text{cuerpo}} = - \int_{S_{\text{cuerpo}}} (-p\hat{n} + \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n}) dS$$

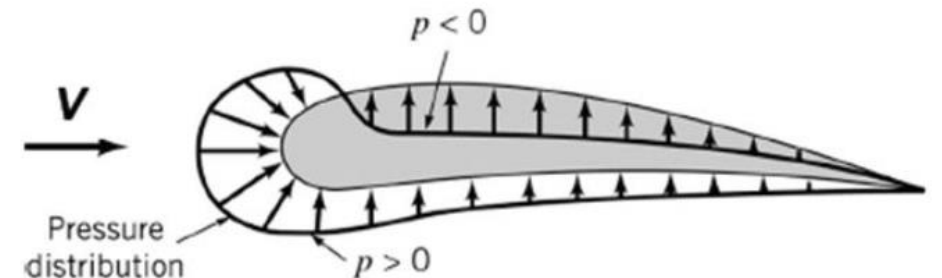
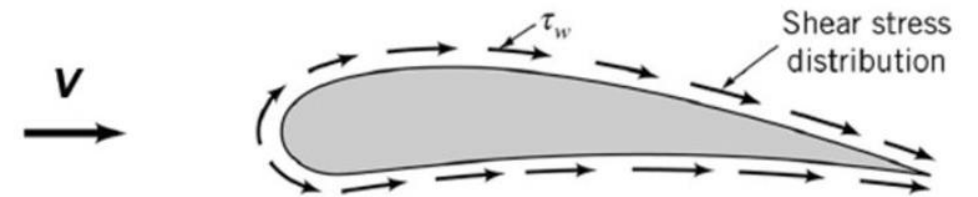
Dos contribuciones:

- Resistencia de fricción (skin friction): debida a los esfuerzos viscosos

$$- \int_{S_{\text{cuerpo}}} \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n} dS$$

- Resistencia de forma (pressure drag): debida a los esfuerzos de presión

$$- \int_{S_{\text{cuerpo}}} -p\hat{n} dS$$



# Resistencia aerodinámica

$$\vec{F}_{\text{fluido} \rightarrow \text{cuerpo}} = - \int_{S_{\text{cuerpo}}} (-p\hat{n} + \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n}) dS$$

Resistencia de forma      Resistencia de fricción

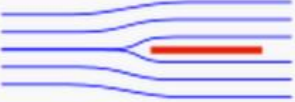
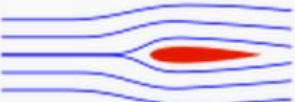
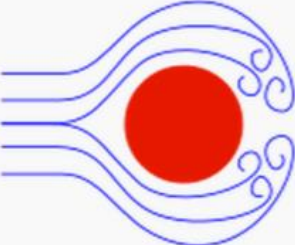
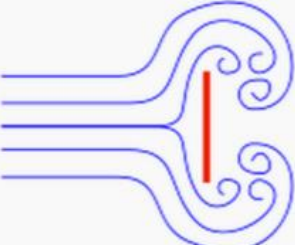
Dos contribuciones:

- Resistencia de fricción (skin friction): debida a los esfuerzos viscosos

$$- \int_{S_{\text{cuerpo}}} \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n} dS$$




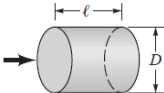
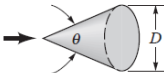

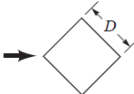
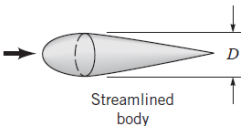
- Resistencia de forma (pressure drag): debida a los esfuerzos de presión


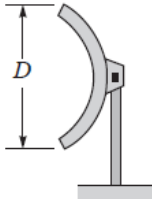

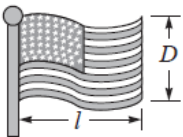


$$- \int_{S_{\text{cuerpo}}} p\hat{n} dS$$

Shape and flow	Form Drag	Skin friction
	0%	100%
	~10%	~90%
	~90%	~10%
	100%	0%





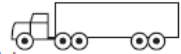

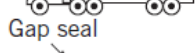





# Aerodinámica: coeficiente de arrastre

Shape	Reference area $A$	Drag coefficient $C_D$	Reynolds number $Re = \rho U D / \mu$										
 Solid hemisphere	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<div><div><math>\rightarrow</math></div><div><math>\leftarrow</math></div></div> <div>1.17 0.42</div>	$Re > 10^4$										
 Hollow hemisphere	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<div><div><math>\rightarrow</math></div><div><math>\leftarrow</math></div></div> <div>1.42 0.38</div>	$Re > 10^4$										
 Thin disk	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	1.1	$Re > 10^3$										
 Circular rod parallel to flow	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table><tr><th><math>\ell/D</math></th><th><math>C_D</math></th></tr><tr><td>0.5</td><td>1.1</td></tr><tr><td>1.0</td><td>0.93</td></tr><tr><td>2.0</td><td>0.83</td></tr><tr><td>4.0</td><td>0.85</td></tr></table>	$\ell/D$	$C_D$	0.5	1.1	1.0	0.93	2.0	0.83	4.0	0.85	$Re > 10^5$
$\ell/D$	$C_D$												
0.5	1.1												
1.0	0.93												
2.0	0.83												
4.0	0.85												
 Cone	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table><tr><th><math>\theta</math>, degrees</th><th><math>C_D</math></th></tr><tr><td>10</td><td>0.30</td></tr><tr><td>30</td><td>0.55</td></tr><tr><td>60</td><td>0.80</td></tr><tr><td>90</td><td>1.15</td></tr></table>	$\theta$ , degrees	$C_D$	10	0.30	30	0.55	60	0.80	90	1.15	$Re > 10^4$
$\theta$ , degrees	$C_D$												
10	0.30												
30	0.55												
60	0.80												
90	1.15												
 Cube	$A = D^2$	1.05	$Re > 10^4$										
 Cube	$A = D^2$	0.80	$Re > 10^4$										
 Streamlined body	$A = \frac{\pi}{4} D^2$	0.04	$Re > 10^5$										

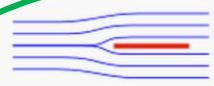
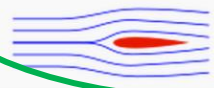
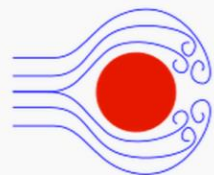
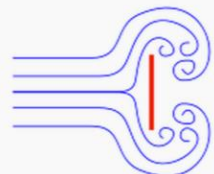
Shape	Reference area	Drag coefficient $C_D$												
 Parachute	Frontal area $A = \frac{\pi}{4} D^2$	1.4												
 Porous parabolic dish	Frontal area $A = \frac{\pi}{4} D^2$	<table><tr><th>Porosity</th><th>0</th><th>0.2</th><th>0.5</th></tr><tr><td><math>\rightarrow</math></td><td>1.42</td><td>1.20</td><td>0.82</td></tr><tr><td><math>\leftarrow</math></td><td>0.95</td><td>0.90</td><td>0.80</td></tr></table> <p>Porosity = open area/total area</p>	Porosity	0	0.2	0.5	$\rightarrow$	1.42	1.20	0.82	$\leftarrow$	0.95	0.90	0.80
Porosity	0	0.2	0.5											
$\rightarrow$	1.42	1.20	0.82											
$\leftarrow$	0.95	0.90	0.80											
 Average person	Standing Sitting Crouching	$C_D A = 9 \text{ ft}^2$ $C_D A = 6 \text{ ft}^2$ $C_D A = 2.5 \text{ ft}^2$												
 Fluttering flag	$A = \ell D$	<table><tr><th><math>\ell/D</math></th><th><math>C_D</math></th></tr><tr><td>1</td><td>0.07</td></tr><tr><td>2</td><td>0.12</td></tr><tr><td>3</td><td>0.15</td></tr></table>	$\ell/D$	$C_D$	1	0.07	2	0.12	3	0.15				
$\ell/D$	$C_D$													
1	0.07													
2	0.12													
3	0.15													
 Empire State Building	Frontal area	1.4												
 Six-car passenger train	Frontal area	1.8												

# Aerodinámica: coeficiente de arrastre

Bikes		
	Upright commuter	$A = 5.5 \text{ ft}^2$
	Racing	$A = 3.9 \text{ ft}^2$
	Drafting	$A = 3.9 \text{ ft}^2$
	Streamlined	$A = 5.0 \text{ ft}^2$
Tractor-trailer trucks		
 Standard	Frontal area	0.96
 Fairing	Frontal area	0.76
 Gap seal	Frontal area	0.70
 Tree	Frontal area	0.43 0.26 0.20
 Dolphin	Wetted area	0.0036 at $Re = 6 \times 10^6$ (flat plate has $C_{Dr} = 0.0031$ )
 Large birds	Frontal area	0.40

# Capa límite: motivación

En muchas situaciones la resistencia por fricción es dominante

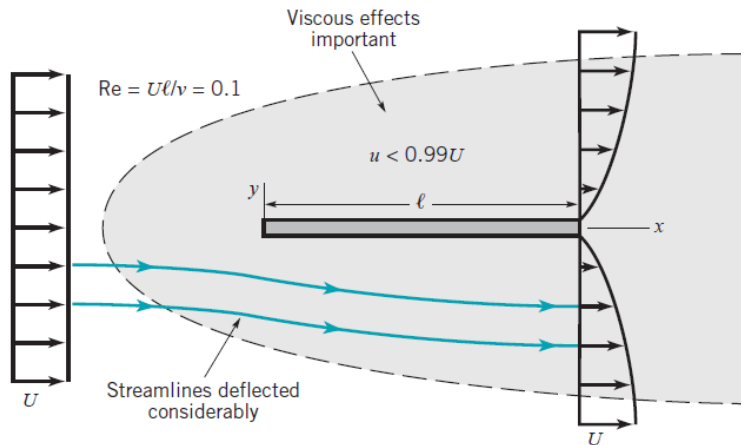
Shape and flow	Form Drag	Skin friction
	0%	100%
	~10%	~90%
	~90%	~10%
	100%	0%

$$\vec{F}_{\text{fluido} \rightarrow \text{cuerpo}} = - \int_{S_{\text{cuerpo}}} (-p\hat{n} + \tilde{\tau}_v \cdot \hat{n}) dS$$

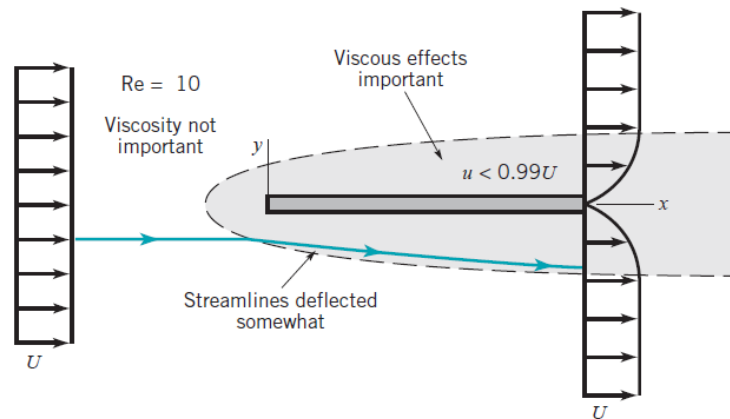
Bernoulli?  
No!  
Teoría de la capa límite

# Capa límite: motivación

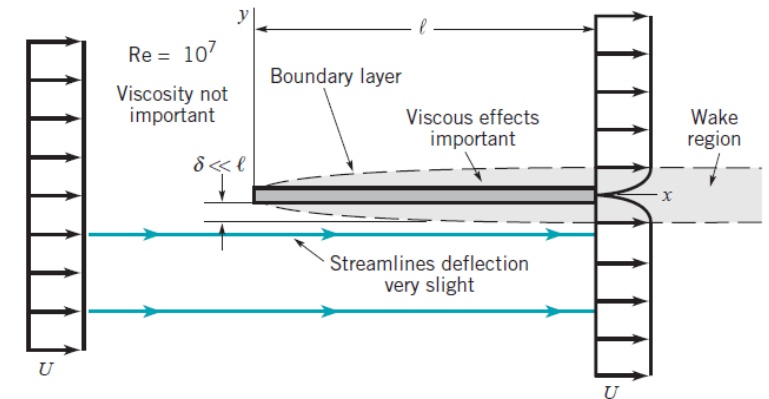
Vamos a analizar el flujo alrededor de una placa plana: al aumentar el Reynolds, la zona de influencia de la placa ( $u < 0.99U$ ) se reduce



$Re=0.1$



$Re=10$



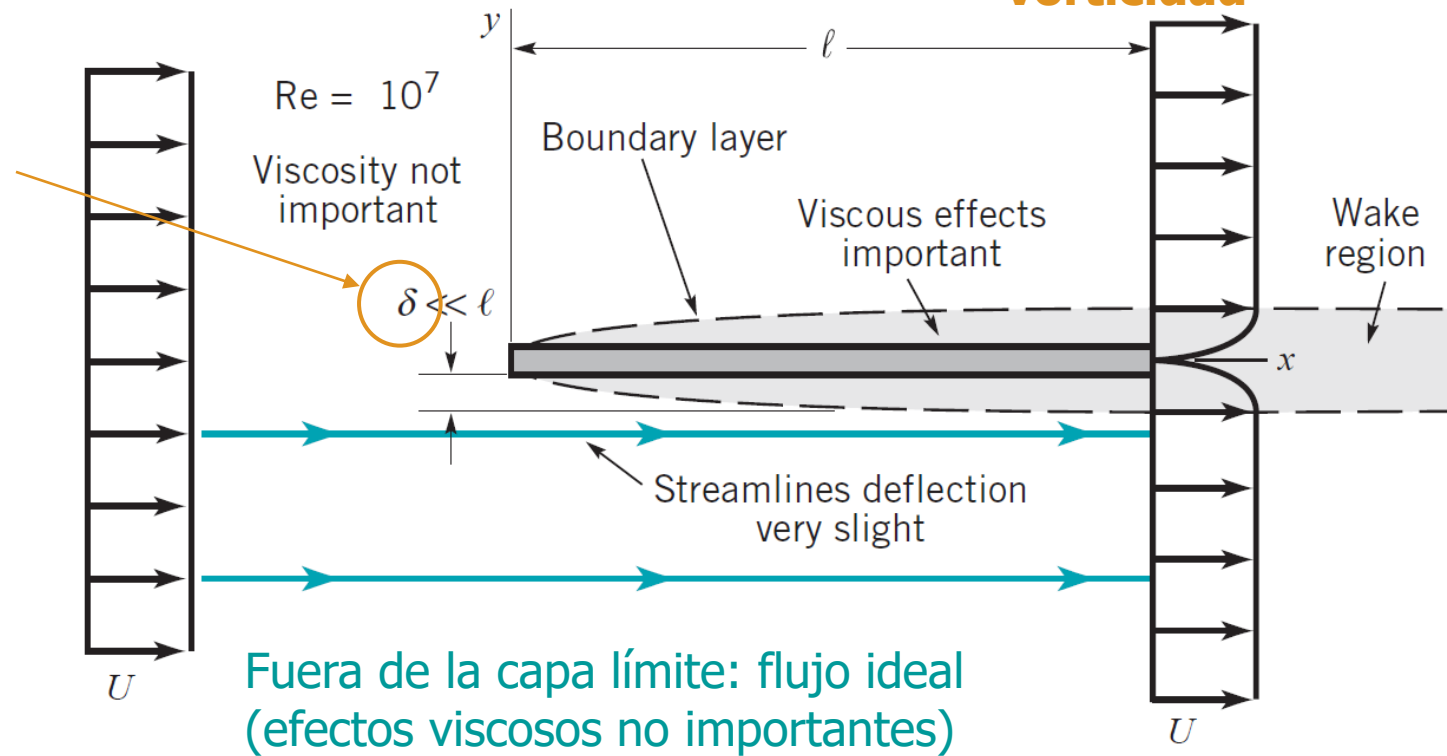
$Re=10000000$

# Capa límite: motivación

Podemos separar el flujo en tres regiones distintas

Dentro de la capa límite:  
**efectos viscosos muy importantes, gradientes elevados, vorticidad**

Espesor de la capa límite

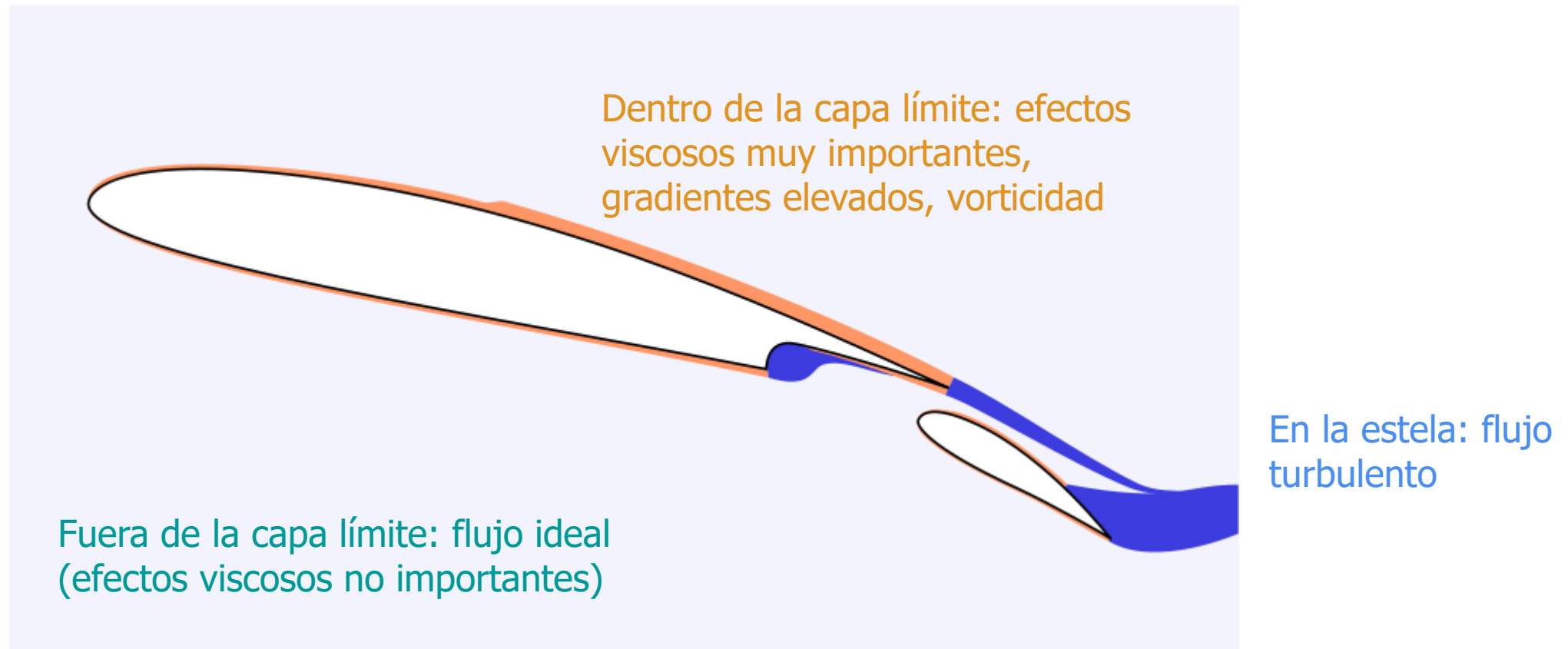


En la estela: flujo turbulento

[Ver video](#)

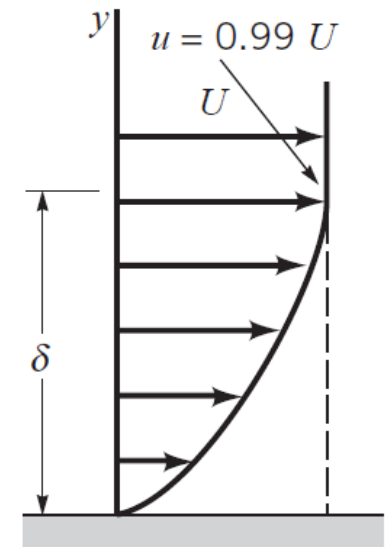
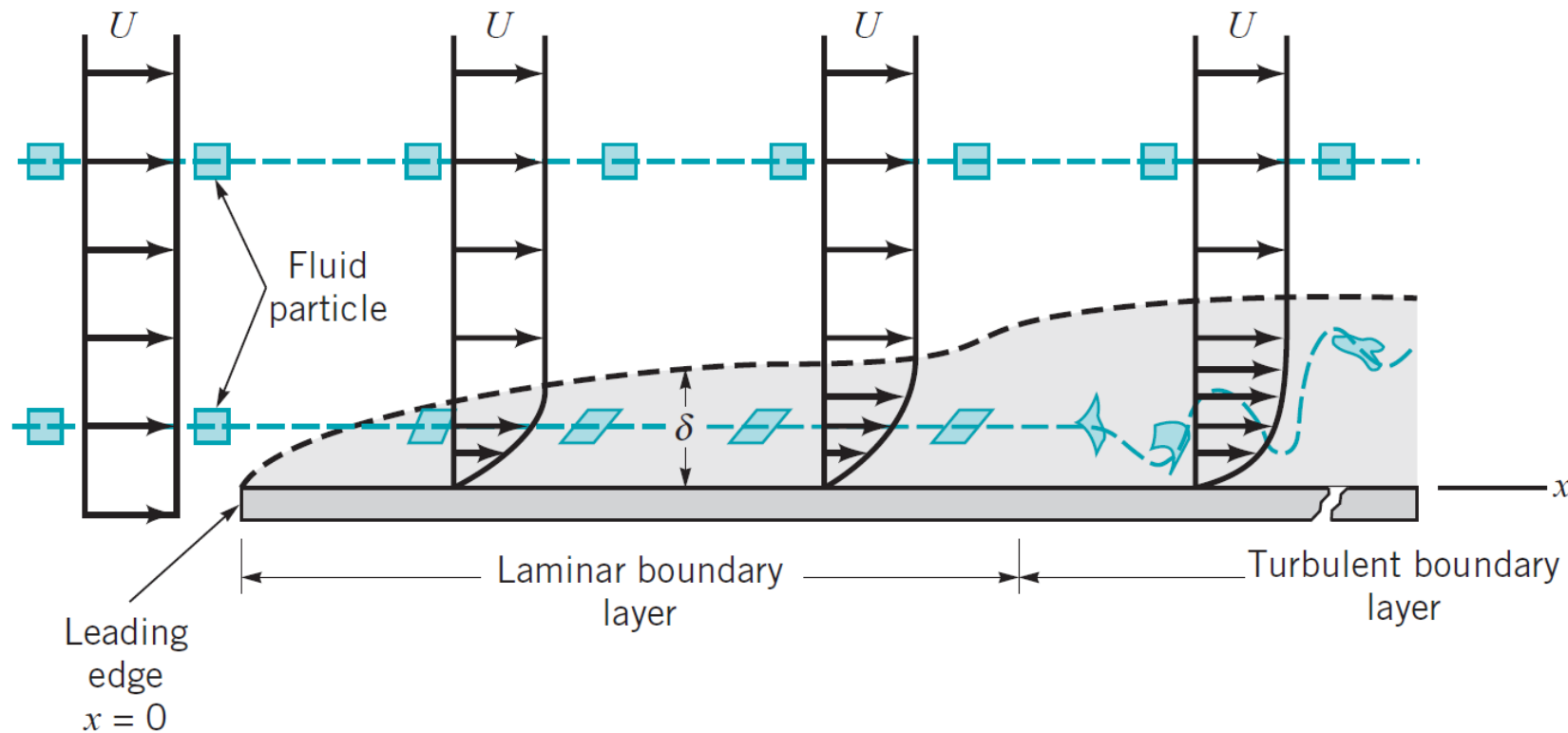
# Capa límite: motivación

Podemos separar el flujo en tres regiones distintas (un caso más complejo)



# Estructura de la capa límite

Capa límite sobre placa plana: existe región laminar y turbulenta



Espesor de la capa límite:  
 $\delta = y$  donde  $u(y) = 0.99U$

# Capa límite laminar ( $Re < 5 \times 10^5$ ): ecuaciones gobernantes

Capa límite sobre placa plana. Consideramos flujo incompresible, 2D, despreciando fuerzas másicas. Ecuaciones de Navier-Stokes dan lugar a:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

Conservación de la masa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

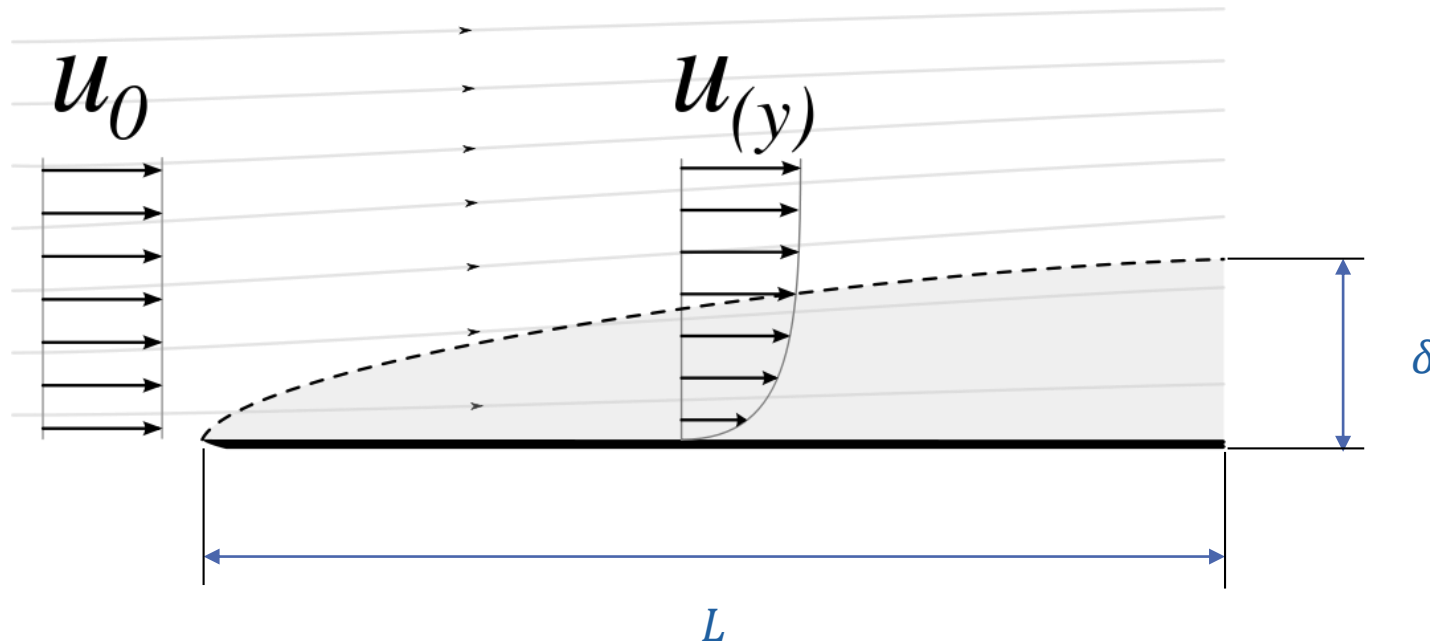
Considerando que  $v \ll u$  y  $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$ , podemos simplificar la ecuación del momento, obteniendo las ecuaciones que gobiernan el flujo en la capa límite:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$



# Algunas relaciones importantes

## Capa límite laminar sobre placa plana



Relación entre el espesor de la capa límite y el número de Reynolds:

$$\frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}}$$

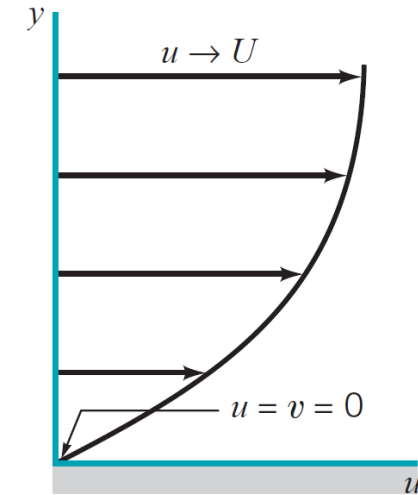
# Solución de las ecuaciones

El problema se compone por el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

Sujeto a las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} u = v = 0 \quad \text{en } y = 0 \\ u = U \quad \text{en } y \rightarrow \infty \end{aligned}$$



Definimos las variables

$$\eta = y \left( \frac{U}{\nu x} \right)^{0.5} \quad y \quad \frac{u}{U}$$

y resolvemos numéricamente el problema.

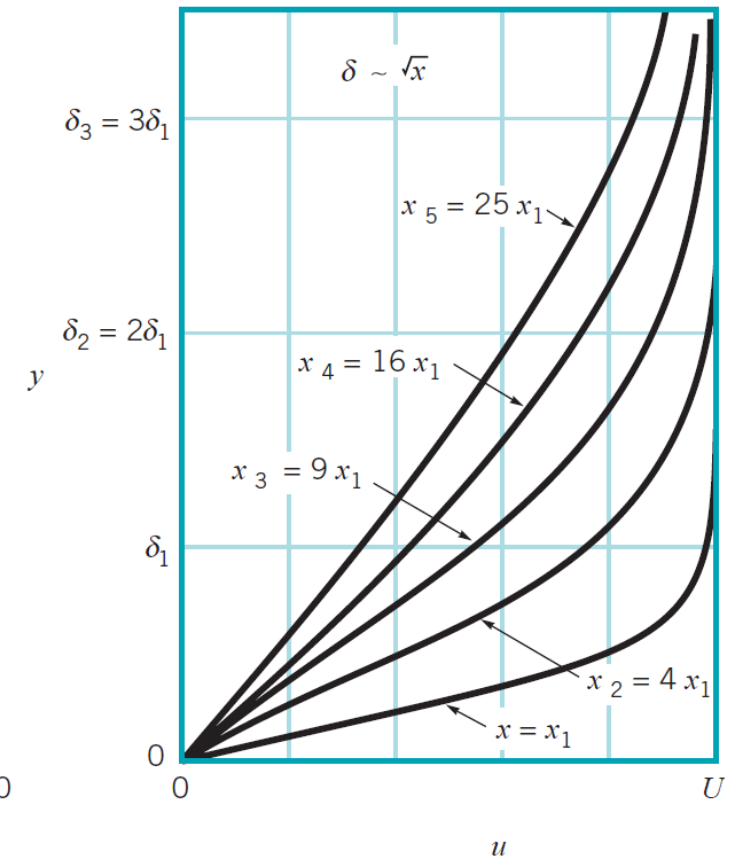
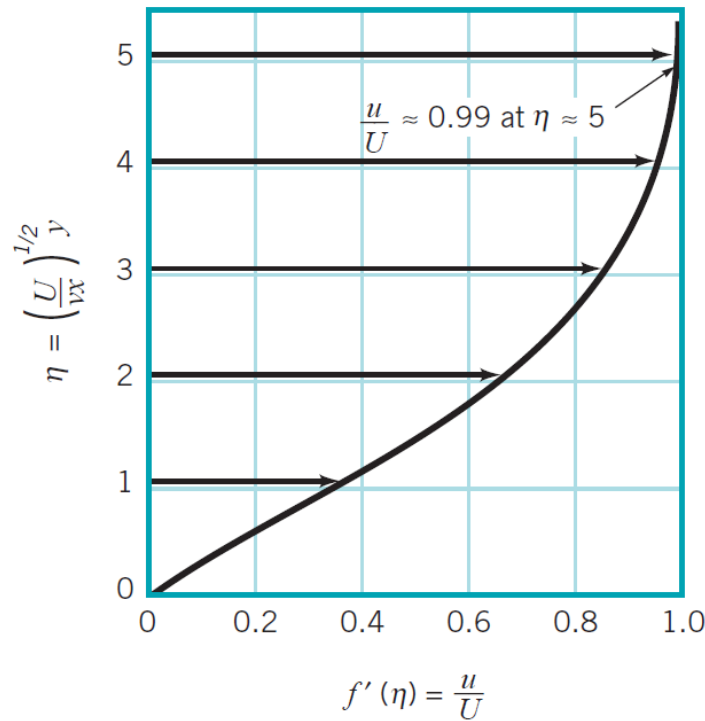
# Solución de las ecuaciones

## Solución de Blasius:

Laminar Flow along a Flat Plate  
(the Blasius Solution)

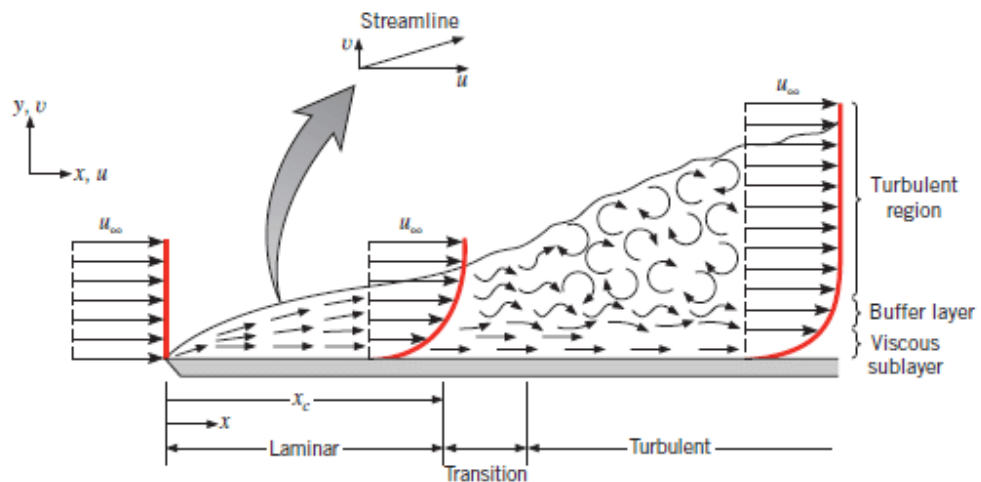
$\eta = y(U/\nu x)^{1/2}$	$f'(\eta) = u/U$	$\eta$	$f'(\eta)$
0	0	3.6	0.9233
0.4	0.1328	4.0	0.9555
0.8	0.2647	4.4	0.9759
1.2	0.3938	4.8	0.9878
1.6	0.5168	5.0	0.9916
2.0	0.6298	5.2	0.9943
2.4	0.7290	5.6	0.9975
2.8	0.8115	6.0	0.9990
3.2	0.8761	$\infty$	1.0000

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{\text{Re}}}$$

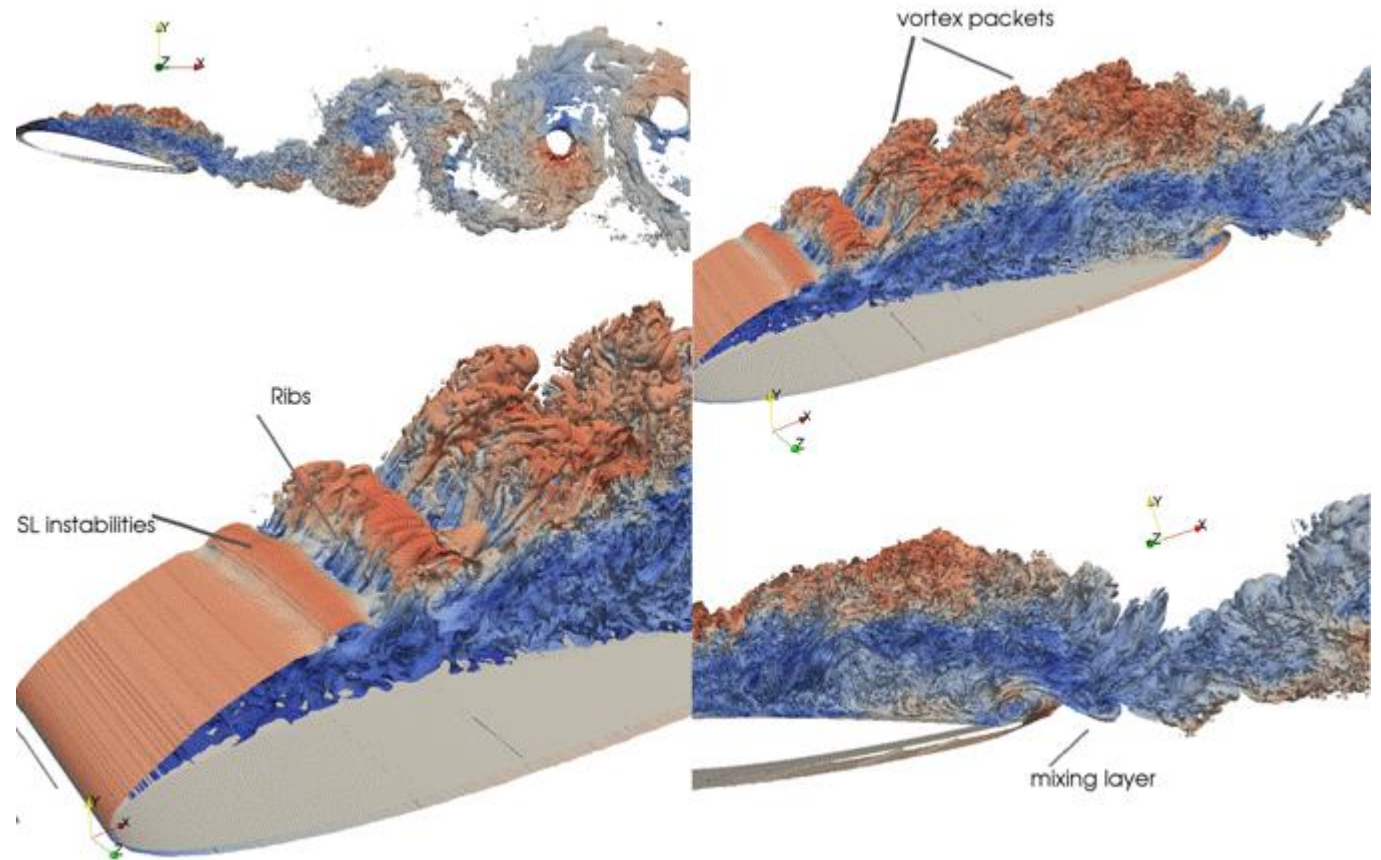


# Transición laminar-turbulenta de la capa límite

Ocurre a una distancia  $x_c$

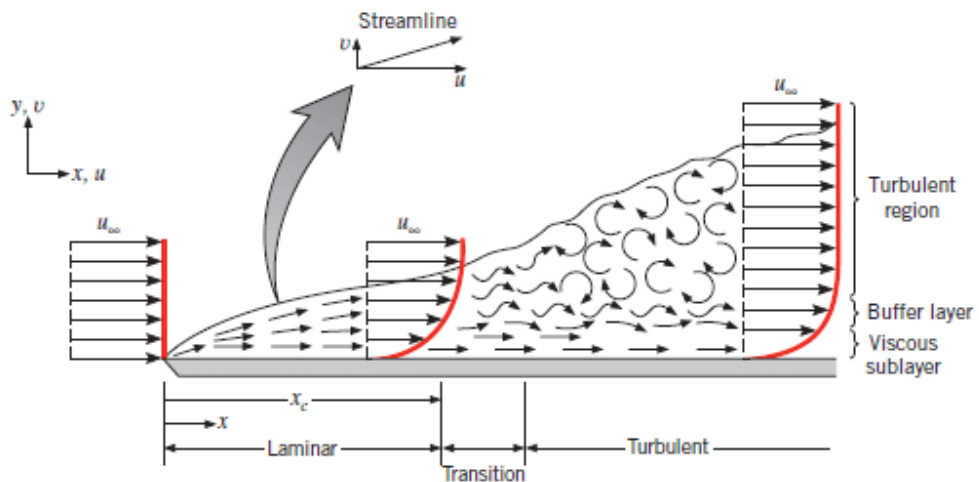


$$\text{Re}_{x_c} = \frac{U x_c}{\nu} \approx 5 \times 10^5$$
$$x_c \approx \frac{5 \times 10^5 \nu}{U}$$

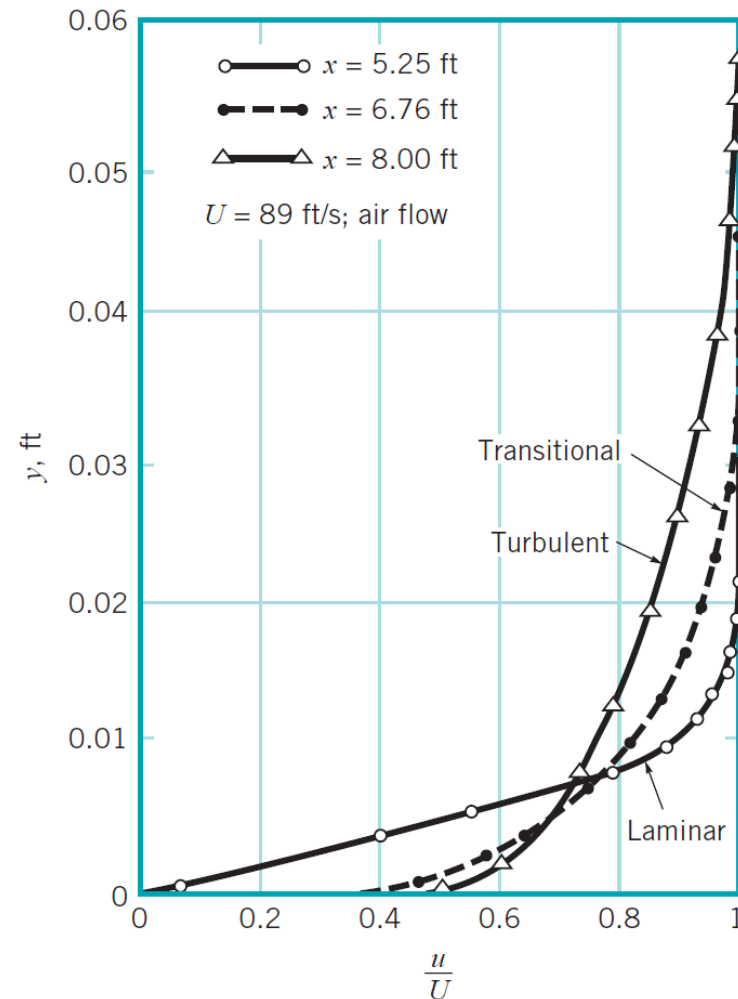


# Transición laminar-turbulenta de la capa límite

Ocurre a una distancia  $x_c$



- Laminar: gradientes más suaves cercanos a la pared
- Turbulenta: fuertes gradientes en la pared, espesor  $\delta$  mayor



# Desprendimiento de la capa límite

Motivación: pérdida aerodinámica en aeronaves (*stall*)



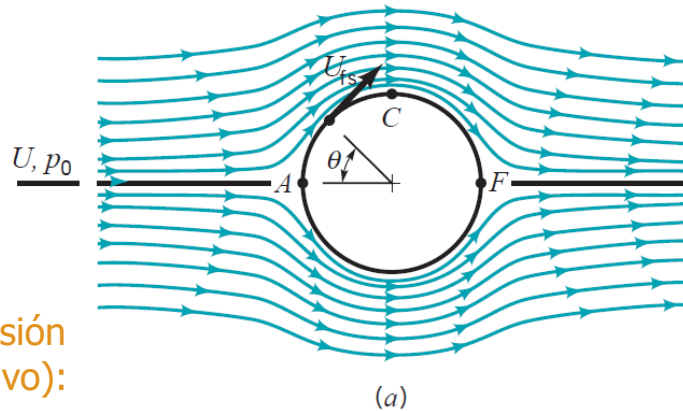
# Desprendimiento de la capa límite

Motivación: pérdida aerodinámica en aeronaves (*stall*)



# Desprendimiento de la capa límite

En flujo ideal, punto A y punto F tienen la misma velocidad y presión (y energía).

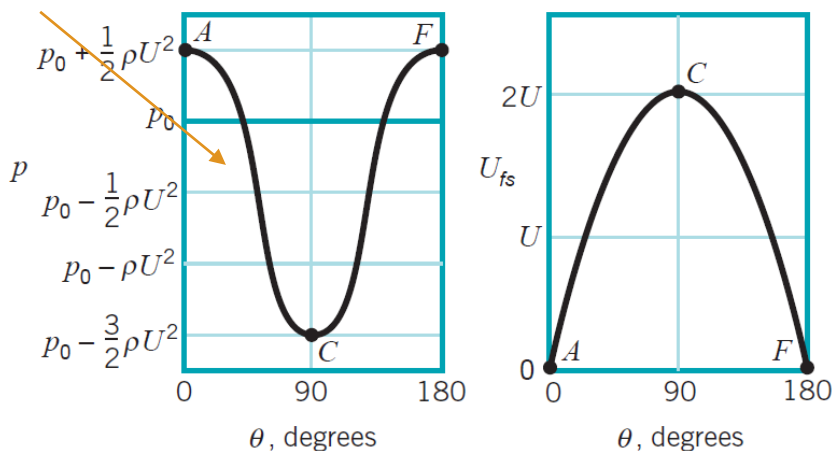


## Paradoja de d'Alembert:

Si hacemos la integral de la presión en la superficie obtenemos que la fuerza de arrastre en el cilindro es cero!

¿ocurre esto en la realidad?

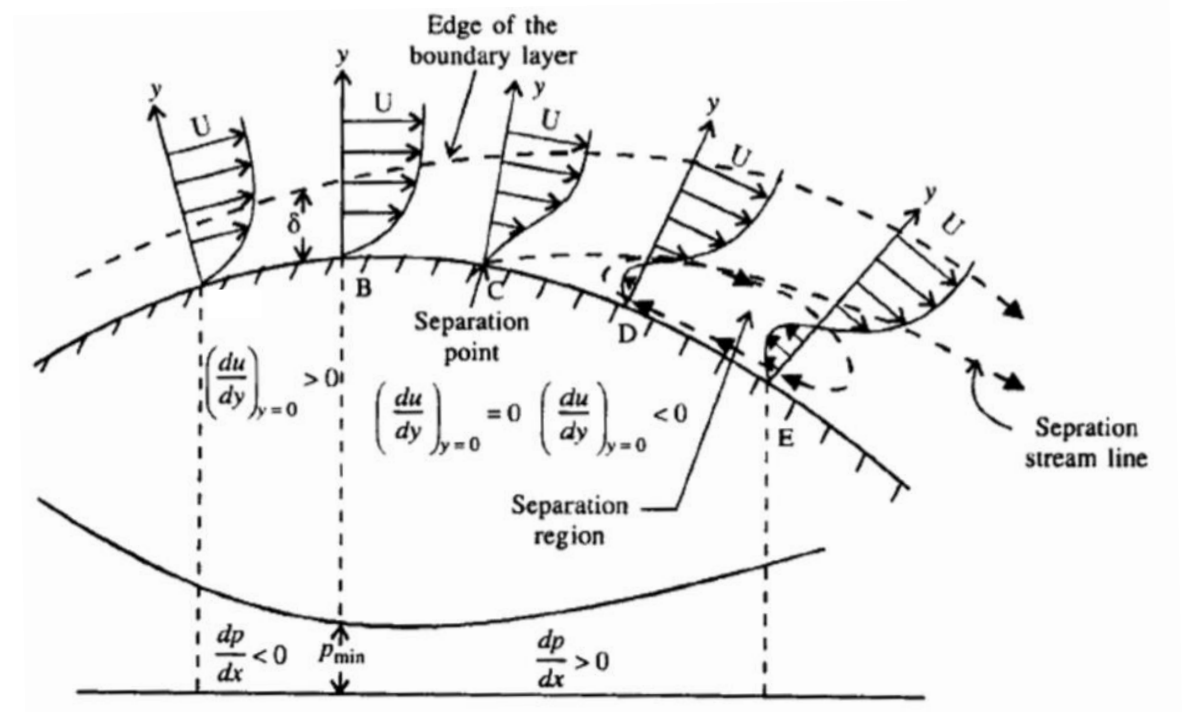
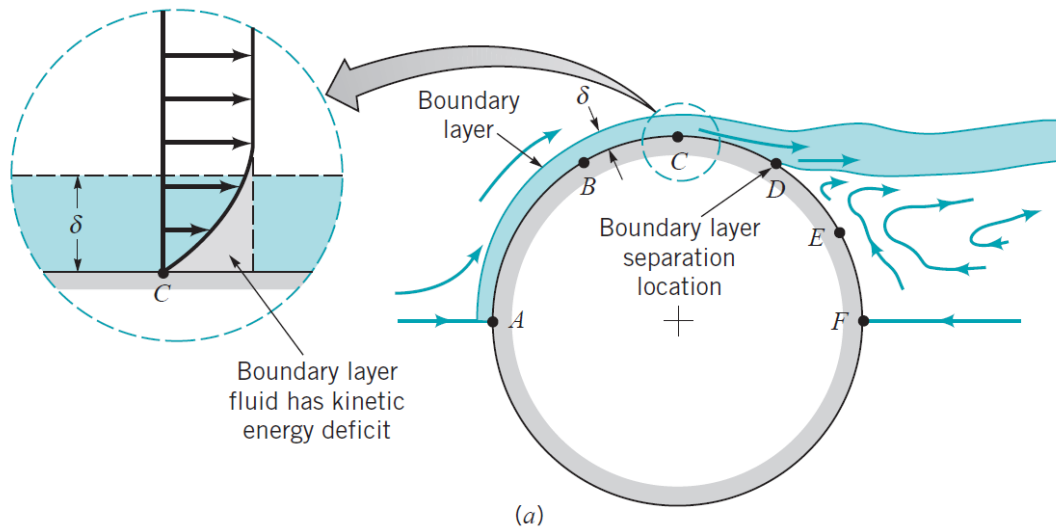
Gradiente de presión favorable (negativo): acelera el flujo





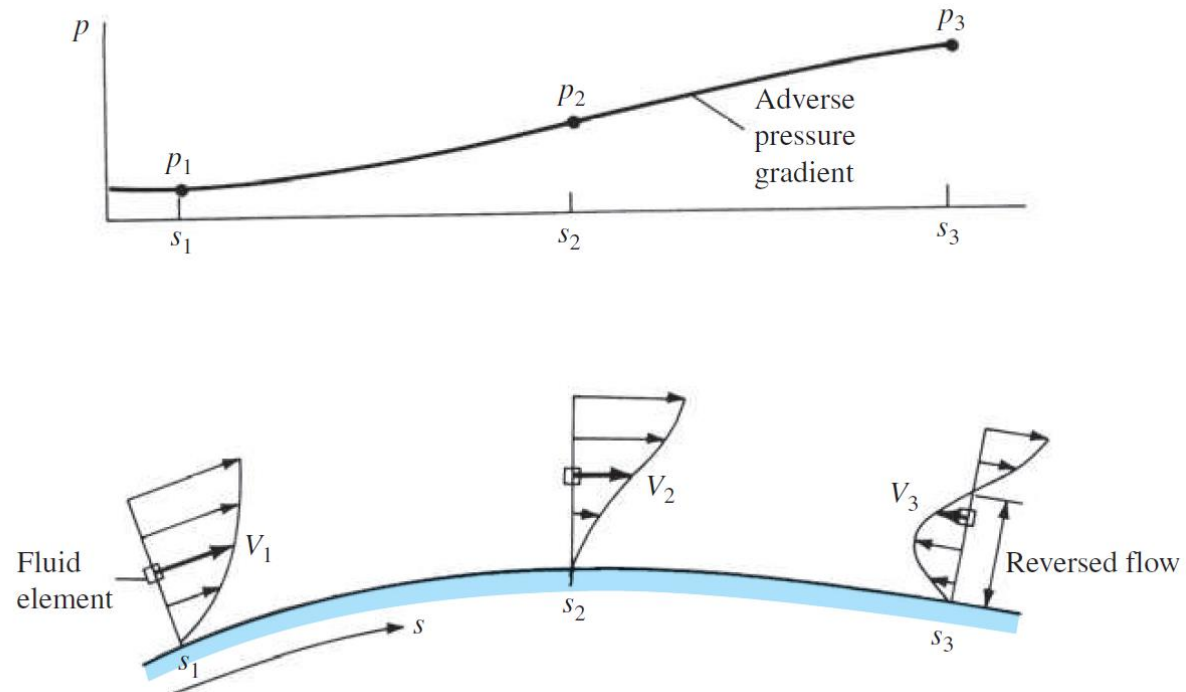
# Desprendimiento de la capa límite

En flujo viscoso, punto A y punto F **no** tienen la misma velocidad y presión (ni energía), ha habido pérdidas energéticas debido al rozamiento en la capa límite.



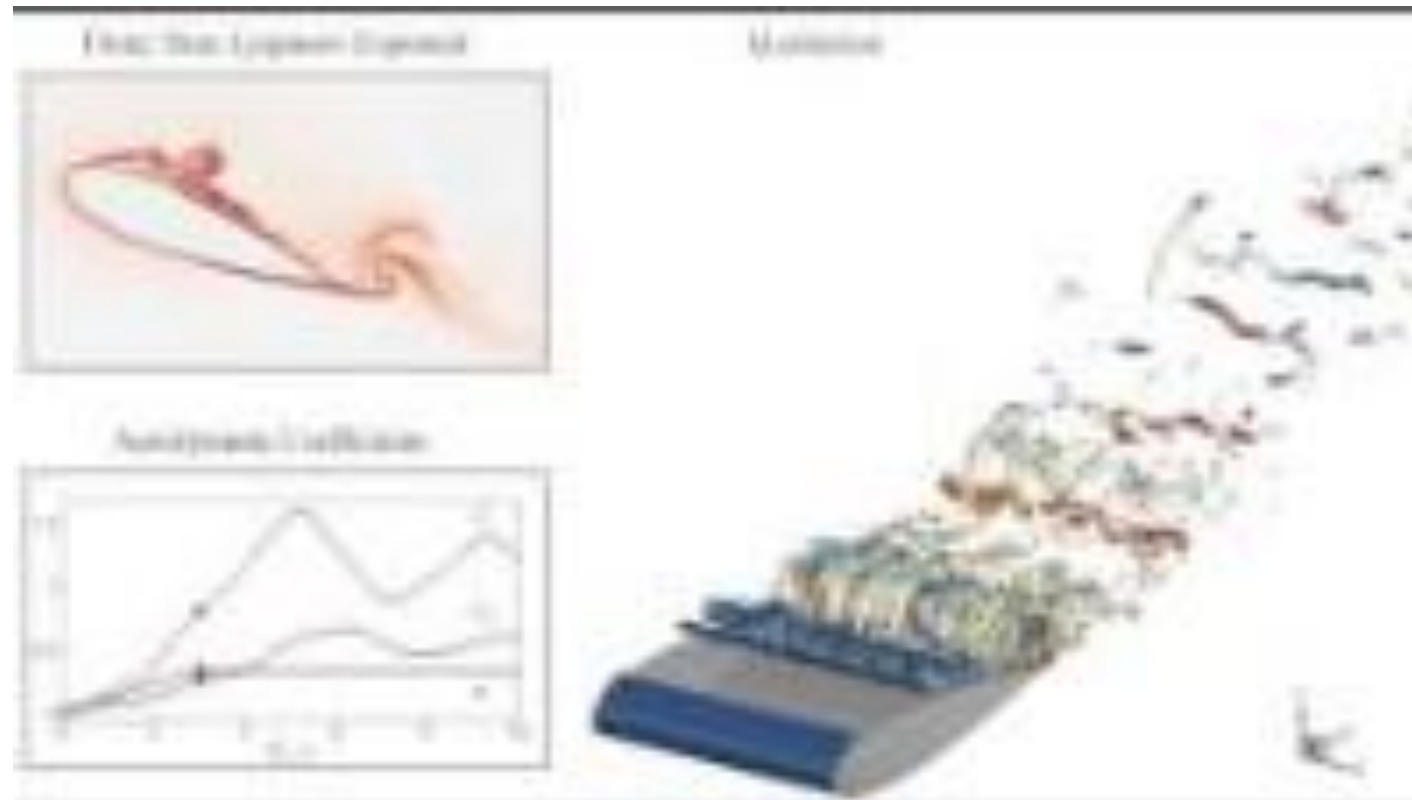
# Desprendimiento de la capa límite

¿Cómo es en un perfil alar?



# Desprendimiento de la capa límite

¿Cómo es en un perfil alar?



# Desprendimiento de la capa límite

¿Cómo es en un perfil alar?

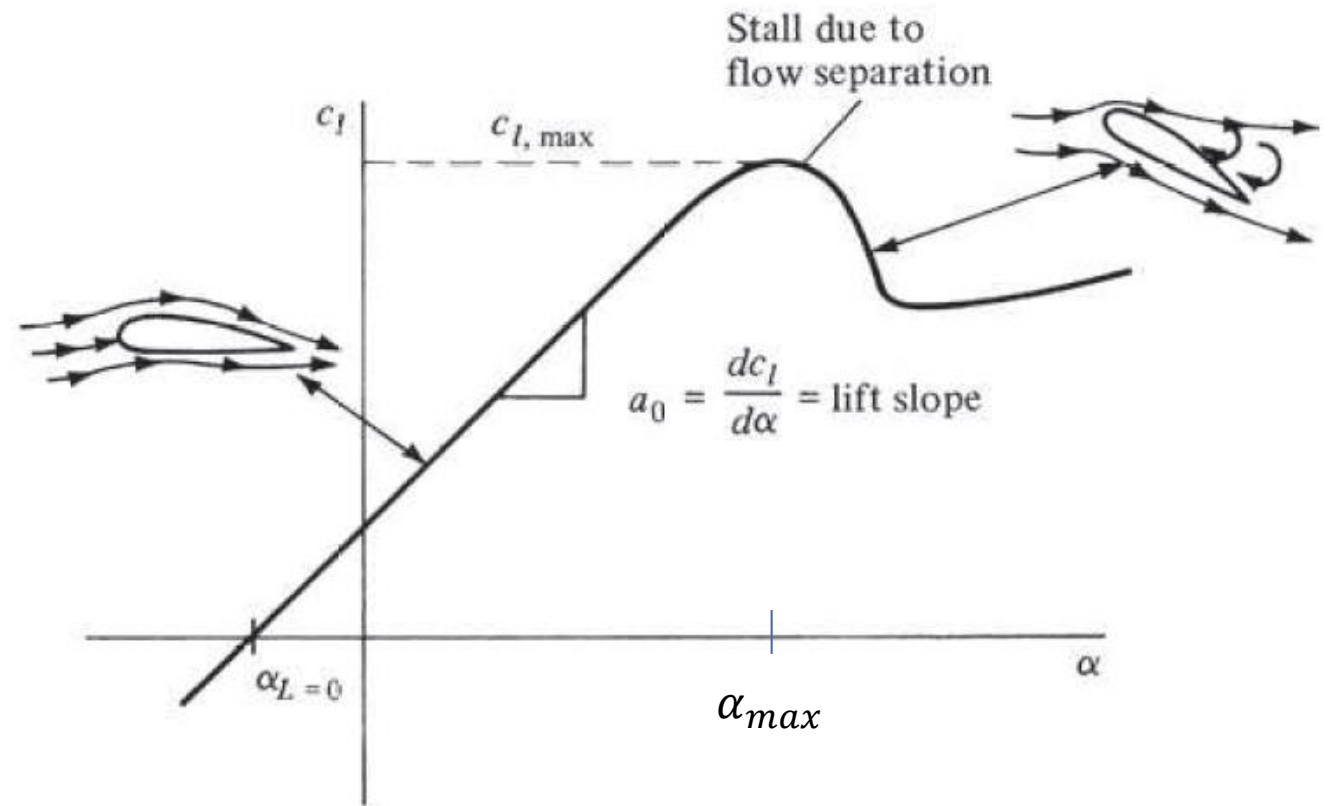


# Aerodinámica de perfiles alares: sustentación vs ángulo ataque

El coeficiente de sustentación

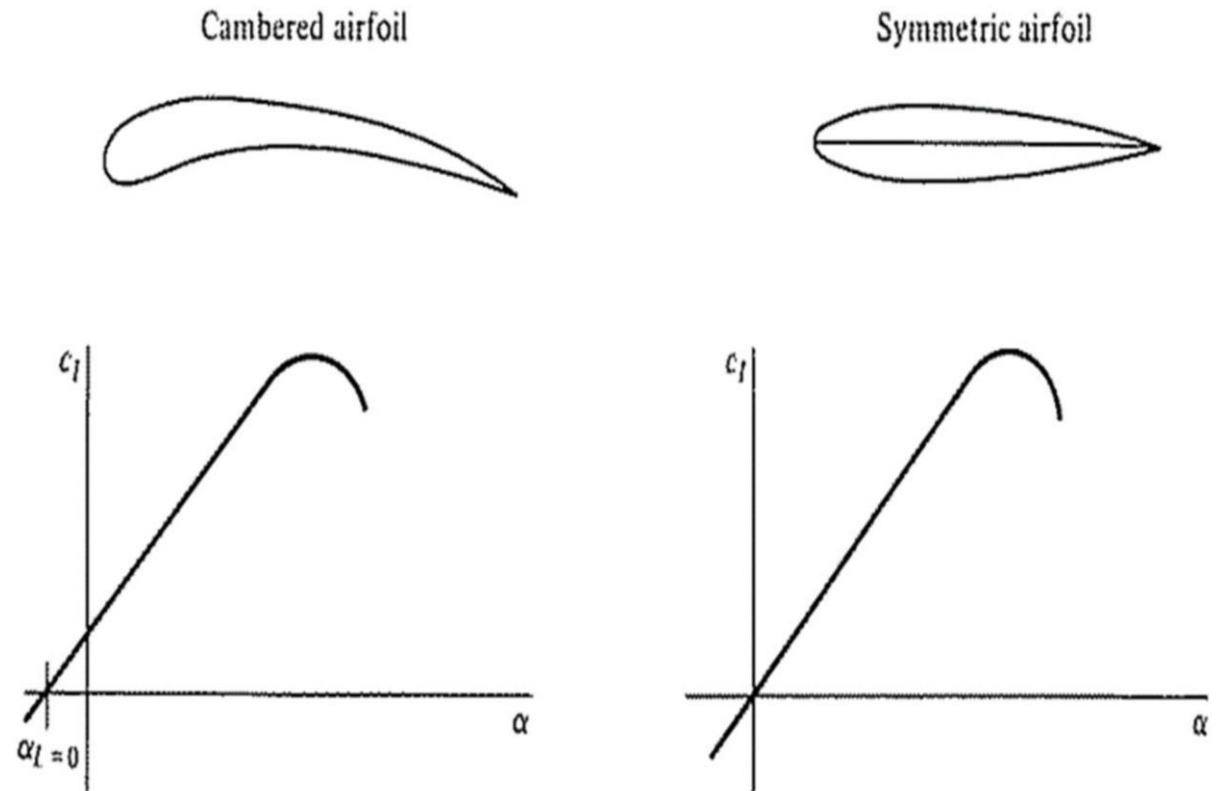
$$C_L = \frac{F_L}{1/2 \rho V^2 D^2}$$

aumenta al aumentar el ángulo de ataque hasta un valor  $C_{L,max}$  que se da para el ángulo de pérdida,  $\alpha_{max}$ .

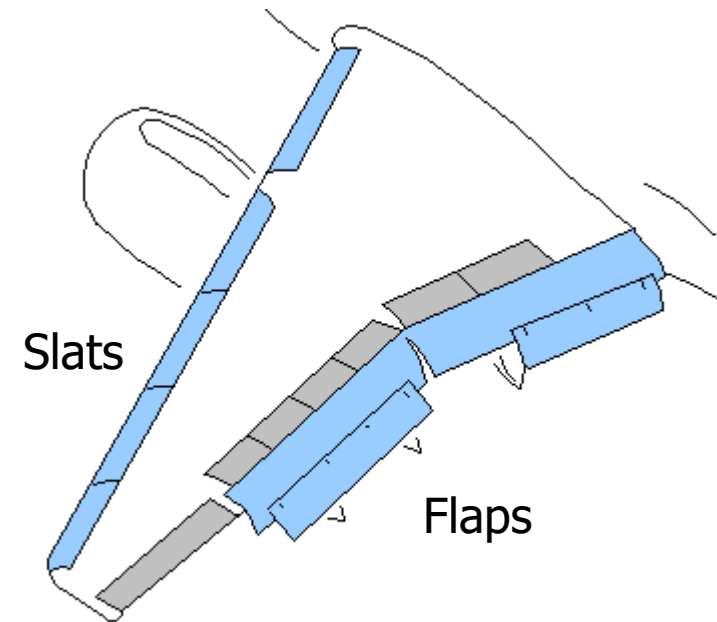


# Aerodinámica de perfiles alares: sustentación vs ángulo ataque

- En perfiles simétricos, la sustentación es cero para ángulo de ataque cero.
- En perfiles con curvatura, la sustentación es mayor que cero para ángulo de ataque cero.



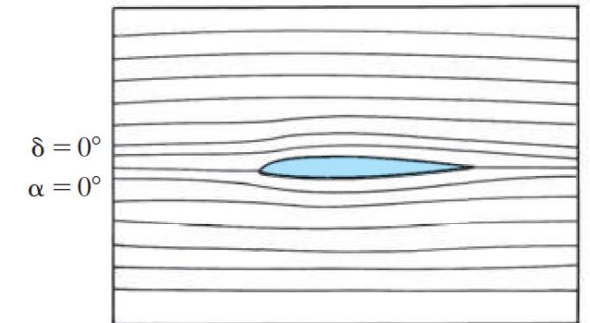
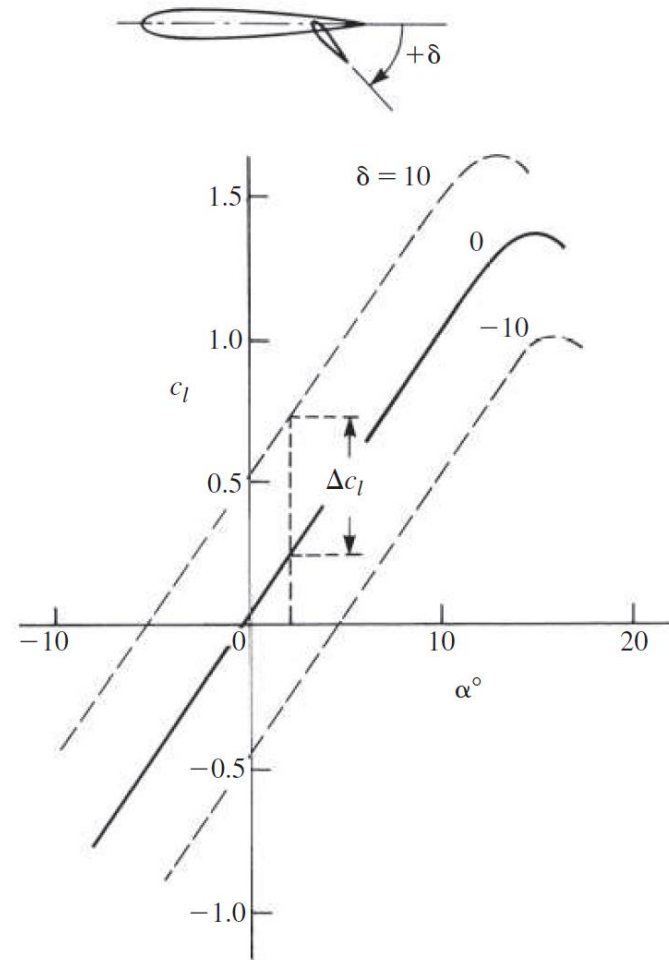
# Aerodinámica de perfiles alares: dispositivos hipersustentadores



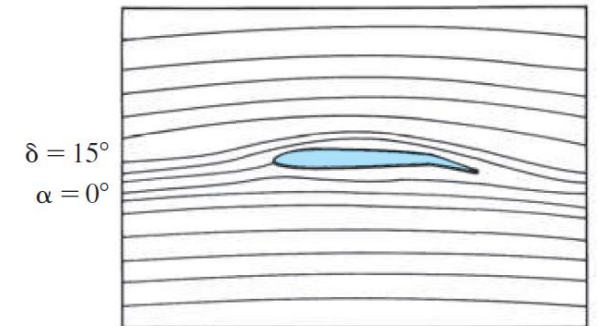


# Aerodinámica de perfiles alares: dispositivos hipersustentadores

El uso de **flaps** en borde de fuga del ala permite desplazar la curva verticalmente, es decir, aumentar el coeficiente de sustentación para un mismo ángulo de ataque



(b)



(c)



# Aerodinámica de perfiles alares: dispositivos hipersustentadores

El uso de **slats** en borde de ataque del ala permite incrementar el ángulo de pérdida aerodinámica. Añaden cantidad de movimiento a la capa límite, reduciendo el gradiente adverso de presiones.

