

به نام خدا

نوید نصیری ۹۸۲۹۵۴۳

تکلیف ششم بینایی ماشین

سوال ۱)

اول اینکه در فضای $x-y$ هر خط نشان دهنده مجموعه نقاطی است که دارای شیب خط و عرض از مبدا مشترک و ثابتی میباشند و y , x متغیری دارند. از طرفی در فضای هاف هر خط نشان دهنده نقاطی هست که دارای شیب خط و عرض از مبدا متفاوتی دارند. به عبارت دیگر هر خط در فضای $x-y$ اینگونه است که تمام نقاطی را نشان میدهد که از آن نقاط خط هایی با c , m های متفاوتی می تواند بگذرد. پس هر نقطه در فضای $x-y$ نشان دهنده این است که این نقطه یک x , y مشخص و ثابتی دارد در حالی که تمام خطوط با تمام c , m ها را در بر میگیرد. اما در فضای $m-c$ به اینگونه است که هر خط مجموعه نقاطی هستند که c , m متفاوتی دارند. به عبارتی هر نقطه در فضای $m-c$ نشان دهنده یک c , m ثابتی است. این به این معنا است که یک خط در فضای x,y از آنجایی که تنها از یک شیب خط (m) و یک عرض از مبدا (c) است، پس در واقع هر خط در فضای $x-y$ تنها میتواند یک نقطه در فضای $m-c$ باشد.

حال فرض کنید چند خط متقاطع در فضای $x-y$ داشته باشیم. چیزی که بین همه آنها مشترک است این است که یک نقطه با x , y ثابت و مشخصی وجود دارد که همه خطوط در آن نقطه به هم رسیده اند و هر کدام از این خطوط هم دارای یک c , m مختص خودش است.

اگر معادله خط در $x-y$ به صورت زیر باشد

$$y = mx + c$$

معادله در فضای $m-c$ به این صورت خواهد بود:

$$c = -xm + y$$

که در اینجا پارامتر های ثابت خط x, y هستند که در واقع مختصات همان نقطه مشترکی میشود که خطوط موجود در $x-y$ در آن نقطه یکدیگر را قطع کردند. بنابر این تمام خطوط متقاطع در فضای $x-y$ در اینجا تنها یک خط ایجاد میکند که عرض از مبدا و شیب آن میشود y, x مربوط به آن نقطه مشترک، و مختصات هر نقطه این این خط، می شود عرض از مبدا و شیب خط تمام خطوطی که میتوانند در $x-y$ از این نقطه گذر کنند. بنابر این تمام خطوط متقاطع ایجاد یک خط در فضای $m-c$ میکند.

سوال ۲:

مقدار p چون نقطه $(0, 0)$ تصویر در بالا و سمت چپ قرار دارد پس کمترین مقدار p برابر ۰ و بیشترین مقدار آن برابر با اندازه قطر تصویر میشود. (در بدترین حالت که تصویر داده شده مربع باشد)

یا به عبارت دیگر :

$$-p_{Max} > p > p_{Max}$$

$$p_{Max} = \sqrt{(x^2 + y^2)}$$

و مقدار θ نیز بین -90 درجه تا 90 درجه میباشد.

از آنجایی که خطوطی در هر جهت ممکن، می توانیم در تصویر پیدا کنیم پس مقدار های m, c وابستگی ای به ابعاد تصویر ورودی ندارند و می توانند هر عدد تعریف شده ای باشند. مثلا m که شیب خط را نشان میدهد، میتواند از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت متغیر باشد و همچنین c که نشان دهنده عرض از مبدا است.

سوال سوم :

معادله دایره در فضای $x-y$ به این صورت است.

$$(y-c1)^2 + (x-c2)^2 = c3^2$$

که نشان دهنده یک دایره به شعاع $c3$ و مرکز $(c2, c1)$ میباشد.

همچنین میتوانیم یک دایره را به شکل زیر نیز نشان دهیم که با تغییر t در کل 360° درجه، دایره تشکیل میشود:

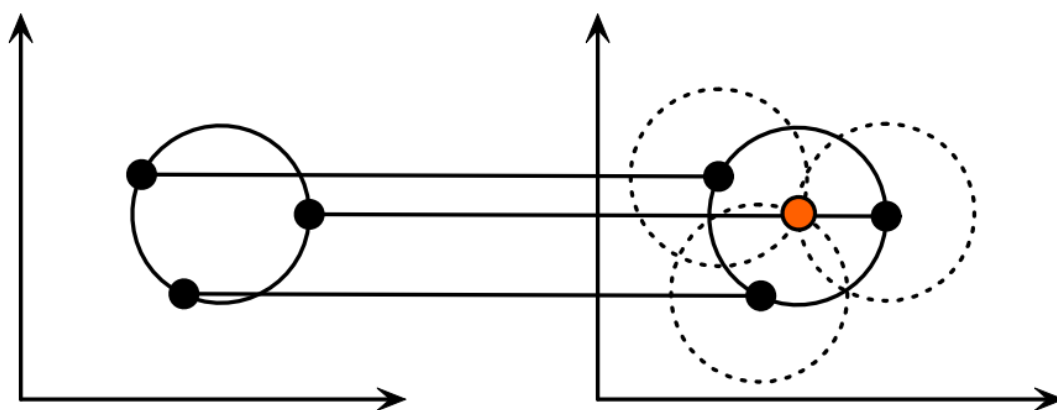
$$x = a + R\cos(t)$$

$$y = b + R\sin(t)$$

که در فضای پارامتری مقدار های (a, b, R) نشان دهنده یک دایره است. در واقع تشخیص آن به یک فضای سه بعدی نیاز دارد که هزینه زمانی و حافظه ای زیادی میبرد.

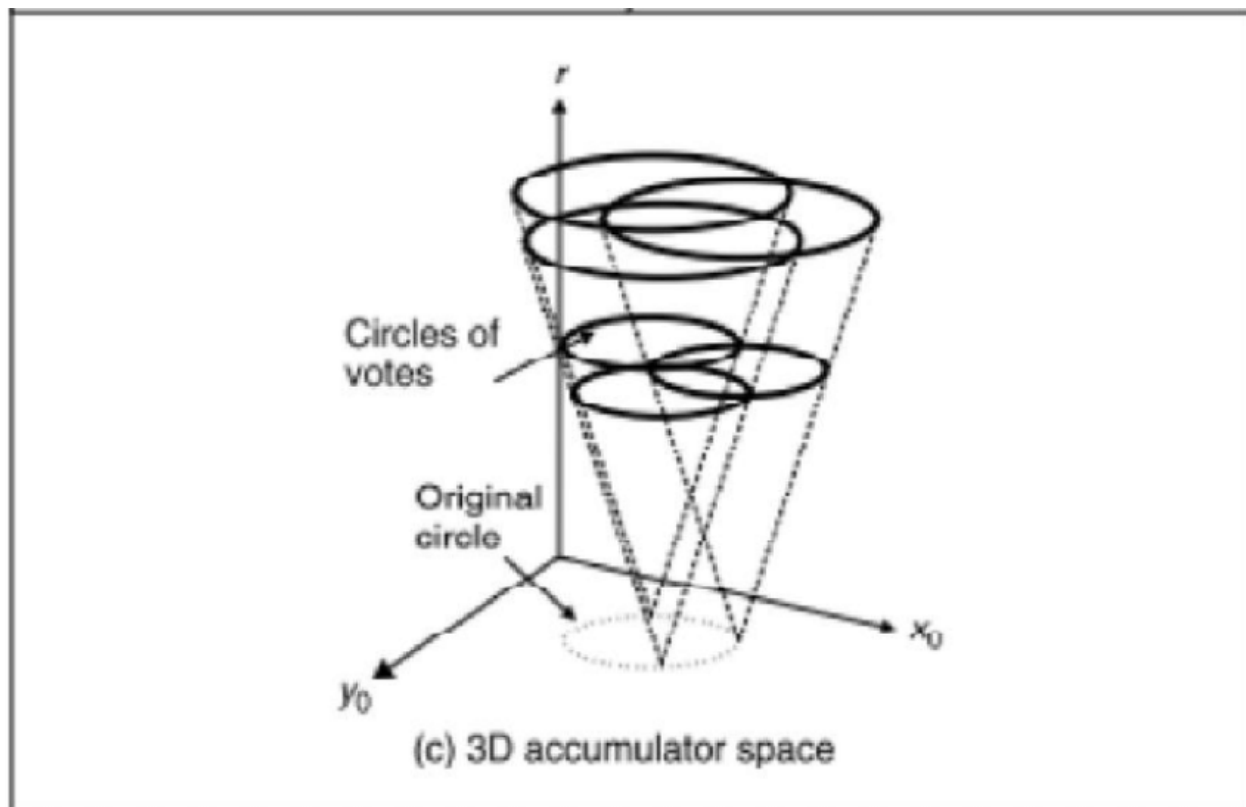
پس با یک مقدار R ثابت جست و جو را انجام میدهیم. در این صورت پارامتر های (a, b) را خواهیم داشت که نشان دهنده یک فضای دو بعدی برای تشخیص دایره است.

هر نقطه در فضای $x-y$ نشان دهنده یک دایره در فضای پارامتری است که نقطه برخورد تمام این دایره ها، در مختصات مرکز دایره اولیه قرار میگیرد.



Each point in geometric space (left) generates a circle in parameter space (right). The circles in parameter space intersect at the (a, b) that is the center in geometric space.

در صورتی که شعاع را ثابت در نظر بگیریم، در این صورت نیاز است که تمام شعاع ها را نیز در فضای پارامتری در نظر بگیریم که در این صورت ممکن است شکلی به صورت پایین، مجموعه ای از مخروط ها تشکیل شود.



سوال ۴ (

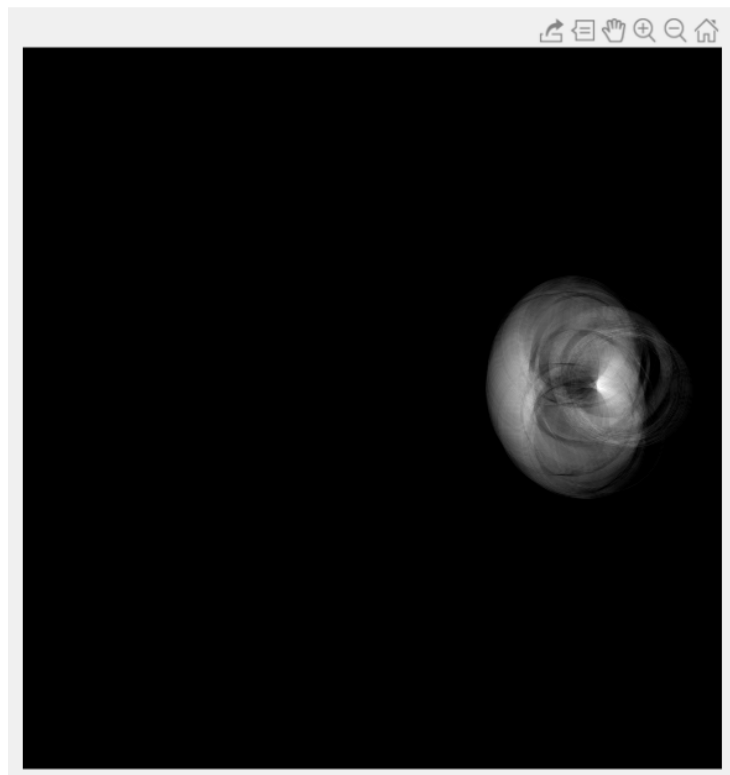
ابتدا تصویر را میخوانیم و شعاع تقریبی که در سوال گفته شده بین ۴۰ تا ۵۰ است را ۴۵ در نظر میگیریم. همچنین یک threshold مقدار دهی میکنیم برای رسم دایره ها در فضای پارامتری.

سپس یک پیش پردازش روی تصویر انجام میدهیم که تا جایی که ممکن است بتوانیم بخش خواسته شده توسط سوال را از سایر بخش ها جدا کنیم که من در اینجا به این صورت عمل کردم:

۱ - استخراج کانال سبز تصویر

۲ - تبدیل تصویر به باینری با $\text{threshold} = 0.55$

سپس برای بردن تصویر به فضای پارامتری همان طور که در سوال قبل توضیح داده شد هر بخش لبه که پس از پیش پردازش گفته شده هنوز مقدارش ۱ بود را به شعاع پیشفرض یک دایره رسم میکنیم. و در آخر یک فضای پارامتری داریم که تصویر آن به شکل زیر میشود.



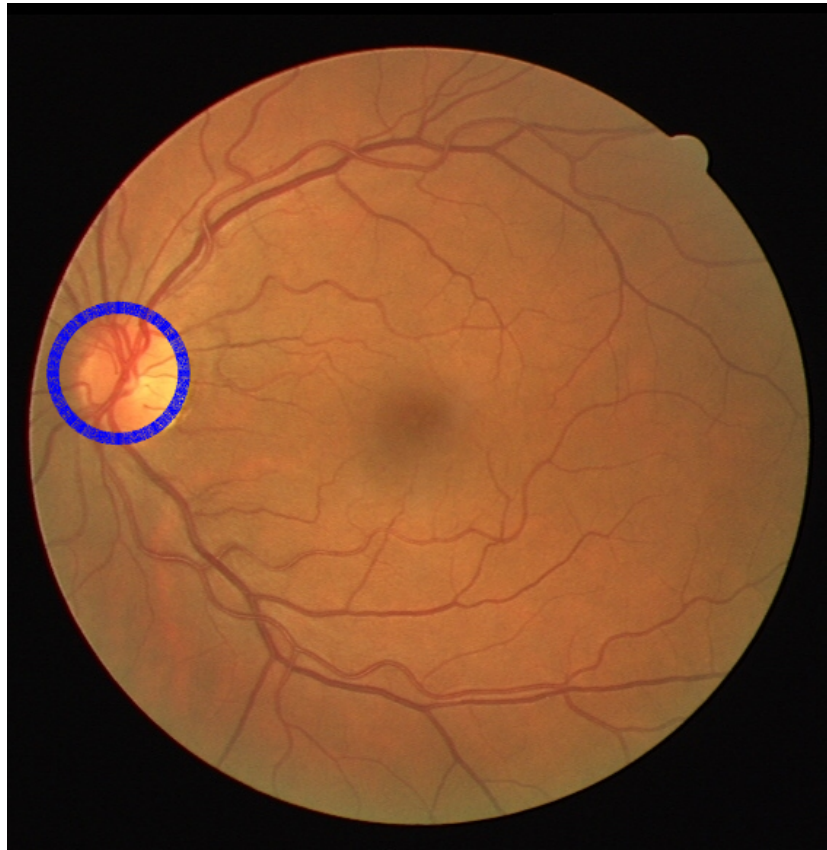
که در این فضا برای اینکه مرکز دایره مورد جست و جو را بیابیم، پیکسلی که مقدار بیشتری از بقیه دارد را پیدا میکنیم و آن را مرکز دایره قرار میدهیم و دایره را رسم میکنیم.

تصویر training_25



O(466 , 275)

تصویر test_01



O(78 , 256)