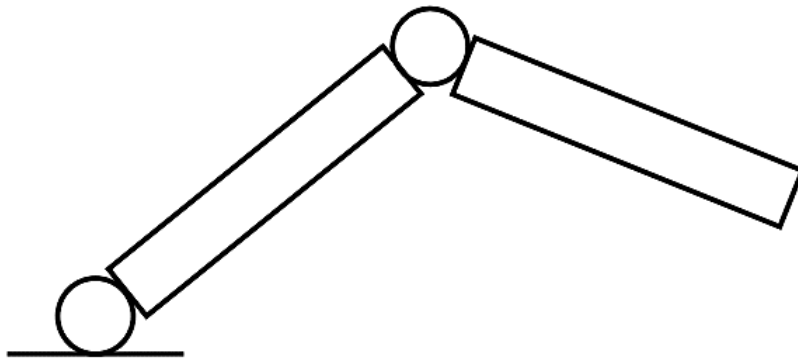
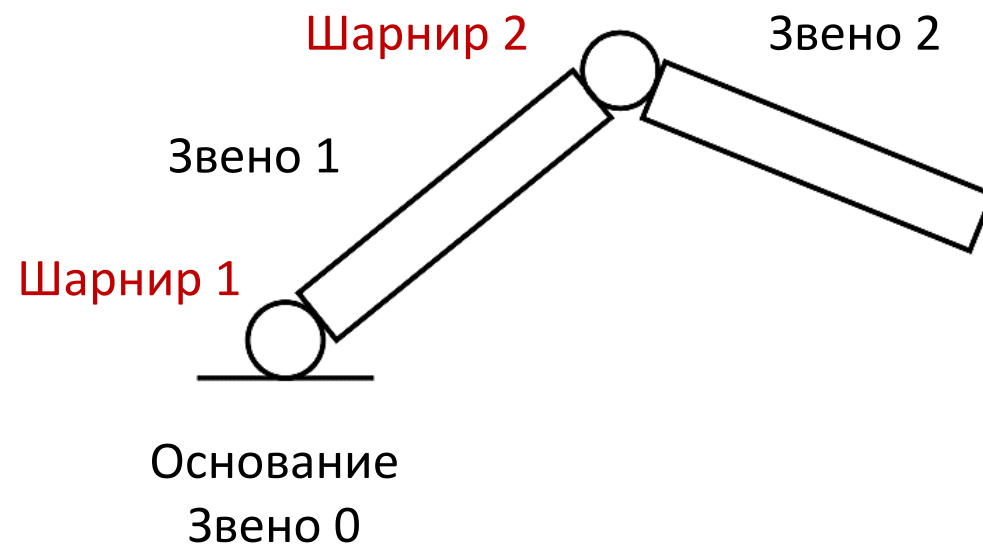


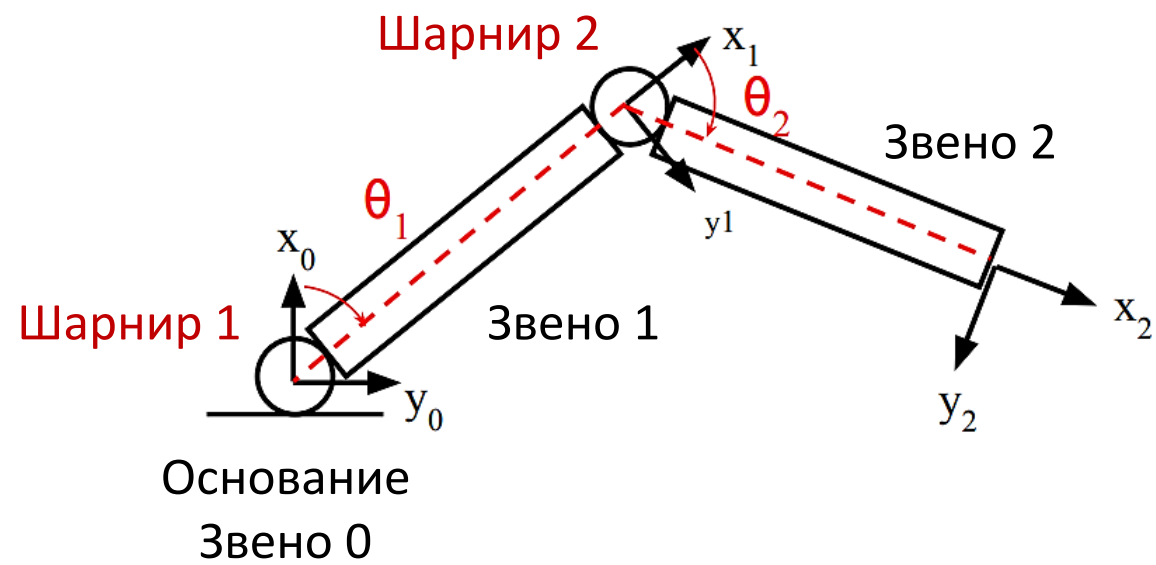
Прямая кинематика



Нахождение положения выходного звена, например, зная только углы, на которые повернуты шарниры

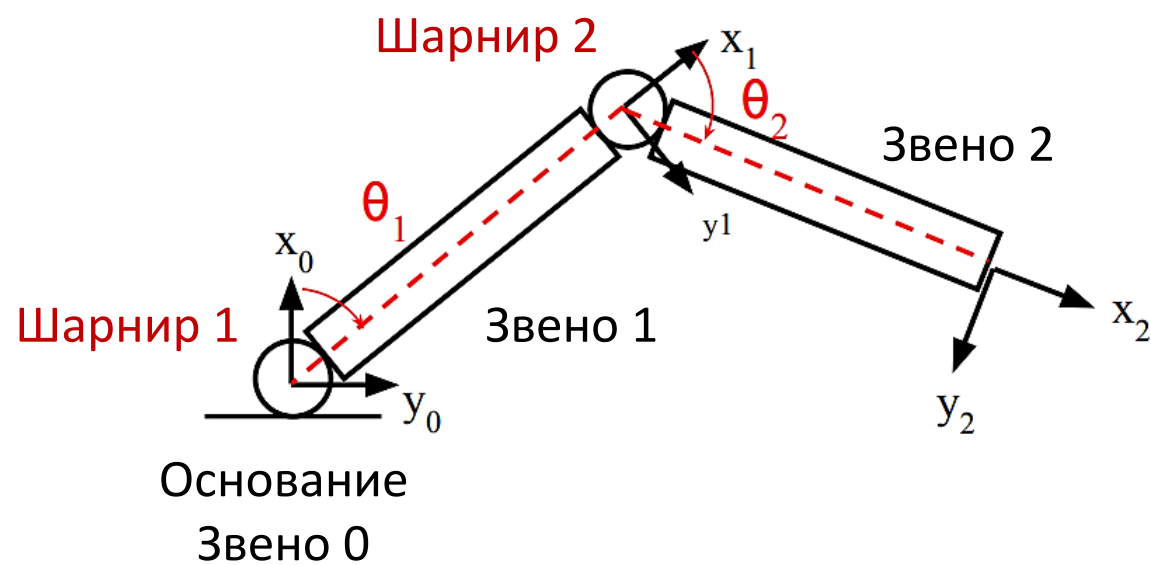






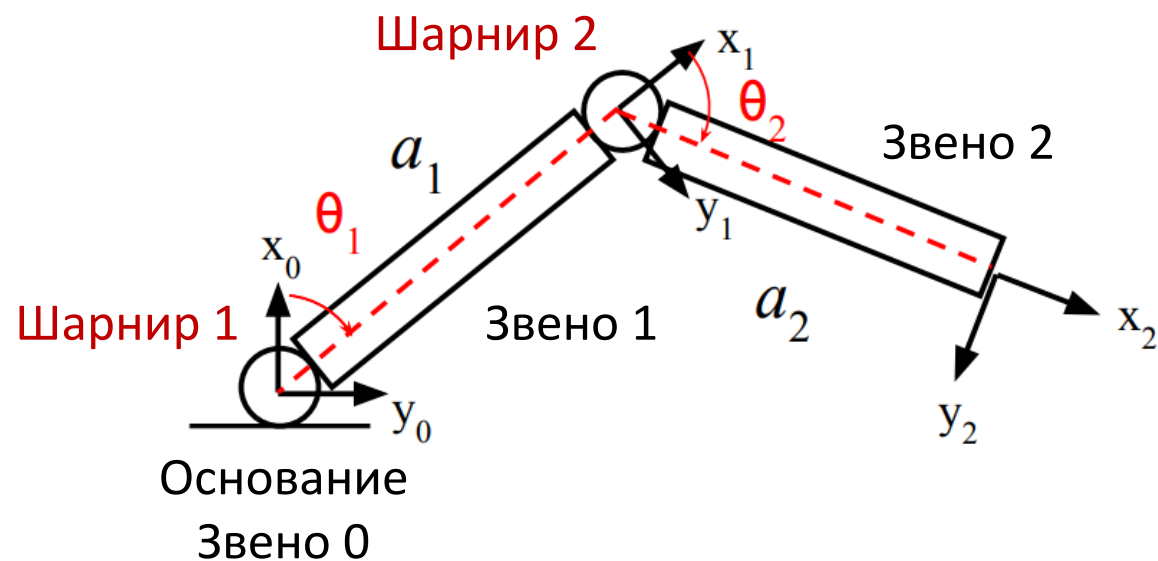
Прямая кинематика на плоскости

$$A_1 = \begin{bmatrix} R_0^1 & d_0^1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} R_1^2 & d_1^2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



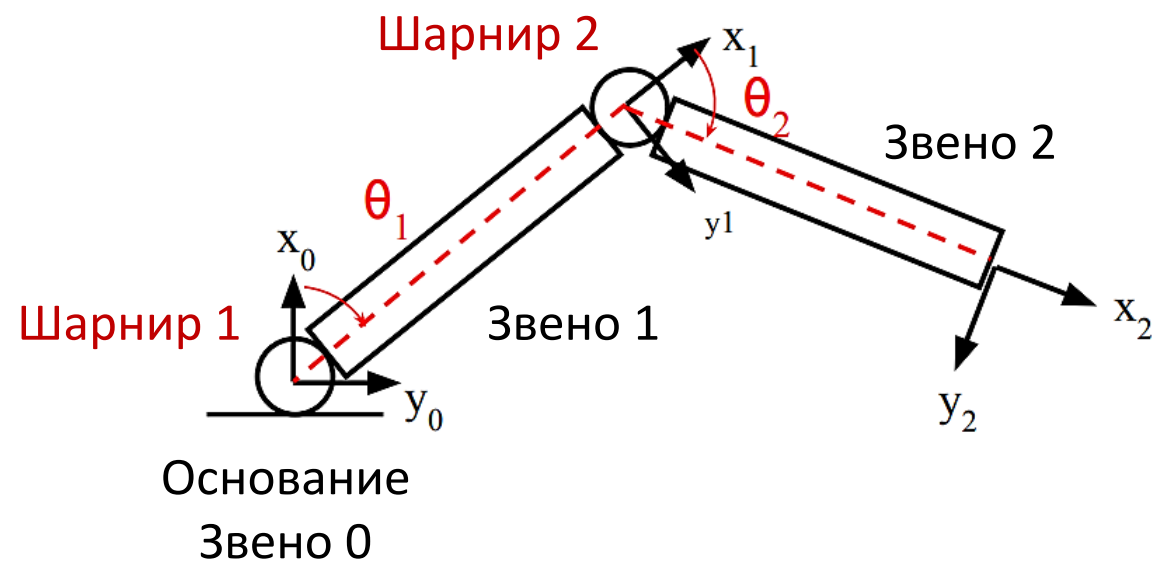
Прямая кинематика на плоскости

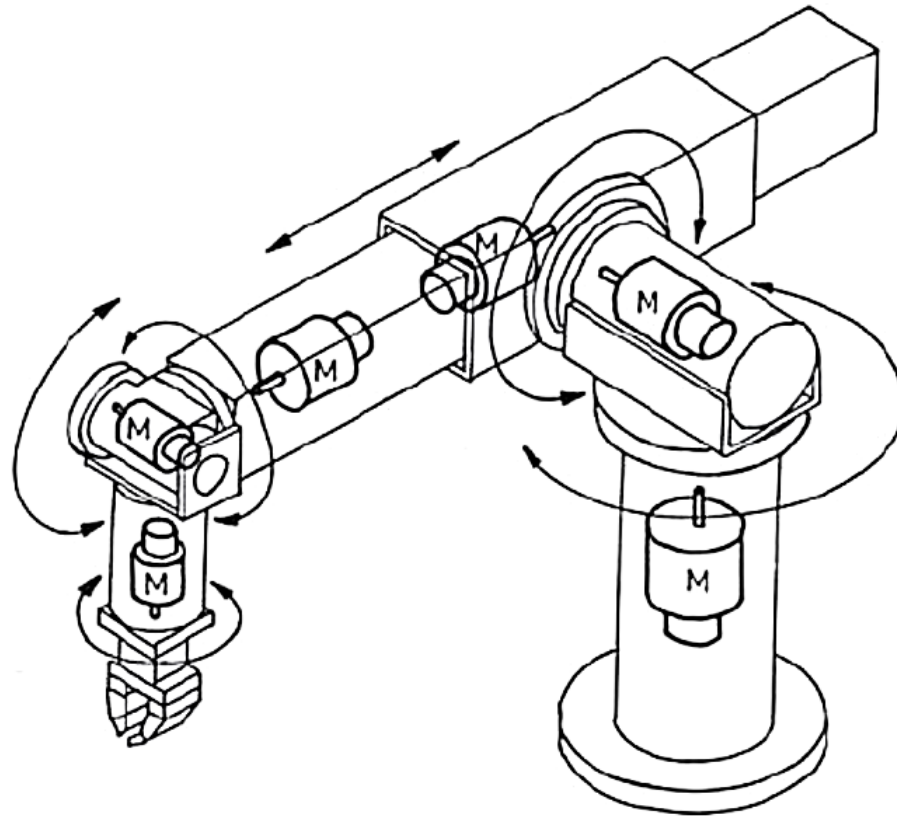
$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



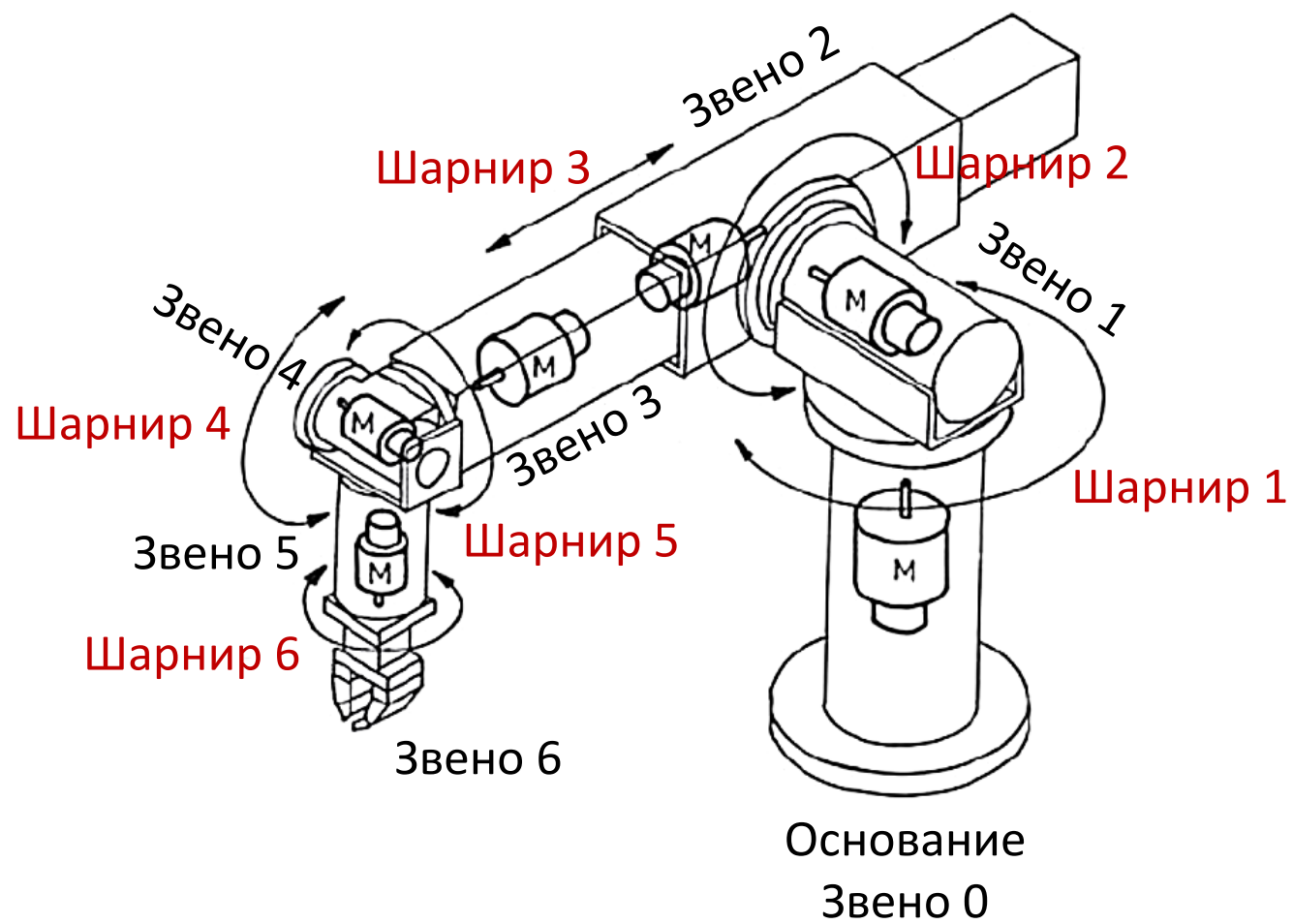
Прямая кинематика на плоскости

$$T_{02} = A_1 A_2 = \begin{bmatrix} R_0^2 & d_0^2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



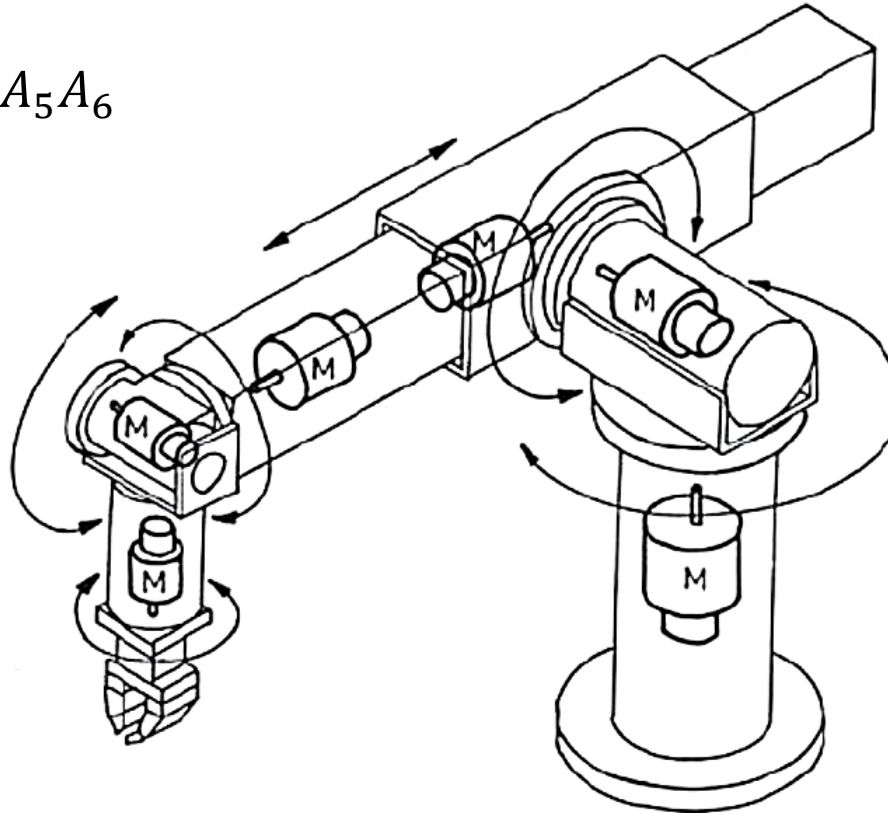


Шестистепенной манипулятор RRP3RR или 2RP3R



$$T_{06} = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

$$= \begin{bmatrix} R_0^6 & d_0^6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Параметры Денавита-Хартенберга

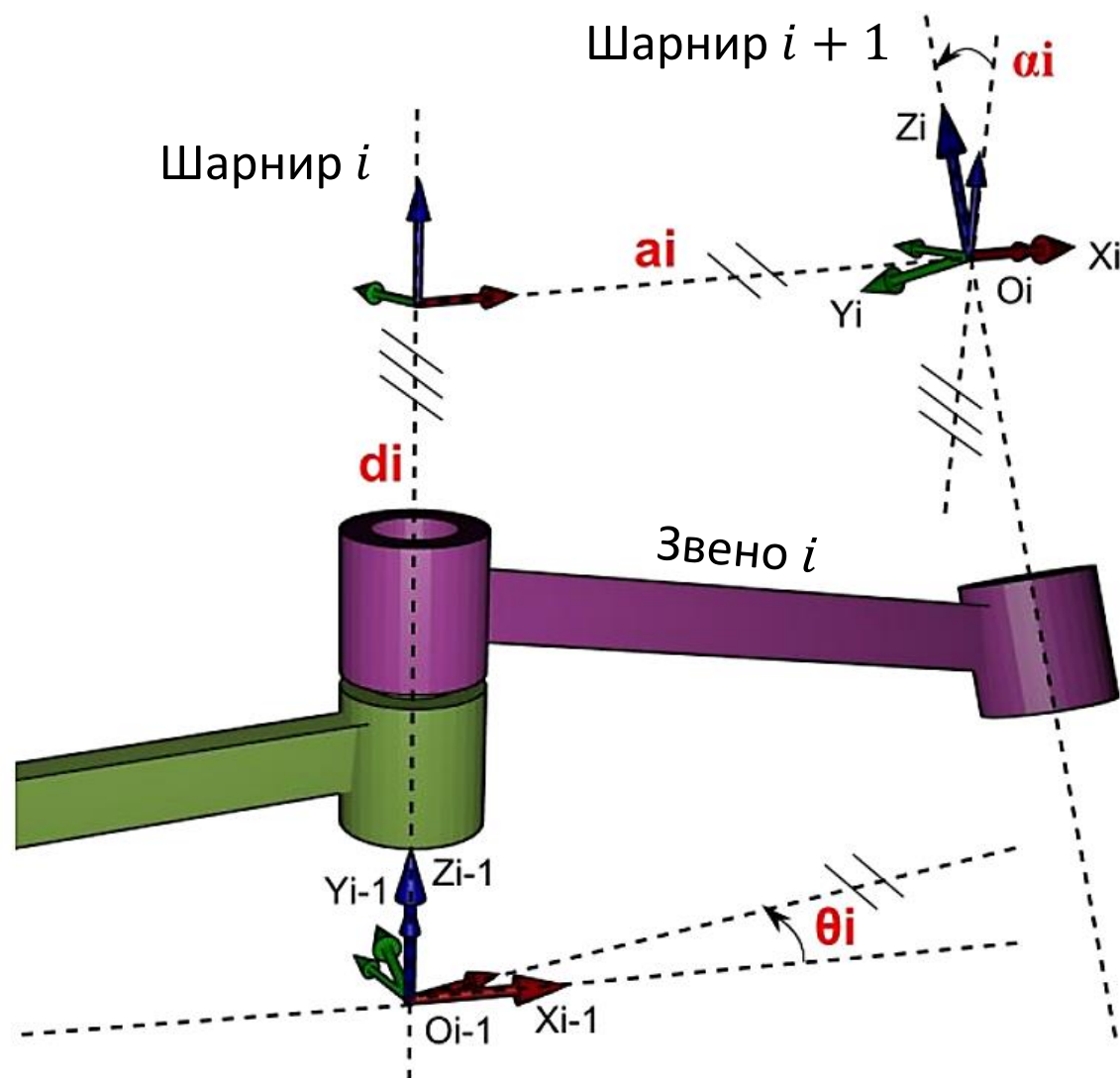
a_i – длина звена i

α_i – скручивание звена i

d_i – смещение вдоль шарнира i

θ_i – угол, на который повернут шарнир i

Параметры Денавита-Хартенберга



Преобразование координат по Денавиту-Хартенбергу

$$A_i = \text{Rot}_{z,\theta_i} \cdot \text{Trans}_{z,d_i} \cdot \text{Trans}_{x,a_i} \cdot \text{Rot}_{x,\alpha_i}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha} & -s_{\alpha} & 0 \\ 0 & s_{\alpha} & c_{\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Правила смещения координат по Денавиту-Хартенбергу

1. Оси z_i – шарнирные оси соответствующих шарниров i
 - Оси вращения для вращательных шарниров
 - Оси смещения для поступательных шарниров
2. Оси x_i перпендикулярны осям z_{i-1}
3. Оси x_i пересекают оси z_{i-1}

Параметры Денавита-Хартенберга

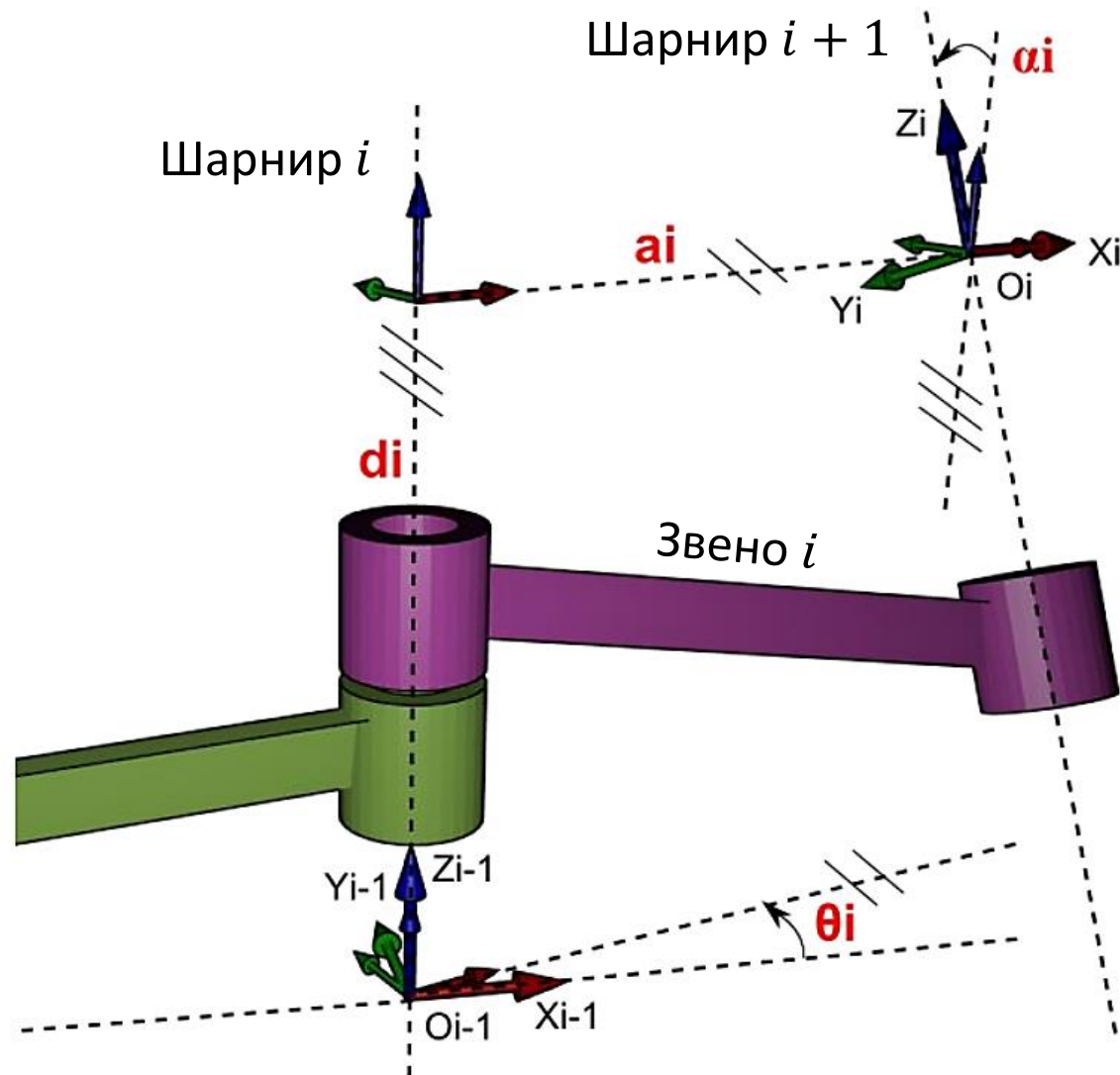
a_i – расстояние между z_i и z_{i-1} вдоль x_i
длина общей нормали

α_i – угол между z_i и z_{i-1} вокруг x_i
угол вокруг общей нормали

d_i – расстояние между x_i и x_{i-1} вдоль z_{i-1}

θ_i – угол между x_i и x_{i-1} вокруг z_{i-1}

Параметры Денавита-Хартенберга



Процесс Денавита-Хартенберга

1. Отметьте оси z_i
2. Произвольно выберите координаты x_0 и y_0 основания и выходного звена
3. Для $i = 1:n - 1$
 - Найдите общую нормаль для z_i и z_{i-1}
 - Установите x_i вдоль этой нормали
 - Установите y_i перпендикулярно x_i и z_i
4. Составьте таблицу всех параметров $a_i, \alpha_i, d_i, \theta_i$
5. Сформируйте матрицу перехода A_i для каждого звена
6. Сформируйте $T_{0n} = A_1 \dots A_n$