

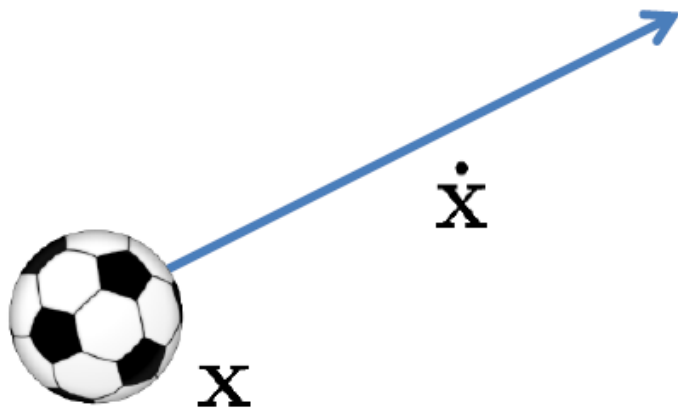
Математические основы робототехники

lec-06-quadro-PID

13.10.2021

Кинематика твердого тела

- Твердое тело
- Свободно движется в 1D, гравитации нет

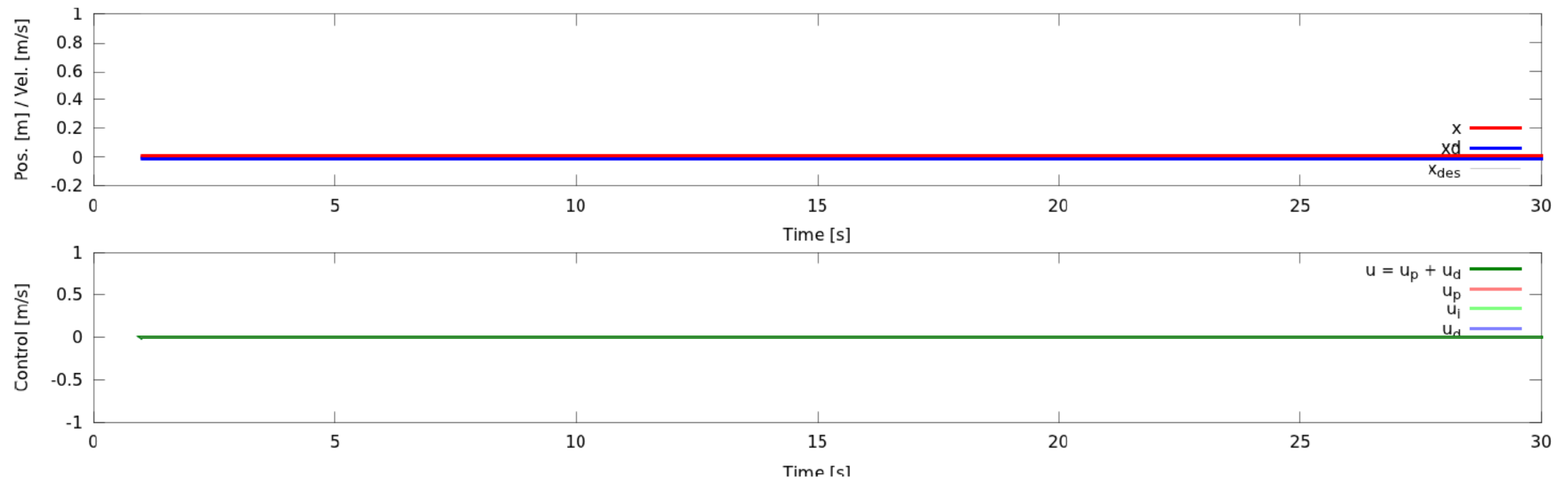


Кинематика твердого тела

- Модель системы $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \dot{\mathbf{x}}$
- Начальное состояние $\mathbf{x}_0 = 0, \dot{\mathbf{x}}_0 = 0$

Кинематика твердого тела

- Модель системы $\mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-1} + \dot{\mathbf{x}}$
- Начальное состояние $\mathbf{x}_0 = 0, \dot{\mathbf{x}}_0 = 0$



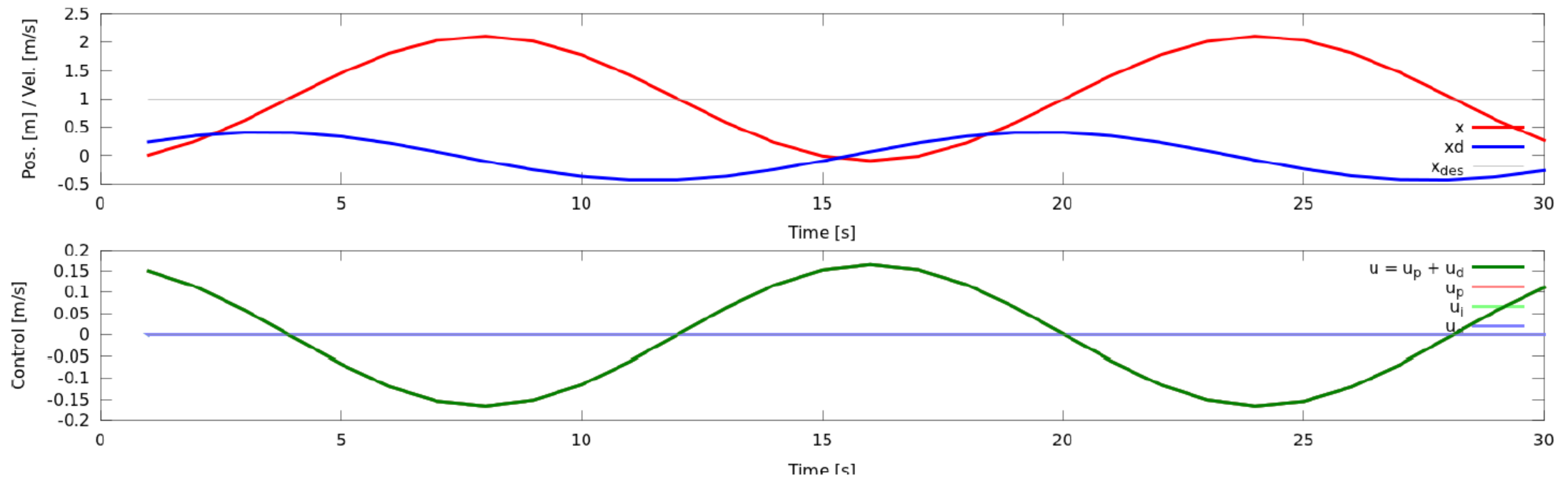
Кинематика твердого тела

- В каждый момент времени применим силу $\mathbf{F}_t \propto \mathbf{u}_t$
- Что приведет к ускорению системы $\ddot{\mathbf{x}}_t = \mathbf{F}_t/m$
- Целевое состояние (положение) $\mathbf{x}_{\text{des}} = 1$
- Что произойдет, если применить П-регулятор?
$$\mathbf{u}_t = K(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1})$$

П-регулятор

- Закон управления

$$\mathbf{u}_t = K(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1})$$



ПД-регулятор

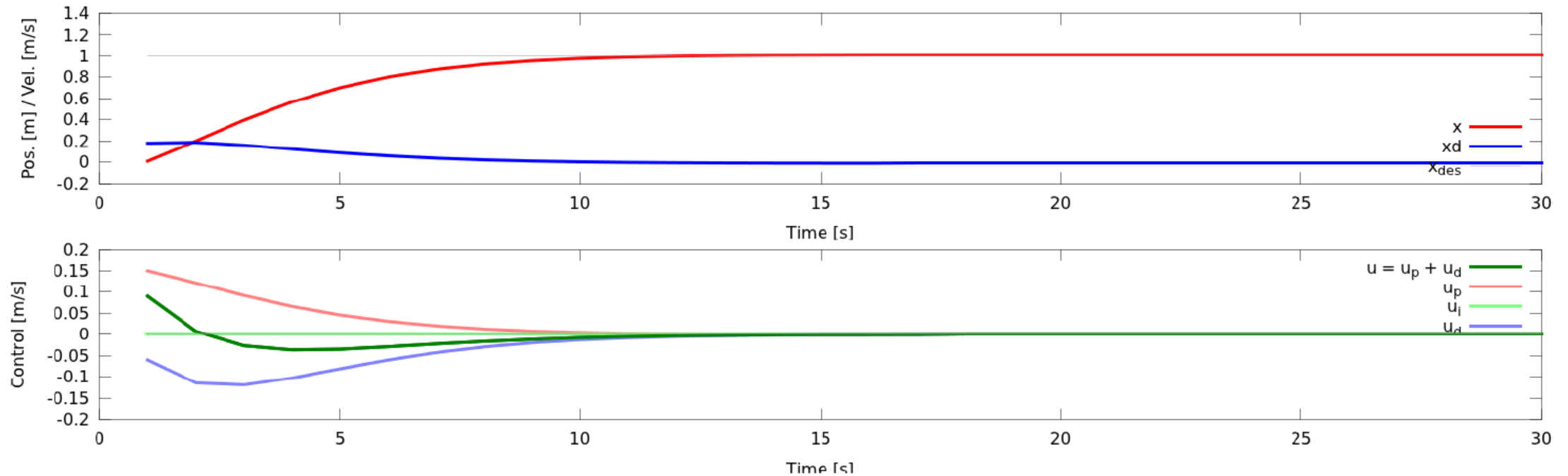
- Пропорционально-дифференцирующий регулятор

$$\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$$

ПД-регулятор

- Пропорционально-дифференцирующий регулятор

$$\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$$

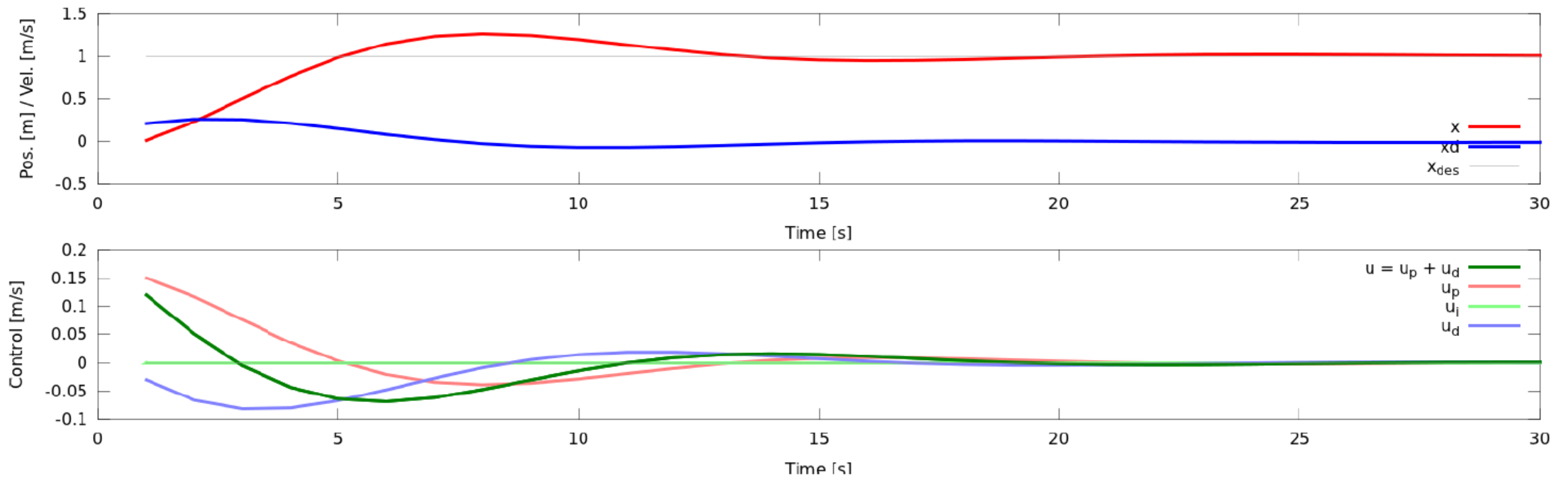


ПД-регулятор

- $\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$
- Что произойдет, если уменьшить K_D ?

ПД-регулятор

- $\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$
- Что произойдет, если уменьшить K_D ?

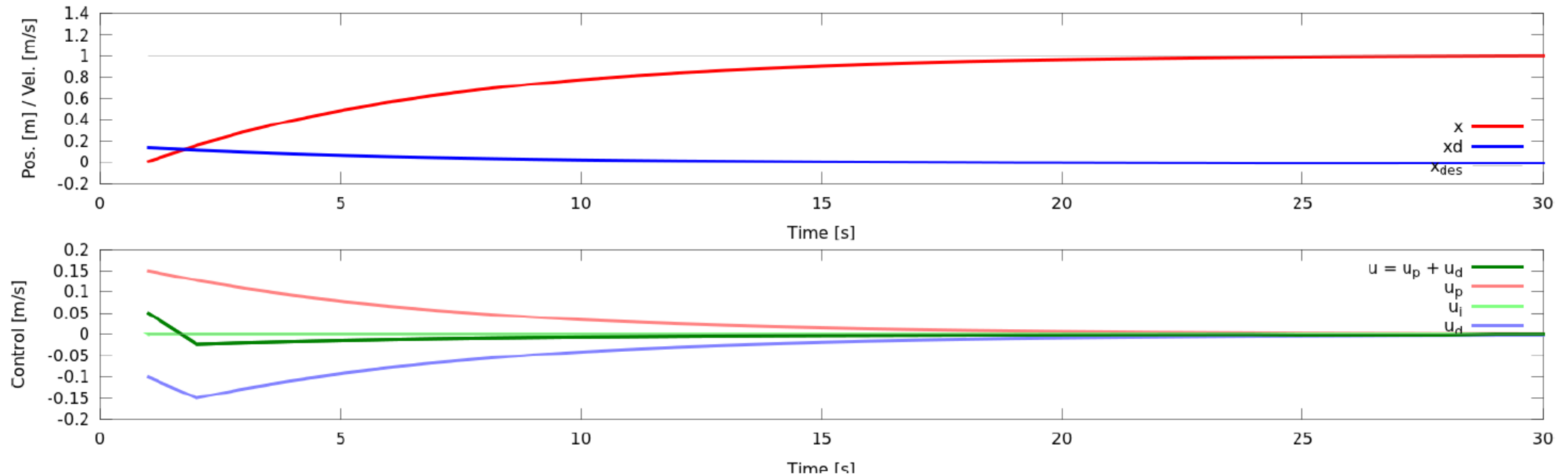


ПД-регулятор

- $\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$
- Что произойдет, если увеличить K_D ?

ПД-регулятор

- $\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1})$
- Что произойдет, если увеличить K_D ?



ПД-регулятор

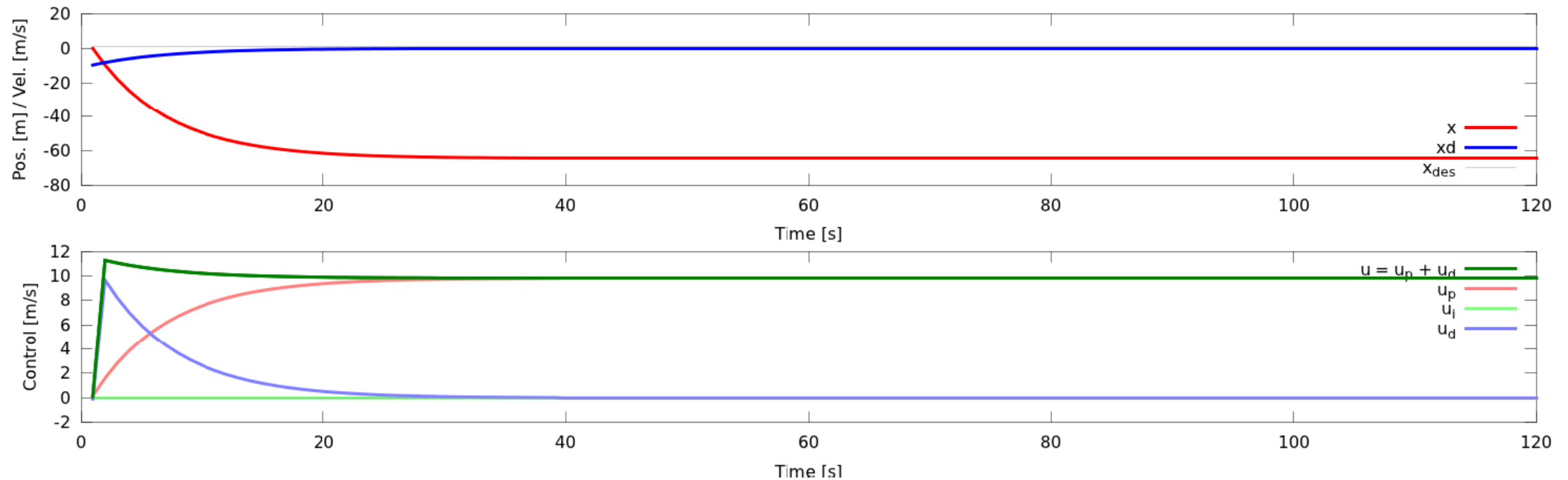
- Что произойдет, если добавить гравитацию?

$$\ddot{\mathbf{x}}_t = (\mathbf{F}_t + \mathbf{F}_{\text{grav}})/m$$

ПД-регулятор

- Что произойдет, если добавить гравитацию?

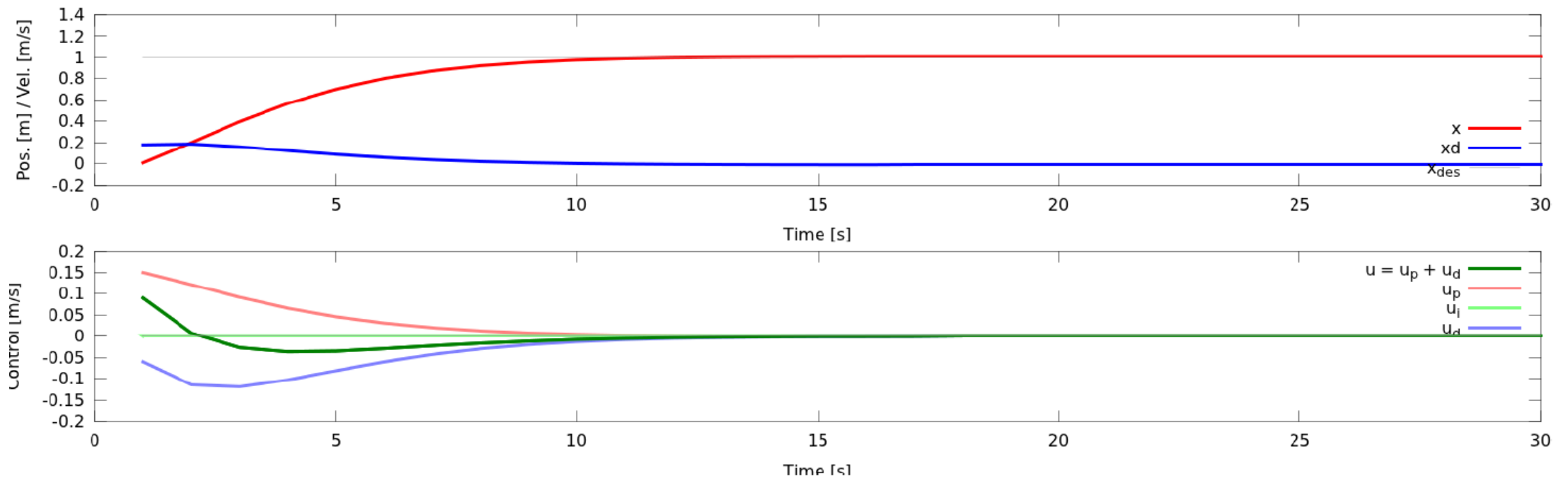
$$\ddot{\mathbf{x}}_t = (\mathbf{F}_t + \mathbf{F}_{\text{grav}})/m$$



Компенсация внешних сил

- Учитываем в законе управления динамику

$$\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1}) - \mathbf{F}_{\text{grav}}$$

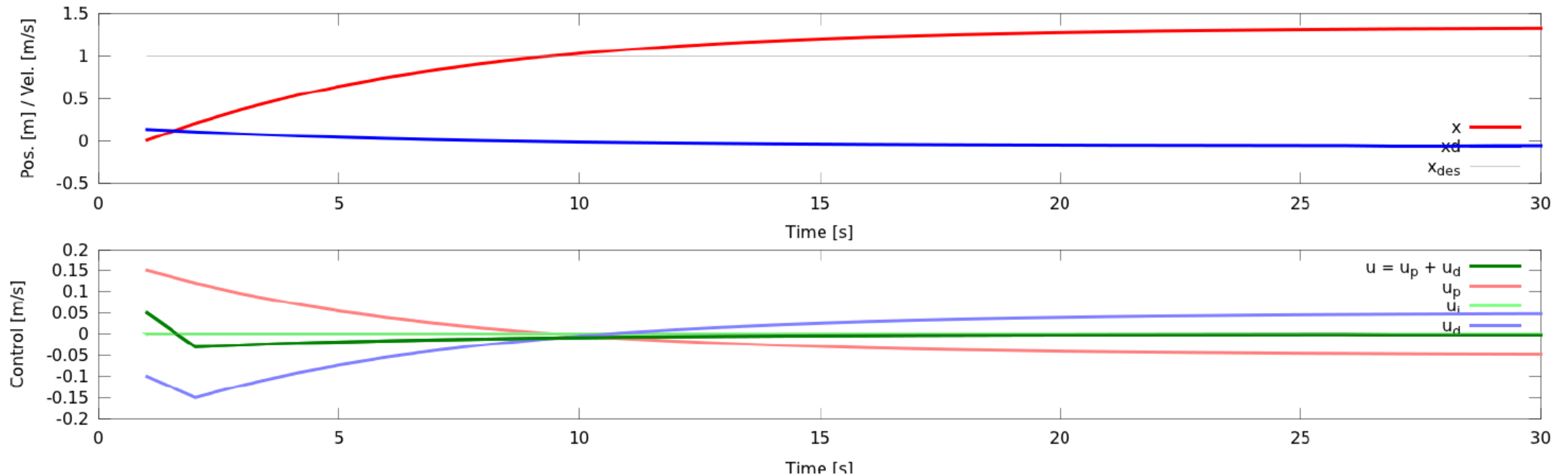


ПД-регулятор

- Что произойдет, если есть систематические ошибки?
(шумы датчиков, неотбалансированный БПЛА, ветер, ...)

ПД-регулятор

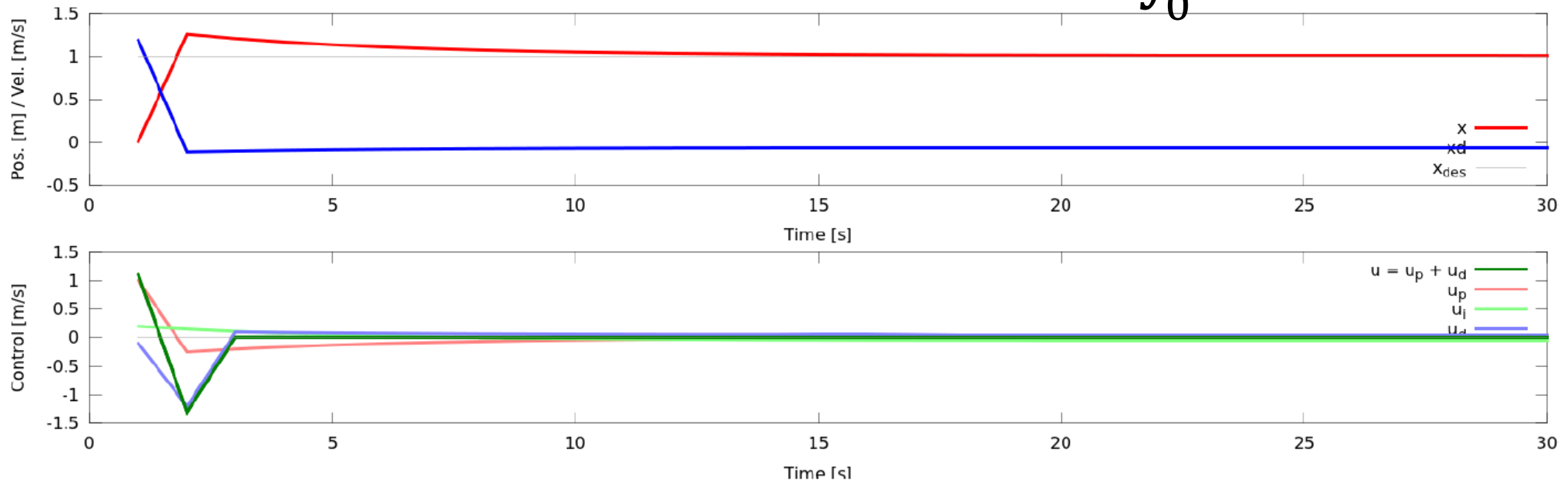
- Что произойдет, если есть систематические ошибки?
(шумы датчиков, неотбалансированный БПЛА, ветер, ...)



ПИД-регулятор

- Идея: интегрированием оценить системные ошибки

$$\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1}) + K_I \int_0^t (\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t'-1}) dt'$$



ПИД-регулятор

- Идея: интегрированием оценить системные ошибки

$$\mathbf{u}_t = K_P(\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t-1}) + K_D(\dot{\mathbf{x}}_{\text{des}} - \dot{\mathbf{x}}_{t-1}) + K_I \int_0^t (\mathbf{x}_{\text{des}} - \mathbf{x}_{t'-1}) dt'$$

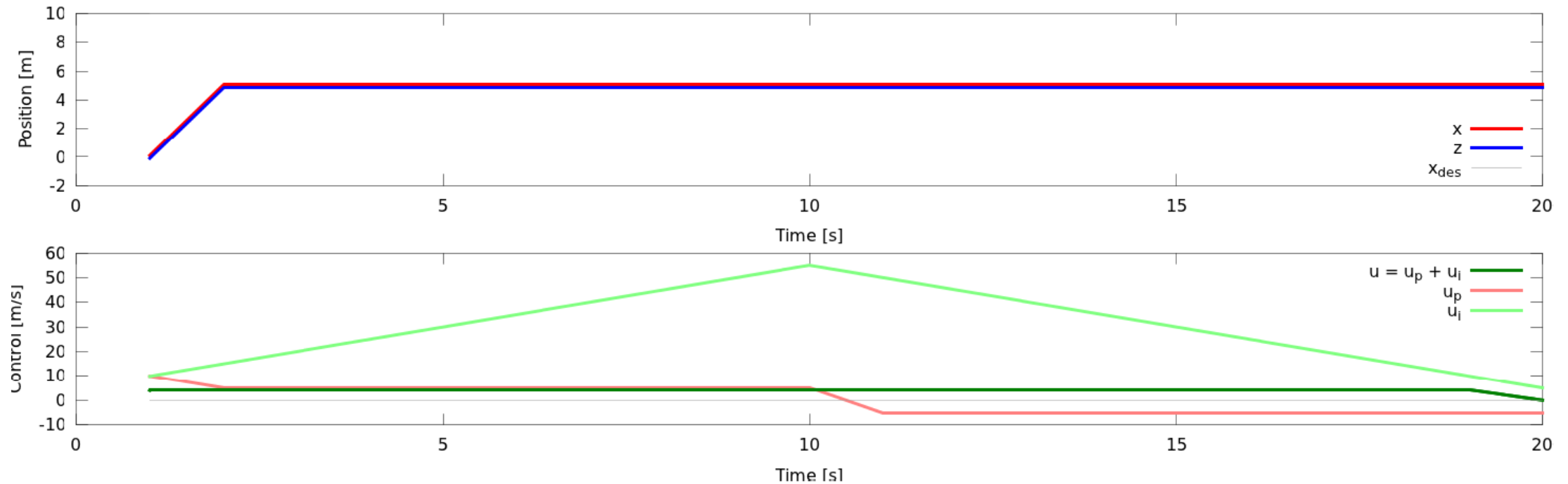
- Очень хорошо для «стационарных» систем
- Иначе – нельзя исключать возможность катастрофы

Пример «катастрофы»

- Квадрокоптер застрял в листве дерева
- Что произойдет с интегральной компонентой?

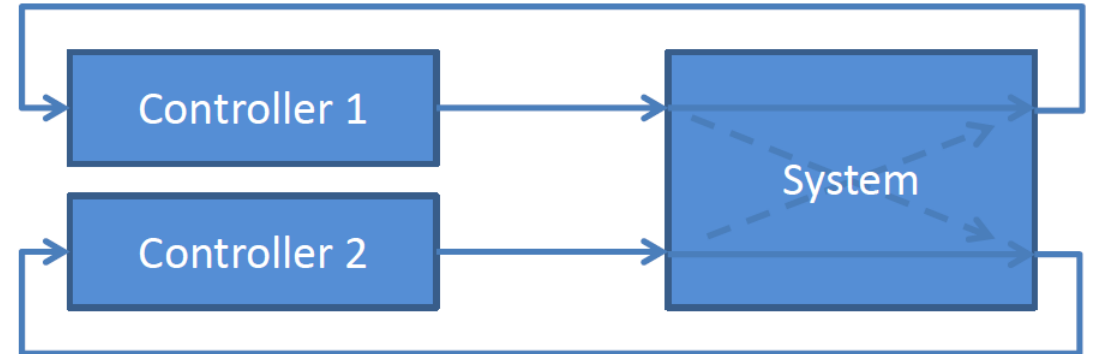
Пример «катастрофы»

- Квадрокоптер застрял в листве дерева
- Что произойдет с интегральной компонентой?



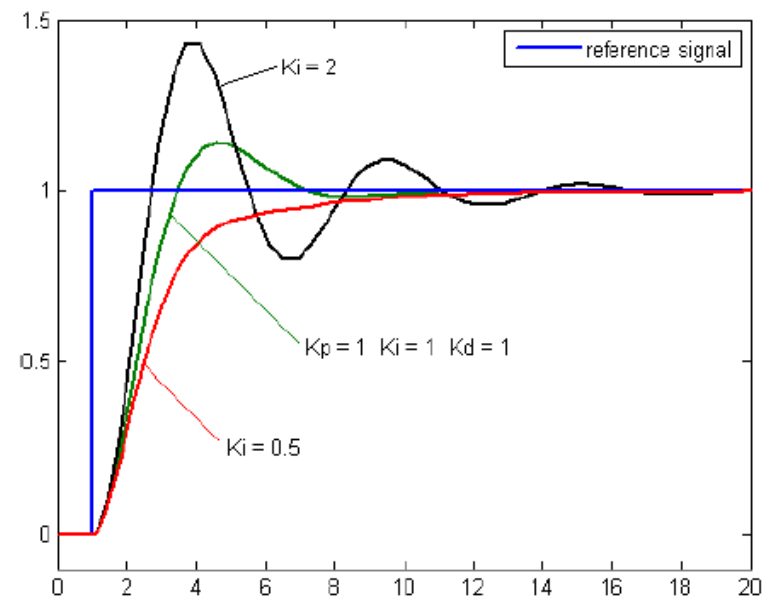
De-coupled Control

- Ранее были системы с одним входом и одним выходом – single-input, single-output (SISO)
- На практике и входов, и выходов много – multiple-input, multiple-output (MIMO)
- Управление разбивается

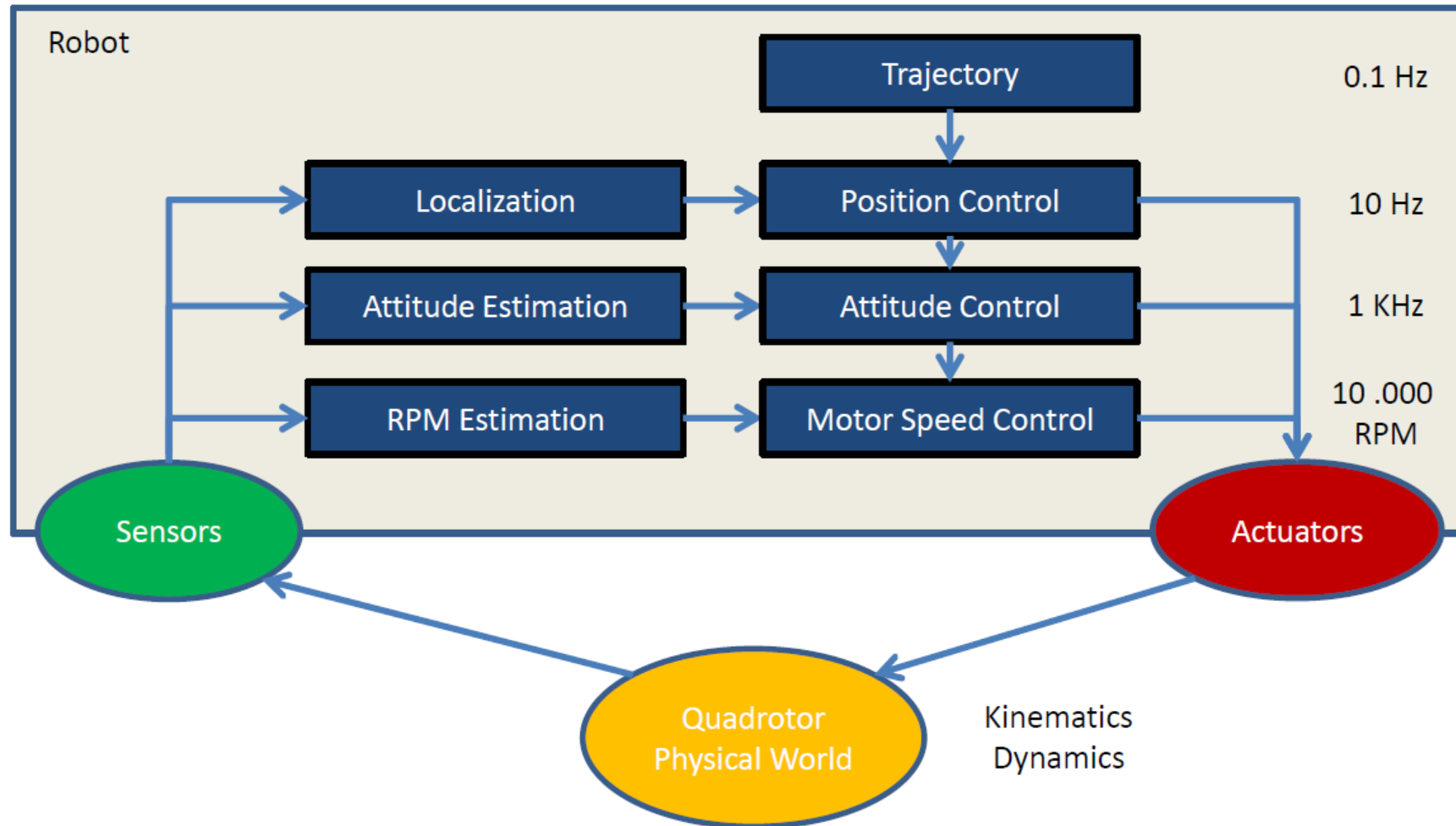


Как выбирать коэффициенты?

- Коэффициенты очень большие: скачок, колебания
- Коэффициенты очень маленькие: долгая сходимость
- Эвристика
- На практике – подбор руками



Cascaded Control



Пример: Ardrone

- Внутренний контур управления – на встроенном контроллере, регулирует ориентацию
- Внешний контур управления – на ПК, регулирует положение в пространстве

