Математические основы робототехники

lec-07-EKF

15.10.2021

Марковское предположение

- Наблюдения зависят только от текущего состояния

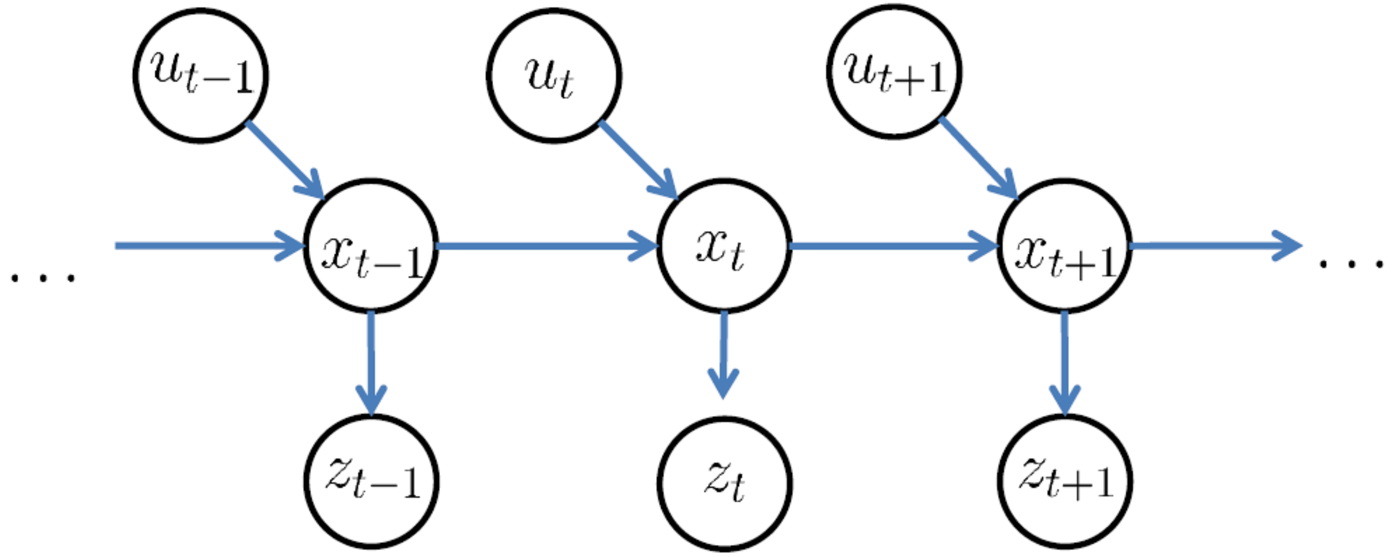
$$P(z_t \mid x_{0:t}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = P(z_t \mid x_t)$$

- Текущее состояние зависит только от предыдущего состояния и текущего действия

$$P(x_t \mid x_{0:t-1}, z_{1:t}, u_{1:t}) = P(x_t \mid x_{t-1}, u_t)$$

Марковская цепь

- Марковская цепь – стохастический процесс, в котором для данного состояния предыдущее и последующее состояния не зависят друг от друга



Предварительные предположения

- «Статичный» мир
- Не зависящие друг от друга шумы
- Идеальная модель, без ошибок аппроксимации

Байесовская фильтрация

- Последовательность наблюдений z_t и действий u_t
- Модель датчика (sensor model) $P(z|x)$
- Модель действий (action model) $P(x'|x, u)$
- Априорная вероятность состояния системы $P(x)$

- Хотим оценить состояние динамической системы
- Апостериорная оценка – предположение (belief)

$$Bel(x_t) = P(x_t|u_1, z_1, \dots, u_t, z_t)$$

Алгоритм байесовской фильтрации

На каждом шаге

1. Применяем модель действий

$$\overline{\mathrm{Bel}}(x_t) = \sum_{x_{t-1}} P(x_t \mid x_{t-1}, u_t)\mathrm{Bel}(x_{t-1})$$

2. Применяем модель датчика

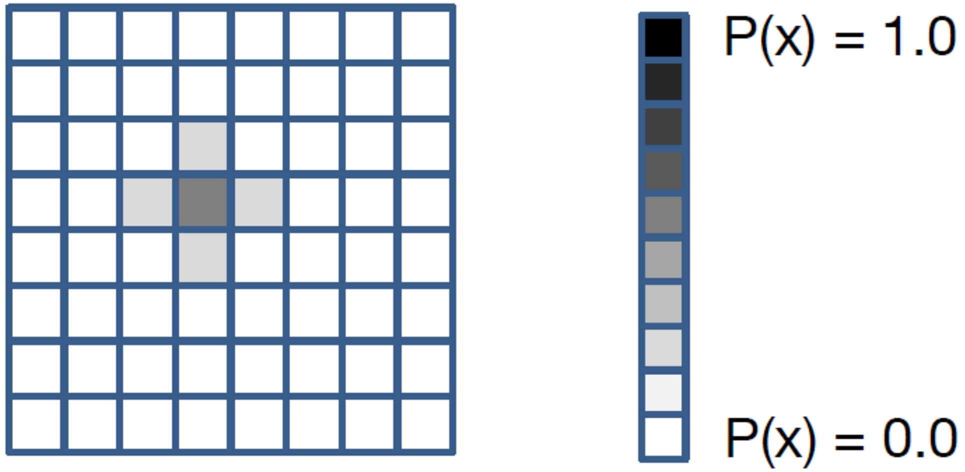
$$\mathrm{Bel}(x_t) = \eta P(z_t \mid x_t)\overline{\mathrm{Bel}}(x_t)$$

Замечания

- Байесовская фильтрация применима для непрерывного пространства состояний (замена суммы на интеграл)
- Байесовская фильтрация применима в ситуации, когда действия и наблюдения не синхронизированы

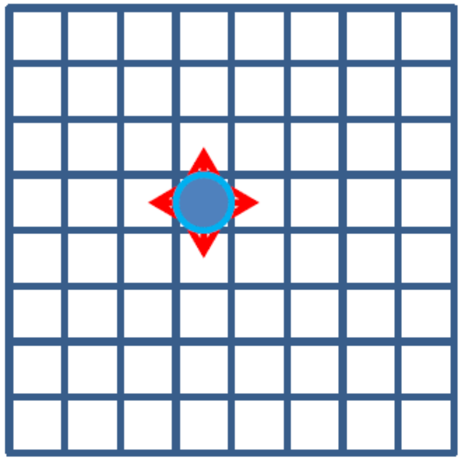
Пример: локализация

- Дискретное состояние $x \in \{1, 2, \dots, w\} \times \{1, 2, \dots, h\}$
- Доверительное распределение выглядит как сетка
- Гистограммная фильтрация



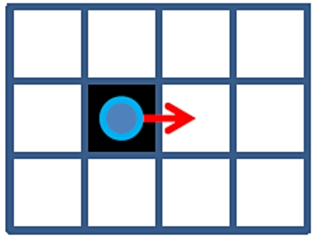
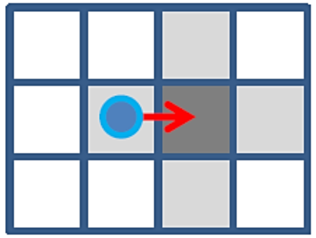
Пример: локализация

- Действие $u \in \{\mathrm{north}, \mathrm{east}, \mathrm{south}, \mathrm{west}\}$
- На каждом шаге робот может сдвинуться на одну клетку
- Действия не идеально выполнимые



Пример: локализация

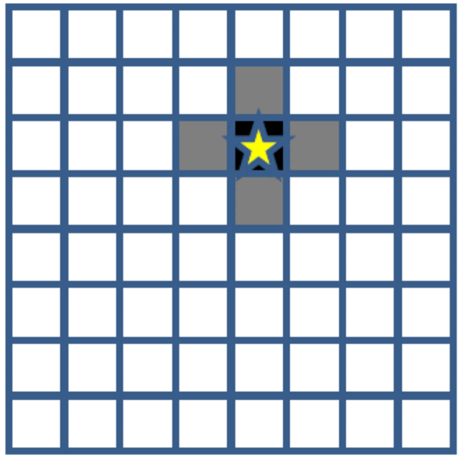
- На каждом шаге робот может сдвинуться на одну клетку
- Действия не идеально выполнимые
- Пример: двигаемся на восток

$x_{t-1} =$  $, u = \text{east} \Rightarrow$ 

60% вероятность успеха, 10% вероятность остаться на месте или перескочить дальше/выше/ниже

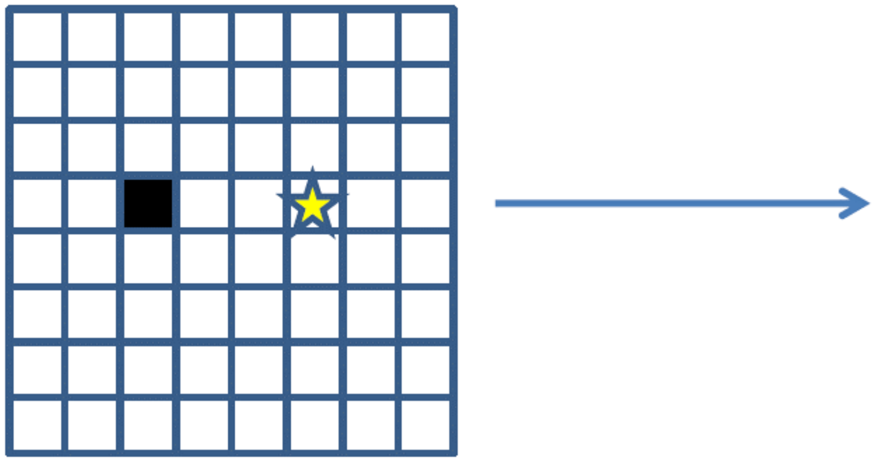
Пример: локализация

- Бинарное наблюдение $z \in \{\mathrm{marker}, \neg\mathrm{marker}\}$
- Маркером отмечено какое-то одно положение
- Иногда маркер можно «заметить» в соседних ячейках



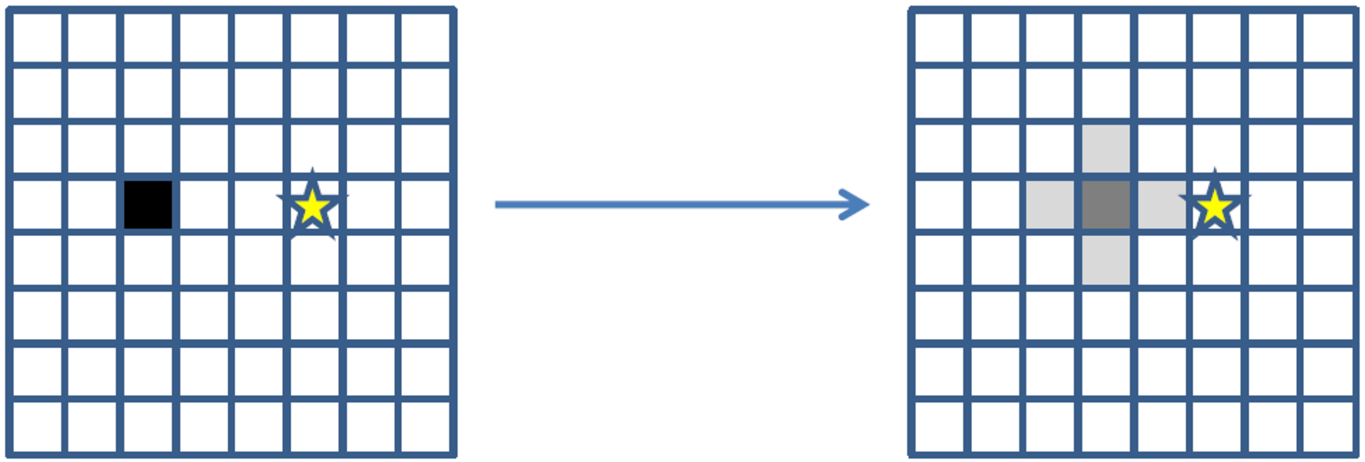
Пример: локализация

- $t = 0$
- Предполагаем, что начальное положение известно (если нет, применяем равномерное распределение)



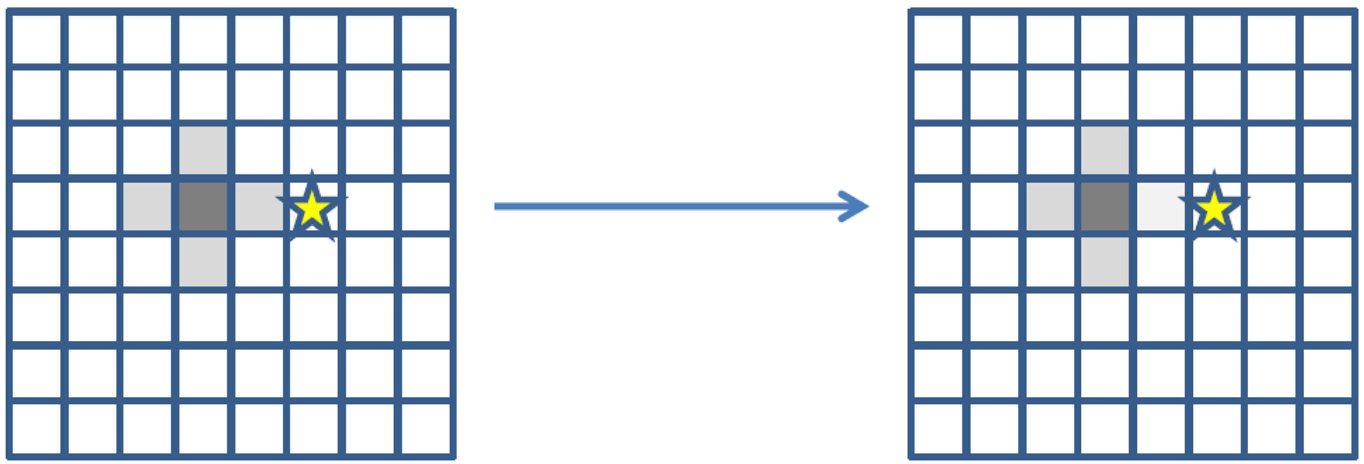
Пример: локализация

- $t = 1, u = \text{east}, z = \neg\text{marker}$
- Байесовская фильтрация шаг 1: применяем модель действий



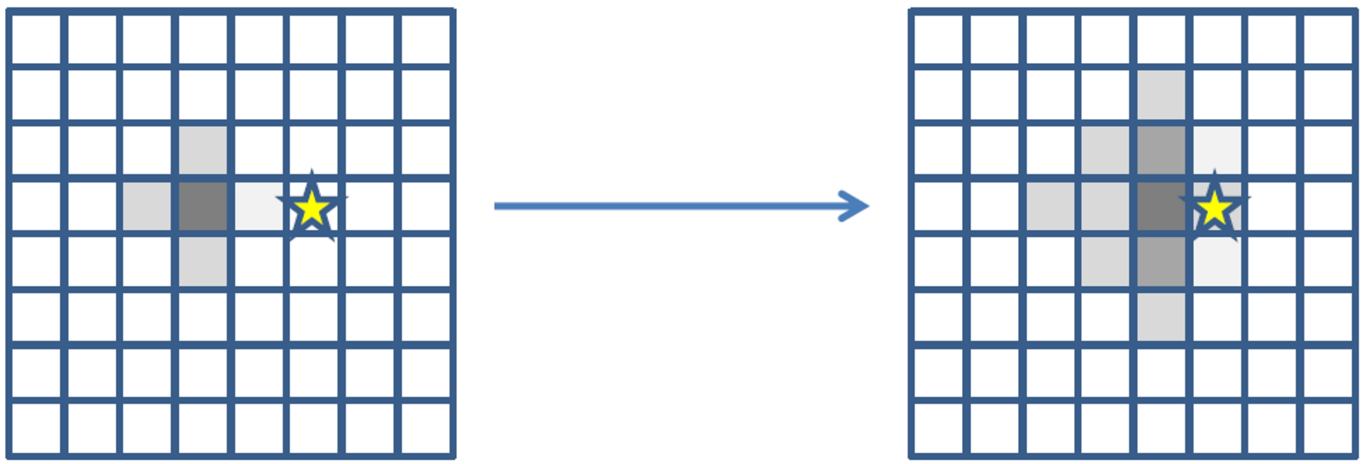
Пример: локализация

- $t = 1, u = \text{east}, z = \neg\text{marker}$
- Байесовская фильтрация шаг 2: применяем модель наблюдений



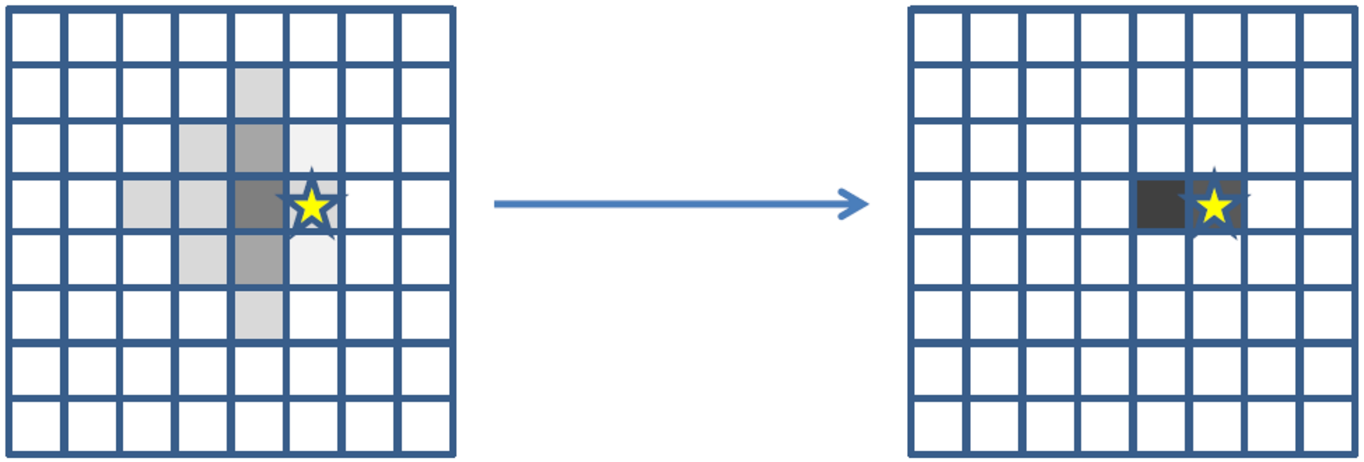
Пример: локализация

- $t = 2, u = \text{east}, z = \text{marker}$
- Шаг 1: применяем модель действий



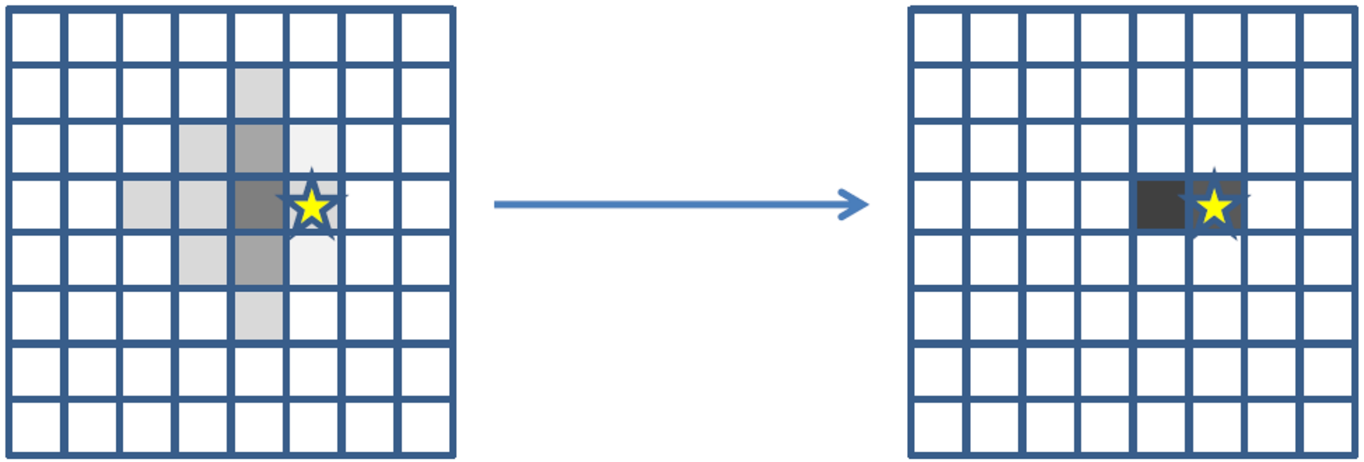
Пример: локализация

- $t = 2, u = \text{east}, z = \text{marker}$
- Шаг 2: применяем модель наблюдений
- Вопрос: где именно находится робот?



Фильтрация Калмана: мотивация

- Байесовская фильтрация полезна для оценки состояния
- Гистограммная фильтрация не очень эффективна
- Как представить состояние не в виде сетки?

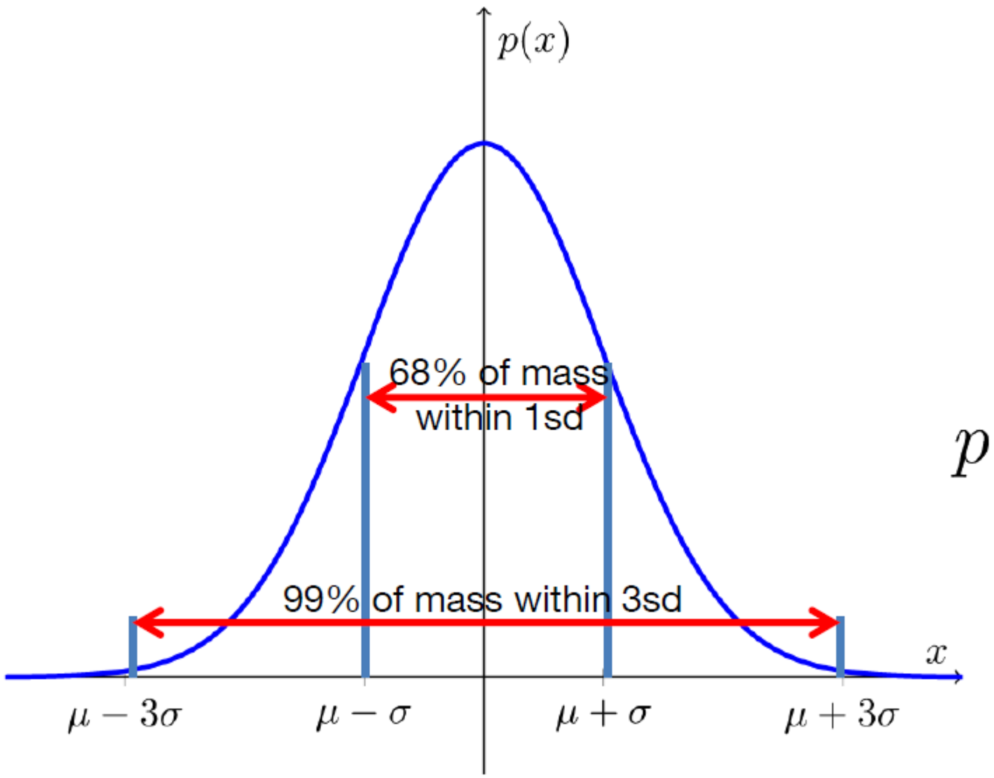


Фильтрация Калмана

- Байесовская фильтрация с непрерывными состояниями
- Состояние представимо как нормальное распределение
- Разработана в конце 1950-х
- Фильтрация Калмана очень эффективна (на каждом шаге требуется всего несколько операций с матрицами)
- Находит применение в экономике, метеорологии, навигации, робототехнике и много где еще

Нормальное распределение

- Одномерное нормальное распределение



$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

«среднее» квадрат std

$$p(X = x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right)$$

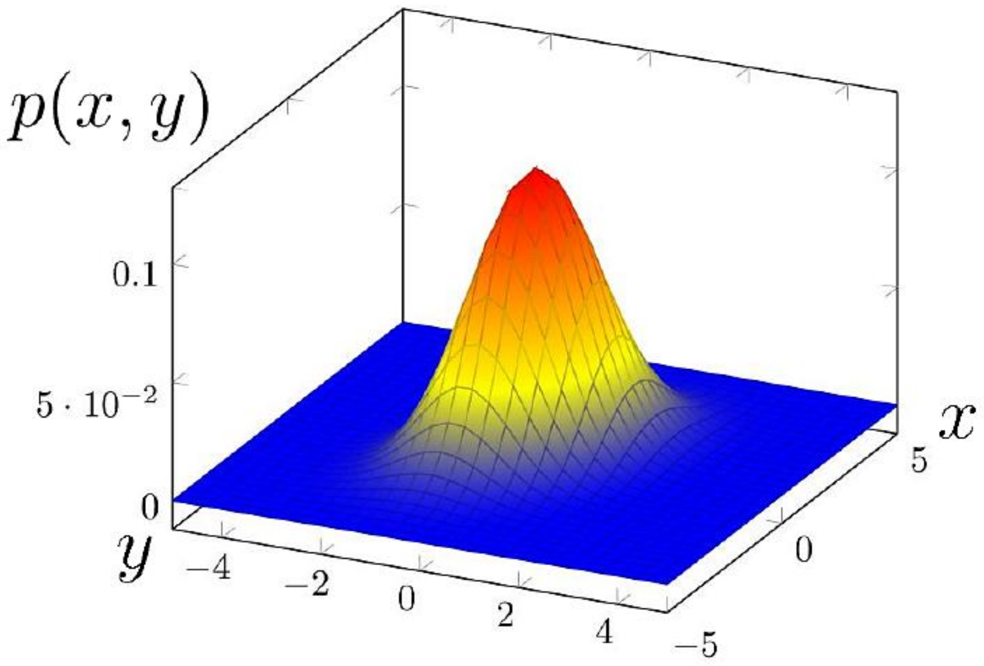
Нормальное распределение

- Многомерное нормальное распределение $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$
- Среднее $\boldsymbol{\mu} \in \mathbf{R}^n$
- Матрица ковариаций $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbf{R}^{n \times n}$
- Функция плотности вероятности

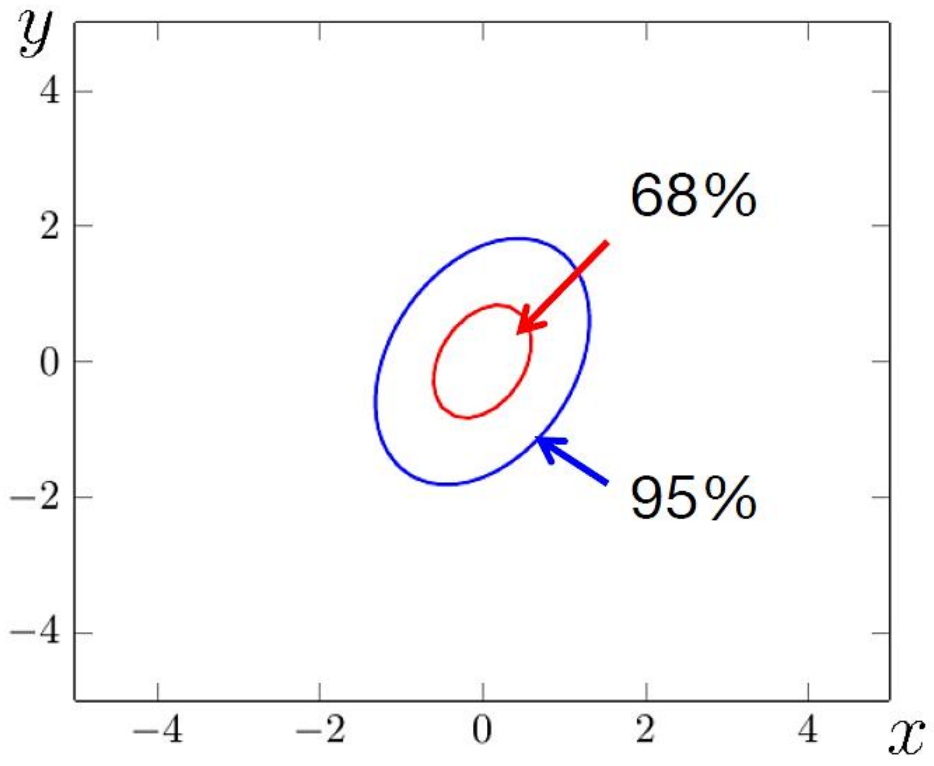
$$
\begin{aligned}
p(\mathbf{X} = \mathbf{x}) &= \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \\
&= \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \, |\boldsymbol{\Sigma}|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^\top \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right)
\end{aligned}
$$

2D пример

Функция плотности вероятности



Изолинии



Свойства нормального распределения

- Линейное преобразование сохраняет нормальное распределение

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}), \mathbf{Y} \sim \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}$$

$$\Rightarrow \mathbf{Y} \sim \mathcal{N}(\mathbf{A}\boldsymbol{\mu} + \mathbf{B}, \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A}^\top)$$

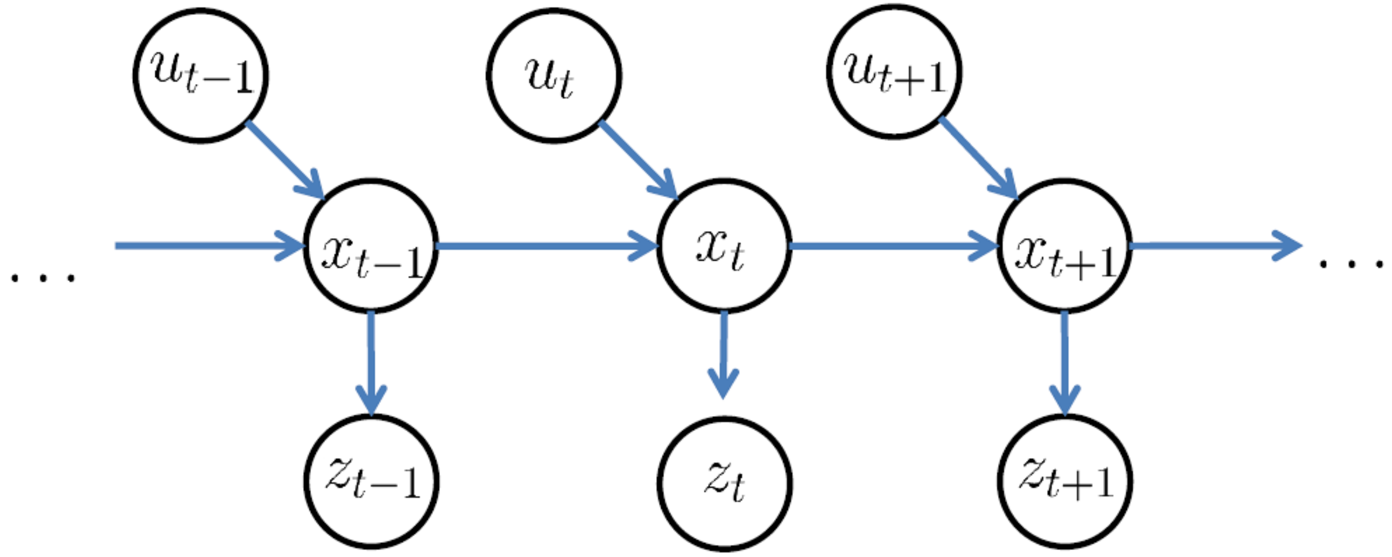
- Пересечение двух нормальных сохраняет нормальное

$$\mathbf{X}_1 \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1), \mathbf{X}_2 \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_2)$$

$$\Rightarrow p(\mathbf{X}_1)p(\mathbf{X}_2) = \mathcal{N}\left(\frac{\boldsymbol{\Sigma}_2}{\boldsymbol{\Sigma}_1 + \boldsymbol{\Sigma}_2}\boldsymbol{\mu}_1 + \frac{\boldsymbol{\Sigma}_1}{\boldsymbol{\Sigma}_1 + \boldsymbol{\Sigma}_2}\boldsymbol{\mu}_2, \frac{1}{\boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} + \boldsymbol{\Sigma}_2^{-1}}\right)$$

Модель линейного процесса

- Рассмотрим дискретный стохастический процесс (марковская цепь)



Модель линейного процесса

- Рассмотрим дискретный стохастический процесс
- Представим оценку состояния (belief) величиной с нормальным распределением

$$\mathbf{x}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t)$$

Модель линейного процесса

- Рассмотрим дискретный стохастический процесс
- Представим оценку состояния (belief) величиной с нормальным распределением

$$\mathbf{x}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_t, \Sigma_t)$$

- Допустим, система со временем меняется линейно

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1}$$

Модель линейного процесса

- Рассмотрим дискретный стохастический процесс
- Представим оценку состояния (belief) величиной с нормальным распределением

$$\mathbf{x}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_t, \Sigma_t)$$

- Допустим, система со временем меняется линейно и линейно зависит от управления

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t$$

Модель линейного процесса

- Рассмотрим дискретный стохастический процесс
- Представим оценку состояния (belief) величиной
  с нормальным распределением

$$\mathbf{x}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_t, \Sigma_t)$$

- Допустим, система со временем меняется линейно
  и линейно зависит от управления
  и содержит аддитивный белый гауссовский шум

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t \qquad \boldsymbol{\epsilon}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$$

Линейные наблюдения

- Допустим, наблюдения линейно зависят от состояния

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{C}\mathbf{x}_t$$

Линейные наблюдения

- Допустим, наблюдения линейно зависят от состояния и искажены аддитивным белым гауссовским шумом

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{C}\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\delta}_t \qquad \boldsymbol{\delta}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$$

Фильтрация Калмана

- Оценивает состояние процесса с дискретным управлением, который описывается линейным стохастическим уравнением

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t \qquad \boldsymbol{\epsilon}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$$

  и линейными измерениями состояния

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{C}\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\delta}_t \qquad \boldsymbol{\delta}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$$

Переменные и размерности

- Состояния $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$
- Управления $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^l$
- Наблюдения $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^k$
- Уравнение процесса $\mathbf{x}_t = \underbrace{\mathbf{A}}_{n \times n} \mathbf{x}_{t-1} + \underbrace{\mathbf{B}}_{n \times l} \mathbf{u}_t + \boldsymbol{\epsilon}_t$
- Уравнение измерений $\mathbf{z}_t = \underbrace{\mathbf{C}}_{n \times k} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\delta}_t$

Переменные и размерности

- Начальное предположение – равномерно распределено

$$\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_0) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_0; \boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\Sigma}_0)$$

- Следующее состояние – тоже равномерно распределено (линейное преобразование)

$$\mathbf{x}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t, \mathbf{Q})$$

- Наблюдения также равномерно распределены

$$\mathbf{z}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{C}\mathbf{x}_t, \mathbf{R})$$

Алгоритм байесовской фильтрации

На каждом шаге

1. Применяем модель действий

$$\overline{\mathrm{Bel}}(\mathbf{x}_t) = \int p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_{t-1})\mathrm{d}\mathbf{x}_{t-1}$$

2. Применяем модель датчика

$$\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_t) = \eta p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{x}_t)\overline{\mathrm{Bel}}(\mathbf{x}_t)$$

От байесовской фильтрации к фильтрации Калмана

На каждом шаге

1. Применяем модель действий

$$\overline{\mathrm{Bel}}(\mathbf{x}_t) = \int \underbrace{p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)}_{\mathcal{N}(\mathbf{x}_t;\mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1}+\mathbf{B}\mathbf{u}_t,\mathbf{Q})} \underbrace{\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_{t-1})}_{\mathcal{N}(\mathbf{x}_{t-1};\boldsymbol{\mu}_{t-1},\boldsymbol{\Sigma}_{t-1})} \mathrm{d}\mathbf{x}_{t-1}$$

От байесовской фильтрации к фильтрации Калмана

На каждом шаге

1. Применяем модель действий

$$\overline{\mathrm{Bel}}(\mathbf{x}_t) = \int \underbrace{p(\mathbf{x}_t \mid \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t)}_{\mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \mathbf{A}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t, \mathbf{Q})} \underbrace{\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_{t-1})}_{\mathcal{N}(\mathbf{x}_{t-1}; \boldsymbol{\mu}_{t-1}, \boldsymbol{\Sigma}_{t-1})} \mathrm{d}\mathbf{x}_{t-1}$$

$$= \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t, \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q})$$

$$= \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \bar{\boldsymbol{\mu}}_t, \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t)$$

От байесовской фильтрации к фильтрации Калмана

На каждом шаге

2. Применяем модель датчика

$$\mathrm{Bel}(\mathbf{x}_t) = \eta \underbrace{p(\mathbf{z}_t \mid \mathbf{x}_t)}_{\mathcal{N}(\mathbf{z}_t;\mathbf{C}\mathbf{x}_t,\mathbf{R})} \underbrace{\overline{\mathrm{Bel}}(\mathbf{x}_t)}_{\mathcal{N}(\mathbf{x}_t;\bar{\boldsymbol{\mu}}_t,\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t)}$$

$$= \mathcal{N}\left(\mathbf{x}_t; \bar{\boldsymbol{\mu}}_t + \mathbf{K}_t(\mathbf{z}_t - \mathbf{C}\bar{\boldsymbol{\mu}}), (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t\mathbf{C})\bar{\boldsymbol{\Sigma}}\right)$$

$$= \mathcal{N}(\mathbf{x}_t; \boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t)$$

где $\mathbf{K}_t = \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t\mathbf{C}^\top(\mathbf{C}\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t\mathbf{C}^\top + \mathbf{R})^{-1}$ калмановский коэффициент усиления

Алгоритм фильтрации Калмана

На каждом шаге

1. Применяем модель действий (шаг предсказания)

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_t = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_{t-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_t$$

$$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t = \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{A}^\top + \mathbf{Q}$$

2. Применяем модель датчика (шаг корректировки)

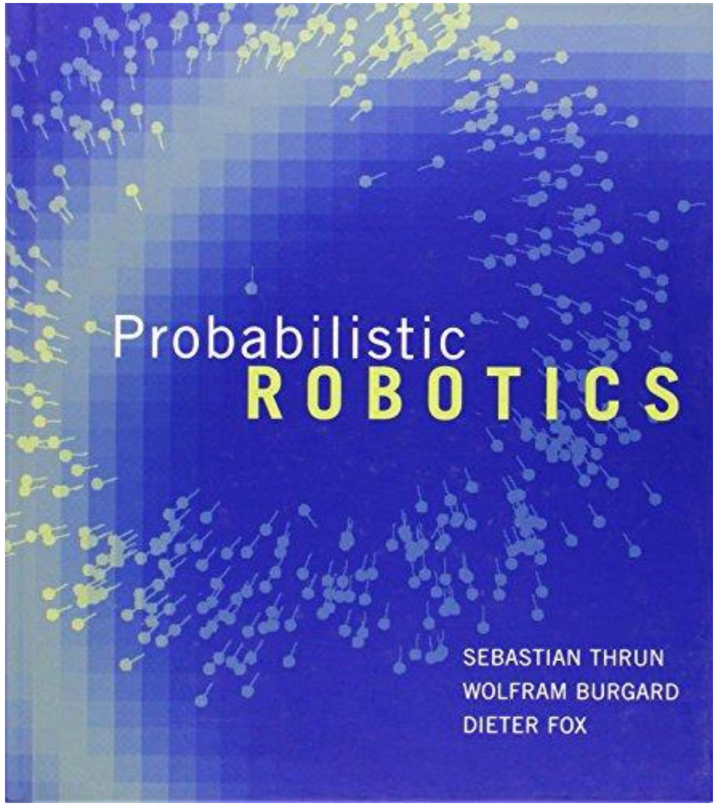
$$\boldsymbol{\mu}_t = \bar{\boldsymbol{\mu}}_t + \mathbf{K}_t(\mathbf{z}_t - \mathbf{C}\bar{\boldsymbol{\mu}}_t)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t\mathbf{C})\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t$$

где $\mathbf{K}_t = \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t\mathbf{C}^\top(\mathbf{C}\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t\mathbf{C}^\top + \mathbf{R})^{-1}$

Алгоритм фильтрации Калмана

Chapter 3



Вычислительная сложность

- Высокая эффективность: полиномиальная сложность по размерности измерения k и размерности состояния n

$$O(k^{2,376} + n^2)$$

- Оптимальный метод для линейных гауссовских систем
- Большинство робототехнических систем нелинейны

Нелинейные динамические системы

- В большинстве практических задач, связанных с роботами, используются нелинейные функции
- Функция движения $\mathbf{x}_t = g(\mathbf{u}_t, \mathbf{x}_{t-1})$
- Функция наблюдения $\mathbf{z}_t = h(\mathbf{x}_t)$
- Можно ли линеаризовать эти функции?

Разложение Тейлора

Идея: линеаризовать обе функции

- Функция движения

$$g(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \approx g(\boldsymbol{\mu}_{t-1}, \mathbf{u}_t) + \left.\frac{\partial g(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{t-1}} (\mathbf{x}_{t-1} - \boldsymbol{\mu}_{t-1})$$

$$= g(\boldsymbol{\mu}_{t-1}, \mathbf{u}_t) + \mathbf{G}_t(\mathbf{x}_{t-1} - \boldsymbol{\mu}_{t-1})$$

- Функция наблюдения

$$h(\mathbf{x}_t) \approx h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t) + \left.\frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\bar{\boldsymbol{\mu}}_t} (\mathbf{x}_t - \bar{\boldsymbol{\mu}}_t)$$

$$= h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t) + \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \bar{\boldsymbol{\mu}}_t)$$

Расширенная фильтрация Калмана

1. Применяем модель действий (шаг предсказания)

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_t = g(\boldsymbol{\mu}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$$

$$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t = \mathbf{G}_t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}_t^\top + \mathbf{Q} \qquad \mathbf{G}_t = \left.\frac{\partial g(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{t-1}}$$

2. Применяем модель датчика (шаг корректировки)

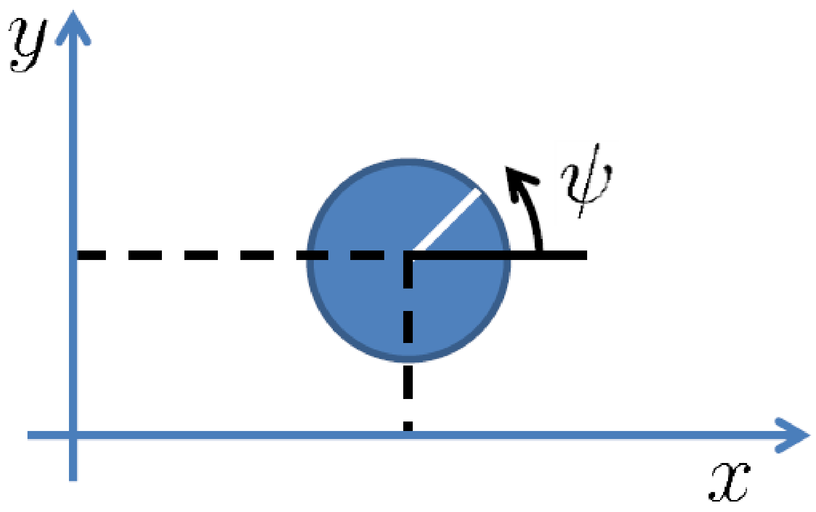
$$\boldsymbol{\mu}_t = \bar{\boldsymbol{\mu}}_t + \mathbf{K}_t(\mathbf{z}_t - h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t))$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t$$

где $\mathbf{K}_t = \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t \mathbf{H}_t^\top (\mathbf{H}_t \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t \mathbf{H}_t^\top + \mathbf{R})^{-1}$ $\qquad \mathbf{H}_t = \left.\frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\bar{\boldsymbol{\mu}}_t}$

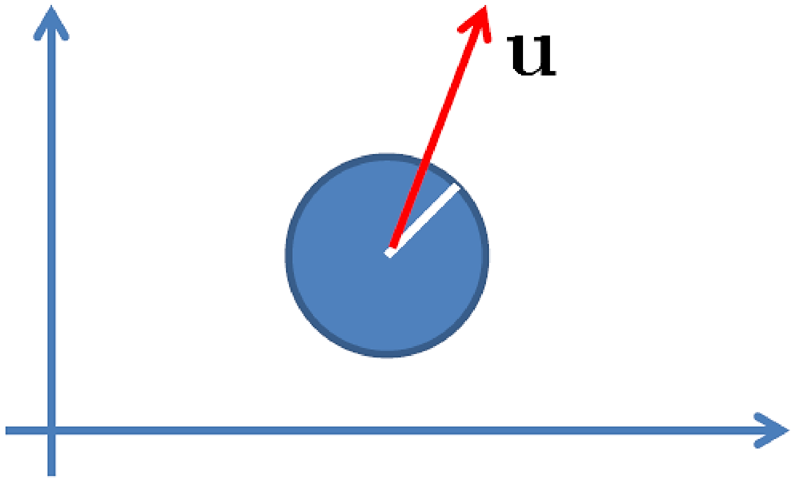
Пример в 2D

- Состояние $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & y & \psi \end{pmatrix}^\top$



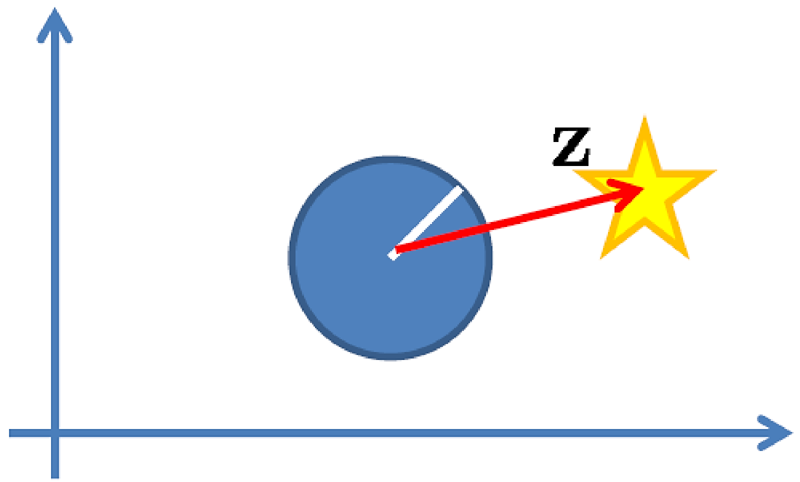
Пример в 2D

- Состояние $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & y & \psi \end{pmatrix}^\top$
- Одометрия $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{\psi} \end{pmatrix}^\top$



Пример в 2D

- Состояние $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x & y & \psi \end{pmatrix}^\top$ глобальная система координат
- Одометрия $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{\psi} \end{pmatrix}^\top$ локальная система координат
- Наблюдение маркера $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} x_z & y_z & \psi_z \end{pmatrix}^\top$ ЛСК



Модель движений

- Функция движений

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \begin{pmatrix} x + (\cos(\psi)\dot{x} - \sin(\psi)\dot{y})\Delta t \\ y + (\sin(\psi)\dot{x} + \cos(\psi)\dot{y})\Delta t \\ \psi + \dot{\psi}\Delta t \end{pmatrix}$$

- Производная функции движений

$$\mathbf{G} = \frac{\partial g(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & (-\sin(\psi)\dot{x} - \cos(\psi)\dot{y})\Delta t \\ 0 & 1 & (\cos(\psi)\dot{x} + \sin(\dot{\psi})\dot{y})\Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Модель датчика

- Пусть положение маркера известно в глобальных координатах $\mathbf{m} = \begin{pmatrix} x_m & y_m & \psi_m \end{pmatrix}^\top$

- Необходимо вычислить $\mathbf{z} = h(\mathbf{x})$

  где $\mathbf{z}$ – положение маркера в локальных координатах

Модель датчика

- Матрица перехода в (глобальные) координаты робота

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \cos\psi_x & -\sin\psi_x & x_x \\ \sin\psi_x & \cos\psi_x & y_x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Соотношения между глобальными и локальными координатами

$$\tilde{\mathbf{t}}_{\text{global}} = \mathbf{X}\tilde{\mathbf{t}}_{\text{local}}$$

$$\tilde{\mathbf{t}}_{\text{local}} = \mathbf{X}^{-1}\tilde{\mathbf{t}}_{\text{global}}$$

Модель датчика

- Окончательно получаем

$$h(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} (x_g - x_x)\cos\psi_x + (y_g - y_x)\sin\psi_x \\ -(x_g - x_x)\sin\psi_x + (y_g - y_x)\cos\psi_x \\ \psi_g - \psi_x \end{pmatrix}$$

Модель датчика

- И берем производную от функции датчика по всем компонентам

$$H = \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial x_x} & \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial y_x} & \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \psi_x} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\cos\psi_x & -\sin\psi_x & -(x_g - x_x)\sin\psi_x + (y_g - y_x)\cos\psi_x \\ \sin\psi_x & -\cos\psi_x & -(x_g - x_x)\cos\psi_x - (y_g - y_x)\sin\psi_x \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Расширенная фильтрация Калмана

1. Применяем модель действий (шаг предсказания)

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_t = g(\boldsymbol{\mu}_{t-1}, \mathbf{u}_t)$$
$$\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t = \mathbf{G}_t \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{G}_t^\top + \mathbf{Q} \qquad \mathbf{G}_t = \left.\frac{\partial g(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\boldsymbol{\mu}_{t-1}}$$

2. Применяем модель датчика (шаг корректировки)

$$\boldsymbol{\mu}_t = \bar{\boldsymbol{\mu}}_t + \mathbf{K}_t(\mathbf{z}_t - h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t))$$
$$\boldsymbol{\Sigma}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t$$

где $\mathbf{K}_t = \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t \mathbf{H}_t^\top (\mathbf{H}_t \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t \mathbf{H}_t^\top + \mathbf{R})^{-1}$ $\qquad \mathbf{H}_t = \left.\frac{\partial h(\mathbf{x}, \mathbf{u}_t)}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\mathbf{x}=\bar{\boldsymbol{\mu}}_t}$