

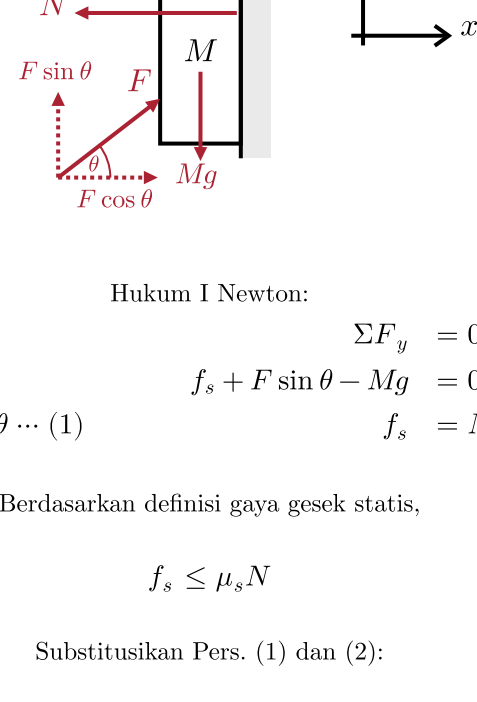
Solusi

Jawaban diberi tanda: □

untuk menghemat ruang, $90^\circ - \theta$ ditulis θ_s ; $180^\circ - \theta$ ditulis θ_s .

Pemanasan

1. **Menahan Buku (*)**. Gambarkan gaya-gaya yang bekerja pada buku, dengan menggunakan sistem koordinat Kartesius:



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ F \cos \theta - N &= 0 & f_s + F \sin \theta - Mg &= 0 \\ N &= F \cos \theta \dots (1) & f_s &= Mg - F \sin \theta \dots (2)\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi gaya gesek statis,

$$f_s \leq \mu_s N$$

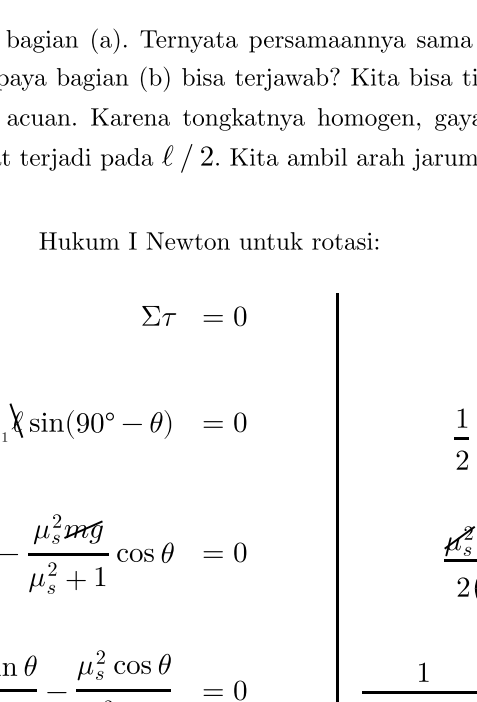
Substitusikan Pers. (1) dan (2):

$$\begin{aligned}Mg - F \sin \theta &\leq \mu_s F \cos \theta \\ Mg &\leq \mu_s F \cos \theta + F \sin \theta \\ Mg &\leq (\mu_s \cos \theta + \sin \theta) F \\ \frac{Mg}{\mu_s \cos \theta + \sin \theta} &\leq F \\ F &\geq \frac{Mg}{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}\end{aligned}$$

Bagaimana cara mencari nilai θ supaya F minimum? Perhatikan bahwa M , g , dan μ_s nilainya selalu tetap sedangkan θ bisa diubah-ubah. Pecahan $\frac{Mg}{\mu_s \cos \theta + \sin \theta}$ akan bernilai minimum ketika penyebutnya maksimum. Nilai maksimum dari penyebutnya bisa dicari dengan menurunkan terhadap θ dan menyamakannya dengan nol:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\theta}(\mu_s \cos \theta + \sin \theta) &= 0 \\ -\mu_s \sin \theta + \cos \theta &= 0 \\ \cos \theta &= \mu_s \sin \theta \\ \tan \theta &= \frac{1}{\mu_s} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{1}{\mu_s}\right)\end{aligned}$$

2. **Tongkat Disandarkan pada Dinding (**)**. Gambarkan gaya-gaya yang bekerja pada tongkat, dengan menggunakan sistem koordinat Kartesius:



Hukum I Newton untuk translasi:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ f_{s2} - N_1 &= 0 & f_{s1} + N_2 - mg &= 0 \\ N_1 &= f_{s2} & N_2 &= mg - f_{s1} \\ N_1 &= \mu_s N_2 \dots (1) & N_2 &= mg - \mu_s N_1 \dots (2)\end{aligned}$$

Substitusikan (1) ke (2):

$$\begin{aligned}N_2 &= mg - \mu_s(\mu_s N_2) \\ \mu_s^2 N_2 + N_2 &= mg \\ (\mu_s^2 + 1) N_2 &= mg \\ N_2 &= \frac{mg}{\mu_s^2 + 1} \dots (3) \quad \square\end{aligned}$$

Substitusikan (3) ke (1):

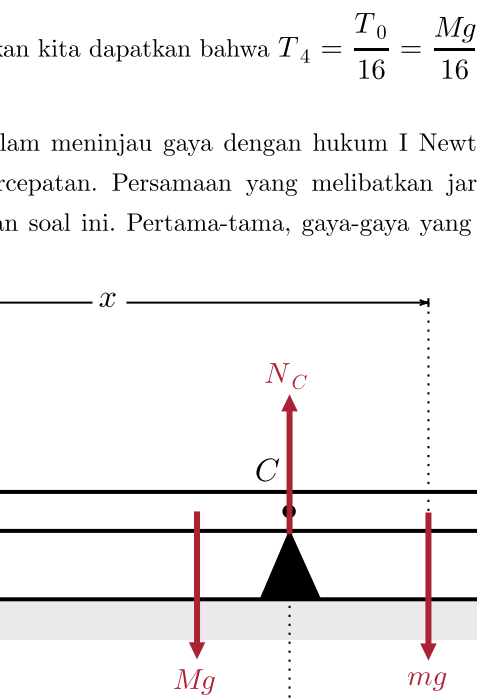
$$N_1 = \frac{\mu_s mg}{\mu_s^2 + 1} \quad \square$$

Kita sudah meninjau gaya untuk menjawab bagian (a). Ternyata persamaannya sama sekali tidak melibatkan sudut θ . Dari mana kita bisa dapat persamaan yang mengandung θ supaya bagian (b) bisa terjawab? Kita bisa tinjau kesetimbangan torsi pada tongkat. Kita tinjau torsi dengan ujung bawah tongkat sebagai acuan. Karena tongkatnya homogen, gaya berat berlaku pada tengah-tengah batang. Misalkan panjang batang adalah ℓ , maka gaya berat terjadi pada $\ell/2$. Kita ambil arah jarum jam sebagai positif.

Hukum I Newton untuk rotasi:

$$\begin{aligned}\Sigma \tau &= 0 \\ \frac{mg \ell \sin(90^\circ - \theta)}{2} - N_1 \ell \sin \theta - f_{s1} \ell \sin(90^\circ - \theta) &= 0 \\ \frac{mg \ell \cos \theta}{2} - \frac{\mu_s mg \ell}{\mu_s^2 + 1} \sin \theta - \frac{\mu_s^2 mg \ell}{\mu_s^2 + 1} \cos \theta &= 0 \\ \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\mu_s \sin \theta}{\mu_s^2 + 1} - \frac{\mu_s^2 \cos \theta}{\mu_s^2 + 1} &= 0 \\ \frac{\cos \theta}{2} - \frac{\mu_s^2 \cos \theta}{\mu_s^2 + 1} &= \frac{\mu_s \sin \theta}{\mu_s^2 + 1} \\ \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu_s^2}{\mu_s^2 + 1}\right) \cos \theta &= \frac{\mu_s \sin \theta}{\mu_s^2 + 1} \\ \frac{1}{2} - \frac{\mu_s^2}{\mu_s^2 + 1} &= \frac{\mu_s \tan \theta}{\mu_s^2 + 1} \\ \frac{\mu_s^2 + 1 - 2\mu_s^2}{2(\mu_s^2 + 1)} &= \frac{\mu_s}{\mu_s^2 + 1} \tan \theta \\ \frac{1 - \mu_s^2}{2(\mu_s^2 + 1)} &= \frac{\mu_s}{\mu_s^2 + 1} \tan \theta \\ \tan \theta &= \frac{1}{2\mu_s} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{1}{2\mu_s}\right) \quad \square\end{aligned}$$

3. **Sistem Lima Katrol (*)**. Gaya tegangan tali pada sistem:



Selanjutnya, kita tinjau gaya pada tiap katrol. Katrol 1:

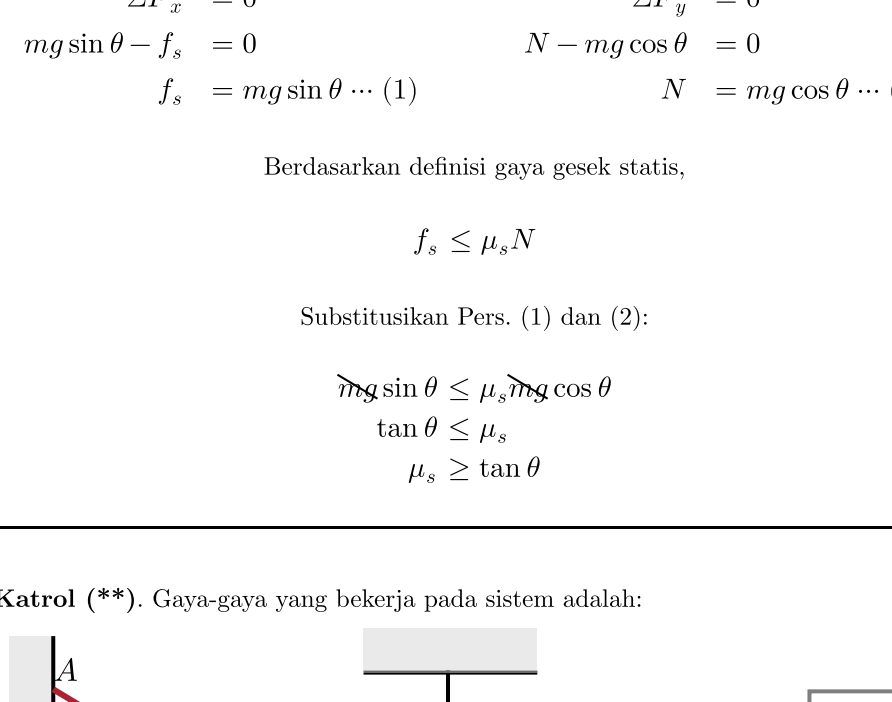
$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 2T_1 - T_0 &= 0 \\ T_1 &= \frac{T_0}{2} \dots (3)\end{aligned}$$

Katrol 2:

$$\begin{aligned}\Sigma F_y &= 0 \\ 2T_2 - T_1 &= 0 \\ T_2 &= \frac{T_1}{2} \dots (4)\end{aligned}$$

Terapkan hal serupa sampai katrol kelima, akan kita dapatkan bahwa $T_4 = \frac{T_0}{16} = \frac{Mg}{16}$. □

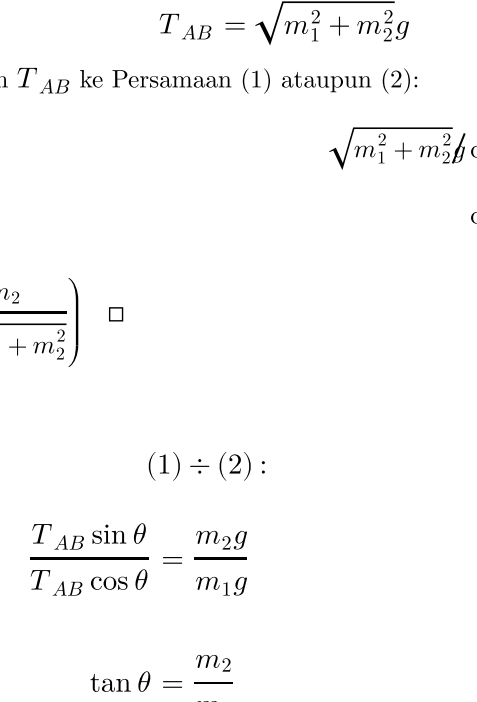
4. **Orang pada Jungkat-Jungkit (*)**. Dalam meninjau gaya dengan hukum I Newton kita tidak melibatkan besaran jarak atau perpindahan, hanya gaya, massa, dan percepatan. Persamaan yang melibatkan jarak kesetimbangan torsi, jadi konsep tersebut akan jadi kunci dalam penyelesaian soal ini. Pertama-tama, gaya-gaya yang bekerja pada jungkat-jungkit adalah sebagai berikut:



Jarak x adalah momen kritis tepat di mana jungkat-jungkit masih setimbang tetapi jika orang tersebut berjalan sedikit lebih jauh saja, maka jungkat-jungkit akan bergerak. Jika jungkat-jungkit hampir bergerak, maka ujung kirinya (titik A) hampir terlepas dari penyangganya sehingga $N_A = 0$.

$$\begin{aligned}\text{Hukum I Newton untuk translasi:} \\ \Sigma F_y &= 0 \\ N_C + N_C - Mg - mg &= 0 \\ N_C &= (M + m)g \dots (1) \\ \text{Hukum I Newton untuk rotasi, dengan memilih titik A sebagai acuan dan arah jarum jam sebagai positif:} \\ \Sigma \tau_A &= 0 \\ N_C \cdot \frac{2}{3} \ell - Mg \cdot \frac{\ell}{2} - mg \cdot x &= 0 \\ \frac{2(M + m)\ell}{3} - \frac{M\ell}{2} &= m\ell x \\ \frac{4(M + m)\ell - 3M\ell}{6} &= mx \\ \frac{4M\ell + 4m\ell - 3M\ell}{6m} &= x \\ x &= \frac{(M + 4m)\ell}{6m} \quad \square\end{aligned}$$

5. **Gesekan pada Bidang Miring (*)**. Misalkan massa balok m . Kita pilih sumbu- x sejajar bidang miring sehingga sumbu- y tegak lurus bidang miring. Gaya-gaya yang bekerja pada balok adalah:



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ mg \sin \theta - f_s &= 0 & N - mg \cos \theta &= 0 \\ f_s &= mg \sin \theta \dots (1) & N &= mg \cos \theta \dots (2)\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi gaya gesek statis,

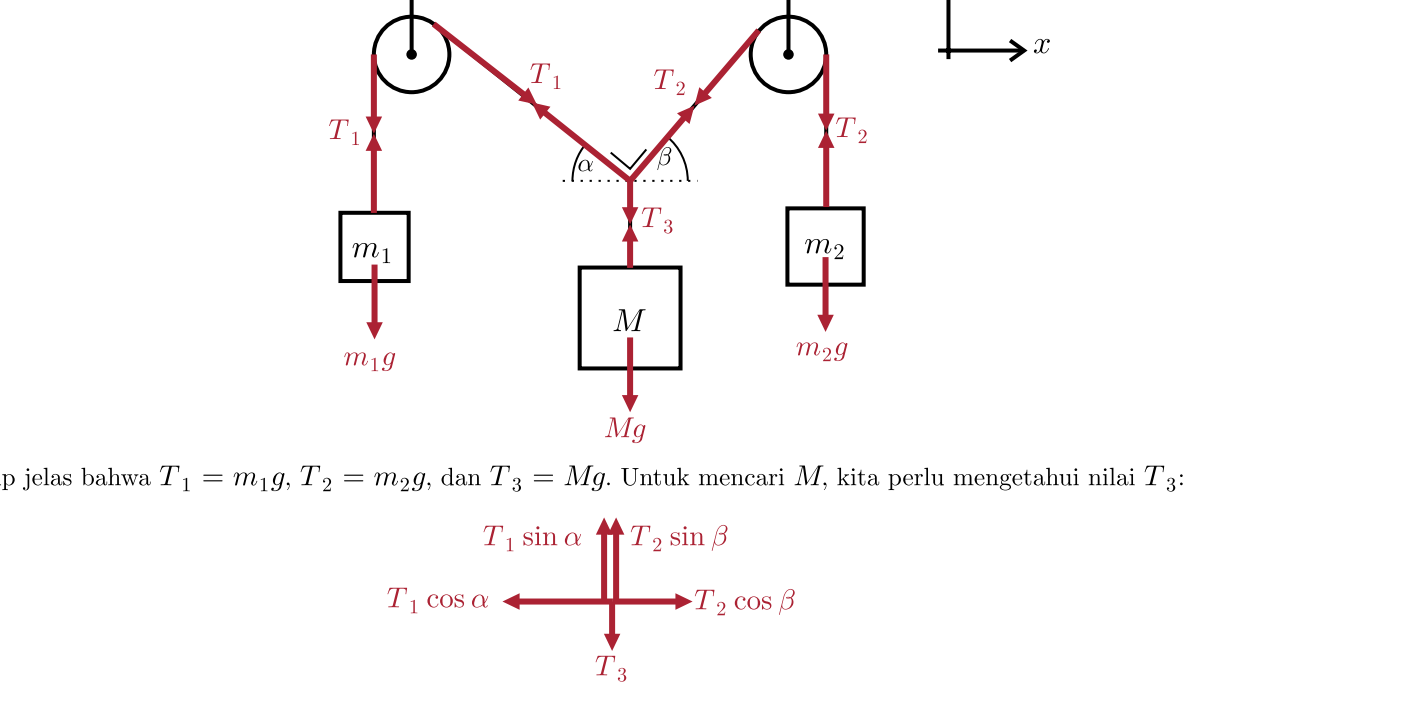
$$f_s \leq \mu_s N$$

Substitusikan Pers. (1) dan (2):

$$\begin{aligned}mg \sin \theta &\leq \mu_s mg \cos \theta \\ \tan \theta &\leq \mu_s \\ \mu_s &\geq \tan \theta\end{aligned}$$

Tetap Semangat

1. **Dua Beban dan Katrol (**)**. Gaya-gaya yang bekerja pada sistem adalah:



Cukup jelas bahwa $T_1 = m_1 g$ dan $T_2 = m_2 g$. Tinjau gaya-gaya yang bekerja pada titik B:

$$\begin{aligned}\text{Hukum I Newton:} \\ \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T_2 - T_{AB} \sin \theta &= 0 & T_{AB} \cos \theta - T_1 &= 0 \\ T_{AB} \sin \theta &= T_2 & T_{AB} \cos \theta &= T_1 \\ T_{AB} \sin \theta &= m_2 g \dots (1) & T_{AB} \cos \theta &= m_1 g \dots (2)\end{aligned}$$

Dari sini ada dua jalur yang bisa diambil. Pertama, dengan memanfaatkan identitas $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, kita kuadratkan Persamaan (1) dan (2) lalu kita jumlahkan keduanya. Ekspresi yang memuat θ akan hilang dan T_{AB} dapat ditemukan. Alternatif yang lain, kita bisa bagi Persamaan (1) dan (2) untuk menghilangkan variabel T_{AB} , θ dapat ditemukan terlebih dahulu. Mari lakukan keduanya.

$$\begin{aligned}(1)^2 + (2)^2 : \\ \frac{T_{AB}^2 \sin^2 \theta}{T_{AB}^2 \cos^2 \theta} &= \frac{m_2^2 g^2}{m_1^2 g^2} \\ \frac{T_{AB}^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{=1} &= (m_1^2 + m_2^2) g^2 \\ T_{AB} &= \sqrt{m_1^2 + m_2^2} g \quad \square\end{aligned}$$

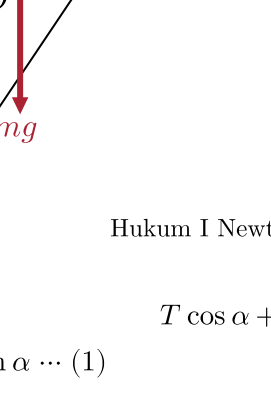
Nilai θ dapat dicari dengan mensubstitusikan T_{AB} ke Persamaan (1) ataupun (2):

$$\begin{aligned}\sqrt{m_1^2 + m_2^2} g \sin \theta &= m_2 g & \sqrt{m_1^2 + m_2^2} g \cos \theta &= m_1 g \\ \sin \theta &= \frac{m_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} & \cos \theta &= \frac{m_1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \\ \theta &= \arcsin\left(\frac{m_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}\right) \quad \square & \theta &= \arccos\left(\frac{m_1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}\right) \quad \square\end{aligned}$$

Alternatif kedua:

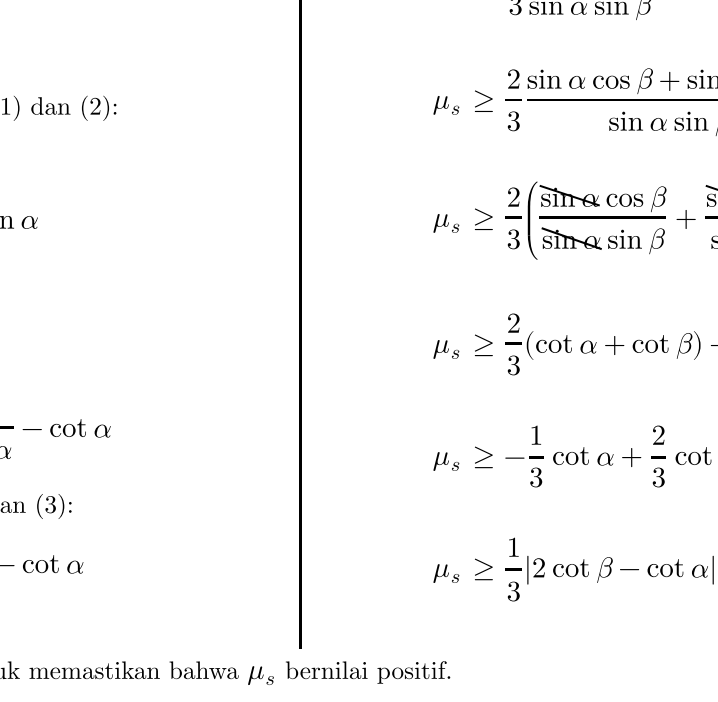
$$\begin{aligned}(1) \div (2) : \\ \frac{T_{AB} \sin \theta}{T_{AB} \cos \theta} &= \frac{m_2 g}{m_1 g} \\ \tan \theta &= \frac{m_2}{m_1} \\ \theta &= \arctan\left(\frac{m_2}{m_1}\right) \quad \square\end{aligned}$$

Secara grafis, ini ekuivalen dengan segitiga siku-siku berikut:



Sisi miringnya dapat dicari dengan teorema Pythagoras. Dari sini kita akan dapatkan nilai $\sin \theta$ dan $\cos \theta$ yang sama seperti pada alternatif pertama. Kita lalu bisa mencari T_{AB} dengan mensubstitusikannya ke Pers. (1) atau (2). Hasilnya akan sama. Ketiga nilai θ yang kita dapat sebenarnya sama saja. Sebagai contoh, pilih $m_1 = 1$ kg dan $m_2 = \sqrt{3}$ kg. Kita akan dapatkan $\theta = 60^\circ$.

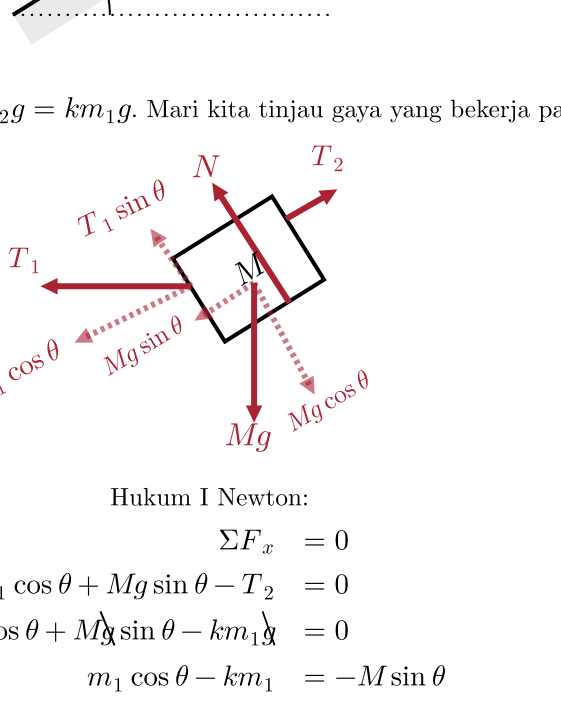
2. **Tiga Beban dan Katrol (*)**. Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:



Cukup jelas bahwa $T_1 = m_1 g$, $T_2 = m_2 g$, dan $T_3 = Mg$. Untuk mencari M , kita perlu mengetahui nilai T_3 :

$$\begin{aligned}\text{Hukum I Newton:} \\ \Sigma F_y &= 0 \\ T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - T_3 &= 0 \\ T_3 &= T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta \\ Mg &= m_1 g \sin \alpha + m_2 g \sin \beta \\ M &= m_1 \sin \alpha + m_2 \sin \beta \quad \square\end{aligned}$$

3. **Yoyo (**)**. Gaya-gaya yang bekerja pada yoyo:



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T \cos \theta - f_s &= 0 & N + T \sin \theta - Mg &= 0 \\ \cos \theta &= \frac{f_s}{T} \dots (1) & N &= Mg - T \sin \theta \dots (2) \\ f_s &= \frac{r}{R} T \dots (3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Substitusikan (3) ke (1):} \\ \cos \theta &= \frac{\frac{r}{R} T}{T} = \frac{r}{R} \\ \theta &= \arccos\left(\frac{r}{R}\right) \quad \square\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi gaya gesek statis:

$$f_s \leq \mu_s N$$

$f_s = T \cos \theta$ (Pers. (1)) dan $N = Mg - T \sin \theta$ (Pers. (2)):

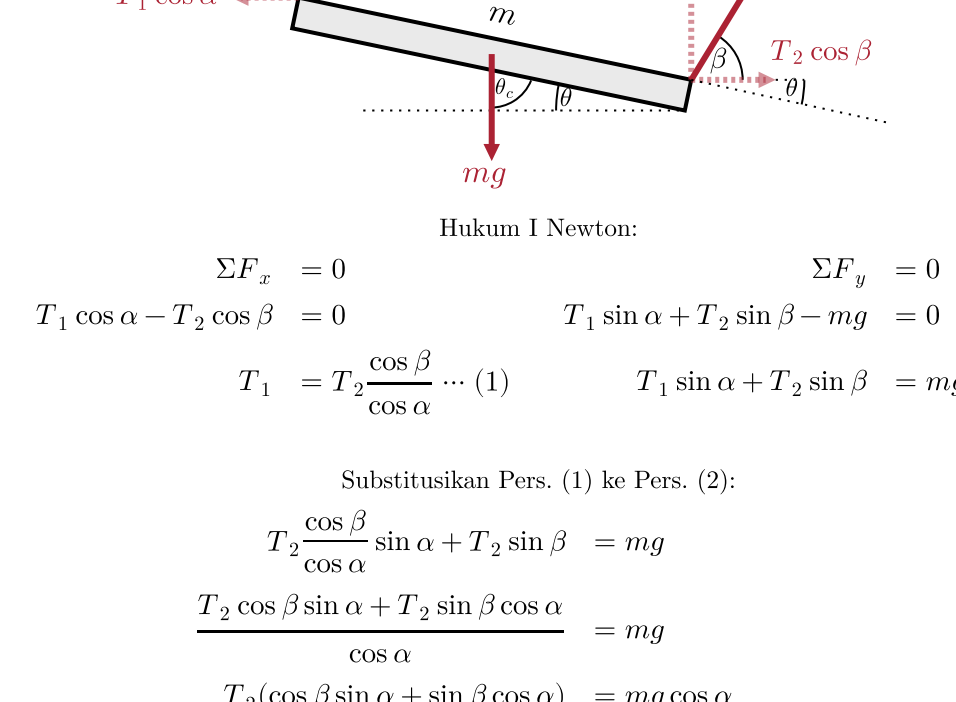
$$\begin{aligned}T \cos \theta &\leq \mu_s (Mg - T \sin \theta) \\ T \cos \theta &\leq \mu_s Mg - \mu_s T \sin \theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T \cos \theta + \mu_s T \sin \theta &\leq \mu_s Mg \\ (\mu_s \sin \theta + \cos \theta) T &\leq \mu_s Mg \\ T &\leq \frac{\mu_s Mg}{\mu_s \sin \theta + \cos \theta}\end{aligned}$$

Nilai $\sin \theta$ tentunya dapat dicari karena kita sudah tahu nilai $\cos \theta$.

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \frac{\sqrt{R^2 - 1}}{R} \quad \text{Hasil akhirnya adalah:} \\ T_{\max} &= \frac{\mu_s Mg}{\mu_s \cdot \frac{\sqrt{R^2 - 1}}{R} + \frac{r}{R}} = \frac{\mu_s Mg R}{\mu_s \sqrt{R^2 - 1} + r} \quad \square\end{aligned}$$

4. **Batang yang Terjerat (**)**. Gaya-gaya yang bekerja pada batang:



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T \sin \alpha - N &= 0 & T \cos \alpha + f_s - mg &= 0 \\ N &= T \sin \alpha \dots (1) & f_s &= mg - T \cos \alpha \dots (2)\end{aligned}$$

$\Sigma \tau_A = 0$

$$\begin{aligned}T \sin(\alpha + \beta) \cdot \frac{\ell}{3} - mg \sin \beta \cdot \frac{\ell}{2} &= 0 \\ \frac{T \sin(\alpha + \beta)}{3} &= \frac{mg \sin \beta}{2} \\ T &= \frac{3mg \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)} \dots (3)\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi gaya gesek statis:

$$f_s \leq \mu_s N$$

Substitusikan Persamaan (1) dan (2):

$$f_s \leq \mu_s N$$

$$mg - T \cos \alpha \leq \mu_s T \sin \alpha$$

$$\frac{mg - T \cos \alpha}{T \sin \alpha} \leq \mu_s$$

$$\mu_s \geq \frac{mg}{T \sin \alpha} - \cot \alpha$$

$$\text{Substitusikan persamaan (3):}$$

$$\mu_s \geq \frac{\frac{3mg \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}}{\frac{3mg \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}} - \cot \alpha$$

$$\mu_s \geq \frac{2 \sin(\alpha + \beta)}{3 \sin \alpha \sin \beta} - \cot \alpha$$

$$\mu_s \geq \frac{2 \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{3 \sin \alpha \sin \beta} - \cot \alpha$$

$$\mu_s \geq \frac{2}{3} \left(\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\sin \alpha \sin \beta} + \frac{\sin \beta \cos \alpha}{\sin \alpha \sin \beta} \right) - \cot \alpha$$

$$\mu_s \geq \frac{2}{3} (\cot \alpha + \cot \beta) - \cot \alpha$$

$$\mu_s \geq -\frac{1}{3} \cot \alpha + \frac{2}{3} \cot \beta$$

$$\mu_s \geq \frac{1}{3} |2 \cot \beta - \cot \alpha| \quad \square$$

Kita menggunakan nilai mutlak untuk memastikan bahwa μ_s bernilai positif.

5. **Dua Katrol dan Bidang Miring (**)**. Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:

Cukup jelas bahwa $T_1 = m_1 g$ dan $T_2 = m_2 g = km_1 g$. Mari kita tinjau gaya yang bekerja pada balok M:

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \beta &= 0 & T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - mg &= 0 \\ T_1 &= \frac{T_2 \cos \beta}{\cos \alpha} \dots (1) & T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta &= mg \dots (2)\end{aligned}$$

Substitusikan Pers. (1) ke Pers. (2):

$$\begin{aligned}\frac{T_2 \cos \beta}{\cos \alpha} \sin \alpha + T_2 \sin \beta &= mg \\ \frac{T_2 \cos \beta \sin \alpha + T_2 \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha} &= mg \\ \frac{T_2 (\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha)}{T_2 \sin(\alpha + \beta)} &= \frac{mg \cos \alpha}{mg \cos \alpha} \\ T_2 &= \frac{mg \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \dots (3) \quad \square\end{aligned}$$

Substitusikan Pers. (3) ke Pers. (1):

$$T_1 = \frac{mg \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \square$$

Melihat persamaan-persamaan di atas, kita tidak akan bisa menemukan θ dengannya. Kita perlu satu persamaan lagi. Karena batang setimbang, kita bisa menggunakan kesetimbangan torsi juga. Misalkan panjang batang adalah ℓ . Karena batang homogen, gaya berat bekerja pada tengah-tengah batang, yakni pada jarak $\ell/2$ dari ujung-ujungnya. Kita bisa tinjau torsi pada salah satu ujung batang, misalnya pada ujung tali T_1 :

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \beta &= 0 & T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta - mg &= 0 \\ T_1 &= \frac{T_2 \cos \beta}{\cos \alpha} \dots (1) & T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta &= mg \dots (2)\end{aligned}$$

Substitusikan Pers. (1) ke Pers. (2):

$$\begin{aligned}\frac{T_2 \cos \beta}{\cos \alpha} \sin \alpha + T_2 \sin \beta &= mg \\ \frac{T_2 \cos \beta \sin \alpha + T_2 \sin \beta \cos \alpha}{\cos \alpha} &= mg \\ \frac{T_2 (\cos \beta \sin \alpha + \sin \beta \cos \alpha)}{T_2 \sin(\alpha + \beta)} &= \frac{mg \cos \alpha}{mg \cos \alpha} \\ T_2 &= \frac{mg \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \dots (3) \quad \square\end{aligned}$$

Substitusikan Pers. (3) ke Pers. (1):

$$T_1 = \frac{mg \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \square$$

$$\Sigma r = 0$$

$$T_2 \lambda \sin(\beta + \theta) - mg \cdot \frac{\lambda}{2} \sin(90^\circ - \theta) = 0$$

$$2T_2 \sin(\beta + \theta) = mg \cos \theta$$

$$2 \frac{mg \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \sin(\beta + \theta) = mg \cos \theta$$

$$2 \cos \alpha \sin(\beta + \theta) = \cos \theta \sin(\alpha + \beta)$$

$$2 \cos \alpha (\sin \beta \cos \theta + \sin \theta \cos \beta) = \cos \theta (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)$$

$$\frac{\sin \beta \cos \theta + \sin \theta \cos \beta}{\cos \theta} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$$

$$\sin \beta + \tan \theta \cos \beta = \frac{\tan \alpha \cos \beta + \sin \beta}{2}$$

$$\tan \theta \cos \beta = \frac{\tan \alpha \cos \beta + \sin \beta}{2} - \sin \beta$$

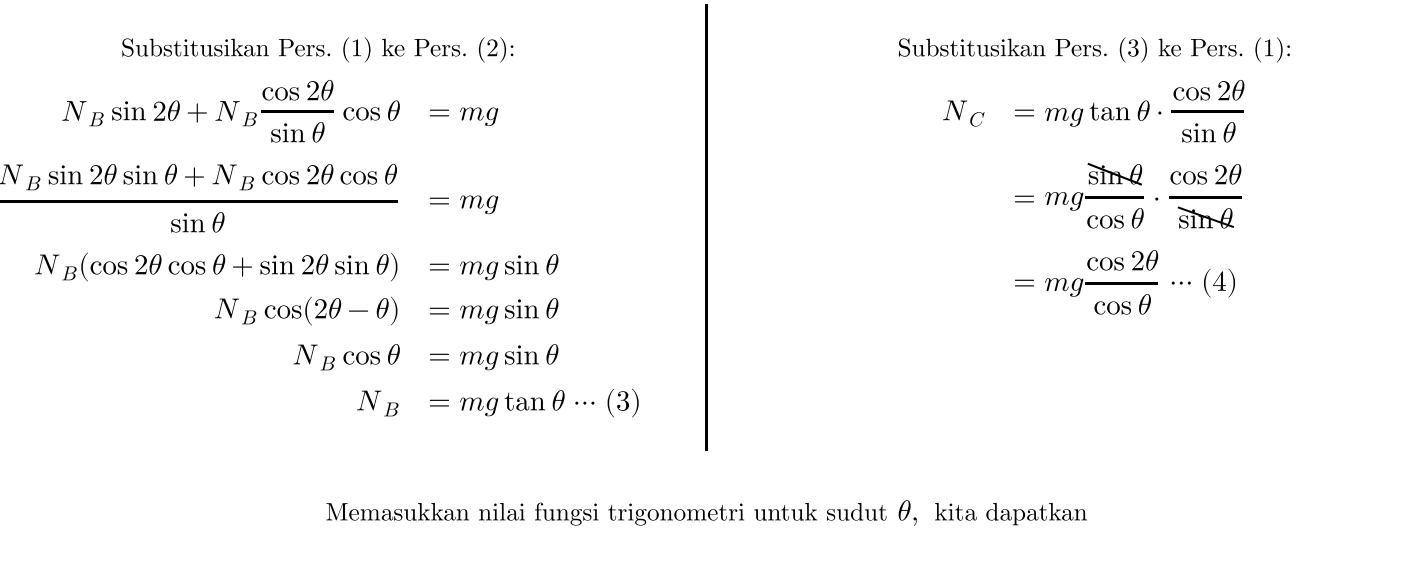
$$\tan \theta \cos \beta = \frac{\tan \alpha \cos \beta + \sin \beta - 2 \sin \beta}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\tan \alpha \cos \beta - \sin \beta}{2 \cos \beta}$$

$$\tan \theta = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{2}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{2} \right) \quad \square$$

7. Batang dalam Setengah Lingkaran (***) . Gaya-gaya yang bekerja pada batang:



Untuk memahami kenapa $\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku, baca Teorema Thales. Panjang sisi AB dicari lewat Teorema Pythagoras. Dari situ kita dapatkan:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{4r^2 - \ell^2}}{2r}, \quad \cos \theta = \frac{\ell}{2r}, \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{4r^2 - \ell^2}}{\ell}$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \frac{\ell^2 - 2r^2}{2r^2}$$

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_B \cos 2\theta - N_C \sin \theta &= 0 & N_B \sin 2\theta + N_C \cos \theta - mg &= 0 \\ N_C &= N_B \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta} \dots (1) & N_B \sin 2\theta + N_C \cos \theta &= mg \dots (2) \end{aligned}$$

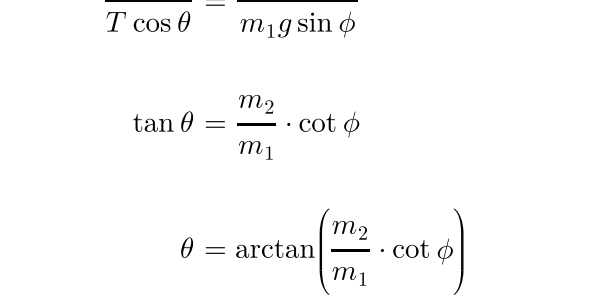
<p>Substitusikan Pers. (1) ke Pers. (2):</p> $N_B \sin 2\theta + N_B \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta} \cos \theta = mg$ $\frac{N_B \sin 2\theta \sin \theta + N_B \cos 2\theta \cos \theta}{\sin \theta} = mg$ $N_B (\cos 2\theta \cos \theta + \sin 2\theta \sin \theta) = mg \sin \theta$ $N_B \cos(2\theta - \theta) = mg \sin \theta$ $N_B \cos \theta = mg \sin \theta$ $N_B = mg \tan \theta \dots (3)$	<p>Substitusikan Pers. (3) ke Pers. (1):</p> $N_C = mg \tan \theta \cdot \frac{\cos 2\theta}{\sin \theta}$ $= mg \frac{\sin 2\theta}{\cos \theta} \cdot \frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta}$ $= mg \frac{\cos 2\theta}{\cos \theta} \dots (4)$
---	--

Memasukkan nilai fungsi trigonometri untuk sudut θ , kita dapatkan

$$N_B = \frac{mg \sqrt{4r^2 - \ell^2}}{\ell}$$

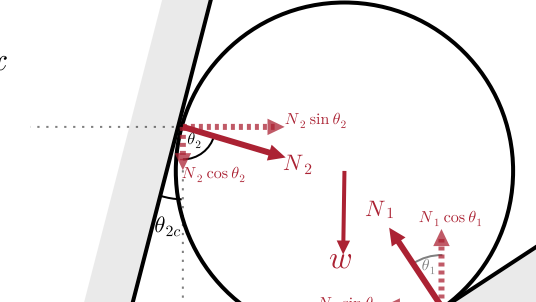
$$N_C = \frac{mg \cdot \frac{\ell^2 - 2r^2}{2r^2}}{\frac{\ell}{2r}} = \frac{mg(\ell^2 - 2r^2)}{\ell r}$$

8. Sepasang Cincin dalam Rangka Segitiga (***) . Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:



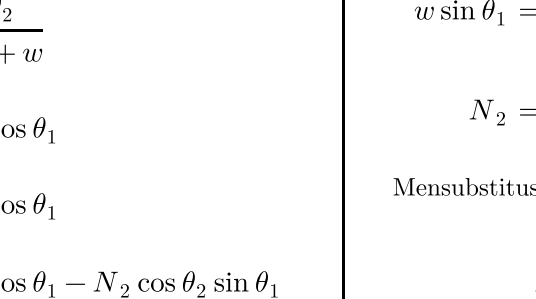
Kita bisa saja memakai satu jenis sumbu untuk seluruh analisis, tetapi kita akan tunjau tiap cincin sendiri-sendiri:

Cincin 1 :



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ m_1 g \sin \phi - T \cos \theta &= 0 \\ T \cos \theta &= m_1 g \sin \phi \dots (1) \end{aligned}$$



Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ m_2 g \cos \phi - T \sin \theta &= 0 \\ T \sin \theta &= m_2 g \cos \phi \dots (2) \end{aligned}$$

Kita gunakan trik yang sempat kita pakai di soal nomor 1 tadi, yakni mengkuadratkan Pers. (1) dan (2) supaya θ bisa hilang:

$$\begin{aligned} (1)^2 + (2)^2 : \\ T^2 \cos^2 \theta &= m_1^2 g^2 \sin^2 \phi \\ T^2 \sin^2 \theta &= m_2^2 g^2 \cos^2 \phi \\ T^2 (\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1) &= m_1^2 g^2 \sin^2 \phi + m_2^2 g^2 \cos^2 \phi \\ T^2 &= (m_1^2 \sin^2 \phi + m_2^2 \cos^2 \phi) g^2 \\ T &= \sqrt{m_1^2 \sin^2 \phi + m_2^2 \cos^2 \phi} \cdot g \end{aligned}$$

Seperti tadi, ada 3 cara untuk menentukan sudut θ . Silakan coba substitusikan nilai T ke dalam Pers. (1) dan (2). Kita juga bisa dapatkan θ dengan membagi kedua persamaan tersebut:

$$(2) \div (1)$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{m_2 g \cos \phi}{m_1 g \sin \phi}$$

$$\tan \theta = \frac{m_2}{m_1} \cdot \cot \phi$$

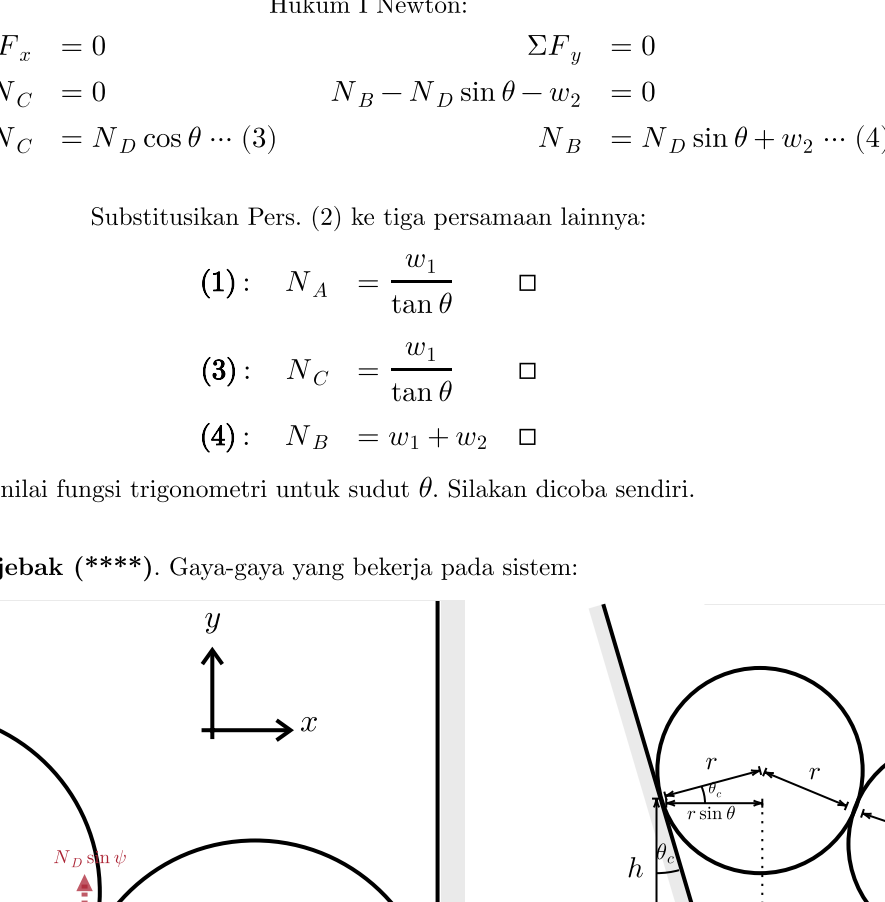
$$\theta = \arctan \left(\frac{m_2}{m_1} \cdot \cot \phi \right) \quad \square$$

Nilai θ lain yang sama benarnya adalah

$$\theta = \arcsin \left(\frac{m_2 g \cos \phi}{\sqrt{m_1^2 \sin^2 \phi + m_2^2 \cos^2 \phi} \cdot g} \right)$$

$$\theta = \arccos \left(\frac{m_1 g \sin \phi}{\sqrt{m_1^2 \sin^2 \phi + m_2^2 \cos^2 \phi} \cdot g} \right) \quad \square$$

9. Bola Terjepit (***) . Gaya-gaya yang bekerja pada bola:

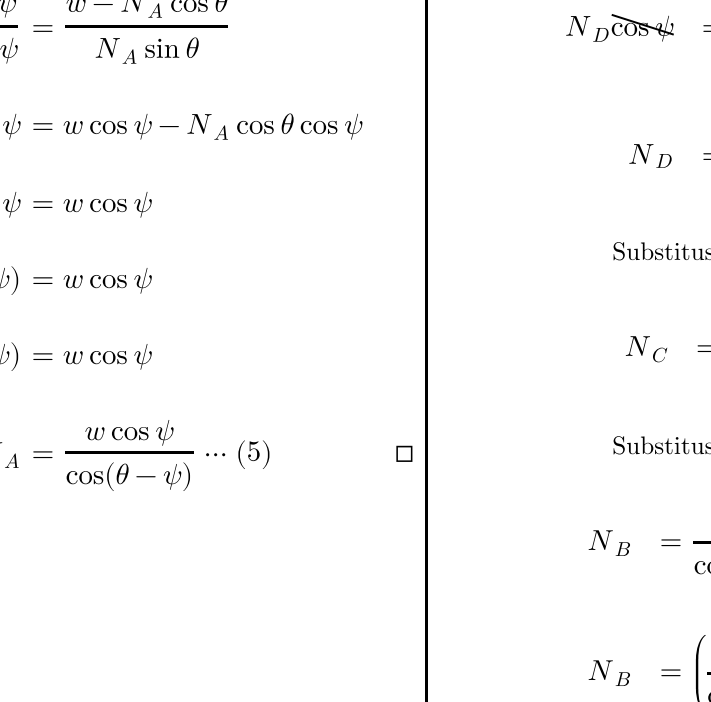


Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_2 \sin \theta_2 - N_1 \sin \theta_1 &= 0 & N_1 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2 - w &= 0 \\ N_1 \sin \theta_1 &= N_2 \sin \theta_2 \dots (1) & N_1 \cos \theta_1 &= N_2 \cos \theta_2 + w \dots (2) \end{aligned}$$

<p>Bagi Pers. (1) dengan (2):</p> $\frac{N_1 \sin \theta_1}{N_1 \cos \theta_1} = \frac{N_2 \sin \theta_2}{N_2 \cos \theta_2 + w}$ $(N_2 \cos \theta_2 + w) \sin \theta_1 = N_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1$ $N_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1 + w \sin \theta_1 = N_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1$ $w \sin \theta_1 = N_2 \sin \theta_2 \cos \theta_1 - N_2 \cos \theta_2 \sin \theta_1$	$w \sin \theta_1 = N_2 (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1)$ $w \sin \theta_1 = N_2 \sin (\theta_2 - \theta_1)$ $N_2 = \frac{w \sin \theta_1}{\sin (\theta_2 - \theta_1)}$ <p>Mensubstitusikannya ke Pers. (1) memberikan kita</p> $N_1 = \frac{w \sin \theta_2}{\sin (\theta_2 - \theta_1)}$
---	--

10. Bola Terjepit 2.0 (***) . Gaya-gaya yang bekerja pada bola:



Perhatikan bahwa

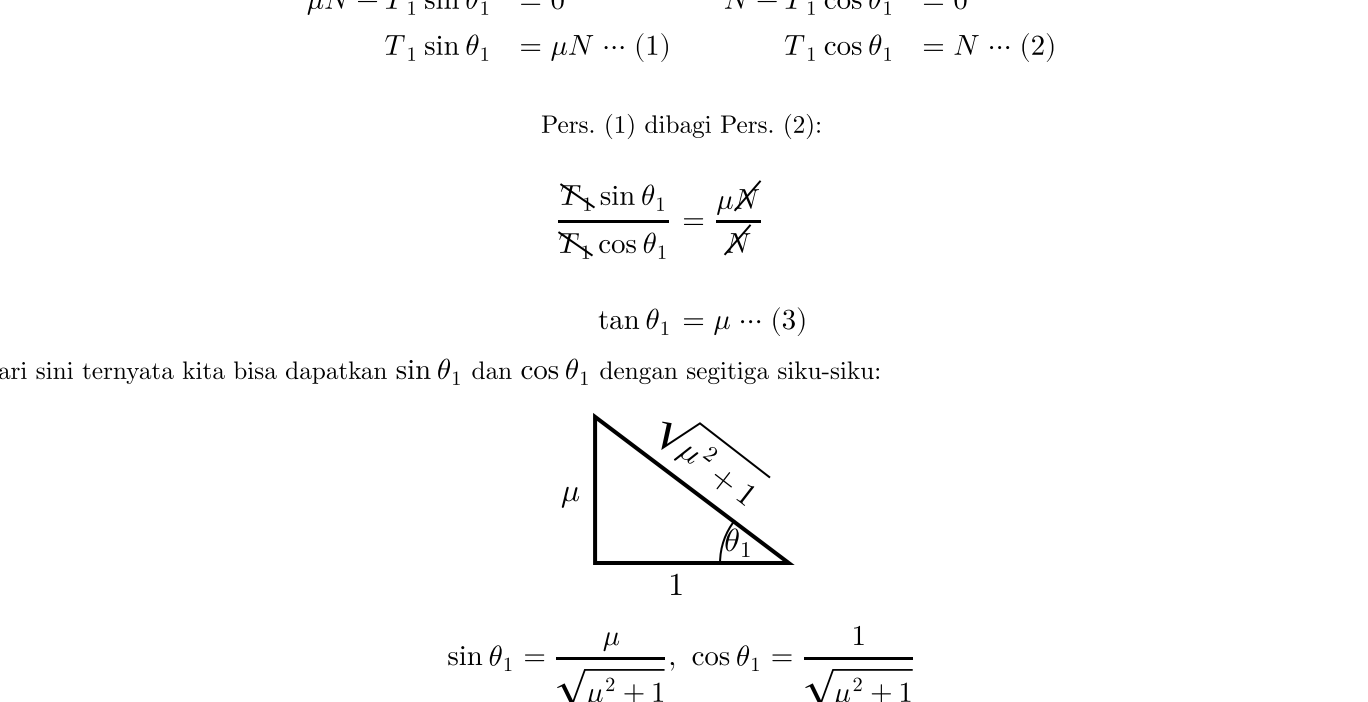
$$\theta_a + \theta_b + 90^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \theta_a + \theta_b = 90^\circ$$

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_a \sin \theta_a - N_b \sin \theta_b &= 0 & N_a \cos \theta_a + N_b \cos \theta_b - w &= 0 \\ N_a \sin \theta_a &= N_b \sin \theta_b \dots (1) & N_a \cos \theta_a &= -N_b \cos \theta_b + w \dots (2) \end{aligned}$$

<p>Bagi Pers. (1) dengan (2):</p> $\frac{N_a \sin \theta_a}{N_a \cos \theta_a} = \frac{N_b \sin \theta_b}{-N_b \cos \theta_b + w}$ $(w - N_b \cos \theta_b) \sin \theta_a = N_b \sin \theta_b \cos \theta_a$ $w \sin \theta_a = N_b \sin \theta_b \cos \theta_a + N_b \cos \theta_b \sin \theta_a$	$W \sin \theta_a = N_b (\sin \theta_b \cos \theta_a + \cos \theta_b \sin \theta_a)$ $= N_b \sin (\theta_a + \theta_b)$ $N_b = w \sin \theta_a$ <p>Mensubstitusikannya ke Pers. (1) memberikan kita</p> $N_a = w \sin \theta_b$
--	--

11. Dua Bola di dalam Sumur (****) . Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:



Dari gambar sebelah kanan, kita dapatkan

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2d(r_1 + r_2) - d^2}}{r_1 + r_2}, \quad \cos \theta = \frac{d - (r_1 + r_2)}{r_1 + r_2}, \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{2d(r_1 + r_2) - d^2}}{d - (r_1 + r_2)}$$

Kita tinjau gaya pada tiap bola sendiri-sendiri:

Bola 1 :

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_A - N_D \cos \theta &= 0 & N_D \sin \theta - w_1 &= 0 \\ N_A &= N_D \cos \theta \dots (1) & N_D &= \frac{w_1}{\sin \theta} \dots (2) \quad \square \end{aligned}$$

Bola 2 :

Hukum I Newton:

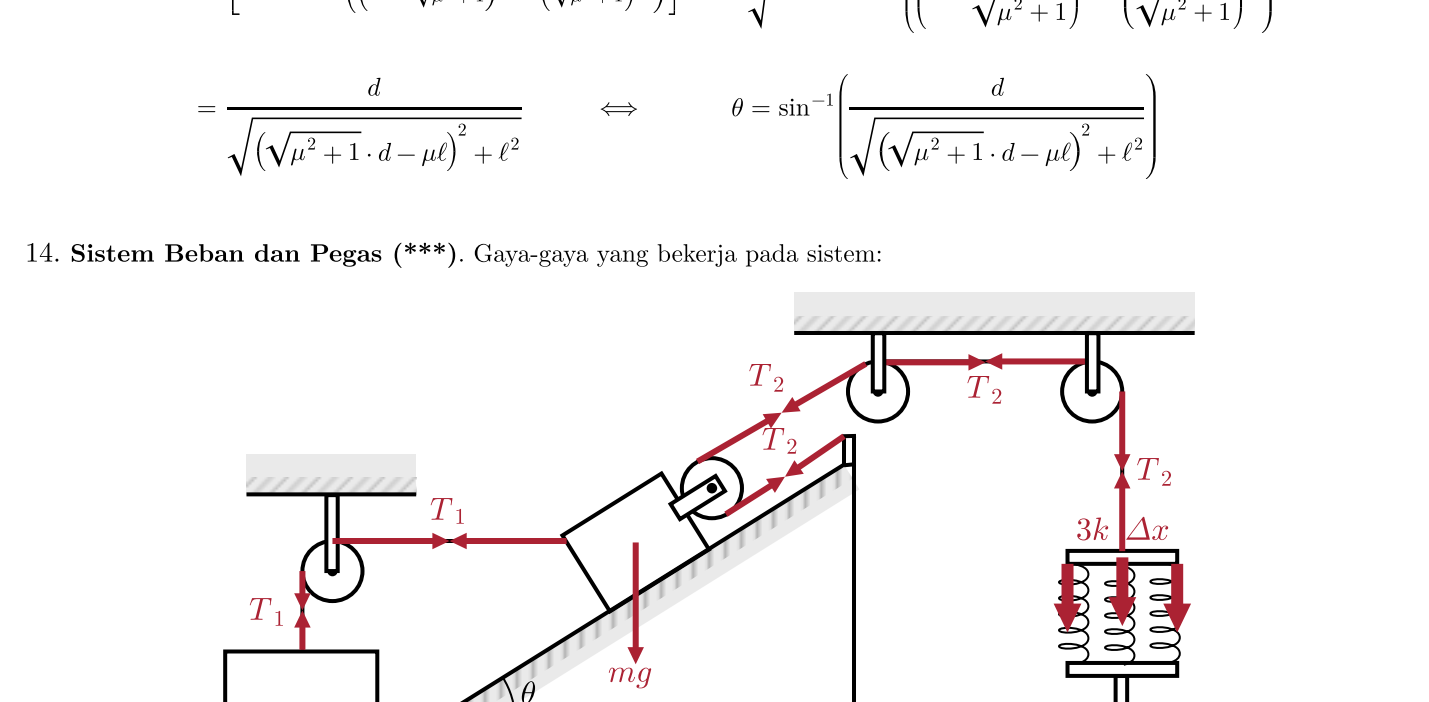
$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_D \cos \theta - N_C &= 0 & N_B - N_D \sin \theta - w_2 &= 0 \\ N_C &= N_D \cos \theta \dots (3) & N_B &= N_D \sin \theta + w_2 \dots (4) \end{aligned}$$

Substitusikan Pers. (2) ke tiga persamaan lainnya:

$$\begin{aligned} (1) : \quad N_A &= \frac{w_1}{\tan \theta} \quad \square \\ (3) : \quad N_C &= \frac{w_1}{\tan \theta} \quad \square \\ (4) : \quad N_B &= w_1 + w_2 \quad \square \end{aligned}$$

Terakhir, kita masukan nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut θ . Silakan dicoba sendiri.

12. Sepasang Bola yang Terjebak (****) . Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:



Dari gambar sebelah kanan, kita dapatkan

$$\sin \psi = \frac{\sqrt{4r^2 - x^2}}{2r}, \quad \cos \psi = \frac{x}{2r}, \quad \tan \psi = \frac{\sqrt{4r^2 - x^2}}{x}$$

Kita tinjau gaya pada tiap bola sendiri-sendiri:

Bola kiri:

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_A \sin \theta - N_D \cos \psi &= 0 & N_D \sin \psi + N_A \cos \theta - w &= 0 \\ N_D \cos \psi &= N_A \sin \theta \dots (1) & N_D \sin \psi &= w - N_A \cos \theta \dots (2) \quad \square \end{aligned}$$

Bola kanan:

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ N_D \cos \psi - N_C &= 0 & N_B - N_D \sin \psi - w &= 0 \\ N_C &= N_D \cos \psi \dots (3) & N_B &= N_D \sin \psi + w_2 \dots (4) \end{aligned}$$

<p>Pers. (2) dibagi Pers. (1):</p> $\frac{N_D \sin \psi}{N_D \cos \psi} = \frac{w - N_A \cos \theta}{N_A \sin \theta}$ $N_A \sin \theta \sin \psi = w \cos \psi - N_A \cos \theta \cos \psi$ $N_A \sin \theta \cos \psi + N_A \cos \theta \cos \psi = w \cos \psi$ $N_A \cos(\theta - \psi) = w \cos \psi$ $N_A = \frac{w \cos \psi}{\cos(\theta - \psi)} \dots (5) \quad \square$	<p>Substitusikan Pers. (5) ke (1):</p> $N_D \cos \psi = \frac{w \cos \psi}{\cos(\theta - \psi)} \sin \theta$ $N_D = \frac{w \sin \theta}{\cos(\theta - \psi)} \dots (6) \quad \square$ <p>Substitusikan Pers. (6) ke (3):</p> $N_C = \frac{w \sin \theta \cos \psi}{\cos(\theta - \psi)} \quad \square$ <p>Substitusikan Pers. (6) ke (4):</p> $N_B = \frac{w \sin \theta}{\cos(\theta - \psi)} \sin \psi + w$ $N_B = \left(\frac{\sin \theta \sin \psi}{\cos(\theta - \psi)} + 1 \right) w \quad \square$
--	---

Silakan coba substitusikan nilai fungsi trigonometri untuk ψ sendiri (aku males). Hitung juga nilai $\cos(\theta - \psi)$.

13. Sistem Dua Beban, Cincin pada Tongkat, dan Katrol (****) .

Cukup jelas bahwa $T_2 = mg$ dan $T_3 = Mg$. Kita membelah θ menjadi θ_1 dan θ_2 hanya untuk mempermudah analisis. Kita bisa mencari nilai fungsi trigonometri untuk kedua sudut tersebut dengan geometri, tetapi kita tunda itu untuk nanti dulu. Gaya-gaya yang bekerja pada cincin adalah:

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ \mu N - T_1 \sin \theta_1 &= 0 & N - T_1 \cos \theta_1 &= 0 \\ T_1 \sin \theta_1 &= \mu N \dots (1) & T_1 \cos \theta_1 &= N \dots (2) \end{aligned}$$

Pers. (1) dibagi Pers. (2):

$$\frac{N \sin \theta_1}{N \cos \theta_1} = \frac{\mu N}{N}$$

$$\tan \theta_1 = \mu \dots (3)$$

Dari sini ternyata kita bisa dapatkan $\sin \theta_1$ dan $\cos \theta_1$ dengan segitiga siku-siku:

$$\sin \theta_1 = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + 1}}, \quad \cos \theta_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + 1}}$$

Selanjutnya kita akan meninjau gaya-gaya yang bekerja pada perpotongan tiga tali. Kita akan memerlukan sudut θ_2 . Akan tetapi, kita coba kerjakan dahulu apa adanya, baru kita tentukan apakah kita perlu mencari sudut θ_2 dengan geometri.

Hukum I Newton:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 & \Sigma F_y &= 0 \\ T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 &= 0 & T_1 \cos \theta_1 + T_2 \cos \theta_2 - T_3 &= 0 \\ T_1 \sin \theta_1 &= T_2 \sin \theta_2 & T_1 \cos \theta_1 + T_2 \cos \theta_2 &= T_3 \\ T_1 \sin \theta_1 &= mg \sin \theta_2 & T_1 \cos \theta_1 + mg \cos \theta_2 &= Mg \dots (5) \\ T_1 &= \frac{mg \sin \theta_2}{\sin \theta_1} \dots (4) \end{aligned}$$

Substitusi Pers. (4) ke Pers. (5):

$$\begin{aligned} m \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \cos \theta_1 + m \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \cos \theta_2 &= Mg \\ \frac{m \sin \theta_2 \cos \theta_1 + m \cos \theta_2 \sin \theta_1}{\sin \theta_1} &= M \\ m(\sin \theta_2 \cos \theta_1 + \cos \theta_2 \sin \theta_1) &= M \sin \theta_1 \\ m \sin(\theta_1 + \theta_2) &= M \sin \theta_1 \\ m &= \frac{M \sin \theta_1}{\sin \theta} = \frac{M \mu}{\sqrt{\mu^2 + 1} \cdot 1 + \sin \theta} \dots (6) \quad \square \end{aligned}$$

$$T_1 = \frac{M \sin \theta_2}{\sin \theta} \cdot g \cdot \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{M g \sin \theta_2}{\sin \theta}$$

Dengan geometri, kita bisa temukan $\sin \theta_2$:

Di mana $\sqrt{(d - \ell \sin \theta_1)^2 + \ell^2 \cos^2 \theta_1}$ kita dapatkan dengan teorema Pythagoras. Dari sini bisa disimpulkan:

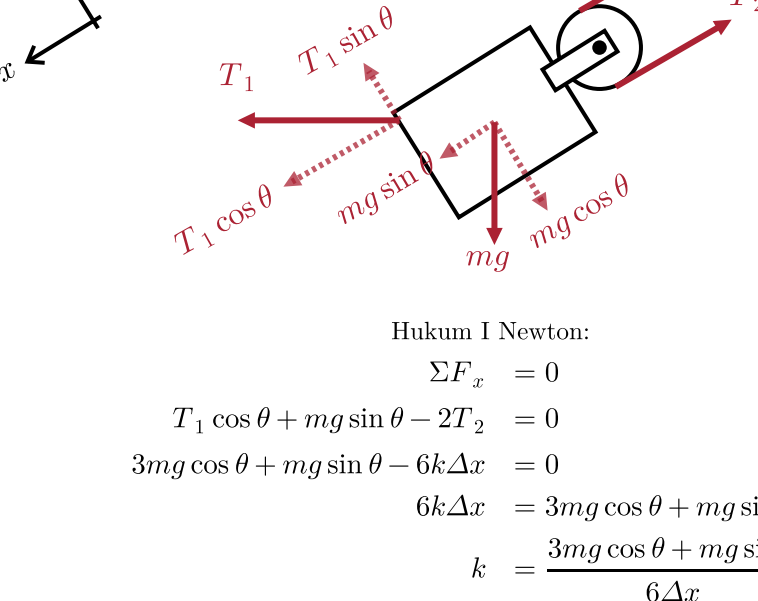
$$\begin{aligned} \sin \theta_2 &= \frac{d - \ell \sin \theta_1}{\left[(d - \ell \sin \theta_1)^2 + \ell^2 \cos^2 \theta_1 \right]^{1/2}} = \frac{d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}}}{\left[\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right]^{1/2}} \\ \cos \theta_2 &= \frac{\ell \cos \theta_1}{\left[(d - \ell \sin \theta_1)^2 + \ell^2 \cos^2 \theta_1 \right]^{1/2}} = \frac{\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}}}{\left[\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right]^{1/2}} \end{aligned}$$

Silakan coba disubstitusikan sendiri ke T_1 . Nilai θ saat kondisi tersebut terjadi adalah

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &= \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ &= \frac{\mu}{[\mu^2 + 1]^{1/2}} \cdot \frac{\left[\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right]^{1/2}}{\left[\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{[\mu^2 + 1]^{1/2}} \cdot \frac{d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}}}{\left[\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right]^{1/2}} \\ &= \frac{\frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} + d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}}}{\left[(\mu^2 + 1) \left(\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right) \right]^{1/2}} = \frac{d}{\sqrt{(\mu^2 + 1) \left(\left(d - \frac{\mu \ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 + \left(\frac{\ell}{\sqrt{\mu^2 + 1}} \right)^2 \right)}} \\ &= \frac{d}{\sqrt{(\mu^2 + 1) \cdot d - \mu \ell^2 + \ell^2}} \Leftrightarrow \theta = \sin^{-1} \left(\frac{d}{\sqrt{(\mu^2 + 1) \cdot d - \mu \ell^2 + \ell^2}} \right) \quad \square \end{aligned}$$

14. Sistem Beban dan Pegas (***) . Gaya-gaya yang bekerja pada sistem:

Cukup jelas bahwa $T_1 = 3mg$ dan $T_2 = 3k\Delta x$. Selanjutnya, kita analisis gaya-gaya yang bekerja pada balok m di bidang miring:



Hukum I Newton:
 $\Sigma F_x = 0$
 $T_1 \cos \theta + mg \sin \theta - 2T_2 = 0$
 $3mg \cos \theta + mg \sin \theta - 6k\Delta x = 0$
 $6k\Delta x = 3mg \cos \theta + mg \sin \theta$
 $k = \frac{3mg \cos \theta + mg \sin \theta}{6\Delta x} \quad \square$

15. **Tumpukan Balok pada Bidang Miring (**).** Resultan gaya pada balok A maupun B pasti sama dengan nol. Balok B tertahan oleh tali, sedangkan balok A bergerak dengan kecepatan konstan (tanpa percepatan). Yuk, langsung kita tinjau gaya pada tiap balok:

<div>Balok B: $\Sigma F_x = 0$ $f_2 + W \sin \theta - T = 0$ $T = \mu_k N_2 + W \sin \theta \dots (1)$ $\Sigma F_y = 0$ $N_2 - W \cos \theta = 0$ $N_2 = W \cos \theta \dots (2)$</div>	<div>Balok A: $\Sigma F_x = 0$ $W \sin \theta - f_1 - f_2 = 0$ $\mu_k N_1 + \mu_k N_2 = W \sin \theta$ $\mu_k (N_1 + N_2) = W \sin \theta \dots (3)$ $\Sigma F_y = 0$ $N_1 - N_2 - W \cos \theta = 0$ $N_1 = N_2 + W \cos \theta \dots (4)$</div>
<div>Substitusikan (2) ke (4): $N_1 = 2W \cos \theta \dots (5)$ Substitusikan (2) dan (5) ke (3): $3\mu_k W \cos \theta = W \sin \theta$ $\mu_k = \frac{\tan \theta}{3} = \frac{\frac{3}{4}}{3} = \frac{1}{4}$</div> <div>□</div>	<div>Substitusikan (2) dan μ_k ke (1): $T = \frac{W \cos \theta}{4} + W \sin \theta$ $= \frac{\frac{4}{5}W}{4} + \frac{3}{5}W$ $= \frac{4W}{5}$</div> <div>□</div>

