# Trigonometri Dasar I

**Nayaka**

**19 Oktober 2022**

## A Pendahuluan

**Trigonometri** adalah cabang ilmu geometri yang membahas tentang segitiga. Trigonometri memberikan hubungan analitis antara sisi dan sudut suatu segitiga, serta menghubungkan geometri dengan aljabar. Kenapa harus repot-repot belajar trigonometri?

Kita mulai dengan meninjau beberapa persoalan. Misalkan kita punya suatu segitiga yang panjang seluruh sisinya sudah diketahui. Kira-kira apakah informasi tersebut cukup untuk menentukan bagian-bagian segitiga lainnya, yakni sudutnya? Misalnya:

**Contoh A.1.** "Panjang seluruh sisi suatu segitiga adalah 4 sentimeter. Berapa besar sudut-sudutnya?"

Segitiga tersebut adalah segitiga sama sisi, yang besar ketiga sudutnya sama. Karena jumlah besar sudut-sudut dalam satu segitiga adalah $180^\circ$, kita bisa temukan bahwa besar tiap sudutnya adalah $180^\circ/3 = 60^\circ$. Lagi:

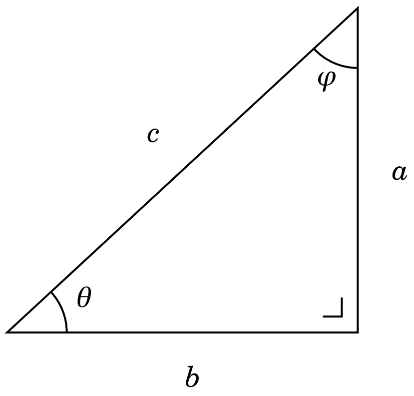
**Contoh A.2.** "Panjang sisi-sisi suatu segitiga adalah 3, 4, dan 5 sentimeter. Tentukan besar dari salah satu sudutnya."

Tentunya panjang sisi-sisi segitiga tersebut memenuhi teorema Pythagoras: $3^2 + 4^2 = 5^2$. Teorema tersebut hanya berlaku untuk segitiga siku-siku, sehingga kita tahu bahwa besar salah satu sudut pada segitiga tersebut adalah $90^\circ$. Bagaimana dengan pertanyaan berikut:

**Contoh A.3.** "Panjang sisi-sisi suatu segitiga adalah 2, 3, dan 4 sentimeter. Berapa besar sudut-sudutnya?"

Apakah ada rumus atau fakta geometris yang bisa kita pakai di sini? Sayangnya tidak. Hal terbaik yang bisa kita lakukan hanyalah mencoba menggambar segitiga tersebut lalu mengukur besar sudutnya dengan busur. Dari sini bisa kita sadari bahwa masih ada "lubang" dalam ilmu geometri yang belum kita isi. Bahkan pertanyaan sesepele ini belum bisa kita jawab dengan kepastian. Oleh karena itu, trigonometri hadir untuk memberikan solusi.

## B 6 Fungsi Trigonometri




Dengan segitiga siku-siku di atas, kita bisa definisikan 6 fungsi[i] trigonometri pada sudut $\theta$ (dibaca "theta") sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sin(\theta) &= \frac{depan}{miring} = \frac{a}{c} & \csc(\theta) &= \frac{miring}{depan} = \frac{c}{a} \\ \cos(\theta) &= \frac{samping}{miring} = \frac{b}{c} & \sec(\theta) &= \frac{miring}{samping} = \frac{c}{b} \\ \tan(\theta) &= \frac{depan}{samping} = \frac{a}{b} & \cot(\theta) &= \frac{samping}{depan} = \frac{b}{a} \end{aligned}$$

Yang dimaksud dengan "depan" adalah sisi yang berada di depan sudut $\theta$. Sedangkan "samping" adalah sisi yang berada di samping sudut, di mana salah satu ujung sisi tersebut adalah titik sudut $\theta$. Terakhir, "miring" maksudnya adalah sisi miring/hipotenusa dari segitiga siku-siku tersebut. Keenam fungsi di atas, yakni sinus, kosinus, tangen, kosekan, sekan, dan kotangen[ii] adalah alat perkakas utama dalam trigonometri.

## C Hubungan antara Keenam Fungsi Trigonometri

Dengan menggunakan segitiga siku-siku dan definisi pada bagian B, akan kita buktikan beberapa identitas[iii] berikut:

**Proposisi C.1.** [iv] $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

*Bukti.*

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{c} \div \frac{b}{c} = \frac{a}{\cancel{c}} \times \frac{\cancel{c}}{b} = \frac{a}{b} = \tan\theta$$ □

**Proposisi C.2.** $\csc\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

*Bukti.*

$$\csc\theta = \frac{c}{a} = \left(\frac{a}{c}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{a}{c}} = \frac{1}{\sin\theta}$$ □

[i]Catat bahwa makna kata "fungsi" di sini bukanlah "kegunaan"; "fungsi" di sini sama saja seperti "fungsi" $f(x)$ di aljabar.

[ii]Bahasa Inggris: *sine*, *cosine*, *tangent*, *cosecant*, *secant*, *cotangent*.

[iii]Identitas adalah suatu persamaan yang selalu benar untuk semua nilai variabel. Misalnya, persamaan $x = x$ adalah suatu identitas karena tidak peduli berapa nilai variabel $x$, persamaan tersebut bernilai benar.

[iv]Proposisi adalah pernyataan yang mempunyai nilai kebenaran: benar atau salah. Di sini, kita mau membuktikan kebenaran dari proposisi yang telah dinyatakan.

**Proposisi C.3.** $\sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

*Bukti.*

$$\sec\theta = \frac{c}{b} = \left(\frac{b}{c}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{b}{c}} = \frac{1}{\cos\theta} \qquad \square$$

**Proposisi C.4.** $\cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

*Bukti.*

$$\cot\theta = \frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{1}{\tan\theta} \qquad \square$$

Lalu,

$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \qquad \square$$

**Proposisi C.5.** $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ [v]

*Bukti.* Berdasarkan teorema Pythagoras,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Membagi kedua ruas dengan $c^2$ akan menghasilkan

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1$$

Berdasarkan definisi, $\dfrac{a}{c}$ dan $\dfrac{b}{c}$ secara berturut-turut adalah $\sin\theta$ dan $\cos\theta$. Dengan demikian,

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \square$$

Identitas ini dan turunannya (Proposisi C.6 & C.7) sering disebut identitas *Pythagorean* karena berasal dari teorema Pythagoras.

**Proposisi C.6.** $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

*Bukti.* Kita bisa gunakan Proposisi C.5:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Membagi kedua ruas persamaan dengan $\cos^2\theta$ memberikan kita

$$\frac{sin^2\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\theta}$$
$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta \qquad \square$$

**Proposisi C.7.** $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

*Bukti.* Kita bisa gunakan Proposisi C.5:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Membagi kedua ruas persamaan dengan $\sin^2\theta$ memberikan kita

$$\frac{sin^2\theta}{\sin^2\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$$
$$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta \qquad \square$$

[v] Catat bahwa $\sin^2\theta = (\sin\theta)(\sin\theta)$. Hal yang sama berlaku bagi kelima fungsi trigonometri lainnya.

**Proposisi C.8.** $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$ *dan* $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

*Bukti.* Perhatikan sudut $\varphi$ (dibaca "phi") pada segitiga siku-siku di bagian B. Berdasarkan definisi, $\sin\varphi = \frac{b}{c} = \cos\theta$ dan $\cos\varphi = \frac{a}{c} = \sin\theta$.

Lalu, jumlah seluruh sudut pada segitiga adalah 180°, sehingga

$$\begin{aligned} \theta + \varphi + 90° &= 180° \\ \theta + \varphi &= 90° \\ \varphi &= 90° - \theta \end{aligned}$$

Dengan demikian, $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$ dan $\cos(90° - \theta) = \sin\theta$. □

# D Sudut-sudut Istimewa

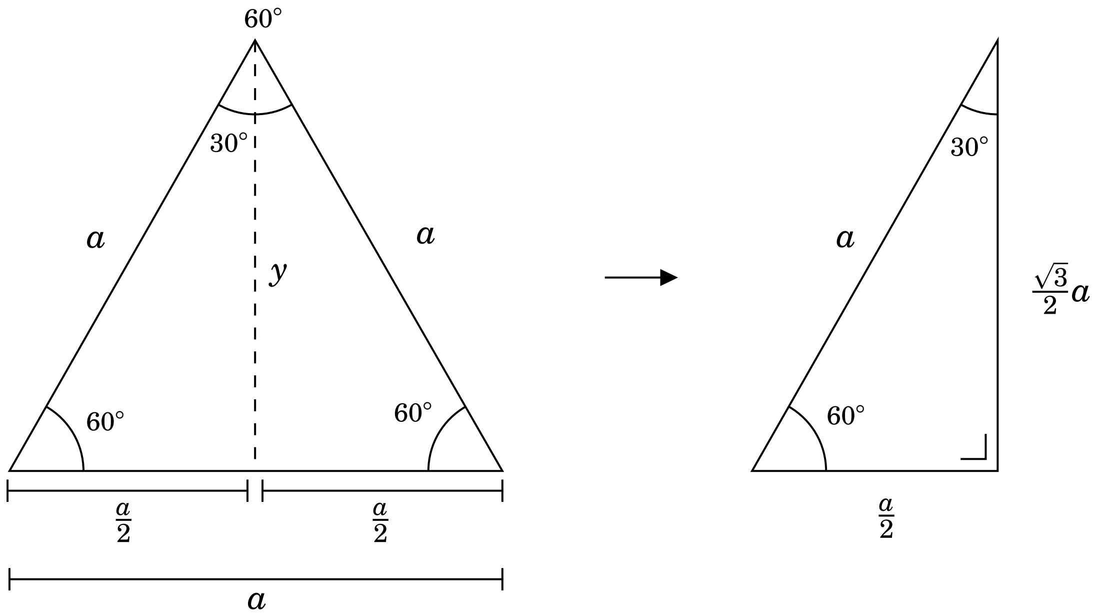
Ada beberapa sudut yang disebut "istimewa" karena nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut tersebut diketahui secara pasti dan tidak perlu dihitung menggunakan kalkulator atau deret ekspansi Taylor[vi]. Untuk awalan, kita akan mencari nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut-sudut berikut: $0°, 30°, 45°, 60°$, dan $90°$.

## D.1 30° dan 60°

Jangan terburu-buru ke bawah. Fokus pada kalimat ini. Sebuah pertanyaan sederhana:

"di mana kita bisa menemukan sudut 60° dan 30°?"

Kita bisa dengan mudah menemukan sudut 60° pada *segitiga sama sisi*, karena besar tiap sudutnya adalah 60°. Lalu, kita bisa membuat garis bagi untuk membagi sudut 60° menjadi dua sudut yang sama besar, yakni 30°. Lebih jelasnya, misalkan suatu segitiga sama sisi panjang sisinya $a$ seperti pada ilustrasi berikut:




Anda bisa menemukan tinggi segitiga $y = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ dengan menerapkan teorema Pythagoras. Sekarang, dengan menggunakan definisi sinus, kosinus, dan tangen, kita dapatkan

[vi]Kira-kira ini apa, ya? Silakan coba *browsing* tentang ini.

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

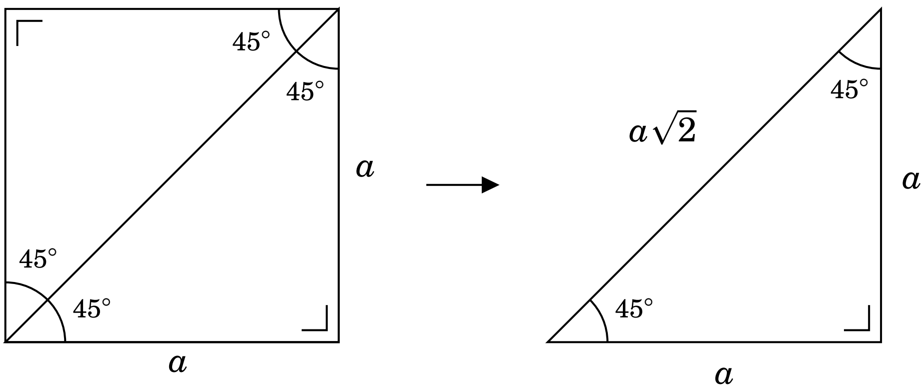
$$\tan 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$$

## D.2 45°

Lagi, kita tanyakan suatu pertanyaan sederhana:

"di mana kita bisa menemukan sudut 45°?"

Tentunya kita bisa mendapatkannya dengan membelah suatu persegi menjadi dua segitiga siku-siku yang kongruen. Lebih jelasnya, misalkan suatu persegi dengan panjang sisi $a$ seperti pada ilustrasi berikut:




Panjang diagonal $a\sqrt{2}$ bisa ditemukan dengan menerapkan teorema Pythagoras. Sekarang, dengan menggunakan definisi sinus, kosinus, dan tangen, kita dapatkan

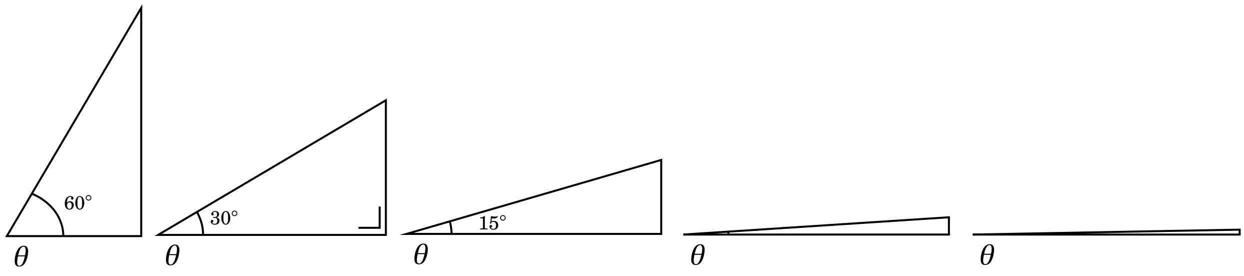
$$\sin 45^\circ = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$

## D.3 0° dan 90°

Kalau ditanya di mana kita bisa temukan sudut 0° dan 90°, tentunya tidak ada segitiga yang punya kedua sudut itu. Sudut 0° hanya ada pada garis lurus. Akan tetapi, kita bisa gunakan suatu pendekatan untuk mengetahui nilai-nilai fungsi trigonometri untuk kedua sudut tersebut.




Perhatikan bahwa semakin $\theta$ mengecil (mendekati 0), panjang sisi samping sudut $\theta$ akan makin mendekati panjang hipotenusa, dan sisi di depan sudut $\theta$ makin mendekati 0. Dengan kata lain,

$$samping \approx miring \quad \text{dan} \quad depan \approx 0$$

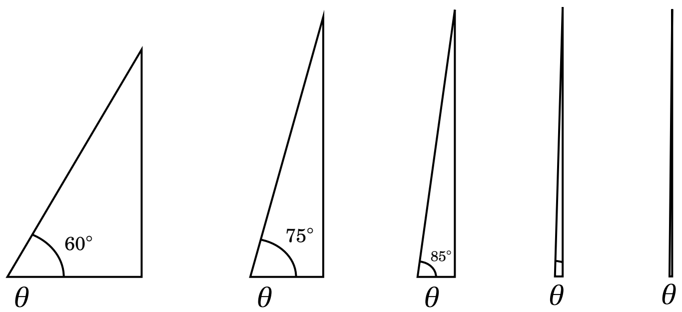
Akibatnya,

$$\sin 0° = \frac{depan}{miring} = \frac{0}{miring} = 0$$

$$\cos 0° = \frac{samping}{miring} = \frac{miring}{miring} = 1$$

$$\tan 0° = \frac{\sin 0°}{\cos 0°} = \frac{0}{1} = 0$$

Pendekatan sebaliknya bisa diterapkan untuk menentukan nilai-nilai fungsi trigonometri untuk sudut 90°.




Semakin sudut $\theta$ mendekati 90°, panjang sisi depannya akan makin mendekati panjang hipotenusa sedangkan panjang sisi samping mendekati 0. Dengan kata lain,

$$depan \approx miring \quad \text{dan} \quad samping \approx 0$$

Akibatnya,

$$\sin 90° = \frac{depan}{miring} = \frac{miring}{miring} = 1$$

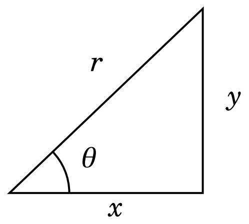
$$\cos 90° = \frac{samping}{miring} = \frac{0}{miring} = 0$$

$$\tan 90° = \frac{\sin 90°}{\cos 90°} = \frac{1}{0} \longrightarrow \text{tidak terdefinisi}$$

Pendekatan yang kita gunakan di sini adalah menggunakan aproksimasi. Pada pertemuan selanjutnya hal ini bisa kita buktikan secara pasti dengan definisi baru yang kita gunakan untuk fungsi-fungsi trigonometri.

# E Latihan Soal dan Pembahasan

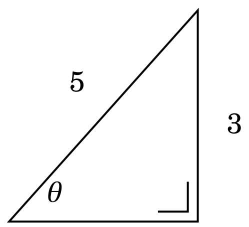
1. Sebuah segitiga siku-siku mempunyai sudut lancip sebesar $\theta$ hipotenusa dengan panjang $r$ seperti pada ilustrasi di bawah. Nyatakan panjang dua sisi lainnya ($x$ dan $y$) dalam $r$ dan $\theta$.




**Jawab.** Berdasarkan definisi sinus dan kosinus, $\sin\theta = \dfrac{y}{r}$ dan $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$. Memindahkan penyebut $r$ ke ruas kiri, kita dapatkan $r\sin\theta = y$ dan $r\cos\theta = x$.

2. Jika $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$, maka tentukan nilai $\cos\theta$ dan $\tan\theta$. $(0 \le \theta \le 90°)$

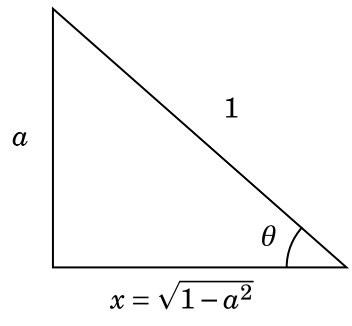
**Jawab.** Pada suatu segitiga siku-siku dengan $\theta$ sebagai salah satu sudut lancipnya, $\sin\theta = \dfrac{depan}{miring}$ sehingga bisa kita gambarkan seperti ini:




Dengan menerapkan teorema Pythagoras, kita bisa temukan bahwa panjang sisi samping sudut $\theta$ adalah 4. Dengan demikian, $\cos\theta = 4/5$ dan $\tan\theta = 3/4$.

3. Jika $\sin\theta = a$, tentukan nilai fungsi-fungsi trigonometri lainnya untuk sudut $\theta$.

**Jawab.** Perhatikan bahwa $\sin\theta = \dfrac{depan}{miring} = a = \dfrac{a}{1}$. Dari sini kita punya suatu segitiga siku-siku dengan sudut $\theta$, di mana panjang sisi depannya $a$ dan panjang hipotenusanya 1:




Misalkan sisi samping sudut $\theta$ adalah $x$. Nilai $x$ dapat dicari dengan menerapkan teorema Pythagoras:

$$a^2 + x^2 = 1$$
$$x^2 = 1 - a^2 \implies x = \sqrt{1-a^2} \quad \text{vii}$$

[vii]Mengapa di sini kita abaikan tanda ± yang seharusnya ada di depan tanda akar? Karena $x$ adalah panjang sisi segitiga. Hasil berupa $x = -\sqrt{1-a^2}$ adalah tidak masuk akal karena panjang tidak mungkin negatif.

Sekarang sisi-sisi segitiga siku-siku sudah kita lengkapi dan kita bisa mencari nilai fungsi trigonometri untuk sudut $\theta$:

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1} = \sqrt{1-a^2}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$$

Silakan hitung $\sec\theta$, $\csc\theta$, dan $\cot\theta$ sendiri.

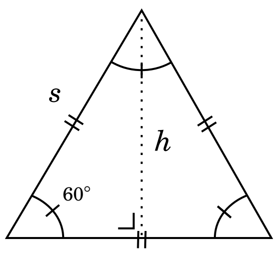
**Alternatif Jawaban.** Kita bisa gunakan identitas dari Proposisi C.5:

$$\begin{aligned}
\sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \\
a^2 + \cos^2\theta &= 1 \\
\cos^2\theta &= 1 - a^2 \\
\cos\theta &= \pm\sqrt{1-a^2} \qquad \text{[viii]} \\
\cos\theta &= \sqrt{1-a^2}
\end{aligned}$$

Silakan coba hitung nilai-nilai fungsi trigonometri lainnya.

4. Tentukan luas segitiga sama sisi dengan panjang sisi $s$.

   **Jawab.** Besar tiap sudut pada segitiga sama sisi adalah 60°. Kita bisa belah segitiga sama sisi menjadi dua segitiga siku-siku yang kongruen. Perhatikan ilustrasi berikut:




$$\begin{aligned}
\sin 60^\circ &= \frac{h}{s} \\
\frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{h}{s} \\
h &= \frac{\sqrt{3}}{2}s
\end{aligned}$$

Selanjutnya, mencari luas segitiga:

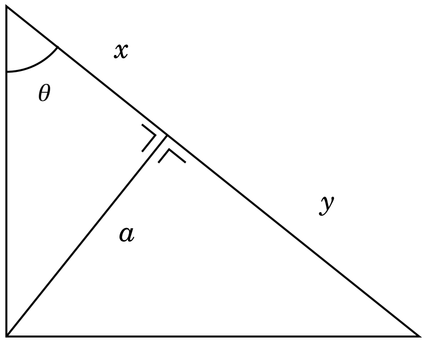
$$\begin{aligned}
L &= \frac{1}{2} < alas > \times < tinggi > \\
&= \frac{1}{2}sh \\
&= \frac{1}{2}s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}s \\
&= \frac{\sqrt{3}}{4}s^2
\end{aligned}$$

[viii] Kenapa di sini malah pakai tanda ± di depan akar? Di pertemuan selanjutnya Anda akan paham bahwa nilai-nilai fungsi trigonometri bisa negatif. Sabar, ya. Untuk sementara, kita pakai nilai yang positif dahulu karena kita menggunakan definisi yang berdasar kepada panjang sisi-sisi segitiga siku-siku, sedangkan panjang sisi tidak mungkin negatif. Secara umum, sebenarnya alternatif jawaban ini lebih tepat karena soal tidak membatasi sudut $\theta$ sebagai sudut lancip.

5. Pada suatu segitiga siku-siku, diketahui $\theta$ adalah salah satu sudut lancipnya. Segitiga tersebut dibelah menjadi dua segitiga siku-siku kecil dengan tinggi $a$ dan alasnya masing-masing $x$ dan $y$ (lihat ilustrasi).

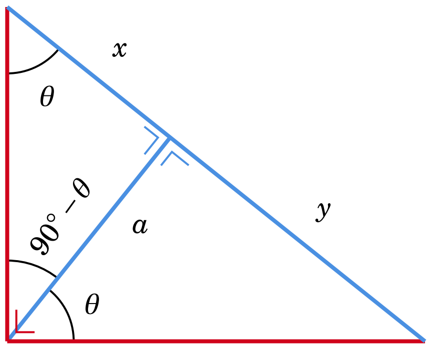
   (a) Nyatakan luas segitiga siku-siku besar dalam $a$ dan $\theta$.

   (b) Buktikan dengan trigonometri bahwa $xy = a^2$.



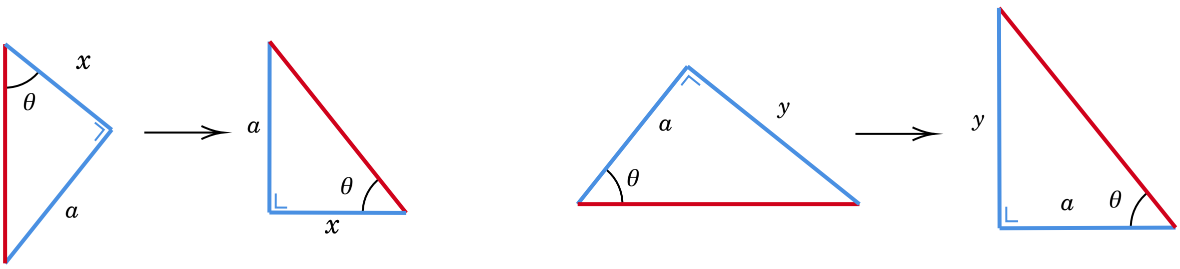

**Jawab.**

(a) Mari kita lengkapi dulu sudut-sudut dalam segitiga tersebut.




Untuk mencari luas segitiga, kita bebas memilih alas dan tinggi yang kita mau (lihat gambar di atas). Kita akan pakai yang biru (silakan coba sendiri untuk yang merah). Alas dari segitiga tersebut adalah $x + y$ dan tingginya adalah $a$. Luas segitiganya adalah $\frac{1}{2}(x + y)a$. Karena kita harus menyatakan jawabannya dalam $a$ dan $\theta$, kita harus nyatakan $x$ dan $y$ dalam variabel tersebut terlebih dahulu.

Perhatikan dua segitiga siku-siku kecil yang menyusun segitiga siku-siku besar:




Pada segitiga pertama (kiri), $\tan\theta = \frac{a}{x}$ sehingga $x = \frac{a}{\tan\theta}$. Pada segitiga kedua (kanan), $\tan\theta = \frac{y}{a}$ sehingga $y = a\tan\theta$. Dengan demikian, luas segitiga siku-siku besar adalah

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}(x+y)a &= \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\tan\theta}+a\tan\theta\right)a \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tan\theta}+\tan\theta\right)a^2 && \text{ix} \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{1+\tan^2\theta}{\tan\theta}\right)a^2 && \text{x} \\
&= \frac{1}{2}\frac{\sec^2\theta}{\tan\theta}a^2 && \text{xi} \\
&= \frac{1}{2}\frac{\frac{1}{\cos^2\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}a^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{1}{\cos^{\cancel{2}}\theta}\times\frac{\cancel{\cos\theta}}{\sin\theta}a^2 \\
&= \frac{a^2}{2\cos\theta\sin\theta} \quad \blacksquare
\end{aligned}
$$

(b) Di bagian (a) tadi kita temukan $x=\dfrac{a}{\tan\theta}$ dan $y=a\tan\theta$. Maka $xy=\dfrac{a}{\cancel{\tan\theta}}\times a\cancel{\tan\theta}=a^2$. $\square$

---

[xi]Di sini kita memfaktorkan $a$ dari ekspresi di dalam kurung.

[xi]Di sini kita menyamakan penyebut antara $\dfrac{1}{\tan\theta}$ dengan $\tan\theta$.

[xi]Di sini kita gunakan identitas dari Proposisi C.6: $\tan^2\theta+1=\sec^2\theta$. Catat bahwa $\sec\theta=\dfrac{1}{\cos\theta}$ dan $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$.

# F Daftar Pustaka

Gelfand, I.M. Saul, M. (2001). *Trigonometry*. Boston, NY: Birkhauser.

Miller, Kenneth S. Walsh, John B. (1962). *Elementary and Advanced Trigonometry*. New York, NY: Harper & Bros.

Nasoetion dkk. (1994). *Matematika 1: Untuk Sekolah Lanjutan Umum 1*. Jakarta: Balai Pustaka.

——————. (1994). *Matematika 2: Untuk Sekolah Lanjutan Umum 2*. Jakarta: Balai Pustaka.

# G Lampiran

**Alfabet Yunani**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\mathrm{A}\alpha$ | $\mathrm{B}\beta$ | $\Gamma\gamma$ | $\Delta\delta$ | $\mathrm{E}\varepsilon$ | $\mathrm{Z}\zeta$ |
| Alpha | Beta | Gamma | Delta | Epsilon | Zeta |
| $\mathrm{H}\eta$ | $\Theta\vartheta$ | $\mathrm{I}\iota$ | $\mathrm{K}\varkappa$ | $\Lambda\lambda$ | $\mathrm{M}\mu$ |
| Eta | Theta | Iota | Kappa | Lambda | Mu |
| $\mathrm{N}\nu$ | $\Xi\xi$ | $\mathrm{O}o$ | $\Pi\pi$ | $\mathrm{P}\rho$ | $\Sigma\sigma/\varsigma$ |
| Nu | Xi | Omikron | Pi | Rho | Sigma |
| $\mathrm{T}\tau$ | $\upsilon\Upsilon$ | $\Phi\varphi$ | $\mathrm{X}\chi$ | $\Psi\psi$ | $\Omega\omega$ |
| Tau | Upsilon | Phi | Chi | Psi | Omega |

**Identitas-identitas Pemfaktoran**

$$\begin{aligned}
(a \pm b)^2 &= a^2 + b^2 \pm 2ab \\
a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \\
(x+a)(x+b) &= x^2 + (a+b)x + ab \\
(a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\
(a \pm b)^3 &= a^3 \pm b^3 \pm 3ab(a \pm b) = a^3 \pm b^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \\
a^3 + b^3 &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \\
a^3 - b^3 &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \\
a^n - b^n &= (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1}), \qquad n \in \mathbb{N}
\end{aligned}$$