CBSE कक्षा 11 अर्थशास्त्र
पाठ - 6 परिक्षेपण के माप
पुनरावृत्ति नोट्स

स्मरणीय बिन्दु-

- **परिक्षेपण** केन्द्रीय मूल्यों से : आँकड़ो के फैलाव को परिक्षेपण कहा जाता है। यह बताता है कि वितरण का मान उसके औसत मान से कितना भिन्न है।
- **परिक्षेपण मापन की विधियाँ**
    - मूल्यों के विस्तार या बिखराव के आधार पर परिक्षेपण के माप: इसमें निम्नलिखित तीन विधियाँ आती है:-
        - परास/विस्तार
        - अंतर - चतुर्थक परास (IQR)
        - चतुर्थक विचलन ((QD)
    - औसत के आधार पर परिक्षेपण के माप: इसमें दो विधियाँ आती है
        - माध्य /अ औसत विचलन (MD)
        - मानक विचलन (SD)
    - रेखाचित्र विधि : लॉरेंज वक्र

- **मूल्यों के विस्तार के आधार पर परिक्षेपण के माप**
    1. **परास / विस्तार (R)** = अधिकतम मान – न्यूनतम मान।। R = L – S
       परास / विस्तार का गुणांक $(CR) = \frac{L-S}{L+S}$
       टिप्पणी: परास का अधिक मान अधिक परिक्षेपण को तथा कम मान निम्न परिक्षेपण को व्यक्त करता है।
    2. **अंतर - चतुर्थक विस्तार / परास (IQR)**
       IQR= $Q_3 – Q_1$
       जहाँ
       Q_3 = तृतीयक चतुर्थक
       Q_1 = प्रथम चतुर्थक
       टिप्पणी:
        1. यह किसी वितरण में माध्य के 50% मानों पर आधारित होता है।
        2. यह चरम मानों के द्वारा प्रभावित नहीं होता है।
    3. **चतुर्थक – विचलन (QD)**
       $CD = \frac{Q_3-Q_1}{2}$
       इसे अर्थ अंतर – चतुर्थक विस्तार भी कहते है।

चतुर्थक विचलन गुणांक $(CQD) = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

- **चतुर्थक ज्ञात करना**

  पद मूल्यों को सर्वप्रथम बढ़ते या घटते क्रम में व्यवस्थित करें।

व्यक्तिगत श्रेणी	खण्डित श्रेणी	अखण्डित श्रेणी
$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)^{th}$ वे पद का आकार $Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)^{th}$ वे पद का आकार जहाँ N मदों की संख्या	इसमें संचयी आवृत्ति निकालें फिर $Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)^{th}$ वे पद का आकार $Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)^{th}$ वे पद का आकार जहाँ N आवृत्तियों का यो $N = \Sigma f$	इसमें संचयी आवृत्ति निकालें फिर $Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ वे पद का आकार $Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - cf}{f} \times i$ तथा $Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)^{th}$ वे मद का आकार $Q_3 = L_1 + \frac{\frac{3N}{4} - cf}{f} \times i$

- **औसत के आधार पर परिक्षेपण की माप :**

  माध्य विचलन यह किसी केन्द्रीय प्रवृति के माप (माध्य, माध्यिका या बहुलक) से विभिन्न मूल्यों के विचलनों के माध्य से निकाला जाता हैं। इससे केवल निरपेक्ष मूल्य लिए जाते है। धनात्मक तथा ऋणात्मक चिह्नों को अवहेलना कर दी जाती है। इसके लिए दो समान्तर खड़ी रेखाएँ का प्रयोग करते है। इसमें केवल निरपेक्ष मूल्य ही लिए जाते है।

  श्रेणी के यहाँ सभी मानों पर आधारित होता है। यदि इसे माध्य के बजाय माध्यिका से ज्ञात किया जाए तो यह निम्नतम होगा।

  1. **माध्य / औसत विचलन (MD)**

     माध्य से माध्य विचलन ज्ञात करना

व्यक्तिगत श्रेणी	खण्डित तथा अखण्डित श्रेणी
$MD_{\bar{x}} = \frac{\lvert X - \bar{X} \rvert}{N} = \frac{\Sigma \lvert d\bar{x} \rvert}{N}$	$MD_{\bar{x}} = \frac{\Sigma f \lvert X - \bar{X} \rvert}{\Sigma f} = \frac{\Sigma f \lvert d\bar{x} \rvert}{\Sigma f}$
N = मदों की संख्या $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$	Σf = आवृतियों का योग f = आवृत्ति $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

माध्य विचलन गुणांक $= \frac{MD_x}{\bar{X}}$ जहाँ $\bar{X}$ = समांतर माध्य

2. **माध्यिका से माध्य विचलन (MD_m)**

व्यक्तिगत श्रेणी	**खण्डित तथा अखण्डित श्रेणी**

$MD_m = \frac{\Sigma\|X-M\|}{N} = \frac{\Sigma\|dm\|}{N}$	$MD_m = \frac{\Sigma f\|X-M\|}{\Sigma f} = \frac{\Sigma f\|dm\|}{\Sigma f}$	
	खण्डित	**अखण्डित**
$m = \left(\frac{N+1}{2}\right)$ वें मद का आकार M = माध्यिका	m = (N+1) $N = \Sigma f$	$m = L_1 + \frac{\frac{N}{2}-cf}{f} \times i$ $M = \frac{N}{2}$ वें मद का आकार

माध्य विचलन गुणांक $= \frac{MD_m}{M}$

3. **मानक विचलन (S.D.)**

मानक विचलन समांतर माध्य से निकाले गए विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल कहलाता है। इसे ग्रीक अक्षर 'सिग्मा' (σ) से व्यक्त किया जाता है।

यह परिक्षेपण का सर्वे माप है। इसमें माध्य विचलन के गणितीय त्रुटियों का निराकरण हो जाता है।

मानक विचलन ज्ञात करने की विधियाँ:-

व्यक्तिगत श्रेणी

वास्तविक माध्य विधि

$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$

$SD = \sqrt{\frac{\Sigma\left(X-\bar{X}\right)^2}{N}}$ या $SD\sqrt{\frac{\Sigma X^2}{N}}$

X = वास्तविक माध्य से विचलन

कल्पित माध्य माध्य

$$\boxed{\bar{X} = A + \frac{\Sigma d}{N}}$$

$SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N} - \left(\frac{\Sigma d^2}{N}\right)}$ या d = X - A

A = कल्पित माध्य

पद विचलन विधि

$$\boxed{\bar{X} = \frac{A + \Sigma d^1}{N} \times i}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma d^{1^2}}{N} - \left(\frac{\Sigma d^1}{N}\right)^2} \times i \text{ या } d' = \frac{X-A}{i}$$

i = पद मूल्यों के बीच अंतर

प्रत्यक्ष विधि

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma X^2}{N} - \left(\frac{\Sigma X}{N}\right)^2} \text{ या} SD = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N} - \left(\bar{X}\right)^2}$$

खण्डित श्रेणी तथा अखण्डित श्रेणी

वास्तविक माध्य विधि

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma f\left(X-\bar{X}\right)^2}{\Sigma f}}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma fX^2}{\Sigma f}}$$

कल्पित माध्य विधि

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2}$$

d = X - A

पद विचलन विधि

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma d'}{\Sigma f} \times i$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma fd^{1^2}}{\Sigma f} \times \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2} \times i$$

$$d' = \frac{X-A}{i}$$

प्रत्यक्ष विधि

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma f X^2}{\Sigma f} - (\bar{X})^2}$$
$$SD = \sqrt{\frac{\Sigma f X^2}{\Sigma f} - (X)^2}$$
मानक विचलन का गुणांक = $\frac{SD}{\bar{X}}$

जहाँ X = खण्डित श्रेणी में पद मूल्यों के लिए जबकि अखण्डित श्रेणी मध्यमान के लिए प्रयोग किया गया है।

1. **परिक्षेपण को निरपेक्ष तथा सापेक्ष माप:-** परिक्षेपण के निरेपक्ष मान में आँकड़ों की मौलिक इकाइयाँ अपरिवर्तित होती है। इस मान में वही इकाई का प्रयोग किया जाता है जो मौलिक आँकड़ो की इकाइयाँ होती है।
   निरपेक्ष माप में निम्न माप आते है:
   परास, अंतर चतुर्थक विस्तार, चतुर्थक विचलन, माध्य विचलन तथा मानक विचलन।
2. **परिक्षेपण के सापेक्ष माप:-** इस माप की कोई इकाई नहीं होती है। इनकी गणनया तो प्रतिशत के रूप मे अथवा गुणांक के रूप में की जाती है। जबकि दो या दो से अधिक श्रेणियों में तुलना करना हो और यदि को भिन्न-भिन्न माप की इकाइयाँ हो तो परिक्षेपण को सापेक्ष माप का प्रयोग किया जाता है।
   इसमें परास गुणांक, चतुर्थक विचलन गुणांक, माध्य विचलन गुणांक तथा मानक विचलन गुणांक शामिल होते है।
   परिक्षेपण का सर्वाधिक प्रयुक्त होने वाला सामेक्षिक माप विचरण गुणांक है। जब मानक विचलन गुणांक को 100 से गुणा कर दिया जाए तो यह प्रात्य होता है।

$$\text{विचरण गुणांक (CV)} = \frac{\text{मानक विचलन}}{\text{माध्य}} \times 100$$
$$= \frac{SD}{\bar{X}} \times 100$$

जिन समूहों श्रेणियों में विचरण गुणांक अधिक होता है उसे विचरणशीलता अधिक होता है इसके विपरीत जिन समूहों या श्रेणियों में विचरण गुणांक कम होता है उनमें स्थिरता, विश्वसनीयता, संलग्नता, एकरूपता आदि अधिक होता है।

- **खाचित विधि (लॉरेंज वक्र):-** इस विधि का विकास डॉ. मैक्स ओं. लॉरेंज ने किया इस विधि के द्वारा परिक्षेपण के विषय में एक अनुमान लगाया जाता है न कि संख्यात्मक मान। इस विधि का प्रयोग आय तथा धन के वितरण का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। इन वितरणों की सूचनाओं को संचयी रूप में शांत कर के उनका प्रतिशत निकाला जाता है। इन्हें बिन्दु रेखा द्वारा अंकित किया जाता है। प्राप्त लॉरेन्ज वक्र समान वितरण रेखा से दूर है तो विचरण अधिक और नजदीक है तो विचरण कम।
- **लॉरेंज वक्र का उपयोग**
  यह दो से अधिक वितरणों की आय तथा धन के वितरण विचरण शीलता की तुलना में उपयोगी है।
  - आय तथा धन के वितरण
  - लाभ का वितरण
  - मजदूरी का वितरण
  - क्रय एवं विक्रय का वितरण

- उत्पादन का वितरण आदि

- **लॉरेंज वक्र के निमणि की विधि**
  1. दिये हुए मूल्यों या वर्गों के मध्य मूल्य का संचयी योग निकालना। संचयी योग को 100 मानकर विभिन्न संचयी योगों को प्रतिशत निकाला जाता है।
  2. आवृति वितरण का भी संचयी योग निकाला जाता है। अंतिम संचयी योग को 100 मानकर अन्य संचयी योगों का प्रतिशत निकाला जाता है।
  3. सभी संचयी आवृतियों को (X-अक्ष) पर और संचयी मूल्यों को (y-अक्ष) पर प्रकट किया जाता है।
  4. दोनो अक्षों पर विभिन्न मूल्यों को 0-100 तक मापदण्ड दिया जाता है।
  5. वर्ग अक्ष के 0 मापदण्ड को वक्र अक्ष के मापदण्ड से मिलाने के लिए जो रेखा खींची जाती है उसे समान वितरण रेखा कहते है।
  6. वास्तविक आँकड़ों को ग्राफ पेपर पर चिन्हित किया जाता है और इन विभिन्न बिन्दुओं को मिलाकर एक वक्र प्राप्त किया जाता है जिसे लॉरेंज वक्र कहते है।