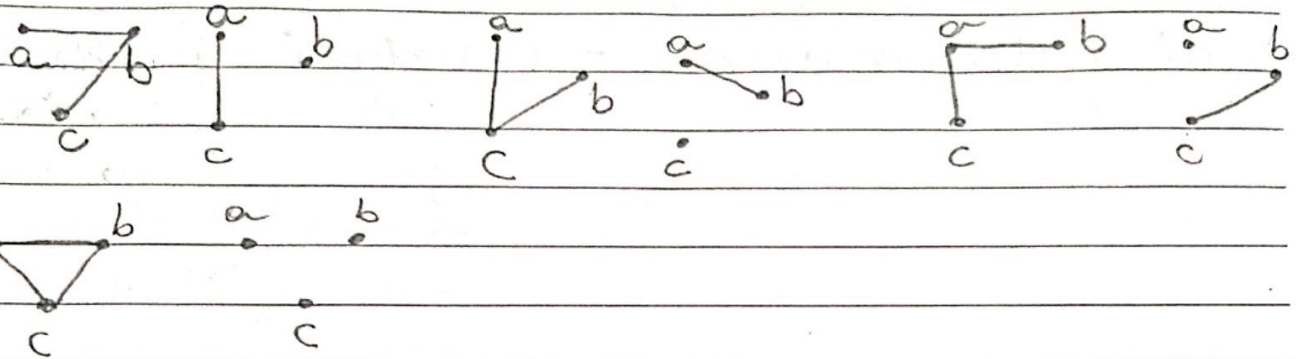
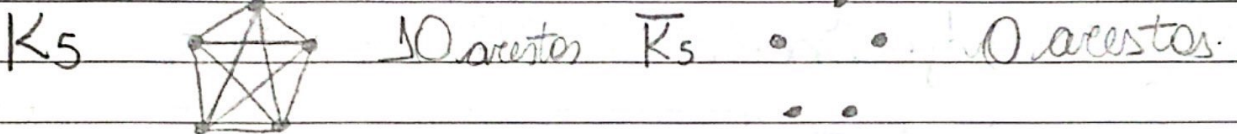


# Lista 1 - GRAFOS Nayara L. Nunes

1.1

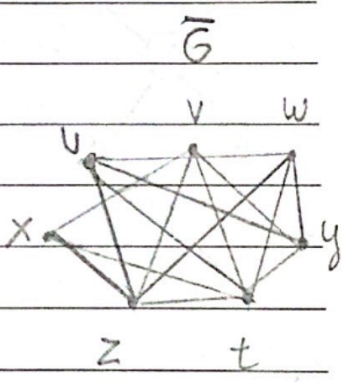
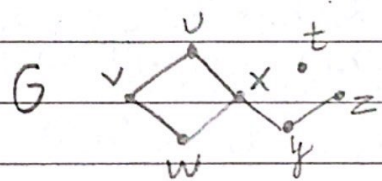


1.2



1.3

$A[u,v] = 1$  se  $uv \in E_G$   
0 caso contrário



Matriz  
adjacência

	v	w	x	y	z	t
v	0	1	1	0	0	0
w	1	0	1	0	0	0
x	0	1	0	1	0	0
y	0	0	1	0	1	0
z	0	0	0	1	0	0
t	0	0	0	0	0	0

	v	w	x	y	z	t
v	0	0	1	1	1	1
w	0	1	0	1	1	1
x	1	0	0	0	1	1
y	1	1	1	0	0	1
z	1	1	1	0	0	1
t	1	1	1	1	1	0



	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	0	1	1
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0

tilibra

16.03.21

A matriz de adjacência de um grafo e de seu complemento possui o valor dos elementos na posição  $ij$  no contexto onde  $i$  e  $j$  no  $G$  no  $\bar{G}$  é 0. As diagonais permanecem com 0 pois grafos simples não têm laços.

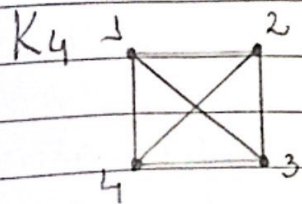
1.4 Matriz  $M[u, e] = 1$  se  $u$  é uma das pontas de incidência  
o caso contêmbrio

$G$	$(v, u)$	$(v, w)$	$(v, x)$	$(w, x)$	$(x, y)$	$(y, z)$
$v$	1	1	0	0	0	0
$w$	0	1	0	1	0	0
$x$	0	0	1	1	1	0
$y$	0	0	0	0	1	1
$z$	0	0	0	0	0	1
$t$	0	0	0	0	0	0

A localização entre as matrizes de incidência de  $G$  e  $\bar{G}$  é que as linhas possuem o mesmo conjunto de vértices no caso  $\{v, w, x, y, z, t\}$

$\bar{G}$	$(v, x)$	$(v, y)$	$(v, z)$	$(w, y)$	$(w, z)$	$(x, z)$	$(t, v)$	$(t, w)$	$(t, x)$	$(t, y)$	$(t, z)$
$v$	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
$w$	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
$x$	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$y$	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
$z$	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
$t$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1

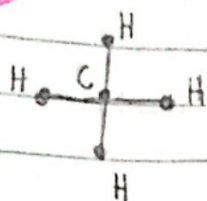
$K_4$   $(1, 2)$   $(1, 3)$   $(1, 4)$   $(2, 3)$   $(2, 4)$   $(3, 4)$



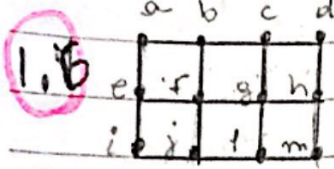
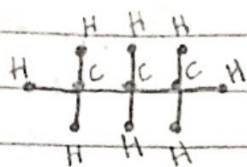
1	1	1	1	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0
3	0	1	0	1	0	1
4	0	0	1	0	1	1



15  $C_1H_4$



$C_3H_8$



Grade  $3 \times 4$   
17 arestas

adjacência

coocorrência

$m=17$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	l	m
a	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
b	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
c	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
d	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
e	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
f	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
g	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0
h	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
i	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
j	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
l	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
m	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

$(a,b)(a,e)(b,c)(b,f)(c,g)(c,d)(d,h)(h,m)(h,g)(m,l)(l,g)(g,f)(f,j)(j,l)(j,i)(i,e)(f,e)$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	l	m
a	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
d	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
e	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1
g	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
h	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
l	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
m	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0

tilibra

117  $V \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

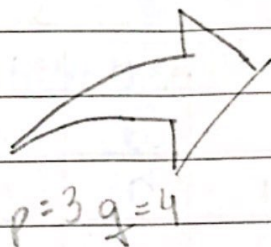
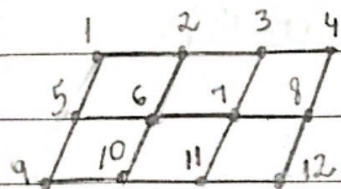
$$pq - 2 = 10$$

$$pq - 1 = 11 \text{ adjacente a}$$

$$pq = 12$$

$$K' = K + q \text{ ou}$$

$$K \bmod q \neq 0 \text{ e } K' = K + 1$$



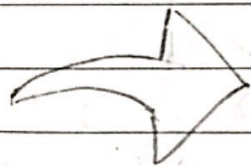
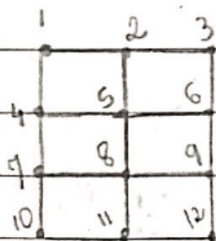
$p=3, q=4$

$p=3, q=4$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0											
2	1	0										
3	0	1	0									
4	0	0	1	0								
5	1	0	0	0	0							
6	0	1	0	0	1	0						
7	0	0	1	0	0	1	0					
8	0	0	0	1	0	0	1	0				
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0			
10	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0		
11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0

$p=4, q=3$

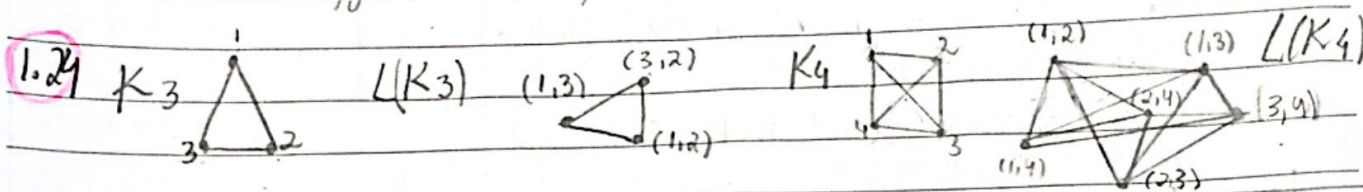
$p=4, q=3$



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0											
2	1	0										
3	0	1	0									
4	1	0	0	0								
5	0	1	0	1	0							
6	0	0	1	0	1	0						
7	0	0	0	1	0	0	0					
8	0	0	0	0	1	0	1	0				
9	0	0	0	0	0	1	0	1	0			
10	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		
11	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0



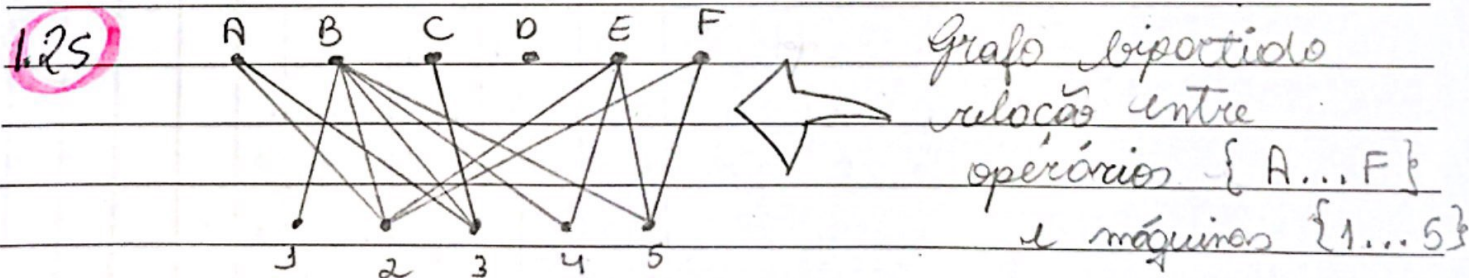
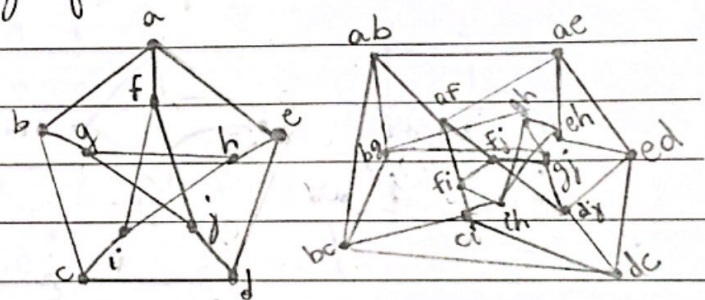
1.21  $S[i,j] \neq 0$  O grafo não está bem definido, pois com essas condições. É preciso impor condições para os pares ordenados  $(i,j)$  ou para os  $K$  vértices. Pois todos  $S[i,j]$  são  $\neq 0$ , e não define os arestas.



	$(1,2)(1,3)$	$(1,3)(1,4)$	$(1,2)(2,3)$	$(1,2)(2,4)$	$(1,3)(1,4)$	$(1,3)(2,3)$	$(1,3)(3,4)$	$(3,4)(1,4)$	$(3,4)(2,3)$	$(3,4)(2,4)$	$(2,3)(2,4)$	$(2,4)(1,4)$
1,2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1,3	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1,4	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
2,3	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
2,4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
3,4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

	1,2	1,3	1,4	2,3	2,4	3,4
1,2	0	1	1	1	1	0
1,3	1	0	1	1	0	1
1,4	1	1	0	0	1	1
2,3	1	1	0	0	1	1
2,4	1	0	1	1	0	1
3,4	0	1	1	1	1	0

P grafo Petersen  $L(P)$

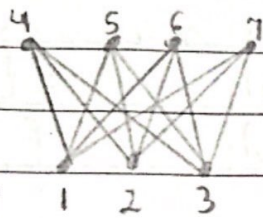


1.26 Grafo  $\{U, W\}$ , bipartido | Cada vértice do conjunto  $U$  é adjacente a um vértice no conjunto  $W$ . Então o número de arestas do grafo é  $m \cdot n$ . Onde  $m$  = número vértices de  $U$   $|U| = m$  e  $n$  = número vértices de  $W$   $|W| = n$



1.27 Grafo bipartido onde  $V$  e  $v$  de  $X$  é adjacente  $V$  e  $v$  de  $Y$ , denota-se  $K_{p,q}$  onde  $p=|X|$  e  $q=|Y|$ , sendo completo  $K_{p,q}$  tem  $pq$  arestas. O complemento de um grafo completo não possui arestas.  $K_{p,q}$   $|A|=m \times n$  Em  $K_{p,q}$  completo existe  $|V|=m+n$  uma aresta entre cada vértice de cada subgrafo  $K_p$  e  $K_q$ .

1.28  $K_{3,4}$



estrela 6 pontos

adjacência

coriência

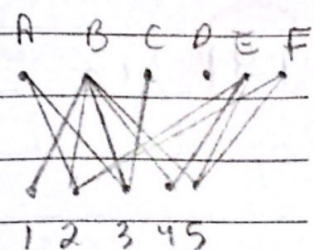
	1	2	3	4	5	6	7		(1,4)	(1,5)	(1,6)	(1,7)	(2,4)	(2,5)	(2,6)	(2,7)	(3,4)	(3,5)	(3,6)	(3,7)
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	1	1	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
4	1	1	1	0	0	0	0	4	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
5	1	1	1	0	0	0	0	5	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
6	1	1	1	0	0	0	0	6	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
7	1	1	1	0	0	0	0	7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1

1.30 Matriz adjacência  
grafo bipartido

(0)	0	0	1	0	A
Nula	0	0	1	0	
	1	1	0	0	
$A^t = \text{transposta de } A$	$A^t$	0	0	0	(0) Nula

1.31  $V = \{A, B, C, D, E, F\}$   
 $W = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

	1	2	3	4	5
A	0	1	1	0	0
B	1	1	1	1	1
C	0	0	1	0	0
D	0	0	0	0	0
E	0	1	0	1	1
F	0	1	0	0	1





1.33  $G$  é  $K_n$  (completo) com  $n$  v, para quaisquer pares de vértices são adjacentes. Um grafo  $n-1$  regular, grau  $n-1$ .

$$\Delta(G) = \max \{d(v) \mid v \in V\} = n-1$$

$$|E| = K|V| \quad |V| = n \quad \delta(G) = \min \{d(v) \mid v \in V\} = n-1$$

2.

$$K_n = |E| = \frac{(n-1)n}{2}$$

Para  $K_p$  se todo vértice do conjunto  $p$  é adjacente ao conjunto  $q$ , todos os vértices tem o mesmo grau.

$p$  = número vértices conjunto

$q$  = número vértices outro conjunto

$$\delta(G) = \min \{d(v) \mid v \in V\} = \{p \text{ se } p \leq q; q \text{ se } q < p\}$$

$$\Delta(G) = \max \{d(v) \mid v \in V\} = \{p \text{ se } p \geq q; q \text{ se } q > p\}$$

1.35 Alcano  $C_p H_{2p+2}$  Grau dos vértices H é sempre 1, hidrogênio sempre faz somente uma ligação. Grau dos vértices C é sempre 4, carbono faz 4 ligações simples.

$$1.39 \text{ soma linha } \begin{cases} v \text{ de } A & 1.3 = 2 \\ v \text{ de } M & 1.4 = 2 \end{cases}$$

1.40 Seja  $G$  um grafo  $r$ -regular bipartido com  $r > 0$ , e seja  $(u, w)$  uma bipartição de  $G$ , como:

$E(G) = \partial(u) = \partial(w)$ , vale que  $|\partial(u)| = |\partial(w)|$ , e como  $G$  é  $r$ -regular, vale que:

$$|\partial(u)| = r|u| \text{ e } |\partial(w)| = r|w|. \text{ Portanto } |u| = |w|$$

1.41 Sim é verdadeiro, comprovado pelo teorema do aperto de mãos.