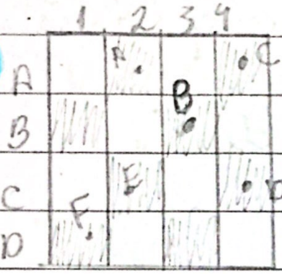
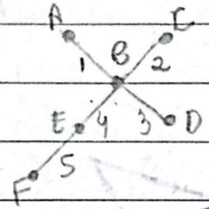
Tarefa 4 Grafos Nayara L Nunes 11911BCC006

1.10



posição inicial B3



matriz incidência

	1	2	3	4	5
A	1	0	0	0	0
B	1	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0
D	0	0	1	0	0
E	0	0	0	1	1
F	0	0	0	0	1

adjacência

	A	B	C	D	E	F
A	0	1	0	0	0	0
B	1	0	1	1	1	0
C	0	1	0	0	0	0
D	0	1	0	0	0	0
E	0	1	0	0	0	1
F	0	0	0	0	1	0

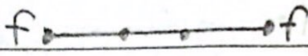
m = número de arestas

bispo 8-por-8
m = 9
bispo 4-por-4
m = 5
bispo t-por-t
$\boxed{m = t+1}$

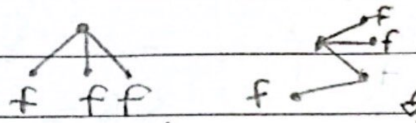
1.233 $\forall$ floresta F pel menos $\Delta(F)$ folhas $\Delta(F) = \max V$

folha = vértice grau 1 | Seja v um vértice | $d(v) = \Delta$. Para cada
$\Delta(F)$ = grau máximo de F | vizinho w de v há um caminho na
maximal dentre os que possuem v como 1º vértice e w como 2º.

1.234 Sendo T uma árvore com 2 ou mais V e X o conjunto dos vértices com grau > 2, X são os vértices não folha. Se $X = \emptyset$ o número de folhas será 2, pois a árvore T será um caminho aberto e as folhas suas extremidades ex:



Se $X = \{v\}$ e v $\Delta(v) = 3$ a árvore terá 3 folhas e o caminho 3 extremidades ex:



Logo Σ graus dos vértices de X ≤ |folhas|
retirando 2 graus de cada v e somando 2 f ao final $\Rightarrow 2 + \sum_{x \in X} (d(x) - 2)$

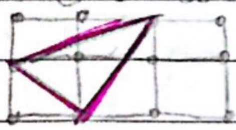
5.3

X' maximal se $\nexists$ conjunto estável X | $X \subseteq X'$ e $X \neq X'$

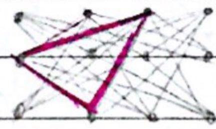
maximal

5.6 Conjunto estável máx grade p-por-q. Conjunto estável de $G(V,E)$ é um subconjunto de V sem vértices adjacentes. S é estável $\Leftrightarrow$ é um clique de $\overline{G}$.

grade 3 4



$\overline{G} \Rightarrow$



5.16 H subgrafo G $\alpha(H)$ $\alpha(G)$ a cardinalidade max de vértices.
max V

Se H for um subgrafo gerador de G então #V de H é igual #V de G logo $\alpha(H) = \alpha(G)$. Caso H não seja subgrafo gerador, então #V de G > #V de H, consequentemente $\alpha(G) > \alpha(H)$ (número máximo de vértices) n = número vértices   m = |A|

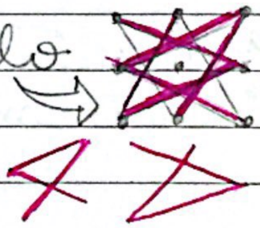
5.23 ∀ conjunto estável maximal ∀G tem pelo menos

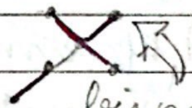
(I) $m = \left\lceil \frac{n(G)}{\Delta(G)+1} \right\rceil$. Então $\alpha(G) \geq \frac{n(G)}{\Delta(G)+1}$ ∀G

$\alpha(G) \geq m$ ou seja #V de G é maior ou igual ao número mínimo de vértices de G, o que é óbvio já que $m \subseteq \alpha(G)$. Logo se a primeira afirmação é verdadeira por dedução, a segunda é verdadeira. Basta provar a 1º. Para provar (I), conjunto estável tem todos os vértices de G = n(G) em conjuntos divididos pelo vértice do grau máximo de G mais um.

7.1 Considerando que a galeria tem estrutura poligonal, onde n representa as conexões entre os espaços. Segundo o Teorema de Chvátal, ∃ uma maneira de dispor no max $\lfloor n/3 \rfloor$ guardas no polígono, onde cada ponto do polígono seja coberto por pelo menos uma guarda. Logo, $g(n) \geq \lfloor n/3 \rfloor$, então, uma guarda para cada 3 vértices.

7.2 $\beta(G)$ # mínimo vértices cobertura   cavalo



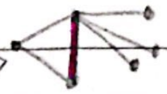


bispo

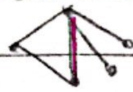
7.5 Cobertura minimal – conjunto de arestas que cobre G de forma que a retirada de uma única aresta destrói essa propriedade

Toda cobertura minimal é mínima. Mas nem toda cobertura mínima é minimal. Contra exemplo:

mínima



retirando uma aresta



a propriedade se mantém

9.3 Sendo $K_{m\,n}$ um grafo bipartido completo com $m \leq n$, temos que a quantidade de arestas presentes no emparelhamento máximo desse grafo será = m

9.5 Em um emparelhamento perfeito, ∀ v v do grafo devem ser saturado. Cada aresta do emparelhamento tem vértices adjacentes de dois em dois. Se n é impar, logo UM vértice não conseguirá se conectar a nenhum outro, pois todos todas arestas já foram sinalizadas, portanto não caracteriza emparelhamento perfeito. Então n(G) sempre é par em um emparelhamento perfeito.

9.30 Como provado em 9.5 um grafo G tem emparelhamento perfeito se n(G) é par. Se retirar um vértice de G, G permanece conexo e então sua única componente conexa terá n impar.

9.33 Temos que M é um emparelhamento e K uma cobertura. M satura um vértice v se uma aresta de M incide em v. Como |M| = |K|, M emparelhamento máximo e K uma cobertura mínima, logo M satura K e somente uma ponta de M incide em K.

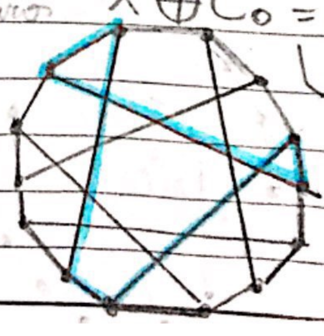
10.4 Lema Caen G bipartido com pelo menos |E| = 1 ∀ emparelhamentos max tem algum v saturado.
⇒ Sim Verdade. Em geral uma cobertura mínima é maior que um emparelhamento máximo. No caso de grafos não dirigidos bipartidos, entretanto, vale a igualdade, como passamos a demonstrar. Suponha que a ultima iteração do algoritmo dos caminhos aumentadores começa com um emparelhamento M. Seja X' o conjunto dos vértices visitados na tentativa falha de encontrar o caminho aumentador. X é o conjunto dos términos de todos caminhos alternantes de vértices solteiro.

10.5

10.6

$X \oplus C_0$ = cobertura tamanho igual do emparelhamento M.

14.10 Heawood



circuito mínimo em azul