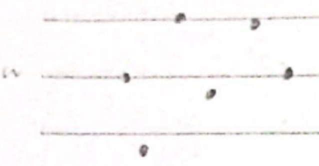
Tarefa 5 - Teoria dos Grafos

Nome: Nayara L Nunes 11911BCC006

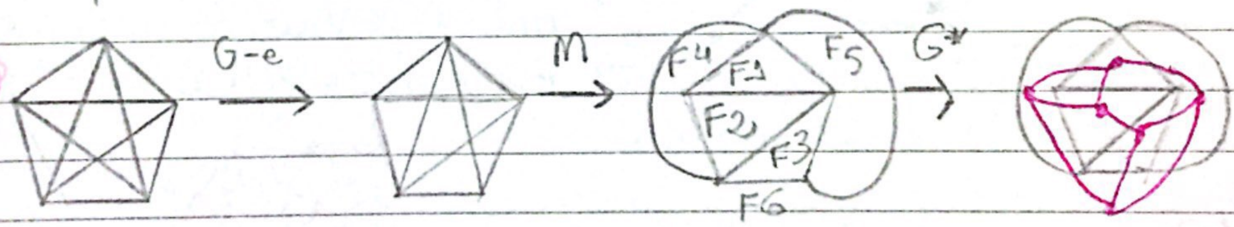
1.86 Complemento circuito complemento G é planar



pois ele não pode ser convertido em K_5 e nem estrela.

1.257 Se G é planar e e uma ponte de G, G−e retornará dois componentes conexos, ambos planares, já que a remoção de uma aresta não altera sua planaridade. Se G é conexo ⇔ G−e é conexo. Se G e H são disjuntos e for adicionado uma aresta entre eles, a união é planar, e G e H também são, já que a adição de uma ponte não altera a planaridade. Logo G é planar sss G−e é planar.
Similarmente, a remoção de uma articulação em G não torna um grafo planar em não planar, G−v planar. Se G e H tem interseção v, para que a de G e H seja planar, G e H devem ser planares. G é planar ⇔ G−v é planar.

1.263



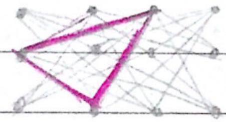
1.273 Para grafos bipartidos completos e também para G{U−W} - bipartido, apenas com a diferença das arestas.
Por Euler: $n+f = 2+|U|+|W| \cdot 3f \leq 2|U|+2|W|$ e $2+|U|+|W| = n+f \leq (2|U|+2|W|)/3$. Logo $3(|U|+|W|)+6 \leq 3n+2(|U|+|W|)$.
Em um grafo bipartido, cada face deve ter pelo menos 4 lados, Logo $(|U|+|W|)-n+2 = f \leq (|U|+|W|)/2$, de modo que,
$m(G) \leq 2(|U|+|W|)-4 \rightarrow m(G) \leq 2|U|+|W|-4$.

1.279 Temos pela fórmula de Euler que um grafo simples planar G com m arestas e $n \geq 3$ vértices deve satisfazer: $m \leq 3n - 6$. Para um grafo G com m arestas e n vértices $\overline{G}$ terá $n(n-1)/2 - m$ arestas. Assim, se o complemento de G também for planar temos que: $m \leq 3n - 6$ e como vimos antes $m \leq 3n - 6$, então $n(n-1)/2 \leq 6n - 12$ que implica em $n \leq 10$, logo, G e seu complemento não podem ser ambos planares.

5.6 Conjunto estável máx grade p-porq. Conjunto estável de $G(V,E)$ é um subconjunto de V sem vértices adjacentes. S é estável $\Leftrightarrow$ é um clique de $\overline{G}$.

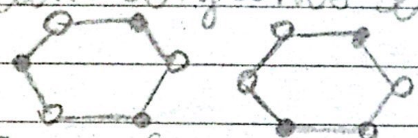
grade
3 4

$\overline{G} \Rightarrow$



5.17 Como G e H são disjuntos, todos valores de $\alpha(G)$ são diferentes de $\alpha(G)$. Temos que a união desses dois grafos será um grafo disjunto e portanto $\forall v$ V pertencentes ao conjunto independente de G e todos os pertencer ao H também serão os vértices que formam o conjunto independente de $G \cup H \Rightarrow \alpha(G \cup H) = \alpha(G) + \alpha(H)$

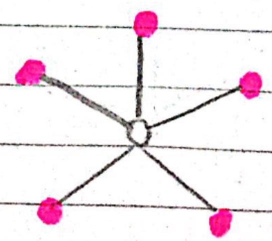
5.22 Não, não é verdade. O algoritmo nem sempre retorna um conjunto estável máx para qualquer G. Ex:



Um é máx o outro não, mas ambos possuem mesmo grau dos vértices. Igualmente pode ocorrer com os grafos bipartidos e árvores.

7.8 Não, não é verdade. Tome como exemplo o contra-exemplo (vértices rosa fazem parte da cobertura)

É minimal, mas não é mínima



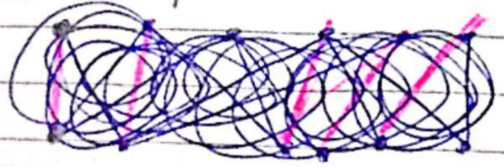
9.6 Um emparelhamento perfeito, todos os vértices do grafo devem ser saturados. Sabemos que cada aresta do emparelhamento liga os vértices 2 a 2. Então, se n é ímpar, consequentemente um vértice será isolado e não formará um emparelhamento perfeito. Logo, temos que n(G) sempre será par em um emp. perfeito.

9.32 Temos que M é um emparelhamento e K uma cobertura. M satura um vértice v se alguma aresta de M é incidente em v. Como |M| = |K|, M um emparelhamento max e K uma cobertura mínima, então M satura K e somente uma ponta de M incide em K.

9.34

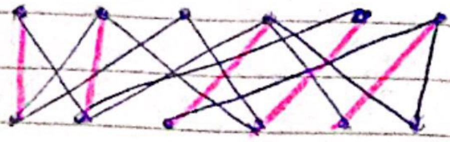
9.36 Como o provado em 9.5 G possui um E Perfeito apenas se possuir n(G) par. Se retirarmos um vértice do grafo G, G permanece conexo e então temos que a única componente conexa vai possuir n ímpar.

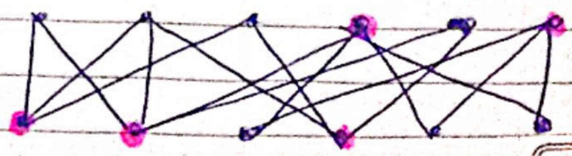
10.9 Emparelhamento máximo



10.11 necessária
∄ v isolado
suficiente
n(G) par

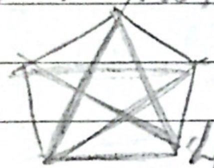
10.9 Emparelhamento máximo — Cobertura mínima





16.13 Em um grafo completo com $n \geq 2$ e e é uma aresta. Conectividade é $K(K_n) = n-1$, mesmo realizado o cálculo $G-e$ se mantém $K(K_n) = n-1$, pois não é possível desconectar um K_n removendo menos que $n-1$ vértices.

Ex:



$K(K5) = 4$ pois precisamos remover 4 vértices para desconectá-lo

16.19 O grafo de Petersen tem conectividade 3, pois é necessário retirar 3 vértices ou arestas, no mínimo, para deixar de ser conexo.