UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

# Flujo Compresible. Estudio de una tobera

## Métodos numéricos. Dinámica de gases y transferencia de calor y masa

**Boyan Naydenov**

**27/06/2016**


UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola Tècnica Superior d'Enginyeries
Industrial i Aeronàutica de Terrassa

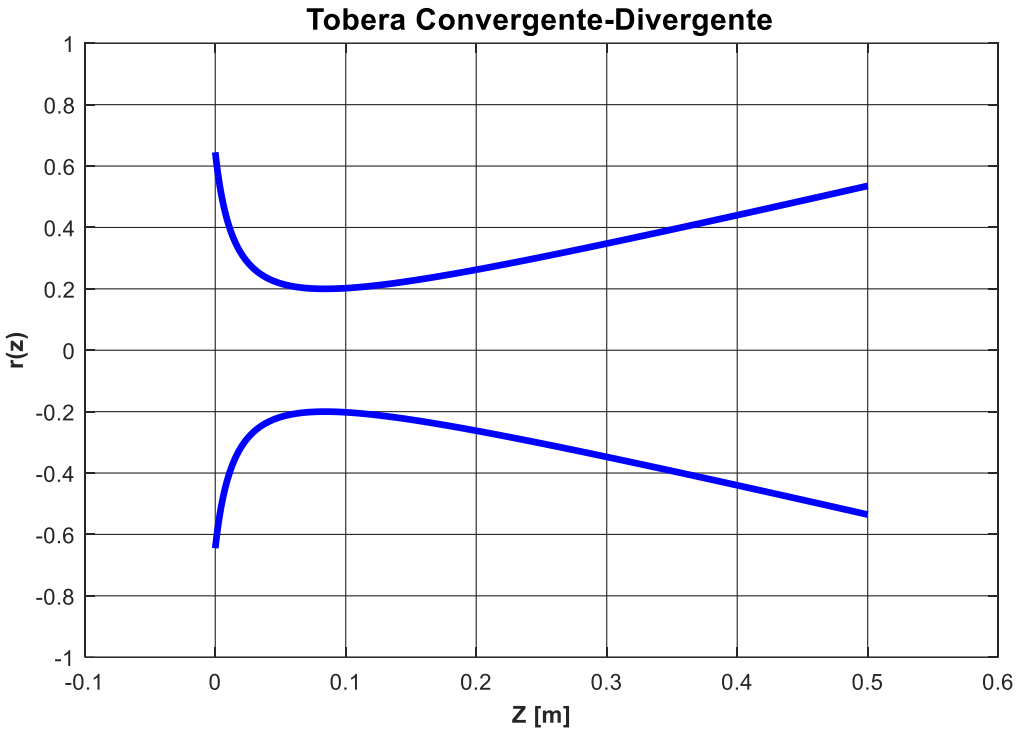
# Índice

# 1. Descripción del caso

En el presente estudio se busca evaluar la distribución media y por lo tanto, unidimensional, de la velocidad, presión, temperatura, número de Mach, entropías y otros, de una tobera convergente-divergente, similar a la utilizada por los cohetes espaciales.

Se muestra a continuación una representación de la geometría del problema. Nótese que dicha geometría se verá sometida a variaciones posteriormente.

.



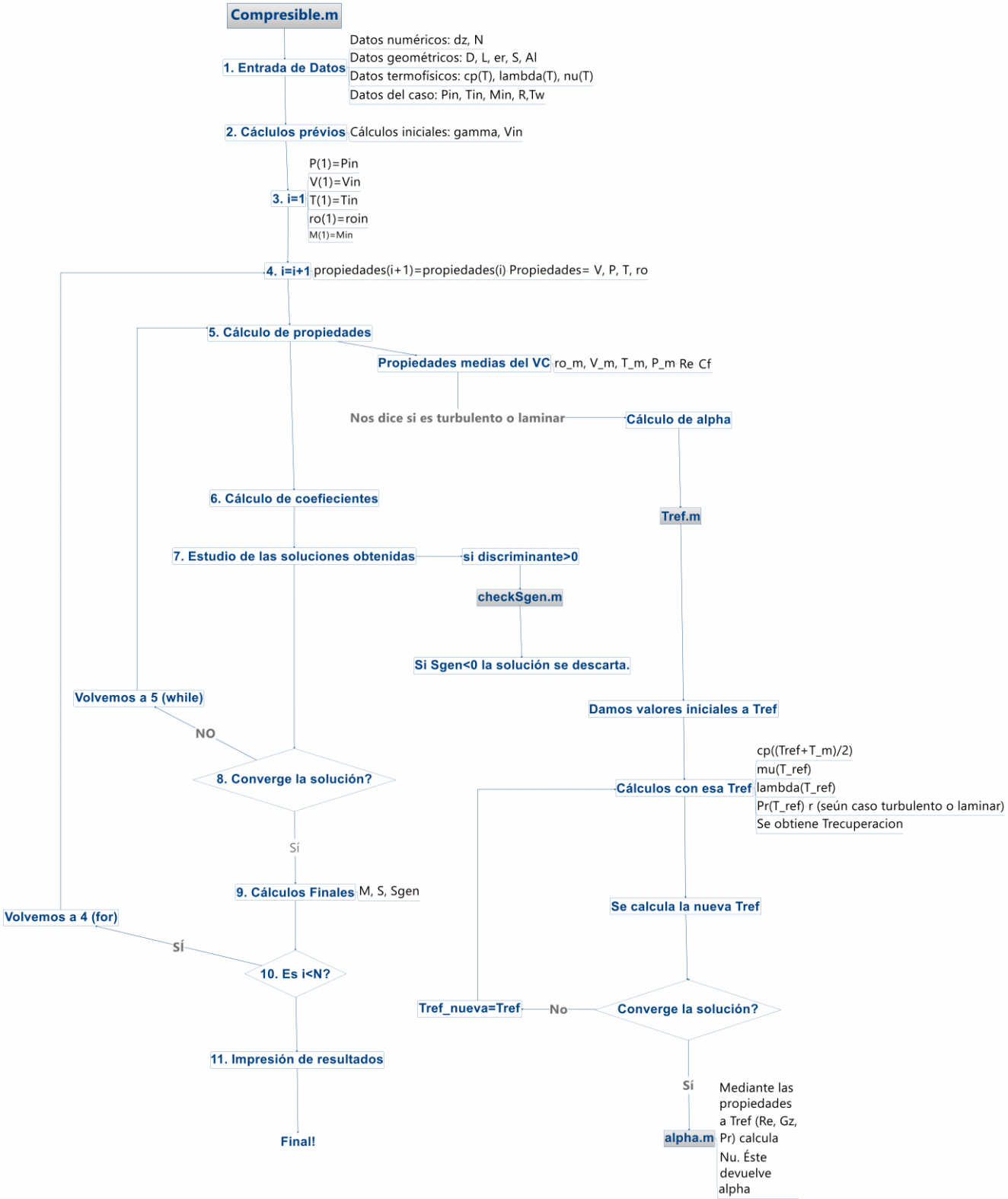

$$R = \frac{1}{100z + 1.5} + z + 0.015$$

Para la resolución del problema se ha seguido un esquema numérico, discretizando la tobera, que presenta una simetría de revolución, en N volúmenes de control.

En la resolución se tendrá en cuenta el calor de convección así como la existencia de flujo compresible debido a las altas velocidades (M>1).

El algoritmo se detalla en el siguiente organigrama[1]:

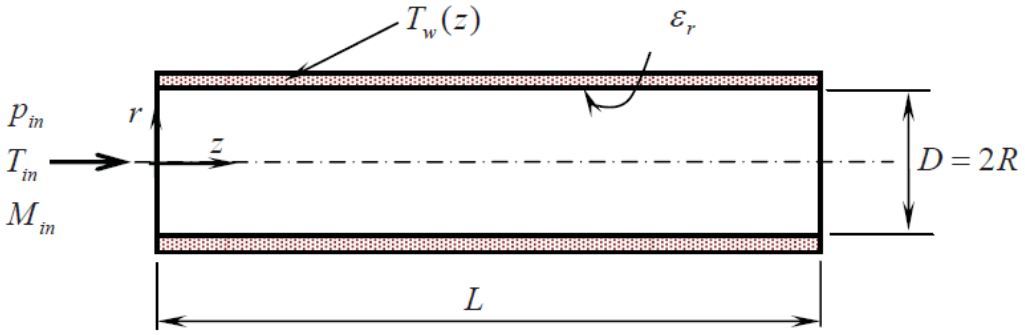
[1] Nótese que se utilizan los mismos nombres de las variables y de los archivos que los del código adjunto para una mejor comprensión de este.


Compresible.m
1. Entrada de Datos
Datos numéricos: dz, N
Datos geométricos: D, L, er, S, Al
Datos termofísicos: cp(T), lambda(T), nu(T)
Datos del caso: Pin, Tin, Min, R,Tw
2. Cáclulos prévios
Cálculos iniciales: gamma, Vin
3. i=1
P(1)=Pin
V(1)=Vin
T(1)=Tin
ro(1)=roin
M(1)=Min
4. i=i+1
propiedades(i+1)=propiedades(i) Propiedades= V, P, T, ro
5. Cálculo de propiedades
Propiedades medias del VC
ro_m, V_m, T_m, P_m Re Cf
Nos dice si es turbulento o laminar
Cálculo de alpha
6. Cálculo de coefiecientes
7. Estudio de las soluciones obtenidas
si discriminante>0
checkSgen.m
Si Sgen<0 la solución se descarta.
Volvemos a 5 (while)
NO
8. Converge la solución?
Sí
9. Cálculos Finales
M, S, Sgen
Volvemos a 4 (for)
SÍ
10. Es i<N?
11. Impresión de resultados
Final!
Tref.m
Damos valores iniciales a Tref
cp((Tref+T_m)/2)
mu(T_ref)
lambda(T_ref)
Pr(T_ref) r (seún caso turbulento o laminar)
Se obtiene Trecuperacion
Cálculos con esa Tref
Se calcula la nueva Tref
Converge la solución?
No
Tref_nueva=Tref
Sí
alpha.m
Mediante las propiedades a Tref (Re, Gz, Pr) calcula Nu. Éste devuelve alpha

## 2. Estudios de verificación

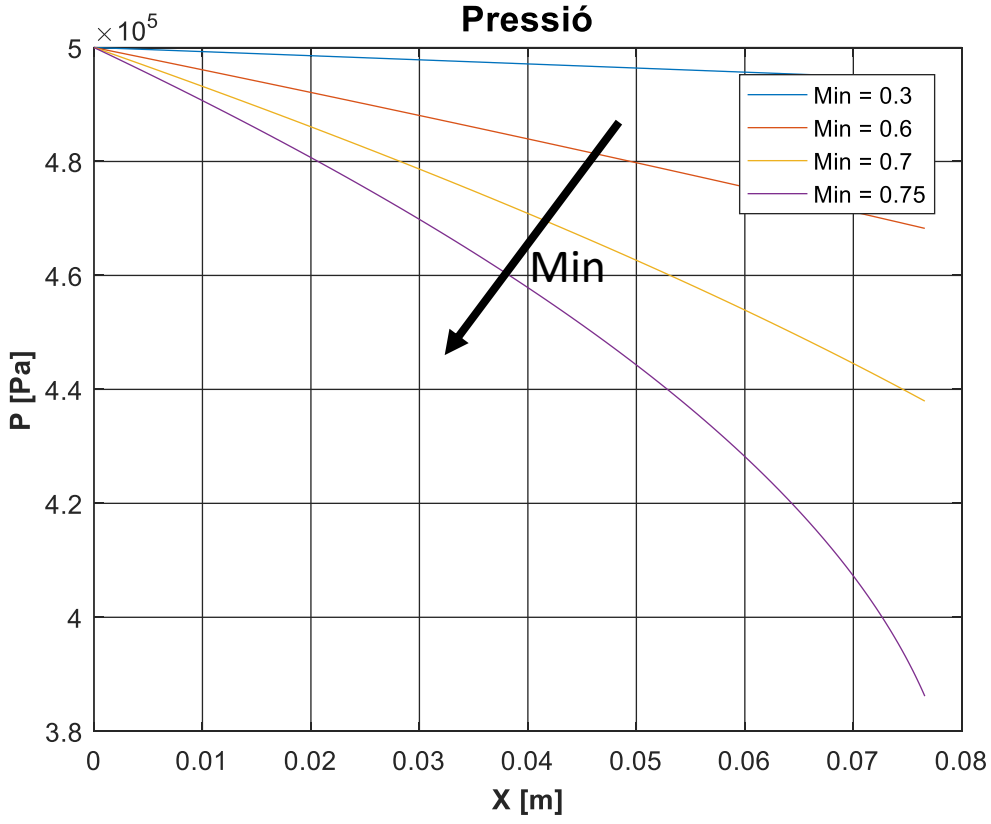
Para verificar y asegurar el correcto funcionamiento del código se ha seguido la siguiente metodología:

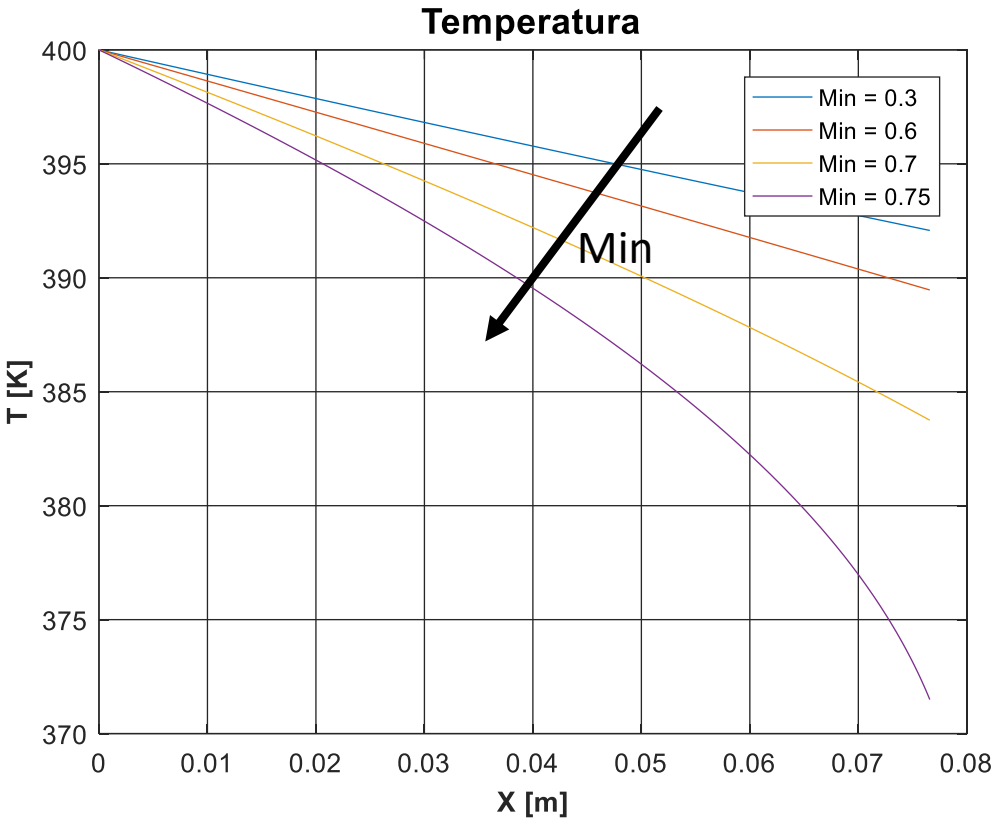
1. **Realización del algoritmo de resolución de un caso de sección constante.**
   En primera instancia se procedió a resolver el siguiente caso:

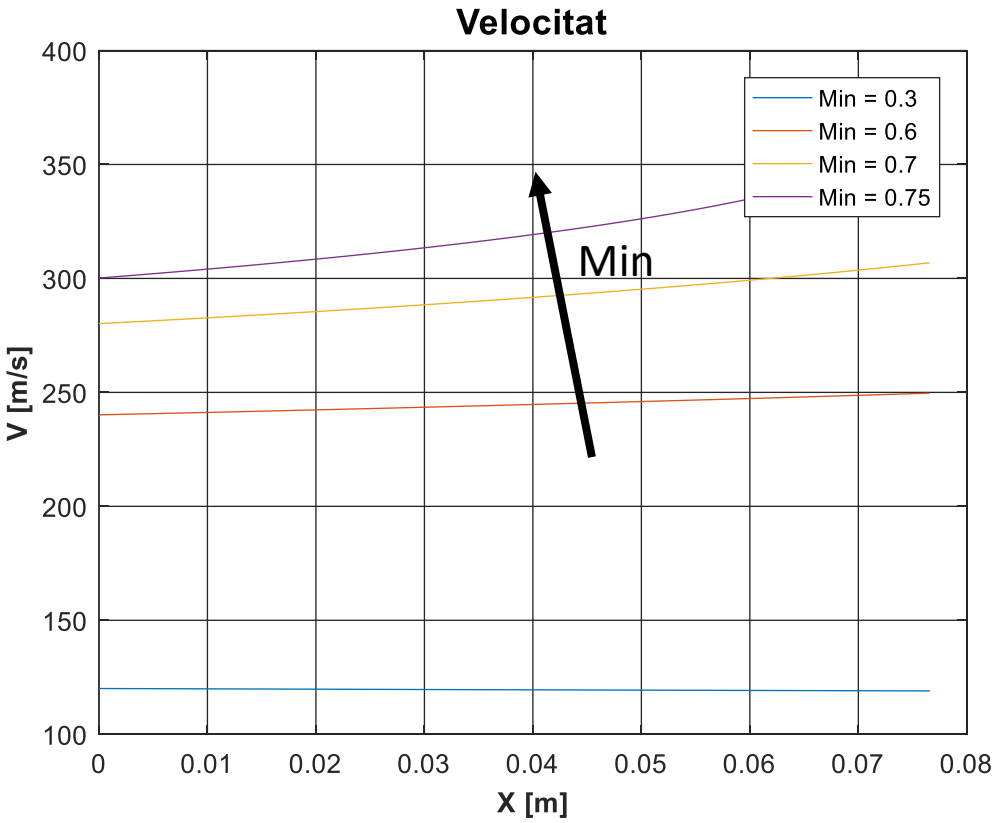


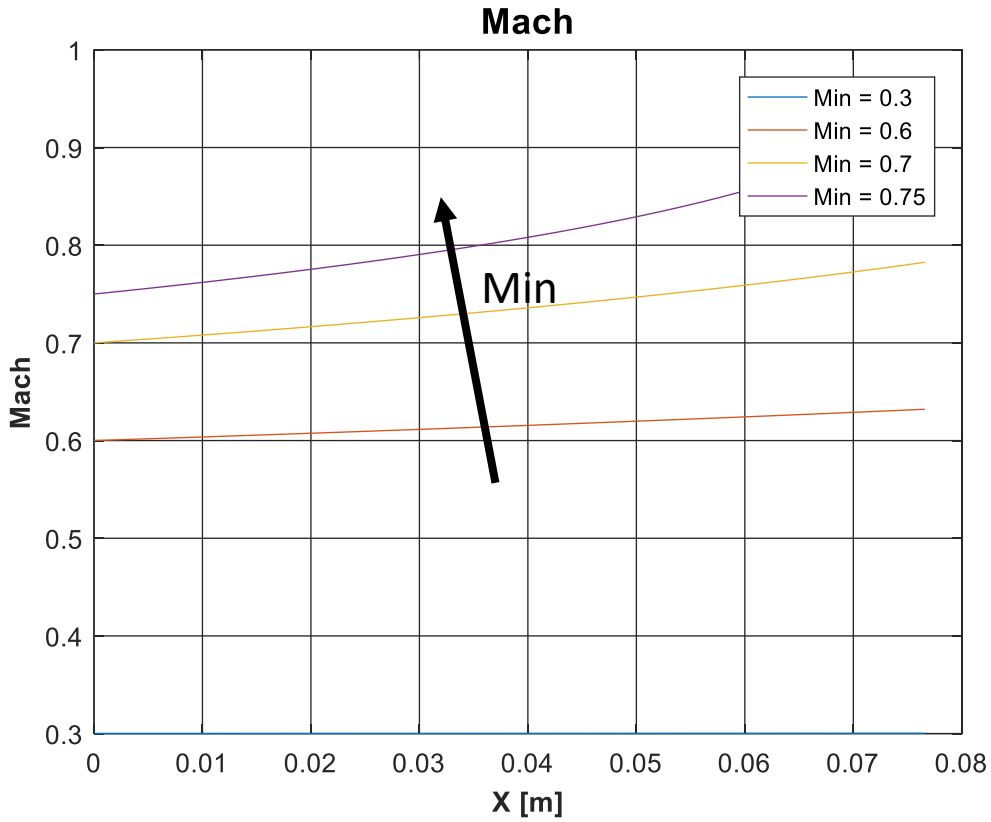

| $D$ | $\varepsilon_r$ | $p_{in}$ | $T_{in}$ | $T_w$ | $\delta$ | N | Gas |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 cm | 0.004 | 5 bar | 400 K | 300 K | $10^{-10}$ | 555 | Aire |

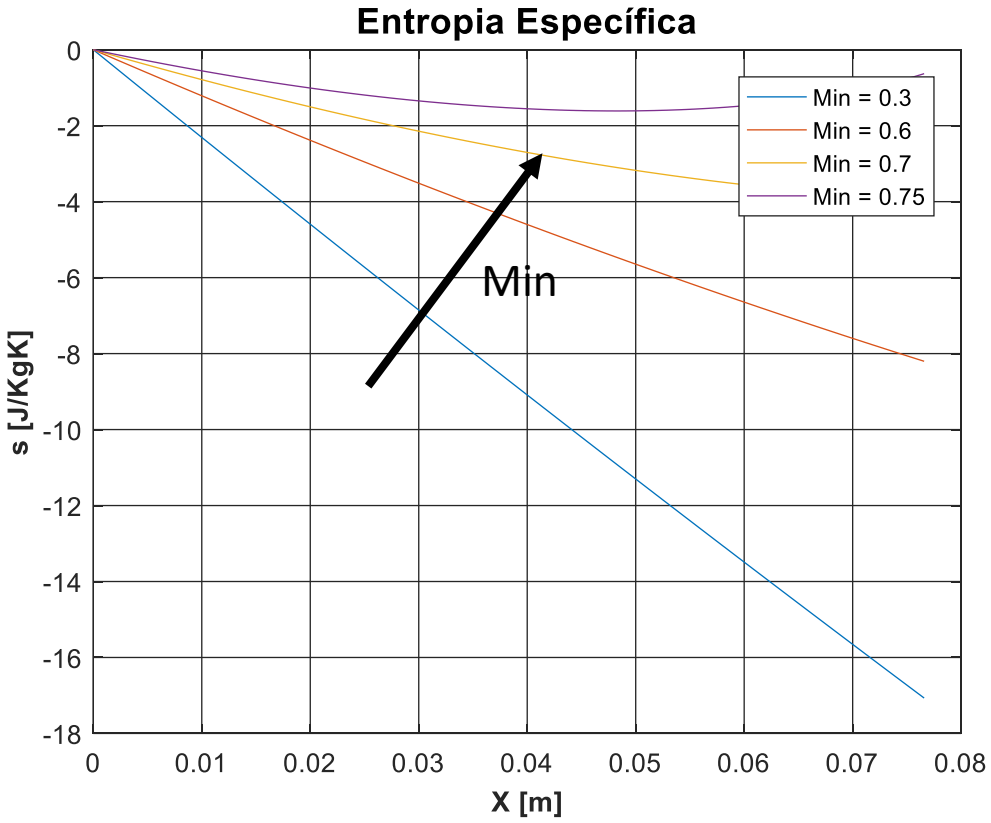
2. **Verificación de balances globales y análisis de las soluciones obtenidas.**
   En cada iteración se ha verificado que las ecuaciones de conservación se cumplan. De esta forma, se ha conseguido reducir las probabilidades de errar de manera considerable.
3. **Comparación de resultados del caso del tubo de sección constante con los presentados en la asignatura "*Dinámica de Gases*".**
   Los resultados obtenidos para una L=7.659 cm son:

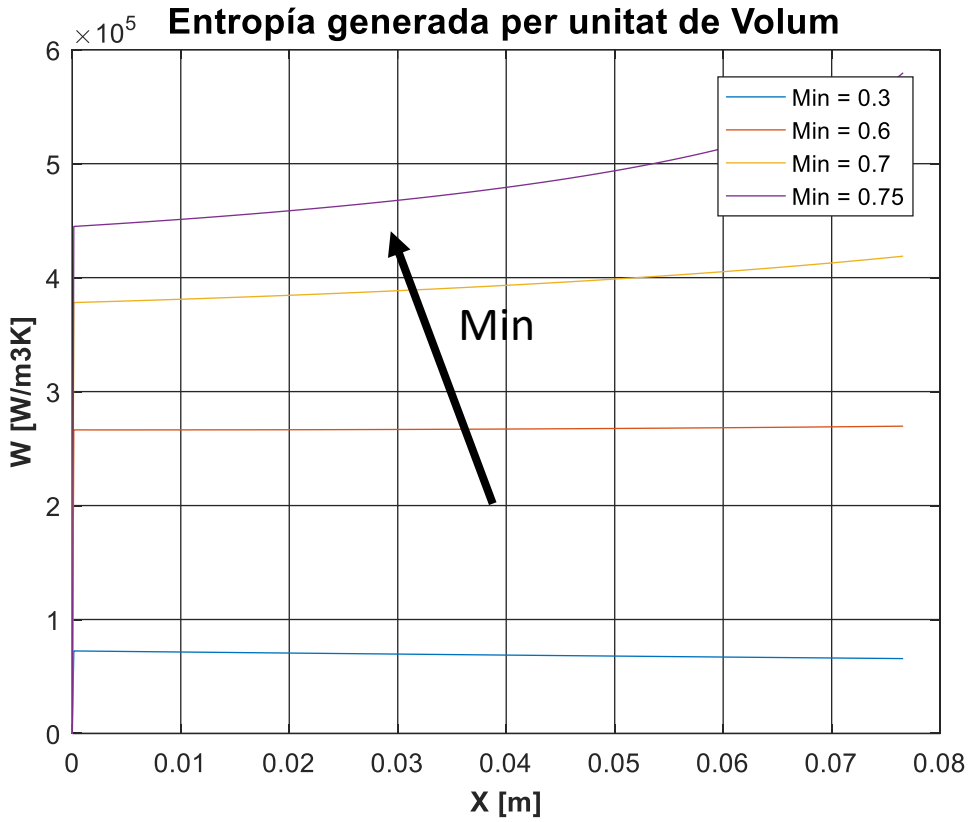



Temperatura
400
395
390
385
380
375
370
T [K]
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
X [m]
Min = 0.3
Min = 0.6
Min = 0.7
Min = 0.75
Min


Velocitat
400
350
300
250
200
150
100
V [m/s]
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
X [m]
Min = 0.3
Min = 0.6
Min = 0.7
Min = 0.75
Min


Mach
Min = 0.3
Min = 0.6
Min = 0.7
Min = 0.75
Min
Mach
X [m]
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08


Entropia Específica
Min = 0.3
Min = 0.6
Min = 0.7
Min = 0.75
Min
s [J/KgK]
X [m]
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
-14
-16
-18
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08




Estos resultados, aparte de ser lógicos y esperados, se pueden comparar al caso mostrado en "*Problemes de flux compressible*[2]" y son casi calcados. Aparecen diferencias muy pequeñas debido a que ahí llega hasta M=0.8 mientras que en el presente estudio se ha llegado hasta M=0.75.

4. **Modificación del algoritmo para adaptarlo al caso de tubo de sección variable (tobera).**
   Una vez resuelto el caso de tubo de sección constante simplemente hay que adaptar el problema, modificando ligeramente la ecuación de *momentum*, añadiendo nuevos términos que aparecen debido a la variación de la sección a lo largo.
   Además, se añade la posibilidad de la aparición de ondas de choque mediante el estudio de la entropía generada.
5. **Verificación de balances globales y análisis de las soluciones obtenidas.**
   Se repite el paso 2 para las nuevas ecuaciones.
6. **Comparación de resultados del caso de tobera con los presentados en la asignatura "*Dinámica de Gases*".**
   Nuevamente, se realizaron las comparativas de los resultados con el caso presentado en "*Problemes de flux compressible*" y nuevamente los resultados coinciden, prueba de la validez del algoritmo presentado. Sin embargo, estos se presentan más adelante, concretamente en el apartado 4.

[2] *C.D. Pérez-Segarra, J Castro, A. Oliva. Abril 2011*

# 3. Resultados del estudio numérico

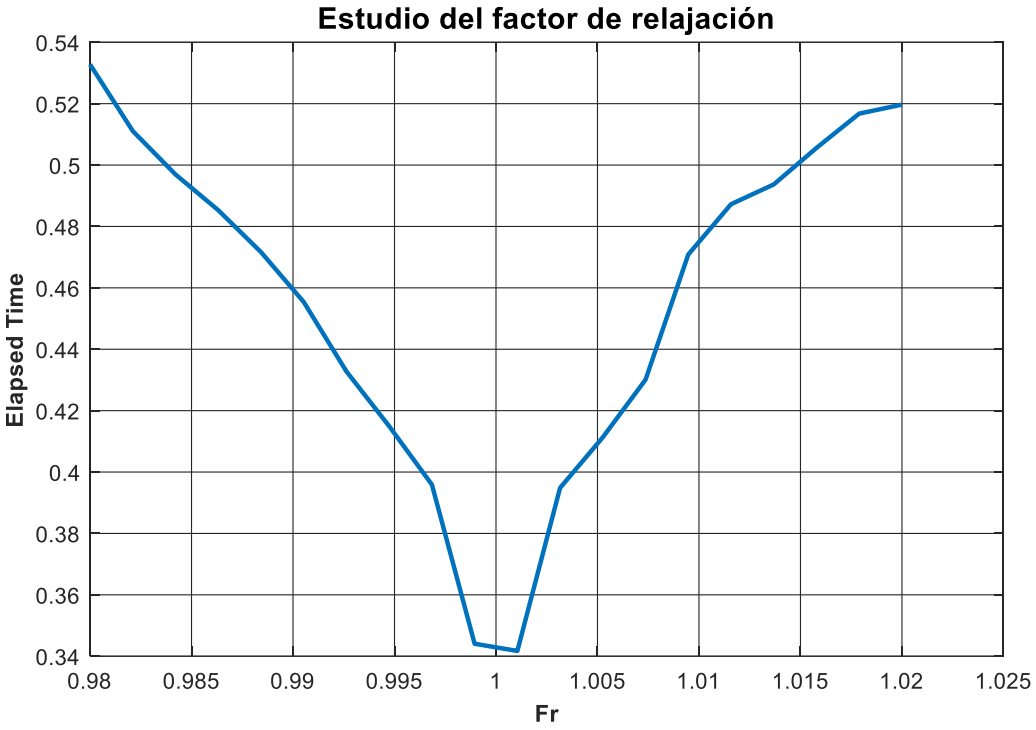
## 3.1. Estudio de convergencia

Para ver cuántos puntos de estudio son necesarios, se hace un estudio de convergencia, tomando como solución exacta, la presentada en "*Problemes de flux compressible*". Se ha tomado como criterio de decisión, el error cometido en los cálculos a la salida de la tobera. De esa manera se va probando el algoritmo hasta incurrir en un error aceptable con el mínimo número de volúmenes de control con el fin de mejorar la velocidad.

Sin embargo, finalmente se ha procedido de forma diferente debido a que al variar el número de volúmenes de control, el código no convergía. Finamente se ha tomado una N=555.

## 3.2. Factores de relajación

Se hice un análisis del problema añadiendo un factor de relajación para ver si este aportauna velocidad de convergencia mayor. En el siguiente gráfico se muestra que no es eficiente usarlo pues el mejor de los casos es cuando vale 1, es decir, como si no estuviera.



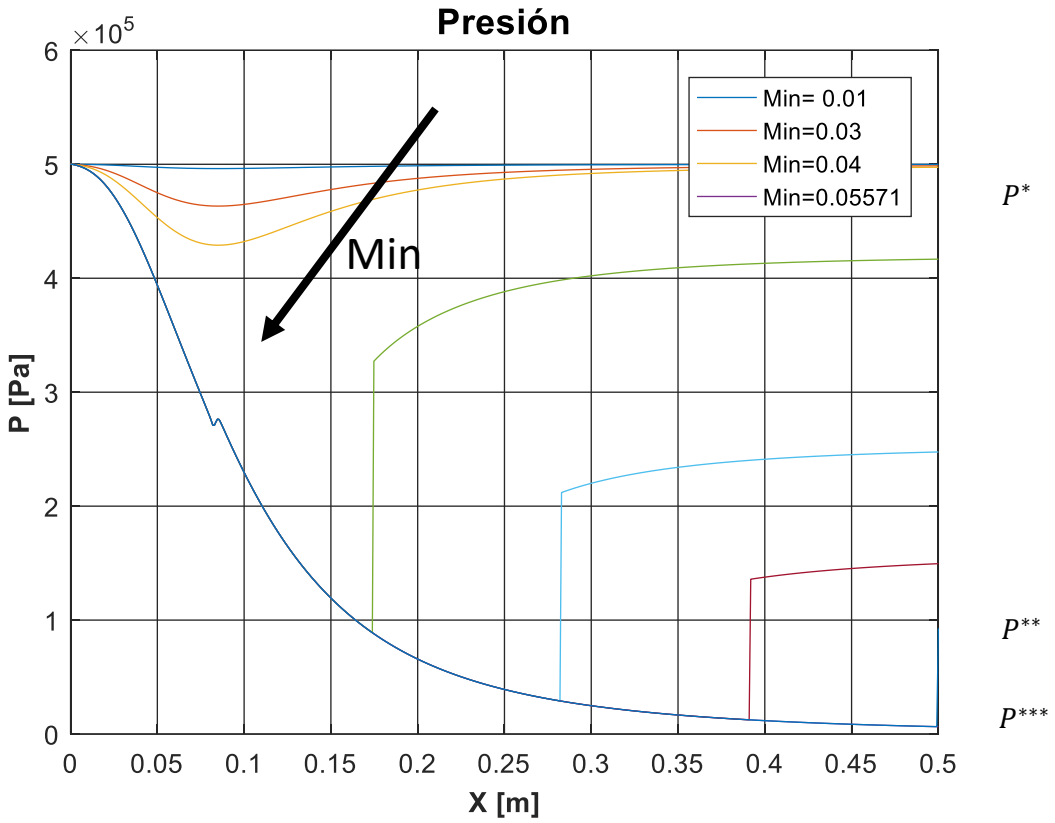
# 4. Resultados del estudio físico

## 4.1. Análisis de los resultados obtenidos

Los resultados presentados en este apartado se han calculado con los siguientes parámetros:

| $L$ | $\varepsilon_r$ | $p_{in}$ | $T_{in}$ | $T_w$ | N | $\delta$ | Gas |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.5 m | 0.0001 | 5 bar | 600 K | 300 K | 555 | $10^{-10}$ | Aire |

Para todas las curvas, se han pintado 3 ondas de choque cualquiera. Realmente, sólo se producirá la que corresponda a la presión ambiente correspondiente.




En la anterior figura se representa la presión para diferentes Mach de entrada. Para el caso de flujo crítico (M=1 en la garganta) se obtiene la presión de diseño $P^{***} = 6428\ Pa$, la última antes de que se produzcan ondas de choque, obtenida mediante el criterio de Summerfield, $P^{**} = 16070\ Pa$ y, la última para flujo crítico $P^{*} = 4.9 \cdot 10^{5} Pa$ .

Así pues, con la presión del ambiente, se puede ver el funcionamiento de esta tobera.

- Si $P_a < P^{***}$ se tiene tobera sub-expansionada y no se aprovecha al máximo. Es similar al caso de una tobera convergente en situación de flujo crítico (M=1 en garganta).
- Si $P_a = P^{***}$ se tiene tobera adaptada. Aquí es donde más empuje produce esta.
- Si $P^{***} < P_a < P^{**}$ se tiene tobera sobre-expansionada pero sin ondas de choque. Estas ondas se intentan evitar pues provocan perdidas por efectos de compresibilidad. Un

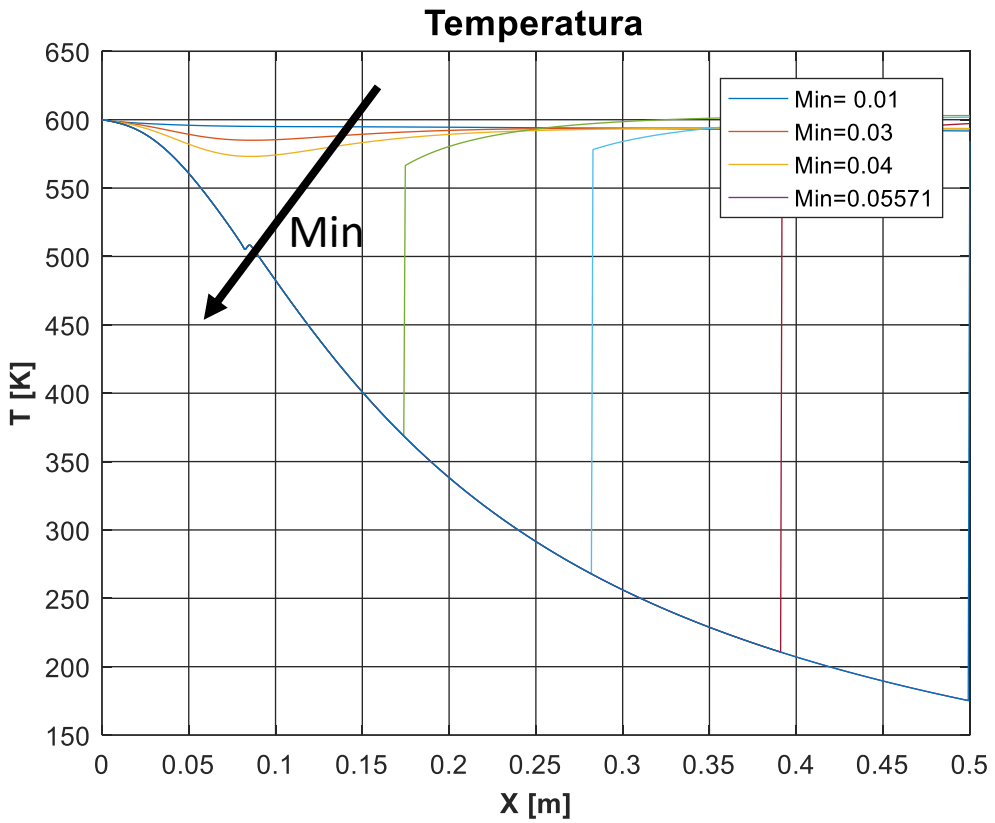
motor de cohete por ejemplo, siempre intenta evitar que se produzcan ya que entonces el *Thrust* baja considerablemente.

- Si $P^{**} < P_a < P^*$ se tiene tobera sobre-expansionada y se producen ondas de choque.
- Si $P_a > P^*$ se tiene flujo subsónico después de la garganta.

Mediante el modelo ISA, se puede relacionar la altura con la presión de la siguiente[3] manera:

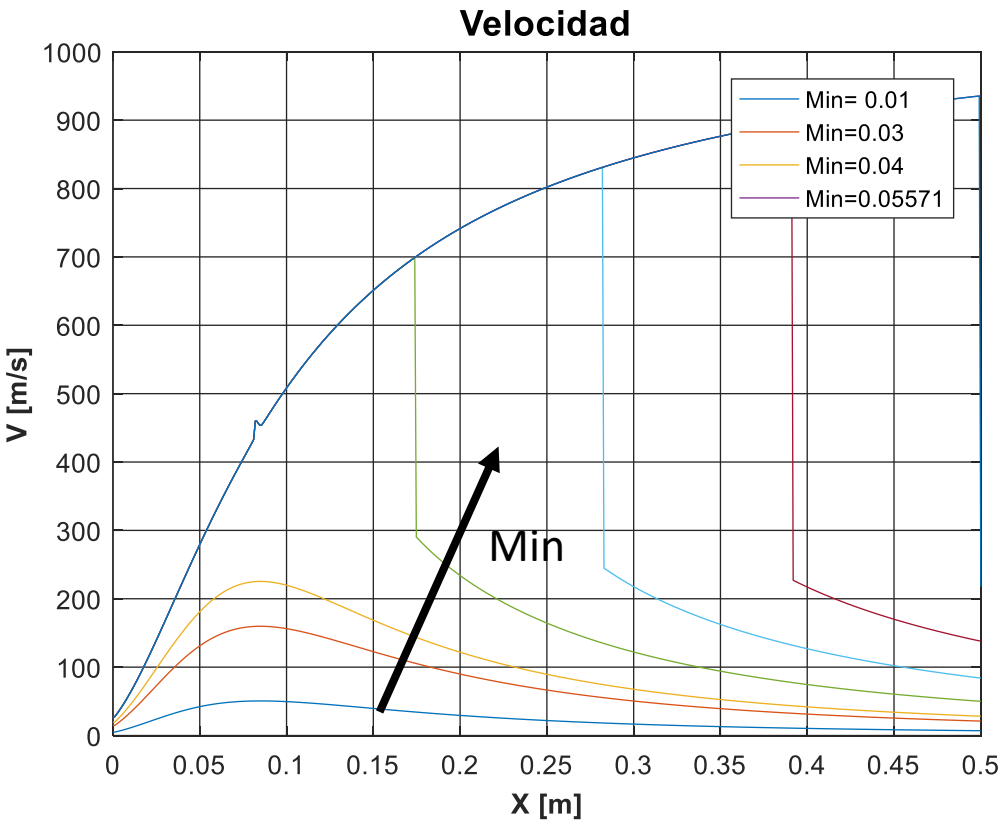
$$P = P_{11} \cdot e^{-\frac{g}{RT}(h-h_{11})}$$

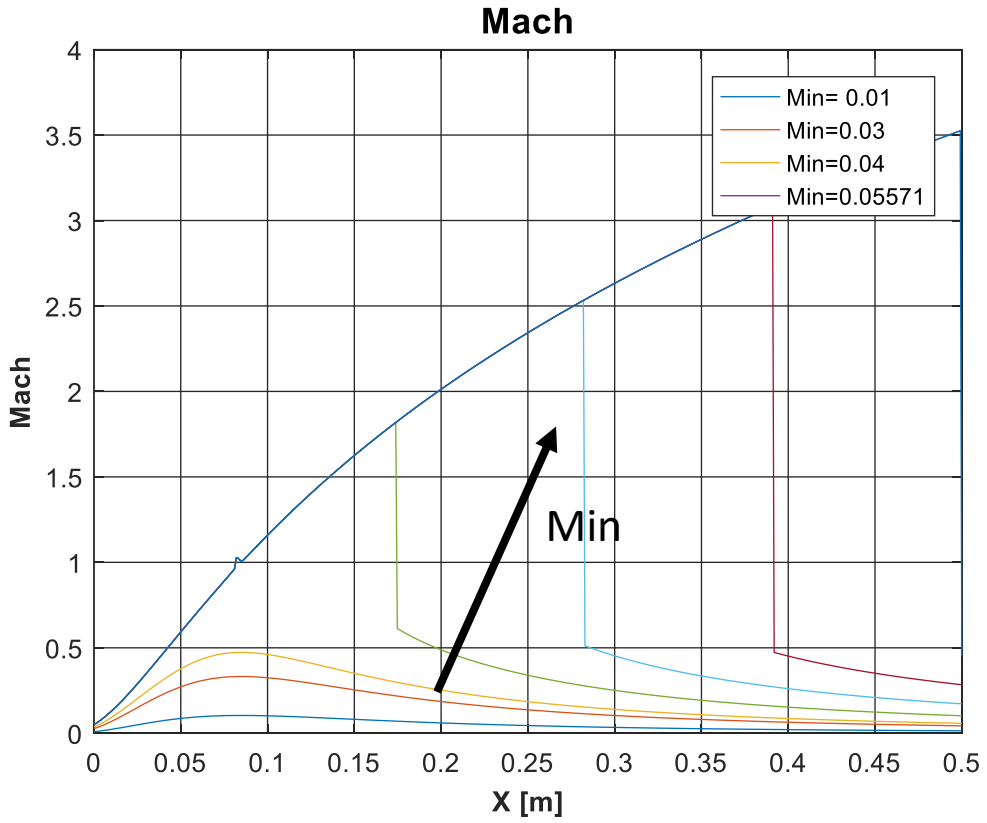
Así pues, se obtiene que la tobera está adaptada a **18 km** de altura y a partir de los **13 km** ya no se producen ondas de choque.

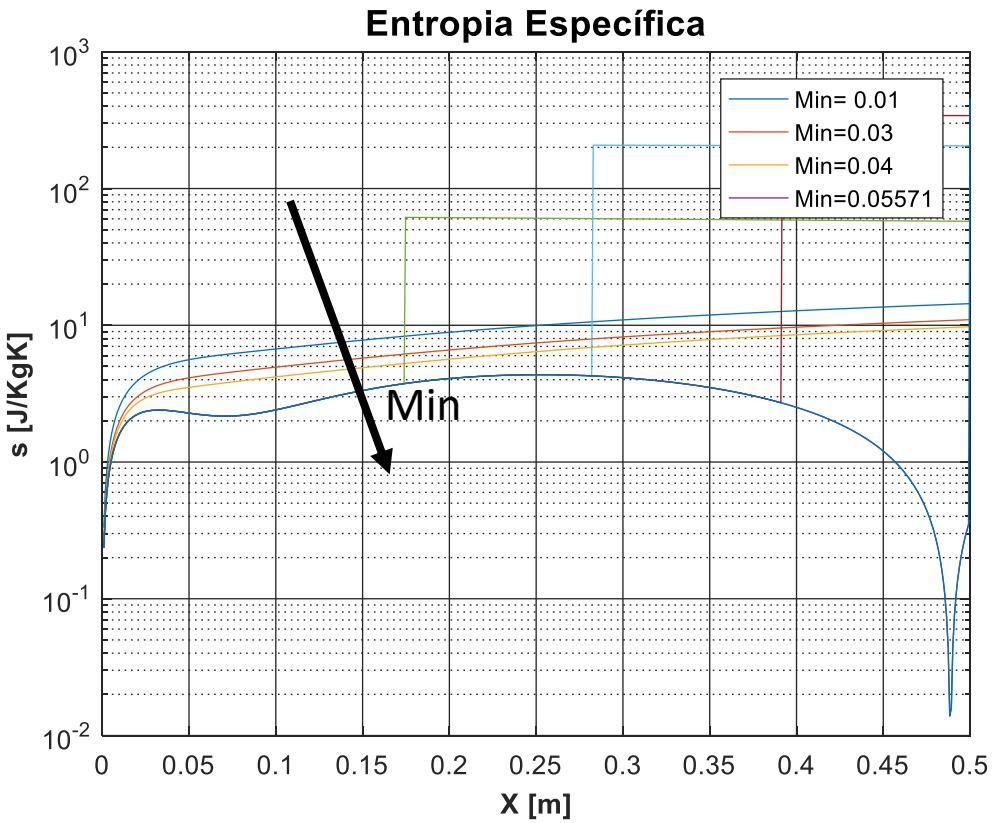


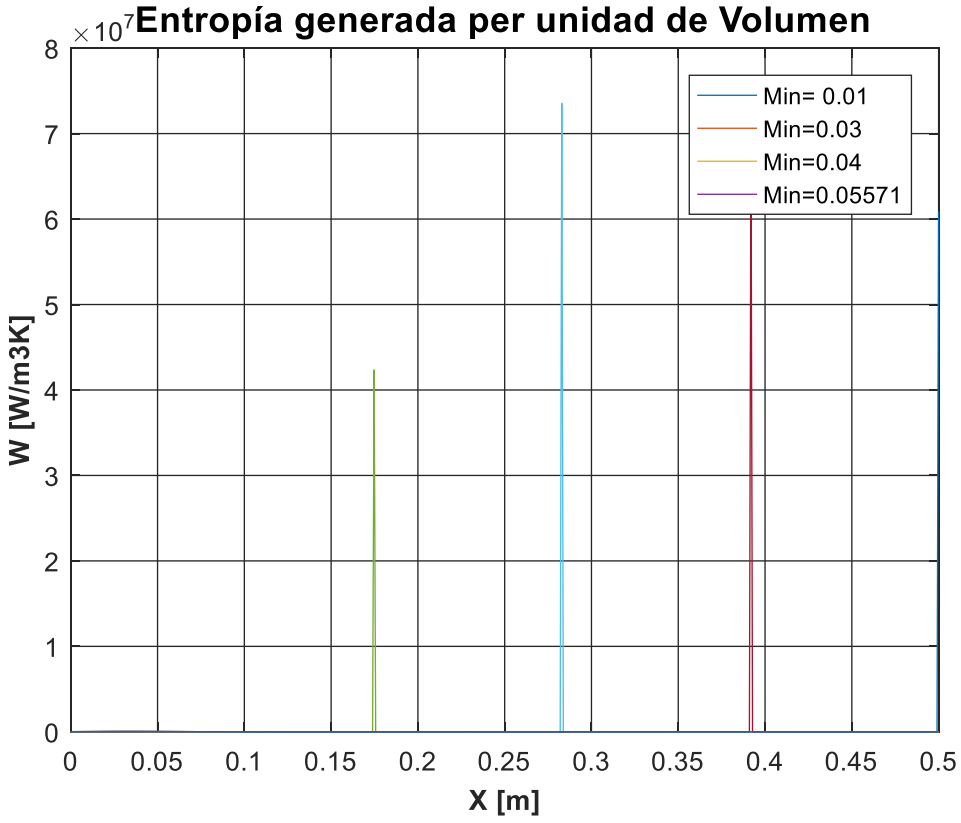

Obsérvese la violenta subida de Temperatura que se produce en la onda de choque.

[3] Válido a partir de los 11km de altura.

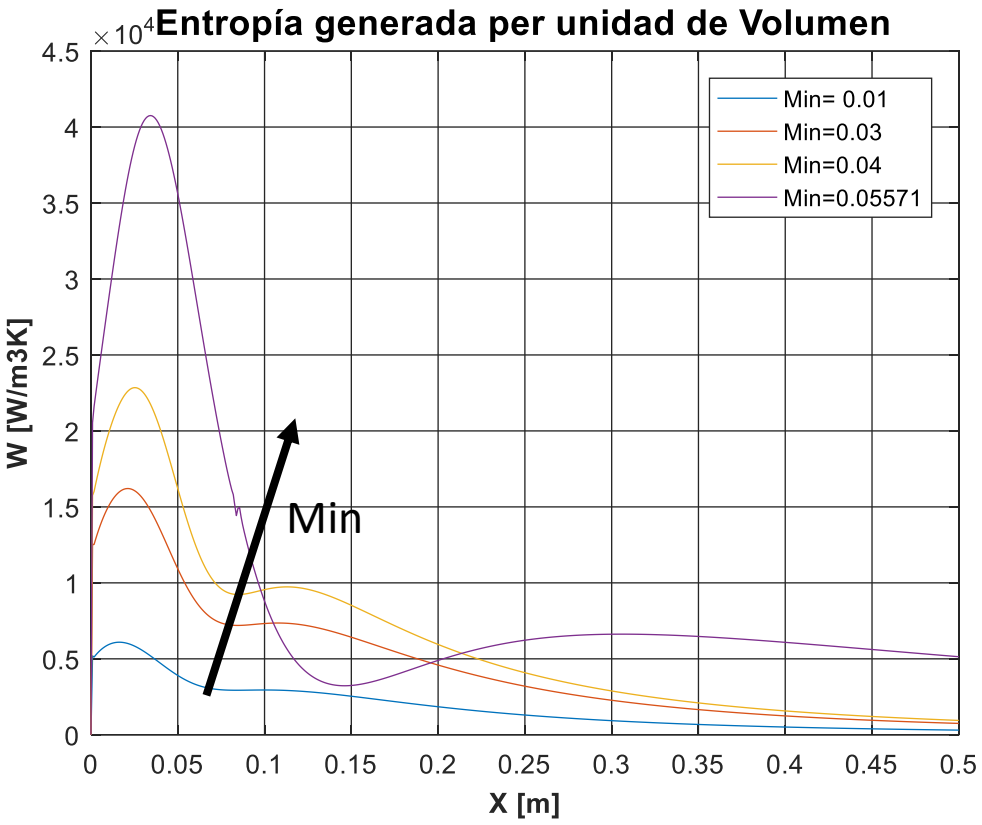

Velocidad
V [m/s]
X [m]
Min= 0.01
Min=0.03
Min=0.04
Min=0.05571
Min
0
100
200
300
400
500
600
700
800
900
1000
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4
0.45
0.5


Mach
Mach
X [m]
Min= 0.01
Min=0.03
Min=0.04
Min=0.05571
Min
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4
0.45
0.5

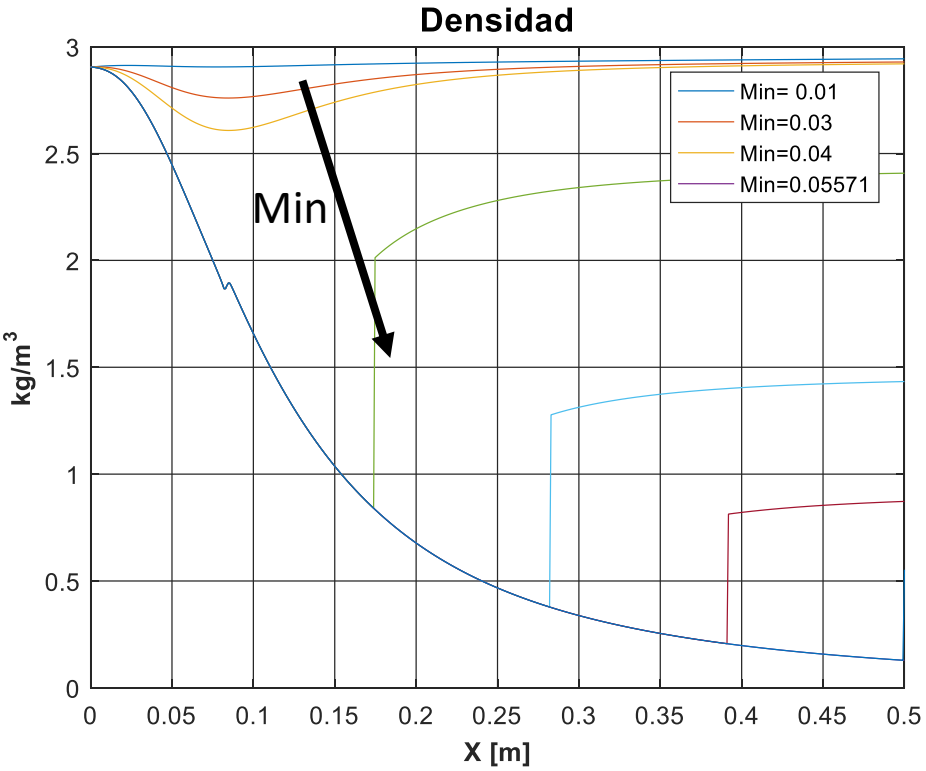

Entropia Específica
s [J/KgK]
X [m]
Min= 0.01
Min=0.03
Min=0.04
Min=0.05571
Min


×10^7
Entropía generada per unidad de Volumen
W [W/m3K]
X [m]
Min= 0.01
Min=0.03
Min=0.04
Min=0.05571

Y la entropía generada sin ondas de choque es:




De las dos últimas gráficas se vuelve a poner de manifiesto el gran salto de entropía generada que causa una onda de choque.



Todos estos resultados se comparan de nuevo con los resultados de "*Problemes de flux compressible*" para el mismo problema y las soluciones coinciden. Así pues, queda validado el código y el algoritmo de resolución.

Para finalizar con el apartado, cabe mencionar que por algún motivo, el código no responde adecuadamente para el caso de M = 1 en garganta. Por ello, cuando a lo largo de la tobera las velocidades se acercan a M=1, se ha optado por saltar de M=0.99 a M=1.01. De esta manera, el algoritmo puede continuar sin problemas. Este es el motivo por el cual aparecen las pequeñas perturbaciones en las curvas que se observan para el caso de la tobera crítica.

## 4.2. Influencia del material

Debido a que no se considera la conducción, la variación material no afecta en ningún aspecto el análisis efectuado. Ahora sí, evidentemente, este tendrá que poder soportar las elevadas temperaturas a las que se puede ver sometido (del orden de 400ºC). Para ello, muchas veces el empleo de refrigeración es inevitable pues la temperatura de fusión llega a ser inferior a las temperaturas a las que alcanza el flujo.

# 5. Anexo

## 5.1 Código utilizado

### Complet.m

```
clc;
clear                                                                    all;
tic
```

### Entrada de datos.

```
ra=0;
d=10^-6;
%%Gas                                          :                                    aire
cp=@(T)                                                  1022-0.1626*T+3.5025*10^-4*T^2;
lambda=@(T)                                                    3.807*10^-3+7.4*10^-5*T;
nu=@(T)                                      (2.53928*10^-5*sqrt(T/273.15))/(1+(122/T));

%%Caso                de                tobera                convergente-divergente
er=0.0001;
L=0.5;
N=555;
dz=L/N;
conv_div=1;
for                                                                          i=1:(N+1)
    Rs(i)=1/(100*i*dz+1.5)+i*dz+0.015;
    D(i)=0.01;
    S(i)=pi*Rs(i)^2;
end
[MIN                                  ,                                Nmin]=min(Rs(:));
for                                                                           i=1:(N)
    theta(i)=atan((Rs(i+1)-Rs(i))/dz);
    Al(i)=2*pi*Rs(i)*dz/cos(theta(i));
end
    theta(N+1)=atan((Rs(N+1)-Rs(N))/dz);
    Al(N+1)=2*pi*Rs(N+1)*dz/cos(theta(N+1));

Pin=5*100000;
Tin=600;
R=287;
gamma=(cp(Tin))/(cp(Tin)-R);
Tw=300; %in K and cte
```

### Obtención de Datos a diferentes M de entrada

```
for              Min=[0.01              0.03              0.04              0.05571];
Vin=Min*sqrt((gamma*R*Tin));                                                  %m/s
ra=ra+1;
%      Caso      de      tobera      no-crítica      (obtenido      por      pruebas)
               %   Onda   de   choque   se   ve   a   producir   despues   del   tubo
               %          (no          hay          onda          de          choque)
               choq=N+5;
               %%Se   llama   al   programa   que   realiza   todos   los   calculos
               compresible;
```

```
                %            Se            guardan            los            resultados
                Pnc(ra,:)=P;        Tnc(ra,:)=T;        Vnc(ra,:)=V;        Mnc(ra,:)=M;
                entrnc(ra,:)=entr;                                    Sgennc(ra,:)=Sgen;
%                 Caso                de                tobera                crítica
          if                                                                  Min==0.05571
                %puntos    donde    se    va    a    calcular    la    onda    de    choque
                %(Nmin=garganta)
                rw=1;
                w=round(linspace(Nmin+100,N,4));
                for                                                                 choq=w
                %%Se llama al codigo que realiza todos los calculos para cada onda de
                %%choque
                compresible;
                Pc(rw,:)=P;          Tc(rw,:)=T;          Vc(rw,:)=V;          Mc(rw,:)=M;
                entrc(rw,:)=entr;                                     Sgenc(rw,:)=Sgen;
                rw=rw+1;
                end
          end
end
DataFINAL                                                                           =
struct('Pnc',Pnc,'Pc',Pc,'Tnc',Tnc,'Tc',Tc,'Vnc',Vnc,'Vc',Vc,'Mnc',Mnc,'Mc',Mc,'entrnc',
entrnc,'entrc',entrc,'Sgennc',Sgennc,'Sgenc',Sgenc);
```

### Tratamiento de Datos

```
graficas(DataFINAL,L,N);
toc
```

```
Elapsed time is 2.807843 seconds.
```

## Compresible.m

### Matrices de datos (caso 1D)

```
P=zeros(1,N+1);         T=zeros(1,N+1);         V=zeros(1,N+1);         ro=zeros(1,N+1);
M=zeros(1,N+1);                 Sgen=zeros(1,N+1);                 entr=zeros(1,N+1);
%Variable    que    se    activa    una    vez    se    produce    el    salto    de    M
salt=false;
%Variable  que  se  activa  una  vez  llegamos  al  punto  donde  aparecería  onda  de
%choque
xoc=false;
```

### Caso inicial

```
P(1)=Pin;                           T(1)=Tin;                           V(1)=Vin;
ro(1)=P(1)/(R*T(1));
mins=ro(1)*V(1)*S(1);
M(1)=Min; Sgen(1)=0; entr(1)=0;
```

### Comienzan las iteraciones

```
for                                                                         i=1:(N);
    if                                                                       i>=choq
        xoc=true;
    end
    %    Alteración    de    los    valores    para    que    nunca    estemos    en    M=1.
```

```
            if                M(i)>=0.97              &&              salt==false
                Vch=V(i);
                Pch=P(i);
                Tch=T(i);
                roch=ro(i);
                Mch=M(i);
                V(i)=V(i)*1.05;
                P(i)=P(i)*0.99999;
                T(i)=T(i)*0.99999;
                ro(i)=P(i)/(R*T(i));
                mins=ro(i)*V(i)*S(i);
                M(i)=V(i)/(sqrt((gamma*R*T(i))));
                salt=true;
                entra=true;
            end
    %Valores             a             la             salida             supuestos
    P(i+1)=P(i);
    T(i+1)=T(i);
    V(i+1)=V(i);
    ro(i+1)=ro(i);
    %     Variable     que     se     activa     cuando     el     VC     converge
    bien=false;
while  bien==false                                                    %Propiedades
medias                                                                  supuestas
        ro_m=(ro(i+1)+ro(i))/2;
        V_m=(V(i+1)+V(i))/2;
        T_m=(T(i+1)+T(i))/2;
        P_m=ro_m*R*T_m;
        Re=ro_m*V_m*D(i)*2/nu(T_m);
```

T*

```
        %PARA                                                                GASES
        if                                                                  Re>2000
            Data=Tref(1,d,T_m,P_m,V_m,Tw,D(i),L,R,S(i));
        else
            Data=Tref(2,d,T_m,P_m,V_m,Tw,D(i),L,R,S(i));
        end
        %Propiedades                                        a                T_ref
        Cpi=Data.cp;       lambdai=Data.lambda;       nui=Data.nu;       alphai=Data.a;
        r=Data.r;                                                          T_r=Data.T_r;
        %Se      calcula      "f"      a      partir      del      Re      calculado
                if                                                        (Data.Re<2000)
                    f=16/Data.Re;
                elseif    (Data.Re>5*10^3    &&    Data.Re<3*10^4    &&    er<=0.0001)
                    f=0.079*Data.Re^-0.25;
                elseif  (Data.Re>5*10^3  &&  Data.Re<3*10^4  &&  er>0.003  &&  er<0.005)
                    f=0.096*Data.Re^-0.25;
                elseif    (Data.Re>3*10^4    &&    Data.Re<3*10^6    &&    er<=0.0001)
                    f=0.046*Data.Re^-0.2;
                elseif  (Data.Re>3*10^4  &&  Data.Re<3*10^6  &&  er>0.003&&  er<0.005)
                    f=0.078*Data.Re^-0.2;
                end
                        %Churchill                General                Expression
        %                                  AS=(2.457*log(1/((7/Re)^0.9+0.27*er)))^16;
        %                                                          BS=(37530/Re)^16;
        %         f=2*((8/Re)^12+1/(AS+BS)^(3/2))^(1/12);
```

## Cálculo de coeficientes que resuelven ecuaciones N-S

```
        Al_m=(Al(i+1)+Al(i))/2;
        Av=mins+f*ro_m*abs(V_m)/4*Al_m*cos(theta(i));
        Bv=(S(i)+Al_m/2*sin(theta(i)));
        Cv=(S(i)+Al_m/2*sin(theta(i)))*P(i)+(mins-
f*ro_m*abs(V_m)/4*Al_m*cos(theta(i)))*V(i);

        At=mins*cp(T_m)+alphai*Al(i)/2;
        Bt=mins/2+r*alphai*Al(i)/(4*Data.cptref);
        Ct=(mins*cp(T_m)-alphai*Al(i)/2)*T(i)+(mins/2-
r*alphai*Al(i)/(4*Data.cptref))*V(i)^2+alphai*Tw*Al(i);

        A=Av*At*S(i)-Bv*Bt*mins*R;
        B=Cv*At*S(i);
        C=Bv*Ct*mins*R;

        dis=B^2-4*A*C;
```

## Únicamente se prosigue si discriminante es positivo

```
        if                                                              dis>0
            %Se                obtienen                2               soluciones.
            %Revisión    de    las    soluciones    mediante    entropia    generada

            positiva=1;%               para               raíz               positiva
            DataFinal_a                                                          =
checkSgen(dis,A,B,C,Av,Bv,Cv,At,Bt,Ct,positiva,T(i),P(i),mins,Data,dz,Al(i),S(i),Tw,V(i)
,f,Data.ro);
            Sgena=DataFinal_a.sgen;

            positiva=0;%               para               raíz               negativa
            DataFinal_b                                                          =
checkSgen(dis,A,B,C,Av,Bv,Cv,At,Bt,Ct,positiva,T(i),P(i),mins,Data,dz,Al(i),S(i),Tw,V(i)
,f,Data.ro);
            Sgenb=DataFinal_b.sgen;

            if                          Sgena>=0            &&            Sgenb<0
                V_i=DataFinal_a.v;
                P_i=DataFinal_a.p;
                T_i=DataFinal_a.T;
                ro_i=DataFinal_a.ro;
                %              Se              revisa              convergenica
                    if  abs(P_i-P(i+1))<d  &&  abs(T_i-T(i+1))<d  &&  abs(V_i-V(i+1))<d
                        bien=true;
                    end
                 %   Calculo   de   los   valores   a   la   salida   del   VC
                V(i+1)=V_i;
                P(i+1)=P_i;
                T(i+1)=T_i;
                ro(i+1)=ro_i;
                Sgen(i+1)=Sgena;
                entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_a.S;
                gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));

            elseif              Sgena<0              &&              Sgenb>=0
```

```
                V_i=DataFinal_b.v;
                P_i=DataFinal_b.p;
                T_i=DataFinal_b.T;
                ro_i=DataFinal_b.ro;
                    if  abs(P_i-P(i+1))<d  &&  abs(T_i-T(i+1))<d  &&  abs(V_i-V(i+1))<d
                        bien=true;
                    end
                V(i+1)=V_i;
                P(i+1)=P_i;
                T(i+1)=T_i;
                ro(i+1)=ro_i;
                Sgen(i+1)=Sgenb;
                entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_b.S;
                gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));
            else
                %   En   caso   de   flujo   crítico,   se   obtienen   dos   solcuiones
                %                                                          positivas

                a=abs(DataFinal_a.v-V(i));%                                      Salto
                b=abs(DataFinal_b.v-V(i));
                if                                                                 a<b
                       if                              i                          ~=choq
                           %      Se      escoge      el      caso      sin      salto
                            V_i=DataFinal_a.v;
                            P_i=DataFinal_a.p;
                            T_i=DataFinal_a.T;
                            ro_i=DataFinal_a.ro;
                           if  abs(P_i-P(i+1))<d  &&  abs(T_i-T(i+1))<d  &&  abs(V_i-V(i+1))<d
                                bien=true;
                            end
                            V(i+1)=V_i;
                            P(i+1)=P_i;
                            T(i+1)=T_i;
                            ro(i+1)=ro_i;
                            Sgen(i+1)=Sgena;
                            entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_a.S;
                            gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                            M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));
                           else
                            %   Se   escoge   el   caso   que   genera   salto   (onda   de
                            %                                                      choque)
                            V_i=DataFinal_b.v;
                            P_i=DataFinal_b.p;
                            T_i=DataFinal_b.T;
                            ro_i=DataFinal_b.ro;
                         if  abs(P_i-P(i+1))<d  &&  abs(T_i-T(i+1))<d  &&  abs(V_i-V(i+1))<d
                                bien=true;
                            end
                            V(i+1)=V_i;
                            P(i+1)=P_i;
                            T(i+1)=T_i;
                            ro(i+1)=ro_i;
                            Sgen(i+1)=Sgenb;
                            entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_b.S;
                            gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                            M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));
                          end
```

```
                else
                    if                          i                          ~=choq
                        V_i=DataFinal_b.v;
                        P_i=DataFinal_b.p;
                        T_i=DataFinal_b.T;
                        ro_i=DataFinal_b.ro;
                    if  abs(P_i-P(i+1))<d  &&  abs(T_i-T(i+1))<d  &&  abs(V_i-V(i+1))<d
                                        bien=true;
                                    end
                        V(i+1)=V_i;
                        P(i+1)=P_i;
                        T(i+1)=T_i;
                        ro(i+1)=ro_i;
                        Sgen(i+1)=Sgenb;
                        entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_b.S;
                        gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                        M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));
                    else
                        V_i=DataFinal_a.v;
                        P_i=DataFinal_a.p;
                        T_i=DataFinal_a.T;
                        ro_i=DataFinal_a.ro;
                    if abs(P_i-P(i+1))<d && abs(T_i-T(i+1))<d && abs(V_i-V(i+1))<d
                            bien=true;
                        end
                        V(i+1)=V_i;
                        P(i+1)=P_i;
                        T(i+1)=T_i;
                        ro(i+1)=ro_i;
                        Sgen(i+1)=Sgena;
                        entr(i+1)=entr(i)+DataFinal_a.S;
                        gamma=(cp(T(i+1))/R)/(cp(T(i+1))/R-1);
                        M(i+1)=V(i+1)/(sqrt((gamma*R*T(i+1))));
                    end
                end
            end
        else
            display('Dis                        negatiu.                        Error');
           break;
        end                                                                    end
end
```

## Tref.m

### Proceso iterativo para el cálculo de Tref

```
function            Datos            =            Tref(caso,d,T_m,P_m,V_m,Tw,D,L,R,S)
T_reff=T_m;
T_rn=T_m+1;
listo=false;
while                                                                  listo==false;
        cp=(1022-0.1626*T_reff+(3.5025*10^-4)*T_reff^2);
        nu=(2.53928*10^-5*sqrt(T_reff/273.15))/(1+(122/T_reff));
        lambda=(3.807*10^-3+7.4*10^-5*T_reff);
        Pr=(cp*nu/lambda);
        %Según            turubulento(1)            o            laminar            (2)
        if                                                                  caso==1
            r=Pr^(1/3);
```

```
        else
            r=Pr^(1/2);
        end
        cptref=1/(T_rn-T_m)*(1022*(T_rn-T_m)-0.1626/2*(T_rn^2-T_m^2)+((3.5025*10^-
4)/3)*(T_rn^3-T_m^3));
        T_rn=T_m+r*(V_m)^2/(2*cptref);
        T_ref=T_m+0.5*(Tw-T_m)+0.22*(T_rn-T_m);

        %                              Revisamos                              convergencia
        if                                                                abs(T_ref-T_reff)<d
            listo=true;
            T_reff=T_ref;
            T_r=T_rn;
        else
            T_reff=T_ref;
            T_rn=T_rn;
        end
end
ro_Tref=P_m/(R*T_reff);
Ref=ro_Tref*V_m*D/nu;
Gz=pi*D/(4*L)*Ref*Pr;
a=alpha(Ref,Gz,Pr,lambda,D);
%            Tupla            que            devuelve            la            funcion
Datos = struct('cp',cp,'nu',nu,'lambda',lambda, 'Pr', Pr, 'r', r, 'T_ref',T_reff, 'T_r',
T_r,    'Re',    Ref,    'Gz',    Gz,    'a',a,    'ro',    ro_Tref,'cptref',cptref);
end
```

## checkSgen.m

```
function                    DataFinal                    =                    checkSgen(
dis,A,B,C,Av,Bv,Cv,At,Bt,Ct,positiva,Tc,pc,min,Data,dz,Al,S,Tw,V,f,rop)
R=287;
cp=@(T)                                                  1022-0.1626*T+3.5025*10^-4*T^2;
    if                                                                          positiva
        v=(B+sqrt(dis))/(2*A);
    else
        v=(B-sqrt(dis))/(2*A);
    end
p=(Cv-Av*v)/Bv;
T=(Ct-Bt*v*v)/At;
ro=p/(R*T);

%Check                  with                  conservation                  equations
%                 Ec                  de                  la                       masa
ecm=min-ro*v*S;
%                        Ec                        del                        momentum
eccm=min*(v-V)-pc*S+p*S+f*(ro+rop)/2*abs((v+V)/2)*((v+V)/2)/2*Al;
%                        Ec                        de                        l'energia
ece=min*cp((T+Tc)/2)*(T-Tc)+min*(v^2/2-V^2/2)-Data.a*(Tw-
((T+Tc)/2+Data.r*(((v+V)/2)^2)/(2*Data.cptref)))*Al;

%Calculamos                              Entropia                              generada
Ds=1022*log(T/Tc)-0.1626*(T-Tc)+((3.5025*10^-4)/2)*(T^2-Tc^2)-R*log(p/pc);
Sgen=min*Ds/(S*dz)-Data.a*Al*(Tw-Data.T_r)/(S*dz*Tw);
DataFinal  =  struct('sgen',Sgen,'Ds',Ds,'v',v,  'p',  p,  'T',  T,  'ro',ro,  'S',  Ds);
end
```

## alpha.m

```
function alphai = alpha( Re_Tref,Gz_Tref,Pr_Tref,lambdai,D)
    if Re_Tref<2000 && Gz_Tref>10
        C=1.86;
        m=1/3;
        n=1/3;
        K=(D/L)^(1/3)*(nui/nu(Tw))^(0.14);
    elseif Re_Tref<2000 && Gz_Tref<10
        C=3.66;
        m=0;
        n=0;
        K=1;
    elseif Re_Tref>2000
        C=0.023;
        m=0.8;
        n=0.4;
        K=1;
    end
%Nusselt
Nu=C*Re_Tref^m*Pr_Tref^n*K;
%Coeficeinte de calor por convección
alphai=Nu*lambdai/(D);
end
```

## graficas.m

```
function graficas( DataFINAL,L,N)
figure1 = figure('Color',[1 1 1]);
%  legendInfo{ra} = ['Min = ' num2str(Min)];
x=linspace(0,L,N+1);
    subplot(3,2,1)
    plot(x,DataFINAL.Pnc,x,DataFINAL.Pc);
    grid on;
    title('Pressió','FontWeight','bold','FontSize',14);
    xlabel('X [m]','FontWeight','bold'); ylabel('P
[Pa]','FontWeight','bold');

    subplot(3,2,2)
    plot(x,DataFINAL.Tnc,x,DataFINAL.Tc);
    hold on;
    grid on;
    title('Temperatura','FontWeight','bold','FontSize',14);
    xlabel('X [m]','FontWeight','bold'); ylabel('T
[K]','FontWeight','bold');

    subplot(3,2,3)
    plot(x,DataFINAL.Vnc,x,DataFINAL.Vc);
    hold on;
    grid on;
    title('Velocitat','FontWeight','bold','FontSize',14);
    xlabel('X [m]','FontWeight','bold'); ylabel('v
[m/s]','FontWeight','bold');

    subplot(3,2,4)
    plot(x,DataFINAL.Mnc,x,DataFINAL.Mc);
    hold on;
```

```
                grid                                                                    on;
                title('Mach','FontWeight','bold','FontSize',14);
                xlabel('X [m]','FontWeight','bold'); ylabel('Mach','FontWeight','bold');

                subplot(3,2,5)
                semilogy(x,abs(DataFINAL.entrnc),x,abs(DataFINAL.entrc));
                hold                                                                    on;
                grid                                                                    on;
                title('Entropia          Específica','FontWeight','bold','FontSize',14);
                xlabel('X             [m]','FontWeight','bold');             ylabel('s
[J/KgK]','FontWeight','bold');

                subplot(3,2,6)
                plot(x,DataFINAL.Sgennc,x,DataFINAL.Sgenc);
                hold                                                                    on;
                grid                                                                    on;
                title('Entropía         generada         per         unitat          de
Volum','FontWeight','bold','FontSize',14);
                xlabel('X             [m]','FontWeight','bold');             ylabel('W
[W/m3K]','FontWeight','bold');
end
```

## 5.2 Comportamiento Analítico Esperado y Criterio de Summerfield