

ESEIAAT
SISTEMES DE PROPULSIÓ D'AERONAUS



Escola Superior d'Enginyeries Industrials,
Aeroespacial i Audiovisual de Terrassa

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Parametrització d'un motor Jet

Eva María Urbano González

Pol Fontanes

Boyan Naydenov

24 de maig de 2018

Índex

1	Introducció i Objectius	3
2	Descripció del/s motor/s	3
3	Elecció de les condicions de disseny per un motor òptim	4
4	Càlcul paramètric del motor real	5
5	Càlcul i Elecció del Mixer	6
6	Càlcul i elecció de l'hèlix	6
6.1	Paràmetres suposats	6
6.2	Càlcul del turboprop amb optimització de la potència de la turbina de baixa pressió	6
6.3	Càlcul del turboprop substituint el fan per una hèlix	8
6.4	Conclusions sobre el turboprop	8
6.5	Elecció de l'hèlix	8
7	Càlcul i elecció de postcombustor	10
7.1	Paràmetres suposats	10
7.2	Postcombustor adherit al flux primari	10
7.2.1	Resultats postcombustor	10
8	Càlcul de consum d'aire i fuel en vol	12
9	Càlcul de dimensionat d'àrees	12
10	Conclusions	12
11	Sample Section	13
A	Annex: Verificació del codi	16
A.1	Verificació turbofan	16
A.2	Verificació motor real	17
A.3	Verificació mixer	18
A.4	Verificació turbopropeller	19

Codis

1	ComputeK.m	13
---	----------------------	----

Índex de figures

2	\hat{F} en funció de π_c i π_f	4
3	α_{opt} en funció de π_c i π_f	4
4	Selecció dels paràmetres de disseny	4
5	Algoritme emprat per trobar els valors òptims	5
6	Fluxos màssics - motor real	6
7	Paràmetres C turboprop amb turbina de baixa pressió optimitzada	7
8	Paràmetres C turboprop amb turbina de baixa pressió no optimitzada	8
9	Corba de rendiment d'una hèlix de pas fix.	8
10	Paràmetres de disseny de l'hèlix.	8
11	Paràmetres suposats al postcombustor.	10
12	Resultats d'implementar el postcombustor.	10
13	Sample Caption	13

1 Introducció i Objectius

El present treball forma part de l'assignatura de Sistemes de Propulsió d'Aeronaus. Gran part d'aquesta assignatura consisteix en l'estudi dels tipus de motors d'una aeronau i de les possibilitats d'optimització, a més de la parametrització dels motors tant en cas ideal com en cas real.

Per tal profunditzar en les àrees de coneixement relacionades amb l'assignatura es proposa la realització d'aquest projecte. L'objectiu es el disseny preliminar de la motorització d'una aeronau partint de tres condicions de disseny: empena, velocitat i altitud de vol. Amb aquestes condicions el sistema no queda definit, de manera que es necessari establir certs criteris per a aconseguir tots els paràmetres del motor. En les següents pàgines es discutirà quin tipus de motor pot ser adequat i el criteri de disseny a utilitzar. A més de fer el càlcul del motor escollit, es faran estudis per a la possible implementació de *mixer*, *propeller* i *afterburner*. Amb aquests estudis es busca saber si pel motor escollit aquests sistemes son profitosos o no, tenint en compte els resultats obtinguts amb ells i sense ells i el pensament crític del grup de treball.

Per últim es discutirà com serà el motor final i es calcularan les àrees d'aquest i el consum d'aire i combustible.

Els càlculs que es mostraran han estat realitzats utilitzant un codi desenvolupat en MATLAB. Aquest codi ha sigut verificat utilitzant com a referencia problemes resolts a classe¹ per a assegurar la validesa dels resultats. La informació teòrica per a poder-lo fer a estat extreta dels apunts de classe de teoria i problemes de l'assignatura de Sistemes de Propulsió d'Aeronaus tant per part de Pau Marent com per part de Marc Maymó i del llibre

Elements of Gas Turbine Propulsion, de Jack D. Mattingly.

2 Descripció del/s motor/s

Les característiques que ha de complir el motor son les següents:

- Empenta de creuer: $F = 25000N$
- Alçada de vol: $h = 9500m$
- Velocitat de creuer: $v = 600km/h$

A més de tot això es tracta d'un disseny real, per la qual cosa s'han de tenir en compte els següents ratis i temperatura màxima d'entrada a la turbina:

- Rati de pressió al difusor: $\pi_d = 0.96$
- Rendiment al compressor: $\eta_c = 0.88$
- Rati de pressió a la cambra de combustió: $\pi_b = 0.94$
- Eficiència de combustió: $\eta_b = 0.99$
- Rendiments de turbina: $\eta_{tH} = \eta_{tL} = 0.87$
- Rati de pressió a la tovera: $\pi_n = 0.98$
- Rendiment mecànic: $\eta_{mec} = 0.99$
- Temperatura d'entrada a la turbina: $T_{t4} = 1780$

Segons la Figura ??, per a les característiques esmentades els millors candidats serien el turbojet i el turbofan. Un dels criteris per al disseny del motor serà el de minimitzar el consum de combustible incrementant l'eficiència propulsiva. El tipus de motor adequat es doncs el turbofan, més massa a una velocitat més petita.

¹Verificació del codi es pot visualitzar a l'Annex A

3 Elecció de les condicions de disseny per un motor òptim

Donada l'alçada i la velocitat de vol, així com T_{t4} les tres variables de disseny són π_c , π_f i α . Així doncs, aquests s'han d'escollir per tal d'obtenir el millor motor possible donades les dades de l'enunciat mostrades a l'apartat 2. Es recorda que:

$$\pi_c = \frac{P_{3t}}{P_{2t}} = \pi_f \times \pi_{cL} = \frac{P_{2.5t}}{P_{2t}} \times \frac{P_{3t}}{P_{2.5t}}$$

$$\pi_f = \frac{P_{2.5t}}{P_{2t}} = \frac{P_{1.3t}}{P_{2t}}$$

$$\alpha = \frac{m_{primari}}{m_{secundari}}$$

Per fer la tria, s'ha fet un extens estudi amb l'objectiu de trobar els paràmetres adequats a les condicions de vol proporcionats a l'enunciat. Aquest es troba integrat a la funció *opt_parametros.m* i es basa en dos criteris:

- Provar diferents combinacions de π_f i π_c per tal de trobar el punt on ja no valgui la pena continuar pujant-les, és a dir, allà on la força adimensional creixi poc amb la pujada dels paràmetres.

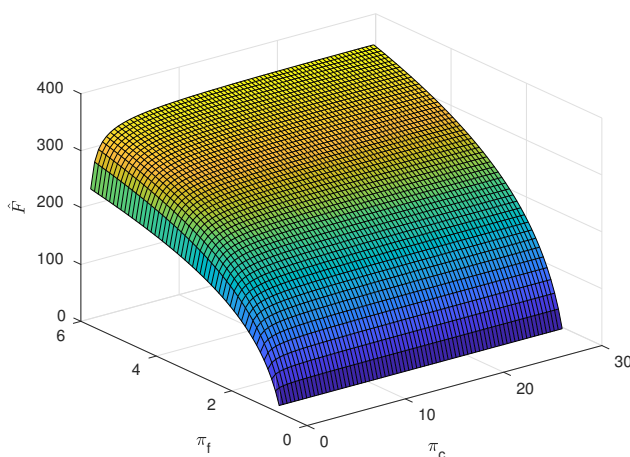


Figura 2: \hat{F} en funció de π_c i π_f

- Garantir un consum específic mínim i una màxima empenta adimensional. Així, per cada combinació π_f i π_c de valors, es pot obtenir la α corresponent per complir aquest requisit, seguint el procediment proposat a [1, 5-10] que principalment es basa en imposar:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0$$

Arribant així a:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{\tau_r(\tau_f - 1)} \left[\tau_\lambda - \tau_r(\tau_c - 1) - \frac{\tau_\lambda}{\tau_r \tau_c} - \frac{1}{4}(\sqrt{\tau_r \tau_f - 1} + \sqrt{\tau_r - 1})^2 \right] \quad (1)$$

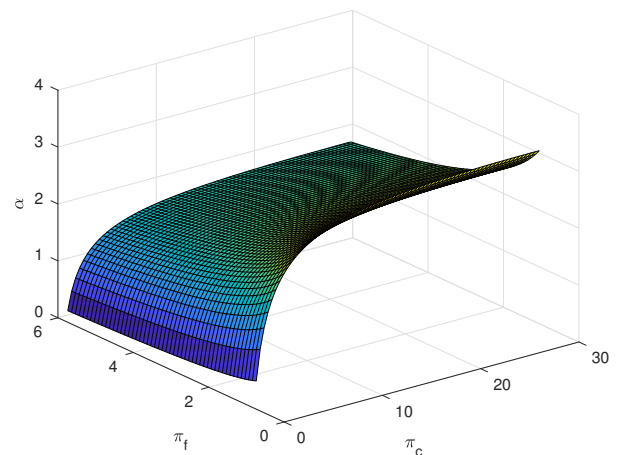


Figura 3: α_{opt} en funció de π_c i π_f

Finalment, els valors obtinguts són els següents:

Paràmetre	Valor
π_c	22.60
π_f	2.20
α_{opt}	2.35

Figura 4: Selecció dels paràmetres de disseny

Aquests s'han comparat a valors típics vists a classe i a la bibliografia i s'ha conclòs que són uns valors raonables i realistes.

Tot el procés es pot veure esquematitzat a la Figura 5. Resumidament, s'ha anat variant π_c o π_f fins arribar a una convergència de valors que donés un increment significatiu de \hat{F} .

4 Càlcul paramètric del motor real

El següent pas consisteix a resoldre el turbofan sencer, sense tindre en compte *mixer* o *after-burner*, obtenint així la distribució de pressions i temperatures així com els diferents fluxos màssics. Bàsicament, es juga amb el diagrama T-S i amb les eficiències per tal d'aconseguir que el motor real es comporti com un d'ideal.

A continuació algunes consideracions rellevants per cada etapa ²:

- **0t - 2t: Difusor.** Es considera adiabàtic i per tant, $\tau_d = 1$. Per altra banda, $\pi_d = \eta_d$
- **2t - 2.5t: Fan.** Com que la tasca primordial del fan es incrementar la pressió, es fixa la pressió que assoleix el compressor ideal i es dissenya el cas real per tal que assoleixi el mateix objectiu. Així, $P_{t25}^R = P_{t25}^I$ tot i que $T_{t25}^R \neq T_{t25}^I$. Coneixent el rendiment η_f es troben les noves temperatures.
- **2.5t - 3t: Compressor de baixa.** La mateixa explicació del fan és vàlida per al compressor de baixa doncs es dissenya amb el mateix criteri.
- **3t - 4t: Cambra de combustió.** En un cas ideal la combustió es produeix de forma isòbara mentre que al cas real la pressió no es del tot constant. Tot i així, es dissenya per tal d'arribar a la mateixa T_{t4} . El consum de combustible es troba igualant la calor generada per la crema a la calor proporcionada al fluid.
- **4t - 4.5t: Turbina d'alta.** De forma similar al cas del compressor, l'objectiu de la tovera real serà el d'aconseguir expandir el fluid igual que una

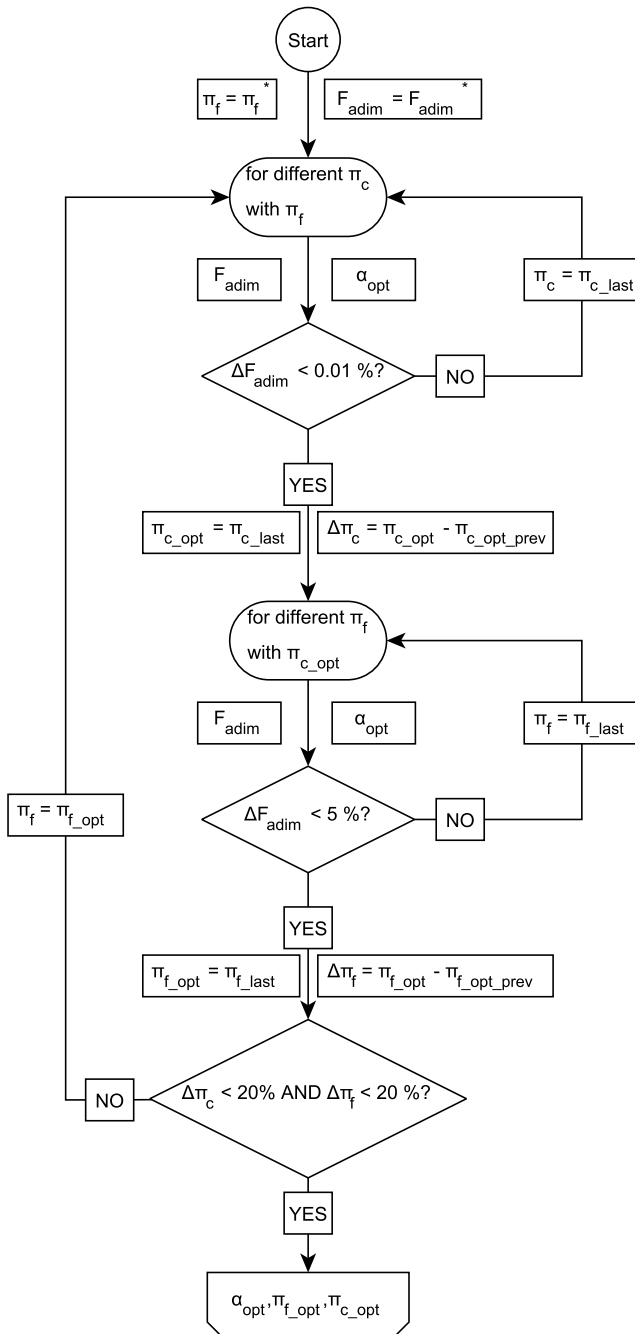


Figura 5: Algoritme emprat per trobar els valors òptims

²La I indica ideal mentre que la R, real.

ideal. Per aquest motiu s'imposa que $P_{t45}^R = P_{t45}^I$. Per resoldre la turbina doncs, cal igualar treballs. Concretament: $\dot{W}_{cH}^R = \dot{W}_{tH}^R$. D'aquesta igualtat s'obté τ_{tH}^R que si es combina amb η_{tH} s'obté τ_{tH}^I que permet trobar a al vegada $P_{tH}^I = P_{tH}^R$.

- **4.5t - 6t: Turbina de baixa.** La mateixa explicació de la turbina d'alta serveix per la de baixa, amb la diferència que ara el treball s'igualava al del fan.
- **6t - 9t: Tovera Primari.** Es considera adiabàtica i per tant, $\tau_n = 1$. Per altra banda, $\pi_n = \eta_n$. Per últim, per trobar els valors dinàmics a la sortida, es suposa que la tovera està adaptada ($P_9 = P_0$).
- **16t - 19t: Tovera Secundari.** Funciona exactament igual que la del primari però amb les condicions d'entrada canviades.

Finalment, els resultats obtinguts que dona el programa **MAIN_TURBOFAN.m** amb mixer, afterburner i propeller desactivats són:

Etapla	π	τ	Pt [kPa]	Tt [K]
0 - 0t	1.23	1.06	35.10	240.22
0t - 2t	0.96	1	33.70	240.22
2t - 2.5t/13t	2.20	1.29	74.13	309.20
2.5t - 3t	10.27	2.07	761.52	641.44
3t - 4t	0.94	0.76	715.83	1780.00
4t - 4.5t	0.43	0.85	311.23	1509.20
4.5t - 6t	0.51	0.88	159.00	1320.70
6t - 9t	0.98	0.92	155.81	1320.70
16t - 19t	0.98	0.92	72.65	309.20

Taula 1: Pressions i Temperatures - motor real

Pel que fa als fluxos màssics:

Paràmetre	Valor [kg/s]
m_o	15.06
m_{sec}	35.46
m_f	0.56

Figura 6: Fluxos màssics - motor real

Per aquesta configuració s'obté una empenya adimensional de $\hat{F} = 5.5$.

5 Càlcul i Elecció del Mixer

6 Càlcul i elecció de l'hèlix

Per escollir una hèlix, cal calcular el turbo-prop que la mourà. Aleshores, el turbofan dissenyat anteriorment, a nivell pràctic, se l'hi extraurà el fan per substituir-lo per una hèlix. En aquesta secció s'explicaran els dos mètodes implementats per escollir l'hèlix: el primer optimitzant la turbina de baixa pressió i el segon on només es canvia el fan per una hèlix sense optimització.

Per a dur a terme aquests càlculs, s'han utilitzat els exercicis de turboprop solucionats per Pau Manent i les expressions del llibre [1]. A nivell d'implementació, s'han incorpo-

rat subrutines a dins de les funcions de càlcul del turbofan per tenir en compte els elements addicionals estudiats.

6.1 Paràmetres suposats

TAULA PARAMETRES

6.2 Càlcul del turboprop amb optimització de la potència de la turbina de baixa pressió

Es comença calculant el turbojet que alimenta l'hèlix, seguint els mateixos passos que en

el turbofan. És a dir, des de el difusor a la tovera de sortida.

Les expressions del difusor no es veuen alterades respecte el turbofan. En canvi, per calcular el compressor cal tenir en compte que $P_{t25} = P_{t2}$, $T_{t25} = T_{t2}$ i $\pi_{cH} = \pi_C$, ja que s'ha extret el fan i el que abans era el compressor d'alta pressió, ara és l'únic compressor del motor. S'ha considerat que la π_c total del compressor del turbofan, ara ho sigui del compressor del turbofan.

Es segueix parametritzant el motor per la càmera de combustió, on es desenvolupen les mateixes expressions que pel turbofan amb l'excepció que $\tau_f = 1$.

La turbina d'alta pressió aportarà el treball per moure el compressor i es calcula com en el turbofan. D'altra banda, la turbina de baixa pressió ja no està lligada al fan (s'ha tret), així doncs aquesta alimentarà l'hèlix. En aquest apartat s'ha optimitzat l'expansió d'aquesta turbina per tal de que extregui el màxim d'energia del fluid, ja que, el turboprop utilitza l'hèlix com a principal element de propulsió.

Així doncs, alguns paràmetres varien segons,

$$\tau_{tL} = \frac{1}{\tau_{cH}\tau_r} \frac{(\tau_r\tau_{cH}(\tau_r - 1) + \tau_\lambda)}{\tau_\lambda - \tau_r\tau_c + \tau_r} \quad (2)$$

$$T_{t5} = \tau_{tL}T_{t45} \quad (3)$$

On l'anterior expressió, calcula el valor per la constant τ de la turbina de baixa pressió, òptima (extreure el màxim d'energia).

Per calcular la tovera, s'assumeix que $P_{t6} = P_{t5}$ i $T_{t6} = T_{t5}$. Pe'ls paràmetres π_c , π_f i α , escollits en l'optimització, les expressions de la tovera presenten un problema al solucionar, aquest cas en particular. El Mach de sortida, M_9 es imaginari. Aquest resultat suggereix que la tovera no pot funcionar amb els paràmetres introduïts, o, com a mínim, no es capaç d'expansionar encara més el fluid

provinent de la turbina de baixa pressió.

Per solucionar aquest problema, s'implementa una subrutina a la funció *ToveraPrimari.m* amb la següent idea. Idealment s'expansionaria tot el fluid a la turbina de baixa pressió per donar el màxim de potencia a l'hèlix, però a nivell pràctic no es possible fer-ho, l'aire ha de sortir del motor. Es proposa fixar un Mach de sortida molt baix, $M_0 = 0.1$ i es recalcula τ_{tL} per aquest Mach. El resultat, es una nova τ_{tL} que simes no, no és la més òptima, és més òptima que la calculada amb el turbofan.

Finalment, es calculen els paràmetres característics del turboprop:

$$C_{cin} = (\gamma_c - 1)M_0 \left[\sqrt{\frac{2}{\gamma_c - 1} \left(\tau_{tL}(\tau_\lambda + \tau_r - \tau_r\tau_{cH}) - \frac{\tau_r}{\tau_r\tau} \right)} \right] \quad (4)$$

$$C_{prop} = \eta_{prop}\eta_{mec}(1 - \tau_{tL})(\tau_\lambda + \tau_r - \tau_r\tau_{cH}) \quad (5)$$

$$C_{tot} = C_{cin} + C_{prop} \quad (6)$$

obtenint-se els següents resultats:

Paràmetre	Valor
τ_{tL}	0.6740
C_{cin}	0.6145
C_{prop}	0.9636
C_{tot}	1.5781

Figura 7: Paràmetres C turboprop amb turbina de baixa pressió optimitzada

Tot i que $C_{cin} = 0.6145$, està lluny del cas ideal; amb $C_{prop} > C_{cin}$, s'entén que la font majoritària d'empenta és l'hèlix, representant un 60% de l'empenta del turboprop.

6.3 Càlcul del turboprop substituint el fan per una hèlix

En aquest cas, la idea es la següent. Un cop calculats els paràmetres del turbofan, es guarden τ_{tL} i π_{tL} per utilitzar-los dins la subrutina del turboprop. Aleshores, es calculen tots els paràmetres del turboprop com en l'apartat anterior, amb la diferència de que ara, no s'optimitza la turbina de baixa pressió, es deixa la mateixa que s'ha calculat pel turbofan.

Es continua l'implementació amb les equacions 4, 5 i 6. Obtenint el següent resultat:

Paràmetre	Valor
τ_{tL}	0.8751
C_{cin}	0.6670
C_{prop}	0.6745
C_{tot}	1.3416

Figura 8: Paràmetres C turboprop amb turbina de baixa pressió no optimitzada

En aquest cas, $C_{prop} \approx C_{cin}$. Tal i com calia esperar, el fet de no optimitzar τ_{tL} , fa que el fluid s'expandeixi menys (τ_{tL} major) a la turbina de baixa pressió, fent que hi hagi menys potència disponible per l'hèlix. Conseqüentment, la empenta mitjançant l'hèlix no representa més del 50% de la total.

6.4 Conclusions sobre el turboprop

Mitjançant l'anàlisi d'aquests tipus de motor, s'ha vist com d'important és optimitzar la turbina de baixa pressió.

Ara bé, donat que en cap dels dos casos s'aconsegueix extreure la suficient potència del fluid per utilitzar l'hèlix del turboprop com a quasi-únic element de propulsió, no es recomana implementar el turboprop en vers del

turbofan perquè amb les característiques calculades, es tractaria d'un turboprop poc eficient.

6.5 Elecció de l'hèlix

Donat que no s'ha recomanat la implementació d'un turboprop per les raons anteriorment esmentades, no s'ha desenvolupat un algoritme molt complex per tal d'escollir l'hèlix pe'ls turboprops calculats. Una primera simplificació, ha sigut considerar l'hèlix de pas fixe i s'ha utilitzat el diagrama de la Figura ??, per determinar J a partir de η_{prop} conegut.

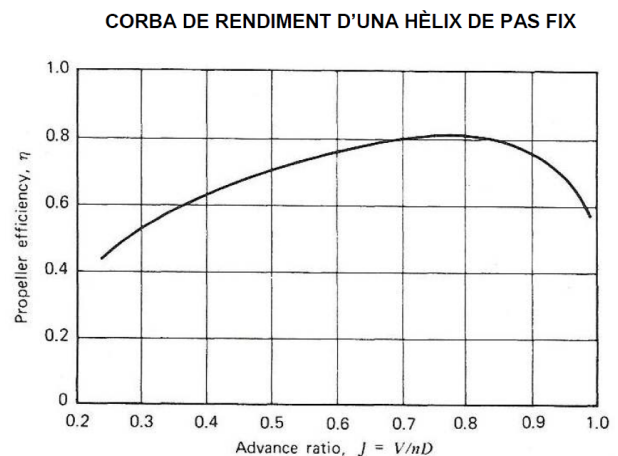


Figura 9: Corba de rendiment d'una hèlix de pas fixe.

S'han considerat els següents paràmetres de disseny:

Paràmetre	Valor
η_{prop}	0.81
J	0.76
D	2.6m
v_0	600km/h

Figura 10: Paràmetres de disseny de l'hèlix.

Mitjançant l'expressió

$$J = V/nD \quad (7)$$

obtenim que el motor turboprop ha de fer girar l'hèlix de $2.6m$ a $n = 84.35rev/s$ o el que és el mateix $n = 5060rpm$.

Per últim, podem calcular la velocitat de punta de pala de les hèlix segons,

$$v_{tip} = 2\pi n \frac{D}{2} = 2 \cdot \pi \cdot 84.35 \cdot 1.3 = 688.98m/s \quad (8)$$

és fàcil veure, que $v_{tip} = 688.98m/s \gg a_0 = 301.6m/s$, per tant, les puntes de l'hèlix segurament estan en regim supersònic, fet que redueix dràsticament la seva eficiència. Aquest, podria ser un argument addicional per no implementar el turboprop. Per tal, de reduir la velocitat de punta, es podria augmentar el radi de l'hèlix amb el fi de disminuir n , tenint en compte que com més gran el radi, més velocitat a la punta de l'hèlix.

7 Càlcul i elecció de post-combustor

Com s'ha vist amb anterioritat, el mixer pe'ls nostres paràmetres donava problemes a l'implementar-lo. Així doncs, es decideix calcular un postcombustor que només vagi adherit al core del turbofan, creant la post-combustió del flux primari.

7.1 Paràmetres suposats

Tot i que la gran majoria de paràmetres venien donats per l'enunciat del treball, amb l'objectiu de fer-lo més realista s'han suposat certes eficiències específiques del component estudiat.

Paràmetre	Valor
γ_{AB}	1.3
C_{pAB}	C_{pt}
T_{t7}	2400K
η_{AB}	0.99

Figura 11: Paràmetres suposats al postcombustor.

7.2 Postcombustor adherit al flux primari

Per calcular el postcombustor, s'ha seguit la referència dels problemes solucionats per Pau Manent a l'assignatura i la referència del llibre [1].

Es comença, solucionant el cas del turbofan real com en els apartats anteriors, fins obtenir els valors dels seus paràmetres a les toveres.

Després, comença el càlcul del postcombustor, situat al final de la turbina. Es considera que $T_{t9} = T_{t7}$, $P_{t9} = \pi_n P_{t6}$ i es defineix $\tau_{\lambda AB} = \frac{C_{pAB} T_{t7}}{C_{pc} T_0}$.

Aleshores, es calcula la fracció de massa de combustible ($f_{AB} = \dot{m}_{fAB}/\dot{m}_0$) que el post-combustor afegeix al flux primari.

$$f_{AB} = (1 + f) \frac{\tau_{\lambda AB} - \tau_{\lambda} \tau_t}{\eta_{AB} \frac{h}{C_{pc} T_0} - \tau_{\lambda AB}} \quad (9)$$

Finalment, les seccions situades després del postcombustor són recalculades, ja que, els paràmetres de sortida del postcombustor les modifica. Concretament s'imposa que $f = f + f_{AB}$, dins el codi per poder aplicar la funció de càlcul de la força adimensional (*Fadimensional.m*). S'acaba el càlcul del postcombustor extraient els cabals màssics característics del motor amb postcombustor (*Fluxosmasics.m*).

7.2.1 Resultats postcombustor

A la següent taula, es compara el motor dissenyat amb i sense postcombustor, per decidir sobre la seva eficàcia.

Paràmetre	Valor amb AB	Valor sense AB
\hat{F}	7.02	5.50
\dot{m}_0	11.80kg/s	15.06kg/s
\dot{m}_f	0.90kg/s	0.56kg/s
f	0.0775	0.0369
D_0	82.99cm	93.76cm
D_9	35.63cm	34.01cm
T_{t9}	2400K	1320K

Figura 12: Resultats d'implementar el postcombustor.

La comparativa de resultats, dona informació molt interessant. Per començar, amb el postcombustor la força adimensional (\hat{F}) augmenta. Podem explicar aquest comportament, perquè \dot{m}_0 disminueix i $\hat{F} = F/(\dot{m}_0 a_0)$. Qualitativament, el fet d'afegir massa de combustible (més dens que l'aire) i treure l'aire per la tovera a una temperatura més eleva-

da, provoca que amb menys massa ejectada (però amb més densitat), s'aconsegueixi la mateixa empenta.

Tanmateix, el cabal màssic de combustible total augmenta, perquè tot i que \dot{m}_f és aproximadament un terç més baix, el paràmetre f és més del doble.

Per últim, la variació d'àrees de sortida i entrada no es significativa, tot i que podem destacar, que l'àrea d'entrada es menor degut a que necessitem un flux d'aire menor, però la de sortida es major, ja que ejectem partícules més denses a més temperatura que sense el postcombustor.

Com a conclusió d'aquest apartat, podríem afirmar que posar un postcombustor surt a compte sempre i quant, el consum del combustible no suposi un problema; ja que, amb postcombustor aquest motor consumeix prop del doble de combustible que sense i, a canvi, el motor només redueix la seva envergadura a l'entrada en 10cm. Si no hi ha uns condicionants geomètrics molt restrictius, no consideràriem utilitzar un postcombustor al turbofan.

git molts dubtes durant el disseny d'aquest motor. Ha sigut necessari raonar i pensar de manera crítica per a trobar sentit físic a alguns dels resultats que han sorgit, ja que als exercicis de classe i a la teoria sempre ens trobàvem amb problemes pensats per a tenir solució. Creiem que s'han adquirit molts coneixements amb aquest treball però degut a la quantitat de possibilitats que hem vist i de dubtes que han sorgit hi ha encara molts coneixements que necessitem adquirir per a poder dissenyar satisfactòriament un motor real.

8 Càlcul de consum d'aire i fuel en vol

9 Càlcul de dimensionat d'àrees

10 Conclusions

Ens agradaria dedicar unes línies a fer unes conclusions personals sobre aquest projecte. El fet d'enfrontar-se al disseny d'un motor es dràsticament diferent al fet de resoldre un problema proposat a classe. Tot i que les dades, suposicions i formules de treball son aproximadament les mateixes, han sor-

11 Sample Section

Sample Figure

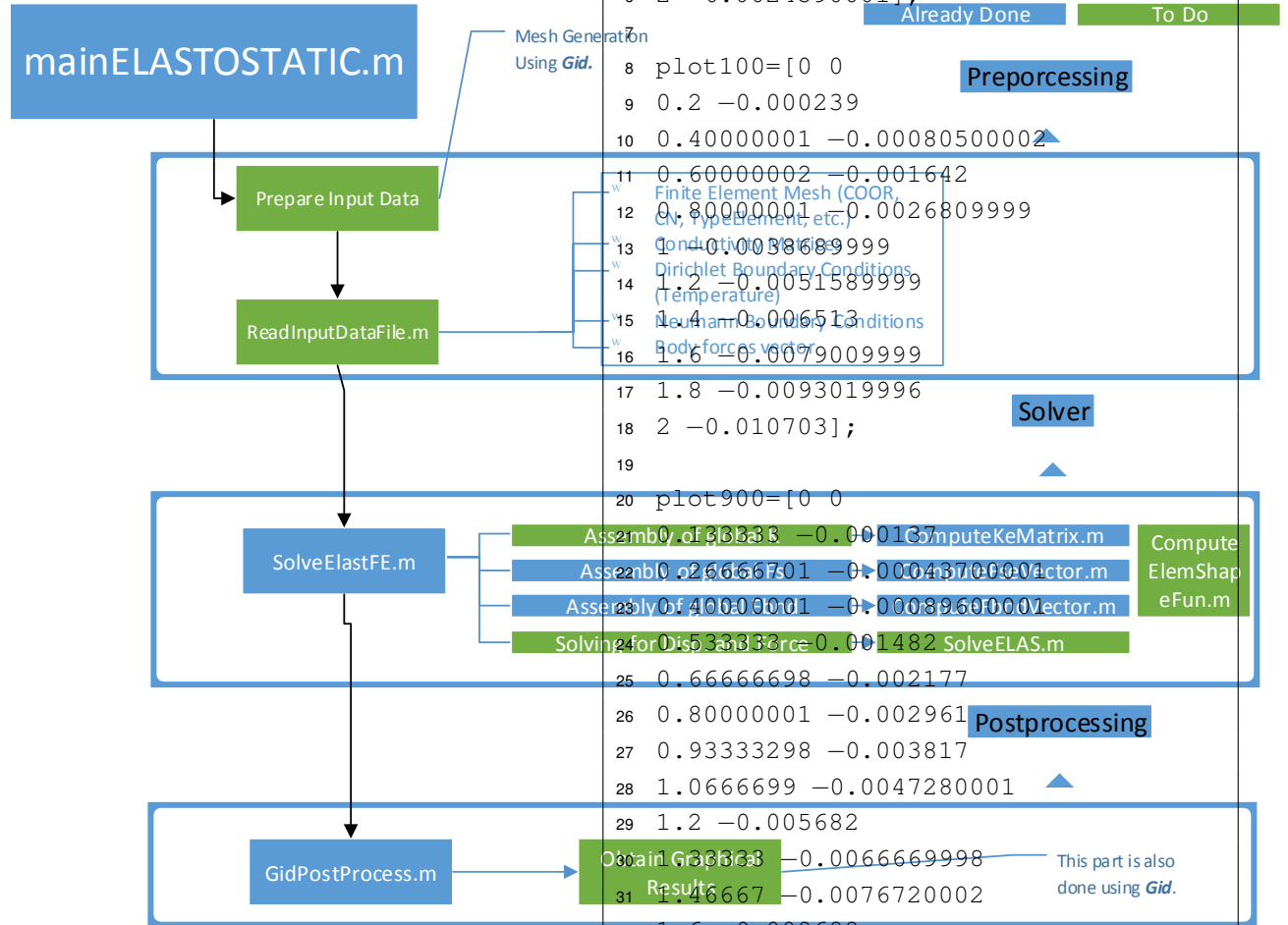


Figura 13: Sample Caption

Numbered equation:

$$K^e = \sum_{g=1}^m w_g (J^e B^{eT} C B^e)_{\xi=\xi_g} \quad (10)$$

In line equation: final Global stiffness matrix K dimensions will be $n_{sd}n_{pt} \times n_{sd}n_{pt}$. Amb les dades disponibles de velocitat de creuer i altitud podem assimilar que el tipus d'aeronau per al qual va destinat es un avió de negocis lleuger, com pot ser el Cessna 510 Citation Mustang.

Sample Listing:

Codis 1: ComputeK.m

```

1  clc;
2  clear all;
3  close all;
4  plot1=[0 0
5  1 -0.00087300001
6  2 -0.0024590001];
7
8  plot100=[0 0
9  0.2 -0.000239
10 0.40000001 -0.00080500002
11 0.60000002 -0.001642
12 0.80000001 -0.0026809999
13 1.00000001 -0.0038689999
14 1.2 -0.0051589999
15 1.4 -0.006513
16 1.6 -0.0079009999
17 1.8 -0.0093019996
18 2 -0.010703];
19
20 plot900=[0 0
21 0.1 -0.00137
22 0.2 -0.002666701 -0.0043700004
23 0.40000001 -0.0089600001
24 0.533332 -0.01482 SolveELAS.m
25 0.66666698 -0.002177
26 0.80000001 -0.002961
27 0.93333298 -0.003817
28 1.0666699 -0.0047280001
29 1.2 -0.005682
30 1.33333 -0.0066669998
31 1.46667 -0.0076720002
32 1.6 -0.008688
33 1.73333 -0.0097110001
34 1.86667 -0.010734
35 2 -0.011756];
36
37 plot4=[0 0
38 0.1 -9.4000003e-005
39 0.2 -0.00028099999
40 0.30000001 -0.00056999997
41 0.40000001 -0.00094400003
42 0.5 -0.001392
43 0.60000002 -0.001907
44 0.69999999 -0.002478
45 0.80000001 -0.0030990001
46 0.89999998 -0.003762
47 1 -0.0044590002
48 1.1 -0.0051850001
49 1.2 -0.0059329998
50 1.3 -0.006699
51 1.4 -0.0074780001

```

<pre> 52 1.5 -0.0082660001 53 1.6 -0.0090589998 54 1.7 -0.0098559996 55 1.8 -0.010654 56 1.9 -0.011451 57 2 -0.012247]; 58 59 figure 60 hold on 61 plot(plot1(:,1),plot1(:,2),'-.g',... 62 'LineWidth',2) 63 plot(plot100(:,1),plot100(:,2),'--k',... 64 'LineWidth',2) 65 plot(plot900(:,1),plot900(:,2),'-.r',... 66 'LineWidth',2) 67 plot(plot4(:,1),plot4(:,2),'--b',... 68 'LineWidth',2) 69 axis([0 2 -0.02 0.02]) 70 xlabel('BEM x axis',... 71 'FontSize',12,... </pre>	<pre> 72 'FontName','Helvetica') 73 74 ylabel('nodal y-displacement',... 75 'FontSize',12,... 76 'FontName','Helvetica') 77 78 legend('MESH1','MESH2','MESH3','MESH4',... 79 'FontUnits','points',... 80 'interpreter','normal',... 81 'FontSize',14,... 82 'FontName','Helvetica',... 83 'Location','NorthEast') 84 85 86 hold off 87 print -depsc2 myplot.eps 88 % legend('900 elements','100 ... elements','1 element') </pre>
--	---

Referències

- [1] J.D. Mattingly. *Elements of gas turbine performance*. 1996.

A Annex: Verificació del codi

Per tal de verificar el codi el que s'ha fet es variar els paràmetres d'entrada per les dades d'alguns dels problemes resolts a classe i a la guia de problemes. Seguidament, s'ha calculat la variació entre els resultats obtinguts a classe, que anomenarem manuals, amb els resultats computats pel codi utilitzat. S'han utilitzat quatre exercicis de la guia per fer la verificació:

- Problema 2.4: Verificació del càlcul del turbofan.
- Problema 4.2: Verificació del càlcul del motor amb eficiències.
- Problema 2.5: Verificació del càlcul del mixer.
- Problema 3.3: Verificació del càlcul del trubopropeller considerant turbina per a extraure treball màxim.

No s'ha utilitzat cap exercici per a verificar el càlcul de l'afterburner ja que la seva implementació es molt similar a la de una cambra de combustió.

A.1 Verificació turbofan

Paràmetre	Valor
π_f	1.5
π_c	12
α	6
F(N)	50000
T_{t4}	1143
altura de vol (m)	0
Mach de vol	0

Taula 2: Dades del problema 2.4

Paràmetre	Guia problemes	Codi	Error relatiu (%)
τ_c	2.03	2.0339	0.192
τ_f	1.12	1.1228	0.249
π_r	1	1	0.000
τ_r	1	1	0.000
τ_λ	3.97	3.9667	0.083
τ_{tH}	0.77	0.7733	0.427
π_{tH}	0.4	0.4067	1.647
τ_{tL}	0.725	0.7234	0.221
π_{tL}	0.324	0.322	0.621
M_9	0.82	0.8303	1.241
M_{19}	0.783	0.7837	0.089
F_{adim}	5.836	5.877	0.698
m_0	26.2	25.0038	4.784
m_f	0.342	0.3341	2.365

Taula 3: Resultats problema 2.4

A.2 Verificació motor real

Paràmetre	Valor
η_d	0.92
π_c	25
π_b	0.97
T_{t4}	1700
η_c	0.86
η_b	0.98
η_n	0.92

Taula 4: Dades del problema 4.2

Paràmetre	Guia problemes	Codi	Error relatiu (%)
π_r	1.52	1.5243	0.282
π_d	0.92	0.92	0.000
π_t	0.273	0.2829	3.499
π_n	0.92	0.92	0.000
τ_r	1.128	1.128	0.000
τ_c	2.76	2.7541	0.214
τ_λ	6.93	6.9388	0.127
τ_t	0.75	0.7213	3.979
P_{t0}	91200	91460	0.284
P_{t2}	83900	84144	0.290
P_{t3}	2098000	2103600	0.266
P_{t4}	2034000	2040500	0.319
P_{t5}	570000	577170	1.242
P_{t9}	524400	531000	1.243
T_{t0}	276.3	276.36	0.022
T_{t2}	276.3	276.36	0.022
T_{t3}	760	761.1098	0.146
T_{t5}	1282	1226.3	4.542
T_{t9}	1282	1226.3	4.542

Taula 5: Resultats problema 4.2

A.3 Verificació mixer

Paràmetre	Valor
M_5	1
T_{t5}/T_0	4.1
P_{t5}/P_0	4.2
m_5/m_6	0.72
M_{13}	0.39
T_{13}/T_0	1.51
R_5	287
R_{13}	287
γ_5	1.3
γ_{13}	1.4

Taula 6: Dades del problema 2.5

Paràmetre	Guia problemes	Codi	Error relatiu (%)
C_{p13}	1004.5	1004.5	0.000
C_{p5}	1248.6	1243.7	0.394
C_{p16}	1176.6	1176.7	0.008
γ_6	1.32	1.3226	0.197
M_6	0.43	0.4275	0.585

Taula 7: Resultats problema 2.5

A.4 Verificació turbopropeller

Dada	Valor
M_0	0.5
altura (m)	6000
η_{prop}	0.95
τ_λ	7
π_c	21.5

Taula 8: Dades del problema 3.3

Paràmetre	Guia problemes	Codi	Error relatiu (%)
T_{t0}	261.6	261.6075	0.003
T_{t2}	261.6	261.6075	0.003
T_{t3}	628.54	628.5602	0.003
T_{t4}	1744.05	1744.1	0.003
T_{t45}	1377.8	1386.6	0.635
T_{t5}	704	708.7247	0.667
T_{t9}	704	708.7247	0.667
P_{t0}	55925	56132	0.369
P_{t2}	55925	56132	0.369
P_{t3}	1202000	1206800	0.398
P_{t4}	1202000	1206800	0.398
P_{t45}	526700	541050	2.652
P_{t5}	50560	51625	2.063
P_{t9}	50560	51625	2.063
M_9	0.32	0.3549	9.834
C_c	0	$2.6645 \cdot 10^{-06}$	0.000
C_{prop}	256.9	256.7382	0.063
C_{tot}	256.9	256.7382	0.063

Taula 9: Resultats problema 3.3