

2.1.5 Исследование термических эффектов при упругих деформациях

Анна Назарчук Б02-109

1 Аннотация

В работе измеряется изменение температуры резины в адиабатическом расширении при быстром изменении длины и экстраполяции медленных изменений, изучается деформация резины от силы.

Цель работы: экспериментально получить закон упругой деформации резины при постоянной температуре в зависимости от растягивающей силы; измерить нагрев резины при адиабатическом растяжении и определить её теплоёмкость.

В работе используются: образец резины (тонкая полоса), закреплённый в теплоизолированном кожухе; набор грузов; термопара; цифровой осциллограф.

2 Теоретические сведения

2.1 Общие сведения

Работа образца:

$$\delta A = -f dl + PdV \quad (1)$$

P - атмосферное давление. Так как коэффициент Пуассона резины близок к $1/2$, то относительное изменение объема значительно меньше изменения длины. Поэтому:

$$dU \approx TdS + fdl \quad (2)$$

Для свободной энергии:

$$\Delta F|_T = \Delta U - T\Delta S = A_{\text{внеш}} \quad (3)$$

Отсюда:

$$f = \left(\frac{\partial F}{\partial l}\right)_T, \quad S = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_l \quad (4)$$

Соотношение Гиббса-Гельмгольца:

$$U(T, l) = F(T, l) - T\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_l \quad (5)$$

Связь теплового эффекта с уравнением состояния:

$$\delta Q|_T = TdS|_T = -T\left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_l dl|_T \quad (6)$$

Откуда получим:

$$f = \left(\frac{\partial U}{\partial l}\right)_T - T\left(\frac{\partial S}{\partial l}\right)_T \quad (7)$$

2.2 Термодинамика резины

Упрощенная модель: $U = U(T)$ - идеальная резина

$$f = -T \left(\frac{\partial S}{\partial l} \right)_T = T \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_l \quad (8)$$

Отсюда однозначно выполнено:

$$f(T, l) = \frac{T}{T_0} f(\tilde{l}_0) \quad (9)$$

Откуда модуль Юнга резины должен быть прямо пропорционален абсолютной температуре.

Для адиабатического расширения резины:

$$du = f dl = C_l dT \quad (10)$$

Для малых изменений температуры:

$$\Delta T = \frac{A_{\text{внеш}}}{C_l} \quad (11)$$

2.3 Закон растяжения резины

Для модели идеальной полимерной сетки:

$$\Delta S(\lambda) \approx -const \cdot \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \right), \quad \lambda = ll_0 \quad (12)$$

$$f(T, \lambda) = s_0 E \cdot \frac{1}{3} \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (13)$$

где s_0 - площадь поперечного сечения недеформированного образца, $E = E_0 \frac{T}{T_0}$ - модуль Юнга резины

2.4 Адиабатическое расширение в общем случае

$$\left(\frac{\partial T}{\partial l} \right)_S = - \left(\frac{\partial T}{\partial S} \right)_l \left(\frac{\partial S}{\partial l} \right)_T = \frac{T}{C_l} \left(\frac{\partial f}{\partial T} \right)_l = - \frac{T}{C_l} \left(\frac{\partial l}{\partial T} \right)_f \left(\frac{\partial f}{\partial l} \right)_T = - \frac{\alpha K_T T}{C_l}, \quad (14)$$

где K_T - изотермический модуль упругости, α - коэффициент теплового расширения

3 Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рис. 1. Внутри резиновой полосы 1 расположен один из спаев термопары, второй находится внутри кожуха 2 вблизи стенки, выводы термопары через усилитель подключены к осциллографу. Измерять изменение температуры при адиабатическом растяжении можно двумя способами: быстро растянуть резину и измерить скачок (возможно возникновение необратимых эффектов) и медленно растягивать резину и экстраполировать резину к начальному моменту (возникает ошибка неизвестная ошибка экстраполяции).

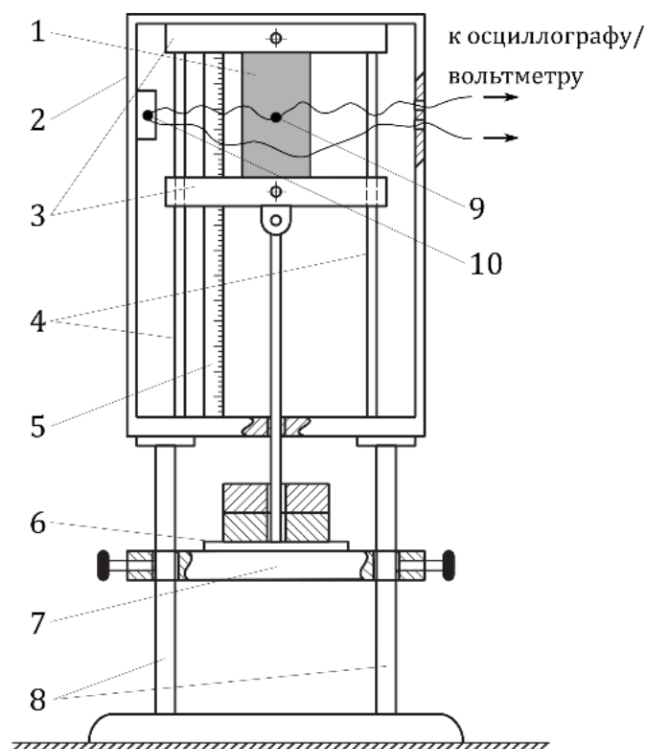


Рис. 1: Схема экспериментальной установки

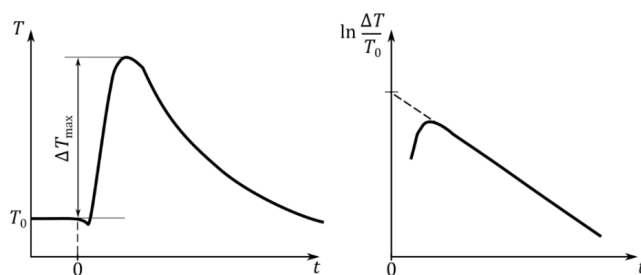


Рис. 2: Измерение термического эффекта от растяжения по зависимости от времени

4 Измерения и обработка данных

Начальные размеры образца представлены в таблице 1.

Таблица 1: Начальные параметры установки

| | | | |
|----------------|----------------|-----------------|----------------------------|
| l_0 , cm | d_0 , mm | h_0 , mm | ρ , g/cm ³ |
| 10.7 ± 0.1 | 12.0 ± 0.5 | 1.80 ± 0.05 | 1.2 |

Растяжение резины от нагрузки

Результаты измерений растяжения при разных нагрузках представлены в таблице 2 и на графике 3.

Из графиков и начальных значений установки можно найти значение модуля Юнга резины:

Таблица 2: Растяжение резины при разных подвешенных грузах

| | | | | | | | | |
|--------------------------------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|-------|-----|
| $m_{\text{грузов}}, \text{ Г}$ | 176.7 | 354.8 | 529.6 | 707.7 | 872.7 | 1078.3 | 228.9 | 407 |
| $\Delta l, \text{ мм}$ | 6 | 13 | 26 | 38 | 58 | 82 | 8 | 18 |
| $m_{\text{грузов}}, \text{ Г}$ | 581.8 | 759.9 | 924.9 | 1130.5 | 529.6 | 706.3 | 884.4 | |
| $\Delta l, \text{ мм}$ | 31 | 48 | 66 | 87 | 27 | 44 | 62 | |

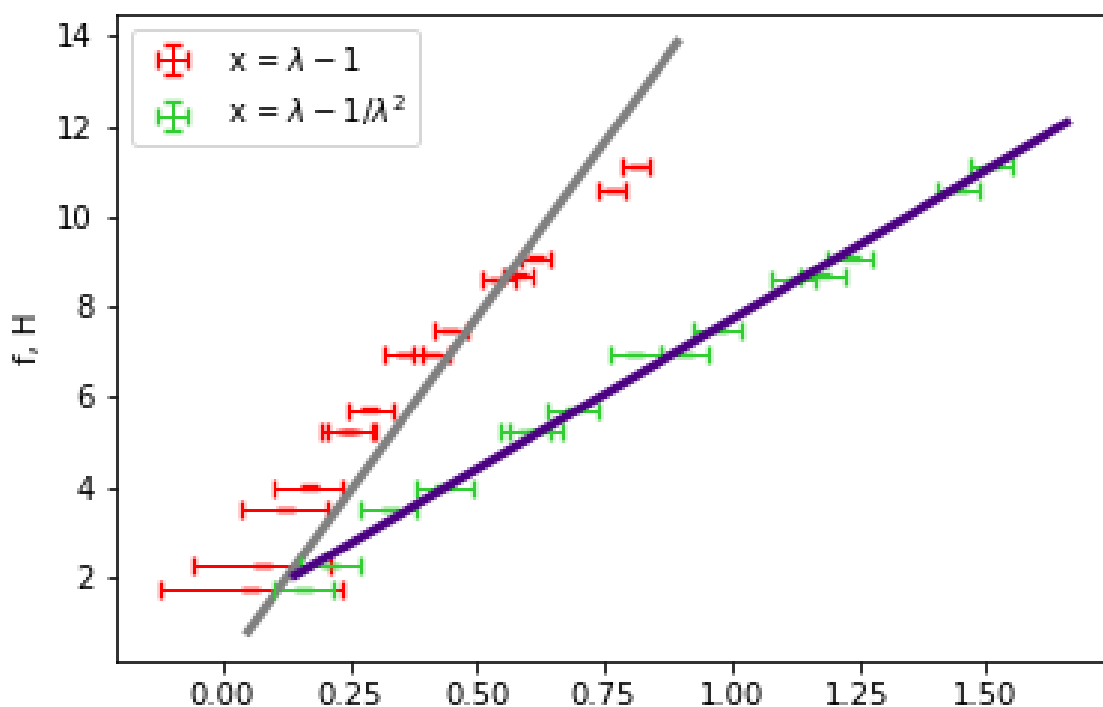


Рис. 3: Зависимость силы от растяжения в двух моделях: закон Гука и модель идеальной полимерной сетки

Таблица 3: Значение модуля Юнга

| | Идеальная полимерная сетка | Закон Гука |
|-------------------------|----------------------------|------------|
| $E, \text{ МПа}$ | 0.92 | 0.72 |
| $\sigma_E, \text{ МПа}$ | 0.02 | 0.11 |
| $\varepsilon, \%$ | 2 | 15 |

Исходя из значений погрешности модуля Юнга (табл. 3) для закона Гука и из вида графика заметно, что резина плохо подчиняется закону Гука. При этом модель идеальной полимерной сетки достаточно точна.

Для теоретической модели растяжения резины:

$$f(T, \lambda) = s_0 E \cdot \frac{1}{3} \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (15)$$

Можно вычислить работу от растяжения:

$$A(\lambda) = \frac{1}{3} s_0 E \left(\frac{\lambda^2}{2} + \frac{1}{\lambda} - \frac{3}{2} \right) \quad (16)$$

Измерения при быстром растяжении резины

Данные в таблице 4.

Таблица 4: Зависимость изменения напряжения от растяжения

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Δl , мм | 93 | 103 | 103 | 74 | 74 | 61 | 57 | 47 | 47 | 40 | 40 | 36 | 36 | 26 | 26 |
| ΔV , мВ | 168 | 206 | 206 | 126 | 129 | 90 | 86 | 60 | 62 | 48 | 48 | 40 | 40 | 22 | 24 |

Зависимость температуры от времени при адиабатическом растяжении

Зависимость напряжения от времени представлена в таблице 5. Данные собирались с графиков от осциллографа, например, 4. По полученным данным построим график логарифма приращения температуры от времени 5.

Таблица 5: Зависимость температуры от времени

| $\lambda = 1.87$ | | $\lambda = 1.96$ | | $\lambda = 1.69$ | |
|------------------|------|------------------|------|------------------|------|
| V, мВ | t, с | V, мВ | t, с | V, мВ | t, с |
| -70 | -39 | -48 | -39 | -55 | -39 |
| 108 | -34 | 158 | -35 | 71 | -35 |
| 97 | -30 | 146 | -30 | 67 | -30 |
| 75 | -20 | 111 | -20 | 44 | -20 |
| 53 | -10 | 89 | -10 | 32 | -10 |
| 42 | 0 | 72 | 0 | 24 | 0 |
| 33 | 10 | 54 | 10 | 14 | 10 |
| 24 | 20 | 47 | 20 | 8 | 20 |
| 19 | 30 | 33 | 30 | 4 | 30 |
| 10 | 40 | 26 | 40 | | |

Экстраполируем зависимость на начальный момент времени, данные в таблице 6.

Таблица 6: Экстраполяция зависимости температуры от времени на начальные значения

| λ | 1.87 | 1.96 | 1.69 |
|-------------------------|------|------|------|
| ΔT , К | 0.90 | 1.07 | 0.66 |
| $\sigma_{\Delta T}$, К | 0.03 | 0.03 | 0.03 |
| ε , % | 3.3 | 2.8 | 4.5 |

Вычисление параметров резины

Из таблицы 6 и 4 построим график зависимости ΔT от A , используя формулу 16. (рис. 6)

Из графика найдем теплоемкость и удельную теплоемкость резины ??

В обоих методах вышли похожие значения, табличное для удельной теплоемкости:
 $c_l = 1886 \text{ Дж/К/кг}$.

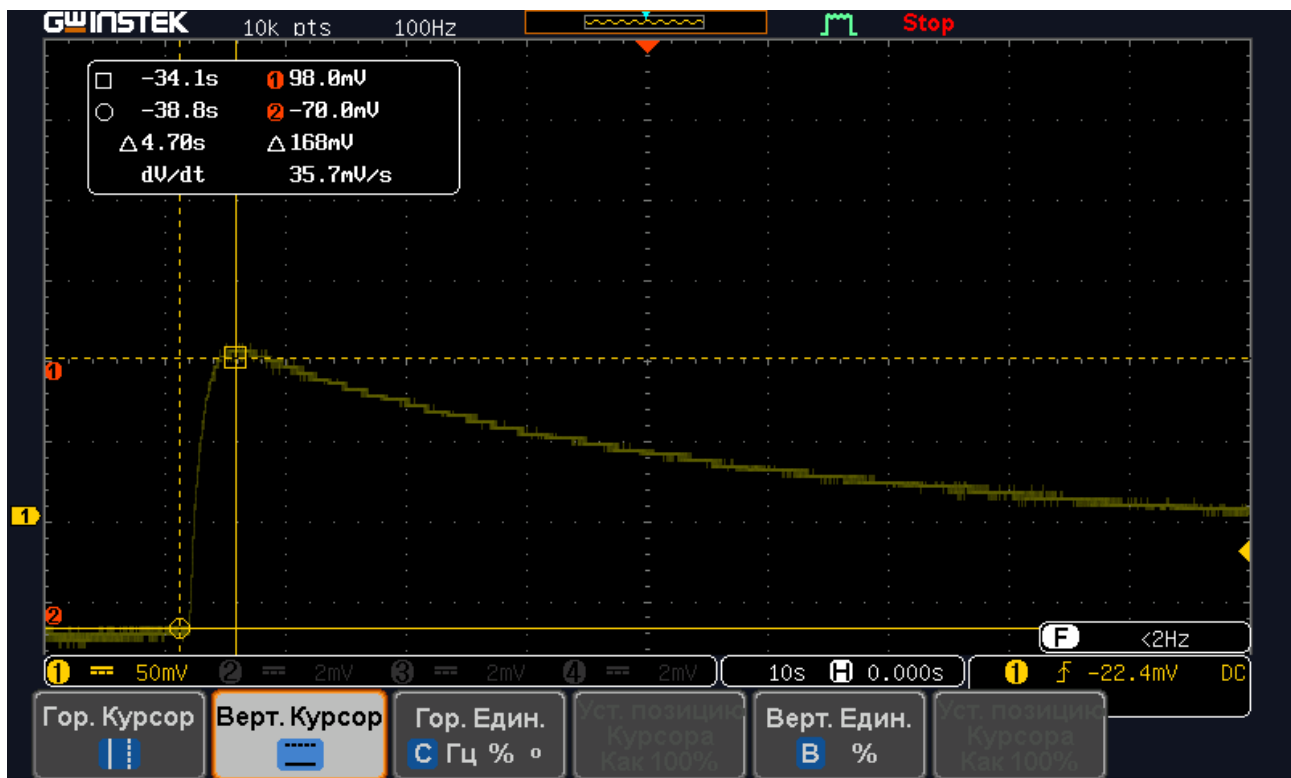


Рис. 4: Пример графика от осциллографа для $\lambda = 1.87$

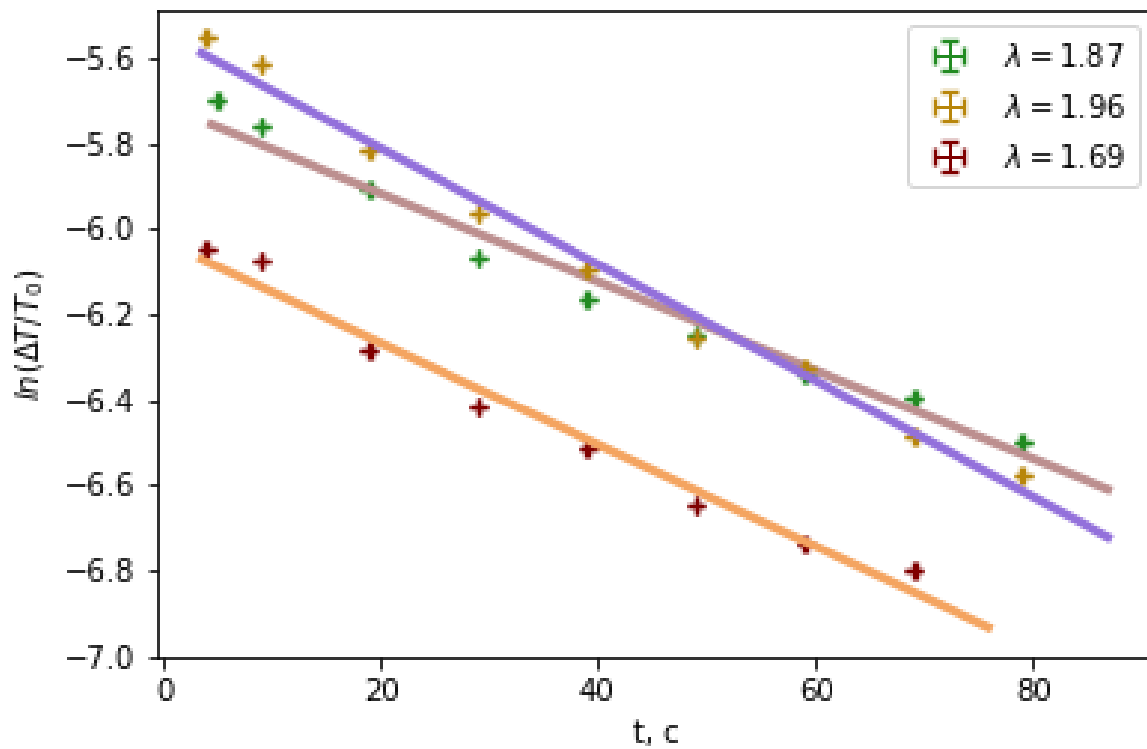


Рис. 5: зависимостей логарифма приращения температуры $\ln \frac{\Delta T}{T_0}$ от времени t

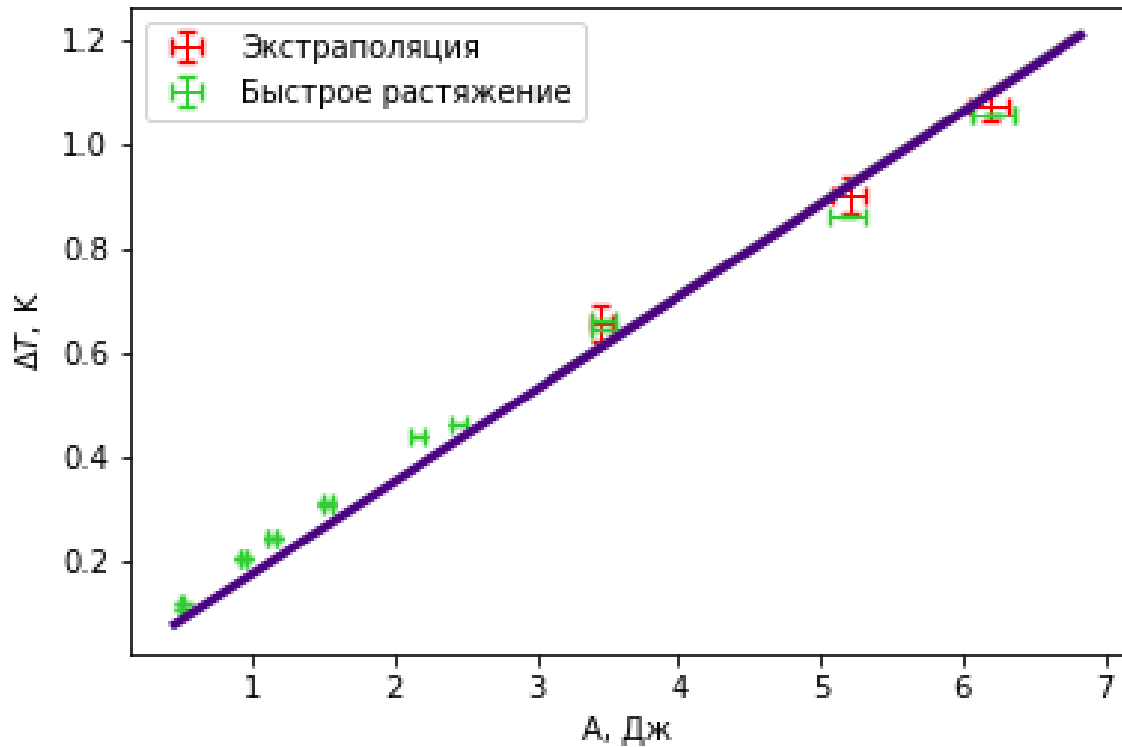


Рис. 6: Зависимость ΔT от A в двух моделях: закон Гука и модель идеальной полимерной сетки

Таблица 7: Теплоемкость резины

| | Быстрое растяжение | Экстраполяция |
|-------------------|--------------------|-----------------|
| C_l , Дж/К | 5.66 ± 0.18 | 5.64 ± 0.29 |
| ε , % | 3.1 | 5.1 |
| c_l , Дж/К/кг | 2040 ± 66 | 2034 ± 105 |
| ε , % | 3.2 | 5.2 |

5 Выводы

1. Проверили разные модели описания растяжения резины, для модели идеальной полимерной решетки получили значение модуля Юнга: $E = 0.92 \pm 0.02$ МПа, табличное значение ~ 1 МПа, что согласуется с полученным результатом.

2. Разными методами: экстраполяцией медленного процесса и измерением при быстром растяжении получено значение удельной теплоемкости резины $c_l = 2040 \pm 66$ Дж/К/кг, что близко к табличному значению $c_l = 1886$ Дж/К/кг.