

1) W_t — винеровский процесс. Доказать, что $\mathbb{E}(W_t | (W_u, W_s)) = \frac{(t-s)W_u + (u-t)W_s}{u-s}$, $s < t < u$.

2) Рассмотрим случайное блуждание на кубе. С вероятностью $1/4$ частица остается на месте, с вероятностью $1/4$ переходит в любое из соседних положений. Пусть A, B — две противоположных вершины. Частица стартует из A . Найти 1) среднее время возвращения в A , 2) среднее число шагов, за которое частица достигает B .

3) Пусть $\xi_t = \xi_0 + \int_0^t \xi_s ds + W_t$, ξ_0 не зависит от W_t , $\mathbb{E}\xi_0 = 0$, $D\xi_0 = 1/2$. Доказать, что корреляционная функция $K(t, s)$ процесса ξ_t зависит только от $t - s$.

4) Число комаров, садящихся на жертву, является пуассоновским процессом с интенсивностью λ . Каждый комар кусает жертву с вероятностью p независимо от других. Доказать, что число укусов является пуассоновским процессом с интенсивностью $p\lambda$.