

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ 43, 44 ПЗ 2016-2017

Тема: Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання

Індивідуальні завдання до лабораторної роботи №3 (ч.1)

“Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання”

Викладач: Васіна Л.С.

Завдання 1.

Функцію $f(x)$ задано таблично (таблиця 1).

Необхідно:

- побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа $L_5(x)$;
- обчислити наближене значення таблично заданої функції в точці \bar{x} за допомогою інтерполяційної формули Лагранжа $f(\bar{x}) \approx L_5(\bar{x})$ (використовуючи програму обробки електронних таблиць Microsoft Excel);
- оцінити похибку побудованого многочлена в точці \bar{x} ;
- обчислити точне значення заданої функції в точці \bar{x} і порівняти фактичну похибку з теоретичною.

!!! Для інтерполяції в таблиці 1 взято такі функції:

Функція $f(x)$	№ варіантів
$\sin x$	1, 6, 11, 16, 21, 26
$\cos x$	2, 7, 12, 17, 22, 27
e^x	3, 8, 13, 18, 23
e^{-x}	4, 9, 14, 19, 24
$\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	5, 10, 15, 20, 25

Таблиця 1

Варіант №1		Варіант №2		Варіант №3		Варіант №4		Варіант №5	
x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
0,10	0,099833	0,10	0,995004	0,10	1,105170	0,10	0,904837	0,10	0,100167
0,50	0,479426	0,50	0,877583	0,50	1,648720	0,50	0,606531	0,50	0,521000
0,80	0,717356	0,80	0,697707	0,80	2,225540	0,80	0,449329	0,80	0,881060
1,30	0,963558	1,30	0,267499	1,30	3,669300	1,30	0,272532	1,30	1,698380
1,80	0,973848	1,80	-0,227202	1,80	6,049650	1,80	0,165299	1,80	2,942170
$\bar{x} = 1,4$		$\bar{x} = 1,4$		$\bar{x} = 1,4$		$\bar{x} = 1,4$		$\bar{x} = 1,4$	

Варіант №6		Варіант №7		Варіант №8		Варіант №9		Варіант №10	
x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
0,10	0,099833	0,10	0,995004	0,10	1,105170	0,10	0,904837	0,10	0,100167
0,60	0,564642	0,60	0,825336	0,60	1,822120	0,60	0,548812	0,60	0,636654
1,20	0,932039	1,20	0,362358	1,20	3,320120	1,20	0,301194	1,20	1,509460
1,80	0,973848	1,80	-0,227202	1,80	6,049650	1,80	0,165299	1,80	2,942170
2,60	0,515501	2,60	-0,856889	2,60	13,463700	2,60	0,074273	2,60	6,694730
$\bar{x} = 1,5$		$\bar{x} = 1,5$		$\bar{x} = 1,5$		$\bar{x} = 1,5$		$\bar{x} = 1,5$	
Варіант №11		Варіант №12		Варіант №13		Варіант №14		Варіант №15	
x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
0,30	0,295520	0,30	0,955336	0,30	1,349860	0,30	0,740818	0,30	0,304520
0,90	0,783327	0,90	0,621610	0,90	2,459600	0,90	0,406570	0,90	1,026520
1,50	0,997495	1,50	0,070737	1,50	4,481690	1,50	0,233130	1,50	2,129280
2,00	0,909297	2,00	-0,416147	2,00	7,389060	2,00	0,135335	2,00	3,626860
2,50	0,598472	2,50	-0,801144	2,50	12,082500	2,50	0,082085	2,50	6,050200
$\bar{x} = 1,6$		$\bar{x} = 1,6$		$\bar{x} = 1,6$		$\bar{x} = 1,6$		$\bar{x} = 1,6$	
Варіант №16		Варіант №17		Варіант №18		Варіант №19		Варіант №20	
x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
1,00	0,841471	1,00	0,540302	1,00	2,718280	1,00	0,367879	1,00	1,175200
1,50	0,997495	1,50	0,070737	1,50	4,481690	1,50	0,223130	1,50	2,129280
2,30	0,745705	2,30	-0,666276	2,30	9,974180	2,30	0,100259	2,30	4,936960
3,00	0,141120	3,00	-0,989992	3,00	20,085500	3,00	0,049787	3,00	10,017900
3,60	-0,442520	3,60	-0,896758	3,60	36,598200	3,60	0,273237	3,60	18,285500
$\bar{x} = 2,8$		$\bar{x} = 2,8$		$\bar{x} = 2,8$		$\bar{x} = 2,8$		$\bar{x} = 2,8$	
Варіант №21		Варіант №22		Варіант №23		Варіант №24		Варіант №25	
x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
1,00	0,841471	1,00	0,540302	1,00	2,718280	1,00	0,367879	1,00	1,175200
1,60	0,999574	1,60	-0,029200	1,60	4,953030	1,60	0,201897	1,60	2,375570
2,50	0,598472	2,50	-0,801144	2,50	12,182500	2,50	0,080209	2,50	6,050200
3,10	0,041581	3,10	-0,999135	3,10	22,198000	3,10	0,045049	3,10	11,076500
3,80	-0,611858	3,80	-0,790968	3,80	44,701200	3,80	0,022371	3,80	22,339400
$\bar{x} = 2,7$		$\bar{x} = 2,7$		$\bar{x} = 2,7$		$\bar{x} = 2,7$		$\bar{x} = 2,7$	
Варіант №26		Варіант №27							
x_i	y_i	x_i	y_i						
1,00	0,841471	1,00	0,540302						
1,50	0,997495	1,60	-0,029200						
2,30	0,745705	2,50	-0,801144						
3,00	0,141120	3,10	-0,999135						
3,60	-0,442520	3,80	-0,790968						
$\bar{x} = 2,5$		$\bar{x} = 2,6$							

Викладач: Васіна Л.С.

Завдання 2.

Значення функції $f(x)$ задано в рівновіддалених вузлах (таблиця 2):

Необхідно:

- за допомогою першого інтерполяційного многочлена Ньютона обчислити значення функції в точці \bar{x}_1 ;
- за допомогою другого інтерполяційного многочлена Ньютона обчислити значення функції в точці \bar{x}_2 ;
- обчислити значення першої похідної в точці \bar{x}_1 ;
- обчислити значення першої і другої похідних у вузлах інтерполяції x_0 та x_4 .

Таблиця 2

		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_1	\bar{x}_2
B1	x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	0.75	2.25
	y_i	0.5	0.7	1	1.2	0.75		
B2	x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	0.75	2.25
	y_i	0.5	1.2	1.33	1.4	0.75		
B3	x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	0.75	2.25
	y_i	0.5	1.7	1.67	1.56	0.625		
B4	x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	0.75	2.25
	y_i	0.5	2.2	2	1.8	0.5		
B5	x_i	0.5	1	1.5	2	2.5	0.75	2.25
	y_i	0.5	2.7	2.33	2	0.25		
B6	x_i	1	1.5	2	2.5	3	1.25	2.75
	y_i	1.5	1.4	1.66	1.45	1.875		
B7	x_i	1	1.5	2	2.5	3	1.25	2.75
	y_i	1.5	1.9	2	1.65	1.75		
B8	x_i	1	1.5	2	2.5	3	1.25	2.75
	y_i	1.5	2.9	2.33	1.85	1.62		
B9	x_i	1	1.5	2	2.5	3	1.25	2.75
	y_i	1.5	2.8	2.6	2	1.5		
B10	x_i	1	1.5	2	2.5	3	1.25	2.75
	y_i	1.5	3.4	3	2.25	1.25		
B11	x_i	1.5	2	2.5	3	3.5	1.75	3.25
	y_i	2.5	2.1	2.3	1.7	2.875		
B12	x_i	1.5	2	2.5	3	3.5	1.75	3.25
	y_i	2.5	2.6	2.67	1.2	2.75		

		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	\bar{x}_1	\bar{x}_2
B13	x_i	1.5	2	2.5	3	3.5	1.75	3.25
	y_i	2.5	3.1	3	2.1	2.625		
B14	x_i	1.5	2	2.5	3	3.5	1.75	3.25
	y_i	2.5	3.6	3.33	2.3	2.5		
B15	x_i	1.5	2	2.5	3	3.5	1.75	3.25
	y_i	2.5	4.1	3.66	2.5	2.25		
B16	x_i	2	2.5	3	3.5	4	2,25	3,75
	y_i	3	2.8	3	1.95	3.875		
B17	x_i	2	2.5	3	3.5	4	2,25	3,75
	y_i	3	3.3	3.5	2.15	3.75		
B18	x_i	2	2.5	3	3.5	4	2,25	3,75
	y_i	3	3.8	3.7	2.35	3.625		
B19	x_i	2	2.5	3	3.5	4	2,25	3,75
	y_i	3	4.3	4	2.55	3.5		
B20	x_i	2	2.5	3	3.5	4	2,25	3,75
	y_i	3	4.8	4.3	2.75	3.25		
B21	x_i	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	1,5	3,00
	y_i	4	3.2	3	3.8	4.25		
B22	x_i	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	1,5	3,00
	y_i	4.	2.8	3.2	3.5	3.1		
B23	x_i	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	1,5	3,00
	y_i	4	5.1	3.7	2.85	2.2		
B24	x_i	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	1,5	3,00
	y_i	4	2.5	3.68	5.3	4.2		
B25	x_i	1.25	1.75	2.25	2.75	3.25	1,5	3,00
	y_i	3,8	4,6	5,0	4,3	3.6		
B26	x_i	1.75	2,25	2.75	3.25	3.75	2,0	3,50
	y_i	6,7	5.4	3.8	4,3	3,7		
B27	x_i	1.75	2,25	2.75	3.25	3.75	2,0	3,50
	y_i	5,8	4,6	3.8	4,0	6,1		

Викладач: Васіна Л.С.

Завдання 3.

Використовуючи програми на мові TURBO PASCAL обчислити:

- 1) значення многочлена Лагранжа (завдання 1) в точці \bar{x} ;
- 2) значення першого інтерполяційного многочлена Ньютона (завдання 2) в точці \bar{x}_1 .

Контрольний приклад та програми мовою TURBO PASCAL

1)

x_i	1	1,5	2,4	3	3,9	4,5
y_i	0,841471	0,997495	0,675463	0,141120	-0,68776	-0,97753

$\bar{x} = 1,2$.

program Lagrang;

const m=6; {m – кількість точок в таблиці значень функції}

x:array[1..m] of real=(1.0, 1.5, 2.4, 3.0, 3.9, 4.5);

y:array[1..m] of real=(0.841471, 0.997495, 0.675463, 0.141120, -0.68776, -0.97753);

var v,w,x1,s:real;

i,j:integer;

begin

writeln ('введіть x:');

readln(x1);

s:=0; {спочатку сума доданків многочленна дорівнює 0}

for i:=1 **to** m **do** {цикл по доданках многочленна Лагранжа}

begin

v:=1; {початкове значення для чисельника}

w:=1; {початкове значення для знаменника}

for j:=1 **to** m **do** {цикл по множникам кожного доданка}

{за формулою Лагранжа один доданок пропускаємо}

if i<>j **then**

begin

v:=v*(x1-x[j]);

w:=w*(x[i]-x[j]);

end;

s:=s+y[i]*v/w; {обчислюємо і підсумовуємо доданки}

end;

writeln ('Значення многочлена в точці x = ', s:8:4)

end.

Тестовий приклад

Задано: $x = \bar{x} = 1.2$

Одержано: Значення многочлена в точці $x = 0,9312$.

2)

x_i	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	\bar{x}_1
y_i	5	3,7	4,7	4,25	3,75	0,5

program Newton;

const m=5;

y:array[1..m] **of real**=(5, 3.7, 4.7, 4.25, 3.75);

var i,k:integer;

x0,x,h,u,s,s1,t:**real**;

begin

writeln('введіть x0,h,x:');

readln(x0,h,x);

{формування скінченних різниць}

for k:=1 **to** m-1 **do**

begin

u:=y[k];

for i:=k **to** m-1 **do**

begin

s:=y[i+1]-y[i];

y[i]:=u;

u:=s;

end;

y[m]:=u;

end;

{обчислення наближеного значення функції в точці $x = \bar{x}_1$ }

t:=(x-x0)/h;

u:=1;

s:=y[1];

for i:=2 **to** m **do**

begin

u:=u*t/(i-1);

s:=s+u*y[i];

t:=t-1;

end;

writeln('Значення многочлена в точці x дорівнює',s:8:4);

end.

Тестовий приклад

Задано: $x_0 = 0.25$

$h = 0.5$

$x = \bar{x}_1 = 0.5$

Одержано: Значення многочлена в точці x дорівнює **3,6269**.

Викладач: Васіна Л.С.

Література

1. Бахвалов Н.С. Численные методы. Т1.-М.:Наука,1975
2. Ляшенко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи. – Київ:Либідь,1996
3. Овчинников П.П. Вища математика.Т1,2-Київ:Техніка,2000
4. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа.-М.:Наука,1967
5. Каленюк П.І., Коваленко Т.Г., Анджейчак І.А. Основи числових методів та їх реалізація на мові Паскаль.-Львів: ДУ”Львівська політехніка”, 1998
6. Анджейчак І.А., Федюк Є.М.,Анохін В.Є Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи.Ч1. –Львів: ДУ “Львівська політехніка”, 2000.
7. Анджейчак І.А., Анохін В.Є., Бойко І.М. Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи. Лекції. – Львів: ДУ ”Львівська політехніка”, 2001.