

Тема: Чисельні методи розв'язування рівнянь з однією змінною.

**Індивідуальні завдання до лабораторної роботи №1
“Чисельні методи розв'язування рівнянь з однією змінною”**

Завдання 1.

Відокремити один дійсний корінь даного рівняння $f(x)=0$ одним з методів: графічним, використовуючи графіку ППМП MAPLE, аналітичним або методом послідовного перебору;

- методом бісекції звужити одержаний проміжок ізоляції до довжини, яка не перевищує 0,1;
- звести рівняння $f(x)=0$ до вигляду $x=\varphi(x)$, вибравши $\varphi(x)$ так, щоб виконувалась умова $|\varphi'(x)| < 1$ і методом ітерації знайти наближене значення кореня з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$;
- методом хорд обчислити один дійсний корінь рівняння $f(x)=0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$;
- методом Ньютона-Рафсона обчислити один дійсний корінь рівняння $f(x)=0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$;
- використовуючи комбінований метод хорд-дотичних знайти наближене значення кореня рівняння $f(x)=0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-5}$.

Завдання 2.

Після виконання завдання 1, скласти програми на мові TURBO PASCAL та обчислити корінь рівняння $f(x)=0$ з точністю $\varepsilon = 10^{-3}$ на комп'ютері і звіт про виконання роботи подати у вигляді таблиці:

Рівняння	Метод	Корінь x^*	Значення $f(x)$	п-к-сть кроків

Провести порівняльний аналіз методів (за результатами виконання завдань 1 та 2). № варіанта відповідає порядковому номеру в журналі.

№ варіанту	Рівняння $f(x)=0$	№ варіанту	Рівняння $f(x)=0$
1	$2^x + 5x - 3 = 0$	15	$x^2 - 2 \sin x = 0, \quad x > 0$
2	$\ln(1,5x) - 1,7x + 3 = 0$ (більший корінь)	16	$2^x - 2x^2 - 1 = 0, \quad x > 0$
3	$x^2 - 4 \sin x = 0, \quad x > 0$	17	$2 \ln x - \frac{1}{x} = 0$
4	$\cos x - 0,5x = 0$	18	$x - 0,5^x = 1$
5	$x^2 - 20 \sin x = 0$	19	$5 - 2x - \ln x = 0$
6	$2 - x - \ln x = 0$	20	$2 - x - \ln x = 0$
7	$3x - \cos x - 1 = 0$	21	$3x + \sin x - 1 = 0, \quad x > 0$
8	$3^x + 2x - 3 = 0$	22	$2x - \cos x - 2 = 0$
9	$x^3 - \sin x = 0, \quad x > 0$	23	$2x + 4 \ln x - 1 = 0$
10	$x^2 - \cos x = 0, \quad x > 0$	24	$4^x + 2x - 2 = 0$

11	$3^x + 5x - 2 = 0$	25	$2^x - 4x + 1 = 0$
12	$5x - \cos x - 6 = 0$	26	$\cos x - 1,5x = 0$
13	$x - \sin x = 0,25$	27	$1 - 2x - 3\ln x = 0$
14	$x^2 - 3\sin x = 0, \quad x > 0$	28	$2x - \sin x = 0,5$

Викладач: Васіна Л.С.

Контрольний приклад та програми мовою TURBO PASCAL

Нехай нелінійне рівняння має вигляд: $2x - 3\ln x - 3 = 0$.

Метод бісекції:

```

Program Bisekcij;
begin f:=2*x-3*ln(x)-3;end;
var a,b,x,e:real;
      N:integer;
Begin N:=0;
      writeln('Введіть межі a,b і похибку e');
      readln(a,b,e);
if f(a)*f(b)<0 then      (Якщо на кінцях відрізка [a,b] функція змінює знак)
Begin
      repeat
      x:=(a+b)/2;          (Знаходимо x-середину [a,b])
      if f(a)*f(x)<0 then b:=x (Пересуваємо праву межу)
      else a:=x;            (Пересуваємо ліву межу)
      N:=N+1;              (Збільшуємо кількість ітерацій)
      until b-a<e;
      writeln('Розв =',(a+b)/2:8:4,' Кількість = ',N,' кроків = ',f((a+b)/2):8:4);
      end
      else writeln ('Неправильно вибране початкове наближення');
      end.
```

Розв'язок = 0,5200

Кількість кроків = 9

Похибка = 0,0017

Метод хорд:

```

program hord;
function f(x:real):real;
Begin f:=2*x-3*ln(x)-3 end;
var x,e,xl,c,a,b:real;
      k,N:integer;
Begin
      writeln('Введіть межі a,b і похибку e');
      readln(a,b,e);
      writeln('Введіть координату C фіксованої точки : ');
      readln(c);
      writeln('Введіть кількість ітерацій: ');
      readln(k);
      if c=a then x:=b else x:=a; (Початкове наближення – з протилежної сторони
                                   від фіксованої точки)
      repeat
```

```

xl:=x; (Зберігаємо попередній x)
x:=x-f(x)*(c-x)/(f(c)-f(x)); (Ітераційна формула методу хорд)
N:=N+1;
until (abs(x-xl)<e) or (k=N);
writeln('Здійснено',N,' кроків');
if k=N then writeln('Розв'язку не досягнуто')
else begin
writeln('Розв'язок = ',x:8:6);
writeln('Похибка ',f(x):8:6);
end
end.

```

Розв'язок = 0,520487
Кількість кроків = 3
Похибка = -0,000055

Метод дотичних:

```

Program Dotychni;
function f(x:real):real;
begin f:=2*x-3*ln(x)-3 end;
function f1(x:real):real;
begin f1:=2-(3/x) end;
var x,e,xl:real;
    N,k:integer;
Begin
writeln('Введіть початкове наближення x');
readln(x);
writeln('Введіть похибку e');
readln(e);
writeln('Введіть максимальну кількість ітерацій:');
readln(k);
repeat
xl:=x;
x:=x-f(x)/f1(x); (Ітераційна формула методу дотичних)
N:=N+1;
until (abs(x-xl)<e) or (k=N);
writeln('Здійснено',N,' кроків');
if k=N then writeln('Розв'язку не досягнуто.')
else begin
writeln('Розв'язок = ',x:8:6);
writeln('Похибка = ',f(x):8:6);
end
end.

```

Розв'язок = 0,520472
Кількість кроків = 3
Похибка = 0,0000

Комбінований метод хорд-дотичних:

```

Program Kombin;
function f(x:real):real;
begin f:=2*x-3*ln(x)-3;end;
function f1(x:real):real;
begin f1:=2-(3/x);end;

var temp,a,b,e,c:real;

```

```

    k,N:integer;
Begin
writeln("Введіть межі a,b і похибку e");
readln(a,b,e);
writeln("Введіть координату C фіксованої точки :");
readln(c);
writeln("Введіть максимальну кількість ітерацій:");
readln(k);
if c=a then begin
temp:=b; b:=a; a:=temp; end;
repeat
a:=a-f(a)*(b-a)/(f(b)-f(a));
b:=b-f(b)/f1(b);
N:=N+1;
until (abs(a-b)<e) or (k=N);
writeln('Здійснено',N,' кроків');
if k=N then writeln('Розв'язку не досягнуто ')
else begin
writeln(Розв'язок ',(a+b)/2:8:6);
writeln('Похибка ',f((a+b)/2):8:6);
end
end.
Розв'язок = 0,520480
Кількість кроків = 2
Похибка = 0,000027

```

Метод ітерації:

```

Program iter;
function fi(x:real):real;
begin fi:=exp((2*x/3)-1) end;
var x,e,xl:real;
    N,k:integer;
Begin
writeln("Введіть початкове наближення x ");
readln(x);
writeln('введіть похибку e');
readln(e);
writeln('Введіть максимальну кількість ітерацій:');
readln(k);
repeat
xl:=x;
x:=fi(x);
N:=N+1;
until (abs(x-xl)<e) or (k=N);
writeln('Здійснено',N,' кроків ');
if k=N then writeln('Розв'язку не досягнуто')
else begin
writeln('Розв'язок = ',x:8:6);

```

```
writeln('Похибка = ',x-fi(x):8:6);
end
end.
Розв'язок = 0,520179
Кількість кроків = 4
Похибка = 0,000192
```

Метод	Корінь	Похибка	Кількість ітерацій
бісекції	0,520000	0,0017	9
хорд	0,520472	-0,000055	3
дотичних	0,520472	0,000000	3
комбінов.	0,520480	0,000027	2
ітерацій	0,520179	0,000192	4

Література

1. Бахвалов Н.С. Численные методы.Т1.-М.:Наука,1975
2. Ляшенко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи. – Київ:Либідь,1996
3. Овчинников П.П. Вища математика.Т1,2-Київ:Техніка,2000
4. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа.-М.:Наука,1967
5. Каленюк П.І., Коваленко Т.Г., Анджейчак І.А. Основи числових методів та їх реалізація на мові Паскаль.- Львів: ДУ”Львівська політехніка”, 1998
6. Анджейчак І.А., Федюк Є.М.,Анохін В.Є Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи.Ч1. –Львів: ДУ “Львівська політехніка”,2000
7. Анджейчак І.А., Анохін В.Є., Бойко І.М. Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи.Лекції. – Львів: ДУ ”Львівська політехніка”,2001
8. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD: математический практикум. М.: Финансы и статистика, 2003.

Викладач: Васіна Л.С.