МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

ЗАВДАННЯ
ДО РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ

з теорії ймовірностей та математичної статистики

МОДУЛЬ 2

для студентів

інженерно-технічних спеціальностей

Львів – 2008

Теорія ймовірностей та математична статистика, 2 модуль: Розрахункові завдання для студентів інженерно-технічних спеціальностей / Укладачі: З.М. Нитребич, В.С. Ільків, П.Я. Пукач. – Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 46 с.

Укладачі: *Нитребич З.М.,* канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Ільків В.С., д-р фіз.-мат. наук, проф.,
Пукач П.Я., канд. фіз.-мат. наук, доц.

Затверджено на засіданні кафедри обчислювальної математики і програмування (протокол № 6 від 12 лютого 2008 р.)

ВАРІАНТ 1

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ax^2, & x \in (-1;\, 1); \\ 0, & x \notin (-1;\, 1). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \frac{\xi}{2} + 1$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & x \in (-4;\, 4); \\ 0, & x \notin (-4;\, 4). \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** У добру погоду слимак долає 5 м за день, у погану – 3 м. Вважаючи, що обидва стани погоди рівноможливі в кожен день і незалежні в різні дні, оцінити ймовірність того, що за місяць слимак проповзе не менше 140 м.

б) Перевірити, чи для даної послідовності незалежних випадкових величин $\{\xi_n\}$, $n = 0, 1, \ldots$, заданої законами розподілів

x_i	–2	0	2
p_i	$1 - \frac{1}{n}$	$1 - \frac{1}{n}$	$\frac{1}{2n}$

виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η)

$\xi \backslash \eta$	–1	0	4
–1	0,1	a	0,1
0	0,1	0,1	0
3	0,2	0,1	0,1

Знайти a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції, перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η)

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin D; \\ a\,(x + 3y)\,, & (x, y) \in D. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, якщо область D обмежена лініями $x = 0,\ x = 3,\ y = 0,\ y = 1$.

6. Для деякої групи оцінки з теорії ймовірностей були такими: 5, 4, 4, 2, 4, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 3, 3, 4, 5, 3, 3, 3, 2, 3, 4, 3, 3, 4, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Наведені дані – зріст у см студентів деякої групи: 166, 170, 158, 154, 160, 164, 180, 185, 176, 178, 184, 184, 160, 175, 174, 173, 190, 150, 180, 161, 164, 168, 170, 175. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 2$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,95.

11. Дано реалізації двовимірних вибірок:

а)

x_i	–1	5	10	17	31
y_i	18	16	10	8	2

б)

$\xi\backslash\eta$	–4	–2	3	5
0	22	11	0	0
1	11	22	1	0
3	0	2	3	4
4	0	0	0	5

Побудувати лінійне і параболічне рівняння регресії для кожної із вибірок.

ВАРІАНТ 2

1. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1; \\ A(1 - x^2), & x \in (-1;\, 0]; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \sqrt{\xi + 2}$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	–4	0	4
p_i	1/4	1/2	1/4

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дано $M\xi = 1$, $D\xi = 0,04$. Користуючись першою і другою формами нерівності Чебишова, оцінити $P\{\xi > 5\}$.

б) Послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ задана законом розподілу

x_i	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
p_i	$1/3$	$1/3$	$1/3$

Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	–10	0	10
0	0,1	0,05	0,1
2	0,2	0,15	0
4	a	0,1	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η)

$$f(x,y) = \begin{cases} axy, & (x,y) \in [0;4] \times [0;2]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;4] \times [0;2]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію.

6. Контрольна робота з теорії ймовірностей складалася з 5 задач. Після перевірки виявилось, що кількість повністю правильно розв'язаних задач є такою: 5, 4, 0, 3, 1, 1, 2, 4, 3, 5, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 3, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Результати модульного контролю у деякій групі є такими: 20, 25, 18, 0, 4, 10, 35, 40, 20, 23, 28, 7, 18, 35, 40, 15, 30, 45, 20, 15, 35, 30, 40, 18, 25. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,95 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 1,5$, буде дорівнювати 0,2.

11. За реалізаціями вибірок побудувати рівняння лінійної і параболічної регресії для кожної із двох наведених реалізацій:

а)

x_i	1	2	3	4	5
y_i	–4	0	3	7	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–3	–2	2	2
0	14	0	0	0
2	11	7	0	0
4	0	13	2	0
8	0	0	14	11

ВАРІАНТ 3

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} a\cos x, & x \in (-\pi/2;\, \pi/2); \\ 0, & x \notin (-\pi/2;\, \pi/2). \end{cases}$$

Знайти сталу a, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = 2\xi + \pi/2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дано $M\xi = 14$, $D\xi = 0,01$. Оцінити $P\{\xi > 40\}$.

б) Послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ задана законом розподілу

x_i	$-a$	a
p_i	$\frac{n+1}{2n+1}$	$\frac{n}{2n+1}$

Чи можна для цієї послідовності застосувати теорему Чебишова ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–4	0	4
–2	0	a	0,2
–1	0,1	0,1	0,1
0	0,1	0,1	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2, & (x, y) \in [-1; 1] \times [0; 2]\,; \\ 0, & (x, y) \notin [-1; 1] \times [0; 2]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Кількість відсутніх на заняттях у 25 групах 14 грудня виявилась такою: 4, 5, 4, 3, 7, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 4, 3, 5, 4, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 3, 2, 7, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Рейтинг студентів у навмання вибраній групі є таким: 13, 40, 80, 45, 98, 75, 48, 39, 85, 67, 39, 45, 38, 70, 79, 88, 98, 49, 85, 67, 39, 45, 64, 59, 55. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 4$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,925.

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок:

а)

x_i	10	20	30	40	50
y_i	18	24	38	49	55

б)

$\xi\backslash\eta$	–4	–1	1	4
–3	12	0	0	0
–1	1	14	0	0
1	0	7	7	0
3	0	0	5	5

Знайти рівняння лінійної та параболічної регресії.

ВАРІАНТ 4

1. Дано щільність розподілу випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Знайти щільність випадкової величини $\eta = \frac{1}{\xi}$ та $M\eta$, $D\eta$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 8x, & x \in [0; 0,5]; \\ 0, & x \notin [0; 0,5]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Дано $M\xi = 100$, $D\xi = 4$. Користуючись першою і другою формами нерівності Чебишова, оцінити $P\{\xi > 200\}$.

б) Послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ задана законом розподілу $P\{\xi_n = -na\} = \frac{1}{2n^2}$, $P\{\xi_n = 0\} = 1 - \frac{1}{n^2}$, $P\{\xi_n = na\} = \frac{1}{2n^2}$. Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	–2	0	2
0	0,1	0,1	a
1	0	0,1	0,1
2	0,2	0,1	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію. Перевірити чи компоненти цього вектора є незалежними між собою.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} axy^2, & (x, y) \in [0; 1] \times [-1; 1]; \\ 0, & (x, y) \notin [0; 1] \times [-1; 1]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію і умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi = x$.

6. Підраховувалася кількість помилок на 25 сторінках. Вона виявилась такою: 4, 3, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 4, 5, 7, 0, 4, 3, 2, 1, 1, 7, 1, 0, 2, 3, 4, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Заробітна плата (в грн.) у навмання вибраних 25 осіб є такою: 180, 240, 380, 460, 1200, 800, 3500, 400, 280, 400, 360, 400, 900, 1400, 500, 600, 640, 830, 380, 1500, 1300, 250, 380, 440, 720. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що висота досліджуваної рослини є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 5$ см. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 4 см, який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання висоти досліджуваної рослини ?

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок:

а)

x_i	–3	–2	–1	0	1
y_i	–1	0	3	5	8

б)

$\xi \backslash \eta$	–3	–2	0	1
–4	2	3	0	0
–1	0	2	3	0
0	0	0	3	2
4	0	0	1	2

Для кожної з них знайти рівняння лінійної і параболічної регресії.

ВАРІАНТ 5

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ax, & x \in (0;\ 2); \\ 0, & x \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0,5(1-x), & x \in [-1;\ 1]; \\ 0, & x \notin [-1;\ 1]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Прилад складається із десяти незалежно працюючих елементів. Ймовірність відмови кожного елемента за час t дорівнює 0,05. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що абсолютна величина різниці між кількістю елементів і середньою кількістю (математичним сподіванням) відмов за час t виявиться не меншою 2.

б) Дано послідовність незалежних випадкових величин $\{\xi_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$ Відомо, що

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} \frac{n+1}{2n}, & x \in \left[-\frac{n}{n+1};\ \frac{n}{n+1}\right], \\ 0, & x \notin \left[-\frac{n}{n+1};\ \frac{n}{n+1}\right]. \end{cases}$$

Чи можна для цієї послідовності застосувати теорему Чебишова ?

4. Дано розподіл двовимірного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	–5	0	5
–1	0,1	0,1	0
0	a	0,1	0,1
2	0,2	0,1	0,1

Знайти a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції, перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin D; \\ axy, & (x, y) \in D, \end{cases}$$

де область D обмежена лініями $x = 0,\ x = 1,\ y = 0,\ y = 1$. Знайти параметр a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

6. Студент 25 разів підкидав гральний кубик. Кількість очок, яка в нього випадала була такою: 3, 4, 6, 5, 1, 3, 4, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 4, 5, 2, 3, 4, 5, 1, 6, 4, 6, 4, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. У відділі кадрів навмання вибрали 25 особових справ і виписали вік працівників: 45, 39, 48, 60, 62, 18, 19, 44, 35, 20, 44, 39, 40, 54, 60, 38, 40, 39, 38, 45, 54, 39, 40, 44, 46. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\ p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 1,8$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,99.

11. Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії для реалізацій вибірок:

а)

x_i	–1	0	1	2
y_i	–1	0	3	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	–1	0	1
–3	10	0	0	0
–2	0	2	2	0
0	0	0	2	2

ВАРІАНТ 6

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ax^2, & x \in (0;\ 2); \\ 0, & x \notin (0;\ 2). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2 + 1$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}.$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а**) В освітлювальну мережу паралельно включено 20 ламп. Ймовірність того, що за час T лампа буде ввімкнута, дорівнює 0,8. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що абсолютна величина різниці між кількістю ввімкнутих ламп і математичним сподіванням за час T виявиться меншою за 3;

б) відомо, що випадкові величини $\{\xi_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$ є незалежними і мають розподіл Коші. Чи можна до даної послідовності застосувати теорему Хінчина ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	–3	3	7	10	12
–1	0,1	0,2	0	0,1	0,1
0	a	0,1	0,05	0,15	0,1

Знайти a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & (x, y) \notin [0;2] \times [0;1], \\ a(x + 2y), & (x, y) \in [0;2] \times [0;1]. \end{cases}$$

Знайти a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Кількість безбілетних пасажирів у 25 трамваях була такою: 1, 2, 0, 4, 5, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 4, 5, 0, 1, 0, 1, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Виміряно максимальну ємність 25 конденсаторів: 4, 40, 4, 31, 40, 36, 42, 4, 8, 13, 65, 44, 8, 13, 45, 14, 18, 35, 8, 17, 18, 13, 40, 42, 38. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,925 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 3$, буде дорівнювати 0,1.

11. За реалізаціями вибірок побудувати лінійне і параболічне рівняння регресії

а)

x_i	–1	0	1	2
y_i	–1	0	3	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	–1	0	1
–3	10	0	0	0
–2	0	2	2	0
0	0	0	2	2

ВАРІАНТ 7

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A\sin x, & x \in (0;\,\pi); \\ 0, & x \notin (0;\,\pi). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \sqrt{\xi}$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	–3	0	3
p_i	1/3	1/2	1/6

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дисперсія кожної із 1800 незалежних випадкових величин не перевищує 4. Оцінити ймовірність того, що відхилення середнього арифметичного цих випадкових величин від середнього арифметичного їх математичних сподівань не перевищує за абсолютною величиною 0,2.

б) Перевірити, чи виконуються умови теореми Чебишова для послідовності незалежних випадкових величин $\{\xi_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, заданих розподілами

x_i	$-n$	0	n
p_i	$\frac{1}{2n\sqrt{n}}$	$1 - \frac{1}{n\sqrt{n}}$	$\frac{1}{2n\sqrt{n}}$

4. Дано розподіл двовимірного випадкового вектора

$\xi\backslash\eta$	–1	0	2
–2	0,1	a	0,2
0	0	0,1	0,1
1	0,1	0	0,1

Знайти невідомий параметр a, розподіл компонент, коваріацію і коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти будуть залежними.

5. Дано щільність двовимірного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} 0, & (x,y) \notin D; \\ ax, & (x,y) \in D. \end{cases}$$

Знайти a, розподіл компонент, умовну щільність $f_{(\xi|\eta)}(x,y)$, коваріацію.

6. 25 студентів по 5 разів підкидали симетричну монету. При цьому кількість гербів, яка випала, була такою: 2, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 0, 1, 5, 5, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 4, 3, 2, 1, 3, 2, 3, 4. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. ВТК виміряно діаметр 25 деталей. Відхилення від номіналу є таким: 4, 20, 15, 25, 0, 4, 1, 3, 4, 5, 15, 7, 18, 13, 4, 13, 15, 17, 19, 25, 13, 1, 9, 7, 16. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 3$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,95.

11. Знайти рівняння лінійної і параболічної регресії за реалізаціями двовимірних вибірок

а)

x_i	–1	0	1	2
y_i	–1	0	3	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	–1	0	1
–3	10	0	0	0
–2	0	2	2	0
0	0	0	2	2

ВАРІАНТ 8

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{C}{x^4}, & x \geq 1; \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

Знайти сталу C, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0,5x, & x \in [0;\ 2]; \\ 0, & x \notin [0;\ 2]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Перевірити правило "трьох сигм" випадкової величини ξ, рівномірно розподіленої на [0;3];

б) випадкові величини $\xi_1,\ \xi_2,\ldots,\ \xi_n,\ldots$ незалежні і мають показниковий розподіл з параметром $\lambda_n = n$ відповідно. Чи виконуються для даної послідовності умови теореми Чебишова ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–1	0	1	2
–2	0,1	0,05	0	0,05
–1	0,1	0,05	0,1	0,05
0	a	0,1	0,1	0

Знайти невідомий параметр a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити, чи компоненти є незалежними.

5. Дано розподіл неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} 0, & (x,y) \notin D; \\ a(x+y), & (x,y) \in D. \end{cases}$$

Знайти невідомий параметр a, розподіл компонент, коваріацію, якщо область D обмежена лініями $x = 0,\ x = 4,\ y = 0,\ y = 1$. Перевірити чи компоненти є незалежними.

6. Перевіряли 25 коробок з деталями по 1000 у кожній. При цьому кількість бракованих по коробках виявилась такою: 0, 1, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 4, 5, 4. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Перевіряли 25 коробок з деталями по 1000 у кожній. При цьому кількість бракованих по коробках виявилась такою: 0, 1, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 4, 5, 4. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\ p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що кількість бракованих деталей є випадкова величина з нормальним законом розподілу $N(a;5)$. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал довжини 1, який з ймовірністю 0,975 "накриває" невідомий параметр a ?

11. Побудувати лінійне та параболічне рівняння регресії за реалізаціями вибірок

а)

x_i	5	10	15	20
y_i	24	12	7	0

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	0	8	7
–5	7	0	0	0
–4	2	5	0	0
0	0	3	4	0
1	0	0	5	3

ВАРІАНТ 9

1. У крузі радіуса R навмання вибрано точку. Випадкова величина ξ – це відстань від точки до центра круга. Знайти щільність розподілу випадкової величини $\eta = \xi^2$, а також $M\eta$, $D\eta$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	3	6	9
p_i	1/2	1/3	1/6

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Випадкова величина ξ має нормальний розподіл з параметром a, σ^2. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити $P\{|\xi - a| \geq 2\sigma\}$. Порівняти з точним значенням цієї ймовірності;

б) випадкові величини ξ_1, ξ_2,..., ξ_n, ... незалежні і мають розподіли

x_i	$-n$	0	n
p_i	$\frac{1}{2n\sqrt{n}}$	$1-\frac{1}{n\sqrt{n}}$	$\frac{1}{2n\sqrt{n}}$

Чи можна, використовуючи означення, стверджувати, що для цієї послідовності виконується закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-5	0	1
-1	$0,1$	a	$0,1$
0	$0,1$	$0,2$	$0,1$
1	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a(2x-y), & (x,y) \in [0;2] \times [-1;0]; \\ 0, & (x,y) \notin [0;2] \times [-1;0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Білі та зелені кульки перемішали і випадковим чином по 4 розклали у 25 коробках. При цьому кількість білих куль по коробках виявилася такою: 4, 0, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 4, 0, 1, 1, 4, 3, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 2, 3. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Дія знеболюючого препарату у 25 осіб в год. була такою: 3,2; 4,6; 3,8; 4,2; 3,8; 1,6; 1,8; 3,0; 4,5; 5,0; 4,2; 1,2; 3,2; 4,4; 2,5; 2,9; 3,1; 4,5; 5,0; 4,3; 2,8; 2,9; 3,1; 3,5; 4,0. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0,4$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,99.

11. За реалізацією вибірок знайти лінійне і квадратичне рівняння регресії

а)

x_i	-4	-2	-1	0
y_i	0	3	4	5

б)

$\xi\backslash\eta$	-2	-1	0	3
-3	25	10	0	0
0	10	10	1	0
1	0	10	9	0
2	0	0	10	5

ВАРІАНТ 10

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} C\ln x, & x \in (1;\, e); \\ 0, & x \notin (1;\, e). \end{cases}$$

Знайти сталу C, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = e^{-\xi}$.

2. Знайти характеристичну функцію для дискретної випадкової величини, заданої законом розподілу

x_i	0	1	2	$\ldots$	n	$\ldots$
p_i	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{e\cdot 2!}$	$\ldots$	$\frac{1}{e\cdot n!}$	$\ldots$

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Дано $M\xi = -4$, $D\xi = 1$. Користуючись першою і другою формами нерівності Чебишова, оцінити $P\left\{\xi \le -10\right\}$;

б) Дано послідовність випадкових величин ξ_1, ξ_2,$\ldots$, $\xi_n, \ldots$, які є незалежними і

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0;1], \\ 0, & x \notin [0;1]. \end{cases}$$

Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–3	0	1
–3	0,1	0,1	a
0	0,1	0,1	0
2	0	0,2	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} ax^2y^2, & (x,y) \in [-1;1] \times [-2;2]; \\ 0, & (x,y) \notin [-1;1] \times [-2;2]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Нападаючий футбольної команди на тренуваннях 25 разів по п'ять раз влучав у ворота. При цьому кількість забитих голів була такою: 4, 5, 4, 5, 3, 1, 2, 4, 5, 4, 1, 2, 4, 5, 5, 4, 1, 4, 5, 5, 4, 4, 5, 3, 4. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Дано кількість телефонних з'єднань на станції з неправильними номерами на протязі рівних проміжків часу: 1, 0, 1, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 3, 2, 0, 0, 1, 3, 7, 4, 2, 1, 4, 3, 5, 4, 2, 1. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\ p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,9 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 2,5$, буде дорівнювати 0,3.

11. За реалізаціями двовимірних вибірок знайти рівняння лінійної і квадратичної регресії у кожному з двох наведених випадків

а)

x_i	–1	0	1	2
y_i	–1	0	3	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	–1	0	1
–3	10	0	0	0
–2	0	2	2	0
0	0	0	2	2

ВАРІАНТ 11

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A\sqrt{x}, & x \in (0;\,4); \\ 0, & x \notin (0;\,4). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0,5e^{-2x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Математичне сподівання випадкової величини ξ дорівнює 1, а дисперсія – 0,04. Використовуючи нерівність Чебишова, оцінити знизу ймовірності подій $A = \{0,5 < \xi < 1,5\}$, $B = \{\xi < 2\}$.

б) Дано послідовність незалежних випадкових величин $\{\xi_n\}$, $n = 1, 2 \ldots$, заданих розподілами

x_i	–3	0	3
p_i	$\frac{n}{n^3+1}$	$1 - \frac{2n}{n^3+1}$	$\frac{n}{n^3+1}$

Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-4	0	3
-1	$0,1$	a	0
0	$0,2$	$0,1$	$0,1$
2	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкого вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} ay, & (x, y) \in [0; 2] \times [0; 4]; \\ 0, & (x, y) \notin [0; 2] \times [0; 4]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Перевіряли 25 партій по 100 керамічних ваз у кожній. При цьому кількість бракованих ваз у кожній партії була такою: 0, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 3, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Подані інтервали між послідовними імпульсами вздовж нервового волокна (одиниця виміру 1/50 сек.), одержані П. Фетом та проф. Б. Кацу (Лонд. ун-т): 3,0; 25,5; 5,5; 14,5; 18,0; 7,0; 27,5; 14,0; 2,0; 0,5; 47,0; 36,5; 2,5; 3,5; 5,5; 19,0; 10,5 24,5; 19,0; 19,0; 0,5; 3,0; 6,5; 3,0; 0,5. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 5$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,95.

11. Дано дві реалізації двовимірних вибірок

а)

x_i	-3	0	3	5
y_i	4	5	8	9

б)

$\xi\backslash\eta$	2	3	4	5
-1	1	0	0	0
0	1	2	1	0
1	0	0	2	0
2	0	0	1	1

Для кожної реалізації записати лінійне і квадратичне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 12

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(x^2+2x), & x \in (0;\,1); \\ 0, & x \notin (0;\,1). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = 2\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \in [0;\,1]; \\ 0, & x \notin [0;\,1]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Кількість сонячних днів у році для даної місцевості є випадковою величиною ξ із математичним сподіванням 100 днів і середнім квадратичним відхиленням 20 днів. Оцінити зверху ймовірність події $A = \{\xi \geq 150\}$, $B = \{\xi \geq 200\}$;

б) Перевірити, чи для даної послідовності незалежних випадкових величин $\{\xi_{\,n}\}$, $n = 1, 2\ldots,$ заданих розподілами

x_i	$-\ln\,(n{+}1)$	$\ln\,(n{+}1)$	0
p_i	$\frac{1}{2n^4}$	$\frac{1}{2n^4}$	$1-\frac{1}{n^4}$

виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-10	0	10
-1	$0,1$	a	$0,2$
0	$0,1$	$0,1$	$0,1$
2	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f\,(x,y) = \begin{cases} a\,(2x+5y)\,, & (x,y) \in [0;1]\times[0;1]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;1]\times[0;1]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію і умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi = x$.

6. З коробки, у якій лежать білі і червоні кулі 25 разів виймали по 5 куль. При цьому кількість білих куль кожен раз була такою: 2, 3, 3, 3, 4, 3, 2, 0, 1, 2, 1, 3, 2, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 3, 2, 3. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Наведені дані є інтервалами безвідмовної роботи (у год.) кондиціонерного обладнання реактивних літаків "Боїнг-720": 74, 57, 48, 29, 502, 12, 70, 21, 386, 59, 27, 153, 26, 326, 55, 320, 56, 104, 220, 239, 47, 246, 176, 182, 33. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що річний прибуток фермерів є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 10$ (у тис. грн.) Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 10 тис. грн., який з ймовірністю 0,9 "накриває" невідоме математичне сподівання річного прибутку фермерів ?

11. Дано реалізацію двовимірних вибірок

а)

x_i	–4	–2	0	2	4
y_i	13	15	19	25	27

б)

$\xi\backslash\eta$	-1	1	3
1	23	12	0
3	0	23	12
8	0	0	45
12	0	0	12

Для кожної реалізації записати лінійне і квадратичне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 13

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(1-x^2), & x \in (-1;\, 0); \\ 0, & x \notin (-1;\, 0). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A, & x \in [0;\,1]; \\ 0, & x \notin [0;\,1]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Оцінити ймовірність того, що випадкова величина ξ, яка рівномірно розподілена на $[a;b]$, відхиляється від $M\xi$ не більше, ніж 2σ;

б) випадкові величини ξ_1, $\xi_2, \ldots$, $\xi_n, \ldots$ незалежні і мають рівномірний розподіл на відрізку [-5;5]. Чи можна для цієї послідовності застосовувати теорему Хінчина ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-2	0	5
-5	$0,1$	a	0
0	$0,1$	$0,1$	$0,1$
1	$0,1$	$0,2$	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η)

$$f\left(x,y\right) = \begin{cases} axy^2, & (x,y) \in [0;2] \times [-1;1]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;2] \times [-1;1]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу, розподіл компонент, коваріацію, $P\left\{\eta > 0\right\}$.

6. У групі навчається 25 студентів. Кількість заборгованостей після першої форми здачі іспитів є у них такою: 2, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 3, 4, 2, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 4. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Фіксували час (у хв.), протягом якого 25 робітників виготовляли певну деталь. 19,4; 21,1; 16,2; 21,2; 21,6; 17,8; 19,6; 19,9; 15,7; 15,2; 19,8; 18,9; 16,1; 18,5; 17,4; 19,6; 19,8; 15,2; 18,7; 18,1; 17,2. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\,p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,975 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 2$, буде дорівнювати 0,4.

11. За реалізаціями двовимірних вибірок знайти рівняння лінійної і параболічної регресії

а)

x_i	-2	-1	3	4	7
y_i	0	-4	-10	-11	-20

б)

$\xi\backslash\eta$	-2	0	2	4
-4	12	1	0	0
0	1	14	1	0
4	0	0	15	2

ВАРІАНТ 14

1. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ A\ln(x^2+1), & x \in (0;\,1]; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \sqrt{\xi}$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	-1	0	1
p_i	$2/9$	$5/9$	$2/9$

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Середня швидкість вітру на даній висоті дорівнює 25 км/год. Оцінити швидкість вітру на цій висоті з ймовірністю не меншою за 0,9, якщо $\sigma = 2,5$ км/год.;

б) випадкові величини ξ_1, ξ_2,…, ξ_n,… незалежні і мають рівномірний розподіл $N(0;1)$. Чи можна для цієї послідовності застосовувати теорему Хінчина ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ,η):

$\xi\backslash\eta$	-2	0	1	5
-3	0	$0,05$	0	$0,1$
-1	$0,1$	$0,15$	$0,1$	$0,1$
0	$0,1$	a	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ,η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a\,(x+4y)\,, & (x,y) \in [0;4]\times[0;1]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;4]\times[0;1]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію.

6. Ювіляру подарували 25 букетів. Кількість квітів у них була такою: 3, 5, 5, 7, 5, 7, 5, 5, 3, 5, 5, 9, 7, 3, 3, 5, 5, 5, 7, 3, 5, 5, 3, 3, 5. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Інтервали в днях між послідовними катастрофами на вугільних шахтах у Великобританії в кінці XIX – на початку XX ст. були: 378, 36, 15, 31, 215, 11, 137, 4, 15, 72, 96, 124, 50, 120, 203, 176, 55, 93, 59, 315, 59. Згрупувати дані і за ними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що річний прибуток фермерів є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 8$ (у тис. грн.) Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 12 тис. грн., який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання річного прибутку фермерів ?

11. За реалізаціями вибірок знайти рівняння лінійної і параболічної регресії

а)

x_i	-3	-2	0	2	5
y_i	0	2	5	7	10

б)

$\xi\backslash\eta$	-3	-2	-1	0
0	12	11	0	0
1	1	11	11	0
2	0	2	11	5
3	0	0	10	10

ВАРІАНТ 15

1. Дано щільність розподілу випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Знайти щільність випадкової величини $\eta = \xi^2$ та $M\eta$, $D\eta$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{x}{32}, & x \in [0;\, 8]; \\ 0, & x \notin [0;\, 8]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Дано $M\xi = 0$, $D\xi = 16$. Користуючись нерівністю Чебишова оцінити ймовірність $P\left\{|\xi| < 24\right\}$;

б) випадкові величини $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ незалежні між собою і $P\left\{\xi_n = -\sqrt{n}\right\} = \frac{1}{n^2}$, $P\left\{\xi_n = 0\right\} = 1 - \frac{2}{n^2}$, $P\left\{\xi_n = \sqrt{n}\right\} = \frac{1}{2n^2}$. Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	0	1	7
–1	0,1	0,1	0
0	a	0,2	0,1
7	0,1	0	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріації, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано розподіл двовимірного неперервного випадкового вектора

$$f(x, y) = \begin{cases} a(2x + y), & (x, y) \in [0; 1] \times [0; 1]; \\ 0, & (x, y) \in [0; 1] \times [0; 1]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію.

6. Кількість забитих голів у 25 матчах футбольного чемпіонату була такою: 3, 2, 4, 2, 0, 0, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 0, 1, 1, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Товщина дроту (у мікронах) у 25 бобінах мідного дроту є такою: 152, 153, 154, 155, 146, 150, 160, 148, 157, 148, 158, 149, 154, 155, 157, 148, 146, 159, 148, 150, 147, 158, 159, 154, 155. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 1$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,975.

11. Дано дві реалізації вибірок. Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії

а)

x_i	–1	0	1	2	3
y_i	10	24	35	40	44

б)

$\xi\backslash\eta$	–1	0	4	7
–2	11	14	0	0
0	0	12	13	0
3	0	1	10	3
9	0	0	5	7

ВАРІАНТ 16

1. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ A(x^4 + 3x), & x \in (0;\, 1]; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}e^{-5x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дано щільність розподілу випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & x \in [0;2]\,, \\ 0, & x \notin [0;2]\,. \end{cases}$$

Оцінити $P\left\{|\xi - M\xi| \le 0,5\right\}$);

б) випадкові величини ξ_1, ξ_2,..., ξ_n,... незалежні і мають рівномірний розподіл на відрізках [-1;1], [-2;2],..., [$-n; n$], ...відповідно. Чи можна для цієї послідовності застосувати теорему Хінчина ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–4	–2	0
0	a	0,1	0,2
2	0	0,1	0,1
5	0,1	0,1	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f\left(x, y\right) = \begin{cases} a\left(x - y\right), & (x, y) \in [0;1] \times [-1;0]\,; \\ 0, & (x, y) \notin [0;1] \times [-1;0]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію.

6. У 25 студентських групах кількість студентів, які отримують підвищену стипендію є такою: 4, 3, 2, 1, 0, 1, 1, 4, 3, 2, 1, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 3, 4, 2, 1, 1, 4, 4, 5. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. На вступних іспитах абітурієнти деякої групи набрали таку кількість балів: 150, 120, 135, 84, 90, 64, 38, 47, 59, 65, 48, 98, 150, 49, 39, 84, 35, 49, 68, 97, 84, 98, 39, 44, 100. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що зріст навмання взятого підлітка є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 8$ см. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 6 см, який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання висоти підлітка ?

11. Дано дві реалізації вибірок. Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії у кожному з наведених випадків

а)

x_i	0	2	4	7	9
y_i	–1	0	3	5	7

б)

$\xi\backslash\eta$	–1	0	5	9
–5	24	25	0	0
–3	0	23	12	0
–1	0	12	20	0
0	0	0	15	20

ВАРІАНТ 17

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{A}{x}, & x \in (1;\, e); \\ 0, & x \notin (1;\, e). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \frac{1}{\xi}$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ax, & x \in [0;\, 0,25]; \\ 0, & x \notin [0;\, 0,25]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Ймовірність появи події у кожному випробуванні дорівнює $1/2$. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що подія відбудеться в межах від 40 до 60, якщо буде проведено 100 незалежних випробувань;

б) випадкові величини $\xi_1,\ \xi_2, \ldots,\ \xi_n, \ldots$ незалежні і мають рівномірний розподіл на відрізках $\left[-\frac{1}{n}; \frac{1}{n}\right]$ відповідно. Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	-5	0	4
-4	$0,1$	$0,1$	0
0	$0,1$	a	$0,2$
5	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f\left(x, y\right) = \begin{cases} a\left(10x - y\right), & (x, y) \in [0; 1] \times [-10; 0]\,; \\ 0, & (x, y) \notin [0; 1] \times [-10; 0]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. У 25 студентських групах кількість студентів, які мають здавати по два іспити за формою “К” є такою: 1, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 1, 2, 1, 1, 3, 4, 2, 1, 4, 4, 3, 1, 0, 1, 2, 0. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Вік батьків учнів 1-А класу є таким: 26, 28, 32, 44, 39, 40, 36, 35, 40, 34, 25, 29, 28, 30, 34, 36, 38, 30, 32, 31, 29, 40, 27, 28, 33. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 3$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,9.

11. За реалізацією двох двовимірних вибірок побудувати лінійне і параболічне рівняння регресії

а)

x_i	-10	-5	0	5
y_i	5	0	10	-15

б)

$\xi\backslash\eta$	-4	0	2	4
-5	20	10	0	0
-2	0	5	10	0
-1	0	0	5	10
0	0	0	5	5

ВАРІАНТ 18

1. На відрізку AB довільно вибрано точку M. Випадкова величина ξ – це відстань AM. Знайти $M\eta$ та $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(4-x), & x \in [-1;\, 1]; \\ 0, & x \notin [-1;\, 1]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дано $M\xi = 2$, $D\xi = 0,01$. Користуючись нерівністю Чебишова оцінити $P\{1,5 < \xi < 2,5\}$, $P\{\xi < 2\}$;

б) дано послідовність незалежних випадкових величин ξ_1, ξ_2,..., ξ_n,... з розподілами

x_i	$-n^2$	0	n^2
p_i	$\frac{1}{5n^4}$	$1-\frac{2}{5n^4}$	$\frac{1}{5n^4}$

Чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-5	0	4
-4	$0,1$	$0,1$	0
0	$0,1$	a	$0,2$
5	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a\,(7x+y)\,, & (x,y) \in [0;1] \times [0;7]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;1] \times [0;7]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. На святі морозива 25 дітей з'їло таку кількість морозива: 1, 2, 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Середня урожайність протягом 5 років у 25 навмання вибраних колективах різних районів України є такою: 25, 28, 34, 35, 50, 35, 44, 38, 40, 28, 18, 38, 24, 26, 27, 30, 34, 38, 19, 40, 42, 34, 35, 31, 40. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.ня виймають одну кульку. Яка ймовірність того, що вона біла ?

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,99 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 3$, буде дорівнювати 0,5.

11. За даними реалізаціями вибірок знайти лінійне і параболічне рівняння регресії

а)

x_i	–5	–2	2	4	7
y_i	17	15	12	11	10

б)

$\xi\backslash\eta$	–3	0	3	6
–4	12	24	0	0
–2	0	10	25	0
0	0	1	12	5
2	0	0	18	20

ВАРІАНТ 19

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(x^3+1), & x \in (-1;\, 0); \\ 0, & x \notin (-1;\, 0). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = 2\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A, & x \in [-2;\, 3]; \\ 0, & x \notin [-2;\, 3]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Ймовірність появи події у кожному випробуванні дорівнює 1/4. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що випадкова величина ξ – кількість появ події буде міститись в межах від 150 до 250, якщо буде проведено 800 випробувань;

б) дано послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ з розподілами

x_i	-4	0	4
p_i	$\frac{n}{n^2+1}$	$1-\frac{2n}{n^2+1}$	$\frac{n}{n^2+1}$

Перевірити, чи виконується для цієї послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-7	0	3
-3	0	0,3	0,1
0	a	0,1	0,1
7	0	0,1	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежні.

5. Дано щільність неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a(y-x), & (x,y) \in [-1;0] \times [0;2]; \\ 0, & (x,y) \notin [-1;0] \times [0;2]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi = x$.

6. Кількість дітей, які носять окуляри у 25 класах школи, є такою: 1, 2, 1, 1, 0, 0, 1, 2, 3, 1, 1, 0, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 1, 1, 2, 1, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Кількість хворих, прийнятих терапевтом, протягом 25 навмання вибраних днів є такою: 18, 10, 17, 10, 9, 24, 13, 18, 17, 14, 13, 19, 9, 18, 24, 18, 17, 22, 13, 20, 13, 11, 17, 18, 15. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 0,5$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,99.

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок

а)

x_i	–3	–1	0	4	5
y_i	17	29	34	45	38

б)

$\xi\backslash\eta$	–4	–2	0	4
–4	22	15	0	0
0	0	25	17	0
2	0	1	14	1
4	0	0	12	14

Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 20

1. На колі зафіксовано точку O. На цьому ж колі навмання вибрано точку A. Випадкова величина ξ – це кут між OA і дотичною до кола в точці O. Знайти щільність розподілу випадкової величини $\eta = \xi^2$, а також $M\eta$ і $D\eta$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(2+x), & x \in [-2;\ 2]; \\ \quad 0, & x \notin [-2;\ 2]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Дано $M\xi = 18$, $D\xi = 1$. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити $P\{15 < \xi < 21\}$;

б) випадкові величини $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ незалежні і мають рівномірний розподіл

x_i	$-na$	0	na
p_i	$\frac{1}{2^n}$	$1 - \frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^n}$

Чи виконується для даної послідовності закон великих чисел ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–10	0	1
–1	0	0,2	a
0	0,2	0,1	0,1
10	0,1	0,1	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовний розподіл компоненти ξ за умови, що $\eta = 1$.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a(x-2y), & (x,y) \in [0;2] \times [-1;0]; \\ 0, & (x,y) \notin [0;2] \times [-1;0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi = x$.

6. Кількість книг, яку купив кожен з 25 відвідувачів книжкового ярмарку, є такою: 2, 3, 1, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 1, 1, 2, 0, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. У студентській бібліотеці навмання вибрано 25 карток студентів, які закінчили другий курс. Кількість книг, які вони брали на абонемент є такою: 25, 15, 55, 60, 48, 30, 45, 14, 36, 38, 44, 64, 25, 34, 15, 18, 29, 34, 35, 40, 44, 58, 38, 60, 50. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що відсоткове відношення ринкової та номінальної вартостей цін акції на фондовому ринку є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 5$. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 4, який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання відсоткового відношення цін ?

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок. Знайти для кожної з них лінійне і параболічне рівняння регресії

а)

x_i	–10	–5	0	5	10
y_i	13	17	21	24	38

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	5	7	9
0	2	7	0	0
2	0	1	5	0
3	0	0	7	5
8	0	0	3	10

ВАРІАНТ 21

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A(2-x), & x \in (0;\,2); \\ 0, & x \notin (0;\,2). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ae^{-30x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Дано $M\xi = -14$, $D\xi = 4$. Користуючись нерівністю Чебишова оцінити $P\{-17 < \xi < -11\}$;

б) послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ має такий закон розподілу: $P\{\xi_n = -\sqrt{n}\} = \frac{1}{\sqrt{n}}$, $P\{\xi_n = \sqrt{n}\} = 1-\frac{1}{\sqrt{n}}$. Чи виконуються для послідовності $\{\xi_n\}$ умови теореми Чебишова ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–10	0	2
–2	0	0,1	0,2
0	0,1	0,1	0,1
10	0,1	0,1	a

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} a\left(x^2 - y\right), & (x, y) \in [-1; 1] \times [-2; 0]; \\ 0, & (x, y) \notin [-1; 1] \times [-2; 0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. У першому турі учнівської олімпіади з математики брало участь 25 учнів. Кількість правильно зроблених задач у них є такою: 4, 4, 5, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 1, 3, 1, 2, 0. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Як один із тестів для оцінки рівня фізичної підготовки першого курсу технічного вузу був вибраний стрибок у довжину з місця. Результати контрольної групи студентів у кількості 25 чоловік були такими (у см.): 212, 223, 225, 230, 238, 216, 241, 202, 235, 225, 228, 252, 237, 246, 219, 244, 238, 230, 228, 210, 215, 230, 244, 208, 240. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 4$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,975.

11. За даними реалізаціями знайти лінійне та параболічне рівняння регресії

а)

x_i	–18	–15	–12	10	–8
y_i	25	40	44	48	57

б)

$\xi\backslash\eta$	–4	–2	0	8
–2	22	24	0	0
0	0	23	24	0
2	0	1	18	22
5	0	0	12	14

ВАРІАНТ 22

1. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ Ax^2, & x \in (0;\, 0,5]; \\ 1, & x > 0,5. \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \sqrt{\xi}$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	–2	0	2
p_i	1/4	1/2	1/4

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Закон розподілу випадкової величини ξ визначається формулами

$$P\{\xi = 0\} = 1 - \frac{a^2}{b^2}, \quad P\{\xi = -b\} = P\{\xi = b\} = \frac{a^2}{2b^2}, \quad (|a| < |b|)\,.$$

Порівняти точне значення ймовірності $P\{|\xi| \ge b\}$ з оцінкою, отриманою за нерівністю Чебишова;

б) випадкові величини $\xi_1,\ \xi_2, \ldots,\ \xi_n, \ldots$ незалежні і мають показниковий розподіл з параметром $\lambda_n = \frac{n}{n+1}$ відповідно. Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–4	0	7
–1	0	a	0,2
0	0,2	0,1	0,1
4	0,1	0,1	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ,η):

$$f(x,y)=\begin{cases} a\left(y^2-x\right), & (x,y)\in[-4;0]\times[-2;2]\,; \\ 0, & (x,y)\notin[-4;0]\times[-2;2]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi=x$.

6. Фіксувалася кількість пасажирів, які роблять посадку на кінцевій зупинці маршрутного таксі: 4, 3, 0, 1, 4, 3, 5, 10, 4, 5, 2, 1, 1, 5, 4, 3, 1, 1, 10, 3, 1, 1, 4, 3. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу та полігон частот.

7. Наведено результати стрибка у висоту з місця, показані групою школярів (25 осіб): 35, 39, 30, 30, 27, 25, 45, 24, 20, 37, 36, 27, 29, 30, 31, 35, 31, 35, 41, 36, 40, 36, 31, 40, 36. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\,p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,975 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma=5$, буде дорівнювати 0,8.

11. Дано реалізації двох вибірок. Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії для кожної вибірки

а)

x_i	–4	–2	2	3	5
y_i	13	19	24	35	44

б)

$\xi\backslash\eta$	–2	1	3	4
0	22	11	0	0
2	1	12	11	0
5	0	1	1	20
8	0	0	12	18

ВАРІАНТ 23

1. Відомо, що

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 1 - F_\xi(x), & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Знайти $f_\eta(x)$, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = 2\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ae^{-4x-8}, & x > -2; \\ 0, & x \le -2. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** При стрільбі було виявлено, що відхилення Δ точки влучення від цілі підлягає нормальному розподілу з математичним сподіванням 0 і дисперсією $4m^2$. Знайти ймовірність того, що $|\Delta| < 3m$;

б) дано послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ з розподілом

x_i	$-n$	n
p_i	$\frac{1}{n^2}$	$1 - \frac{1}{n^2}$

Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–10	–5	0
0	0,1	a	0,1
5	0,2	0	0,1
10	0	0,1	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} a(x - y), & (x, y) \in [0; 2] \times [-4; 0]; \\ 0, & (x, y) \notin [0; 2] \times [-4; 0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. При перевірці методички коректор виявив таку кількість помилок по сторінках: 4, 3, 0, 0, 1, 4, 3, 2, 0, 1, 2, 3, 1, 0, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 2, 0, 1, 5, 3, 0. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Наведено результати (в мл) дослідження життєвої ємкості легенів 25 школярів: 3500, 3300, 3200, 2800, 3400, 3300, 2800, 3600, 3400, 2500, 3700, 2800, 3000, 3100, 3200, 3500, 3300, 3600, 3800, 3700, 2900, 3100, 3300, 3700, 3000. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму. Яка ймовірність того, що ця кулька з третьої коробки ?

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 1$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,99.

11. За реалізаціями вибірок знайти лінійне і параболічне рівняння регресії:

а)

x_i	0	2	5	9	11
y_i	12	8	7	5	0

б)

$\xi\backslash\eta$	–3	5	7	11
–12	12	2	0	0
–4	2	14	0	0
0	0	2	9	0
11	0	0	4	7

ВАРІАНТ 24

1. Відомо, що

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 2(1 - F_\xi(x)), & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

Знайти $f_\eta(x)$, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = -\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A, & x \in [0;\, 1/3]; \\ 0, & x \notin [0;\, 1/3]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. а) Випадкова величина ξ рівномірно розподілена на $[6; 12]$. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що випадкова величина ξ відхилиться від математичного сподівання не більше ніж на 3 (тобто, необхідно оцінити $P\{|\xi - M\xi| \leq 3\}$);

б) дано послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ і щільності їх розподілів

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & x \in [0; n], \\ 0, & x \notin [0; n]. \end{cases}$$

Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	2	3	4
11	0	0,1	0
12	0,2	0,1	0,2
14	0,1	0	a

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2y^2, & (x, y) \in [-1; 1] \times [-1; 1]; \\ 0, & (x, y) \notin [-1; 1] \times [-1; 1]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, а також коефіцієнт кореляції.

6. У 25 поєдинках футбольна команда забила таку кількість голів: 3, 2, 1, 1, 3, 0, 2, 0, 0, 4, 2, 1, 0, 0, 4, 3, 0, 0, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 3. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Наведено результати (в кг), показані групою студентів (25 осіб), динамометрії правої руки: 44, 52, 48, 42, 69, 61, 47, 48, 53, 45, 46, 64, 42, 76, 56, 51, 60, 51, 41, 44, 54, 64, 72, 67, 75. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що вага студента є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 5$ кг. Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 4 кг, який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання ваги студента ?

11. Дано реалізації двовимірних вибірок (ξ, η) :

а)

x_i	–4	–3	–2	–1	0
y_i	18	27	34	49	54

б)

$\xi\backslash\eta$	0	3	5	8
–3	12	11	0	0
0	1	2	14	0
4	1	1	3	0
5	0	0	1	2
7	0	0	4	8

Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 25

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{Ax}{1+x^2}, & x \in (0;\, 1); \\ 0, & x \notin (0;\, 1). \end{cases}$$

Знайти $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = 2\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої щільністю розподілу

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ax, & x \in [-1;\, 0]; \\ 0, & x \notin [-1;\, 0]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Дано $M\xi = 18$, $D\xi = 9$. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити $P\{14 < \xi < 22\}$;

б) послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n, \ldots$ задана законами розподілів

x_i	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
p_i	1/3	1/3	1/3

Чи можна застосувати до цієї послідовності теорему Чебишева ?

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	–2	0	3
0	0,1	a	0,1
3	0,2	0,2	0
4	0	0,1	0,1

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x, y) = \begin{cases} a(x - 3y), & (x, y) \in [0; 1] \times [-1; 0]; \\ 0, & (x, y) \in [0; 1] \times [-1; 0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію.

6. З 25 замовлень друку фотографій кількість бракованих виявилась такою: 3, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 2, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 1, 0, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. По журналу навмання вибрано запис за 25 днів прийому голови ЛЕКу. Кількість прийнятих осіб протягом цих днів є такою: 24, 27, 29, 40, 39, 54, 80, 76, 48, 54, 39, 44, 58, 60, 84, 100, 100, 38, 40, 58, 60, 54, 39, 48, 53. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\ p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 5$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,925.

11. Дано реалізації двовимірних вибірок:

а)

x_i	-1	0	2	3	4
y_i	-4	0	3	4	9

б)

$\xi \backslash \eta$	-4	0	11	20
-2	10	3	0	0
-1	1	2	1	0
0	0	1	5	0
1	0	0	1	4

Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 26

1. Випадкова величина ξ задана функцією розподілу

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0; \\ Ax^2, & x \in (0;\,2]; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої законом розподілу

x_i	–4	0	4
p_i	0,2	0,5	0,3

і за знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** При визначенні курсу літака середнє квадратичне відхилення похибки вимірювання дорівнює $\sigma = 2$. Вважаючи математичне сподівання похибки вимірювання рівним нулю, оцінити ймовірність того, що похибка при вимірюванні курсу літака буде більша за 5;

б) дано послідовність незалежних випадкових величин ξ_1, ξ_2,…, ξ_n,… з розподілами

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} n, & x \in \left[0;\,\frac{1}{n}\right], \\ 0, & x \notin \left[0;\,\frac{1}{n}\right]. \end{cases}$$

Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-4	0	3
-3	0	a	$0,1$
0	$0,1$	$0,2$	$0,1$
4	$0,1$	$0,1$	0

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} a\,(8x - y), & (x,y) \in [0;1] \times [-4;0]\,; \\ 0, & (x,y) \notin [0;1] \times [-4;0]\,. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність компоненти η за умови, що $\xi = x$.

6. При перевірці диктанту вчитель виявив у кожного з 25 учнів таку кількість помилок: 4, 3, 7, 2, 0, 1, 3, 2, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 10, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 2, 1, 2, 3. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Результати бігу на 100 м (сек.) у 25 учнів 10-го класу є такими: 16,2; 15,4; 15,3; 15,3; 15,4; 16,8; 17,8; 14,7; 13,7; 14,8; 14,3; 17,1; 17,8; 15,5; 15,0; 14,2; 16,4; 15,1; 15,6; 16,1; 15,4; 14,7; 13,6; 17,1; 15,5. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Знайти мінімальний обсяг вибірки, за якого з надійністю 0,99 точність оцінки математичного сподівання випадкової величини ξ, яка нормально розподілена і має відоме середнє квадратичне відхилення $\sigma = 3$, буде дорівнювати 0,4.

11. Дано дві реалізації вибірок

а)

x_i	-1	1	3	4	5
y_i	2	7	10	11	12

б)

$\xi\backslash\eta$	-1	0	3	7
-1	13	2	0	0
0	1	2	0	0
1	0	1	4	0
3	0	0	4	5

Знайти лінійне і параболічне рівняння регресії.

ВАРІАНТ 27

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ae^x, & x \in (0;\, 1); \\ 0, & x \notin (0;\, 1). \end{cases}$$

Знайти сталу A, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \sin\xi$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ, заданої щільністю розподілу

$$f_\xi(x) = \begin{cases} A\cos x, & x \in [0;\, \pi/2]; \\ 0, & x \notin [0;\, \pi/2]. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Середнє споживання електроенергії в травні (за багато років) в заданому мікрорайоні дорівнює 3600000 кВт/год. Користуючись нерівністю Чебишова, оцінити ймовірність того, що споживання електроенергії в травні поточного року перевищить 10^6 кВт/год;

б) дано послідовність випадкових величин ξ_1, ξ_2,. . . , ξ_n, . . . з розподілами

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & x \in \left[-\frac{1}{n}; \frac{1}{n}\right], \\ 0, & x \notin \left[-\frac{1}{n}; \frac{1}{n}\right]. \end{cases}$$

Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-3	-2	0
-1	$0,1$	$0,1$	$0,2$
0	$0,1$	$0,1$	a
2	0	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора:

$$f(x, y) = \begin{cases} a(3x - 4y), & (x, y) \in [0; 4] \times [-3; 0]; \\ 0, & (x, y) \notin [0; 4] \times [-3; 0]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a,розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції, умовну щільність компоненти ξ за умови, що $\eta = y$.

6. Кількість бракованих виробів у кожній з 25 партій є такою: 5, 2, 3, 4, 3, 4, 0, 2, 1, 4, 3, 2, 0, 0, 1, 1, 4, 3, 2, 3, 3, 2, 1, 4, 1. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Результати (у см) довжини бігового кроку для 25 спринтерів в зоні 20 м від лінії фінішу на дистанції 100 м є такими: 182, 184, 176, 177, 180, 184, 190, 179, 186, 170, 172, 185, 184, 172, 167, 188, 176, 180, 184, 172, 189, 177, 176, 171, 178. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) (n, p) – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Спостереження над випадковою величиною ξ, що нормально розподілена з середнім квадратичним відхиленням $\sigma = 1$, дали результати, наведені в завданні 7. Оцінити невідоме математичне сподівання випадкової величиною ξ за допомогою довірчого інтервалу з надійністю 0,99.

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок:

а)

x_i	-4	0	1	3	4
y_i	-2	-1	0	5	7

б)

$\xi\backslash\eta$	0	1	4	5
-4	11	1	0	0
-3	1	11	0	0
0	0	1	10	0
1	0	0	2	3

Для кожної з них знайти рівняння лінійної і параболічної регресії.

ВАРІАНТ 28

1. Задано щільність розподілу випадкової величини ξ:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} \frac{B}{\sqrt{1-x^2}}, & x \in (0;\,1); \\ 0, & x \notin (0;\,1). \end{cases}$$

Знайти сталу B, а також $M\eta$ і $D\eta$, якщо $\eta = \xi^2$.

2. Знайти характеристичну функцію для випадкової величини ξ

$$f_\xi(x) = \begin{cases} Ae^{-3x}, & x > 0; \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

За знайденою характеристичною функцією знайти $M\xi$ та $D\xi$.

3. **а)** Математичне сподівання річної кількості опадів у даній місцевості дорівнює 55 см. Оцінити ймовірність того, що в цій місцевості випадає за рік не менше 175 см опадів;

б) дано послідовність незалежних випадкових величин $\xi_1,\ \xi_2, \ldots,\ \xi_n, \ldots$ з розподілами

$$f_{\xi_n}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2n}, & x \in [-n; n]\,, \\ 0, & x \notin [-n; n]\,. \end{cases}$$

Перевірити, чи для цієї послідовності виконуються умови теореми Чебишова.

4. Дано розподіл двовимірного дискретного випадкового вектора (ξ, η):

$\xi\backslash\eta$	-4	-1	0
-2	a	$0,1$	$0,1$
-1	$0,1$	$0,1$	$0,1$
0	$0,1$	$0,1$	$0,1$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, коефіцієнт кореляції. Перевірити чи компоненти є незалежними.

5. Дано щільність двовимірного неперервного випадкового вектора (ξ, η):

$$f(x,y) = \begin{cases} ax^2y^2, & (x,y) \in [-1;0] \times [0;1]; \\ 0, & (x,y) \notin [-1;0] \times [0;1]. \end{cases}$$

Знайти невідому сталу a, розподіл компонент, коваріацію, умовну щільність ξ за умови, що $\eta = y$.

6. У тонкому шарі розчину золота через рівні проміжки часу реєструвалась кількість часток золота, які потрапили до поля зору мікроскопа: 0, 1, 1, 0, 0, 2, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 1, 0, 3, 4, 3, 1, 0, 4, 0, 2. Записати статистичний і варіаційний ряд. Знайти розмах вибірки, моду, медіану. Обчислити середнє значення, вибіркову і незміщену дисперсії, асиметрію, ексцес, коефіцієнт варіації, емпіричну функцію розподілу і полігон частот.

7. Горизонтальне відхилення від цілі (у м) для 25 випробувань ракет є таким: 25, 24, 30, 5, 4, 55, 48, 35, 40, 15, 14, 17, 19, 23, 27, 40, 33, 40, 5, 18, 17, 45, 50, 3, 50. Згрупувати дані. За згрупованими даними знайти середнє значення і порівняти його із дійсним середнім значенням. Побудувати гістограму.

8. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти параметри

а) $(n,\, p)$ – біномного розподілу;

б) p – геометричного розподілу;

в) λ – розподілу Пуассона

з реалізації вибірки завдання 6.

9. Методом моментів і методом максимальної правдоподібності знайти невідомі параметри

а) a і b рівномірного розподілу;

б) λ – показникового розподілу;

в) a і σ^2 нормального розподілу

з реалізації вибірки завдання 7.

10. Відомо, що врожайність цукрових буряків в області є випадковою величиною з нормальним законом розподілу ймовірностей, причому середнє квадратичне відхилення $\sigma = 2$ (в тонах з 1 га). Скільки потрібно виконати спостережень, щоб знайти інтервал завширшки 1 тона, який з ймовірністю 0,95 "накриває" невідоме математичне сподівання врожайності цукрових буряків в області ?

11. Дано реалізації двох двовимірних вибірок

а)

x_i	-3	-2	-1	0	3
y_i	4	3	0	-2	-3

б)

$\xi\backslash\eta$	-1	0	2	3
-4	1	4	0	0
0	0	5	0	0
1	0	0	7	0
2	0	0	0	10

Для кожної з них знайти рівняння лінійної і параболічної регресії.