

# ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ 43,44 ПЗ 2016-2017

Викладач: Васіна Л.С.

## ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Спеціальність “Розробка програмного забезпечення”

### Тема 1. Елементи теорії похибок.

Обчислювальний експеримент та його технологічні етапи. Структура, джерела та класифікація похибок. Поняття стійкості та коректності. Абсолютна та відносна похибки. Заокруглення чисел. Похибки арифметичних операцій. Загальна формула похибки. Наближене обчислення значень функцій. Схема Горнера.

### Тема 2. Визначення коренів алгебраїчних та трансцендентних рівнянь.

Методи відокремлення коренів: графічний, бісекції. Теорема Банаха. Метод простої ітерації та його графічна інтерпретація. Достатні умови збіжності Ітераційні методи уточнення коренів: метод Ньютона та його модифікації, метод хорд, комбінований. Достатні умови збіжності ітераційного процесу. Оцінка похибки.

### Тема 3. Наближені методи розв'язування систем рівнянь.

Точні та наближені методи розв'язування СЛАР. Метод Гаусса: схема єдиного ділення, схема вибору головного елемента Побудова і збіжність процесу лінійної ітерації. Достатні умови збіжності. Ітерації Якобі та Гаусса-Зейделя. Метод Ньютона для наближеного розв'язування нелінійних систем алгебраїчних рівнянь.

### Тема 4. Наближення функцій за допомогою інтерполяційних поліномів.

Постановка задачі. Інтерполяційний поліном Лагранжа. Компактна форма запису. Схема обчислення. Розділені та скінченні різниці та їх властивості. Перший та другий інтерполяційні многочлени Ньютона. Поняття про екстраполяцію та обернену інтерполяцію. Інтерполяція сплайнами.

### Тема 5. Методи обробки експериментальних даних.

Метод найменших квадратів. Побудова лінійної та квадратичної емпіричних формул. Побудова емпіричних формул нелінійних залежностей.

### Тема 6. Чисельне інтегрування.

Постановка задачі. Квадратурні формули прямокутників, трапецій, Сімпсона. Узагальнена формула Ньютона-Котеса. Формула Чебишева. Порівняння і практична оцінка похибки (метод подвійного перерахунку, правило Рунге).

### Тема 7. Наближене розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.

Постановка задачі. Метод ламаних Ейлера та його модифікації. Метод Рунге-Кутта. Формули методу РК4. Оцінка похибки наближеного розв'язку за правилом Рунге.

## Література

1. Анджейчак І.А., Федюк Є.М., Анохін В.Є. Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи. Ч1. – Львів: ДУ “Львівська політехніка”, 2000.
2. Анджейчак І.А., Анохін В.Є., Бойко І.М. Практикум з обчислювальної математики. Основні числові методи. Лекції. – Львів: ДУ “Львівська політехніка”, 2001.
3. Овчинников П.П. Вища математика. Т1,2 – Київ: Техніка, 2000.
4. Ляшенко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи. – Київ: Либідь, 1996
5. Демидович Б.П., Марон І.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. -М.: Наука, 1967
6. Каленюк П.І., Коваленко Т.Г., Анджейчак І.А. Основи числових методів та їх реалізація на мові Паскаль. -Львів: ДУ “Львівська політехніка”, 1998
7. Джон Г. Метьюз, Куртис Д. Фінк Численные методы. Использование MatLab. -Москва, С.-Петербург, Киев: Изд. дом «Вильямс», 2001
8. Плис А.И., Сливина Н.А. MathCAD: математический практикум. М.: Финансы и статистика, 2003.

## Інформаційні ресурси

1. [it.onat.edu.ua/docs/ЧММ\\_часть\\_1.pdf](http://it.onat.edu.ua/docs/ЧММ_часть_1.pdf)
2. [manualsem.com/book/761-chiselni-metodi...ta.../2-anotaciya.html](http://manualsem.com/book/761-chiselni-metodi...ta.../2-anotaciya.html)
3. [dls.ksu.kherson.ua](http://dls.ksu.kherson.ua) › Сайт › е-Бібліотека
4. [www.mif.pu.if.ua/attachments/...02.../Chys\\_metody\\_Voznjak\\_Sharyn.pdf](http://www.mif.pu.if.ua/attachments/...02.../Chys_metody_Voznjak_Sharyn.pdf)...

## Контрольні питання з курсу Чисельні методи.

### Тема 1. Елементи теорії похибок.

1. Охарактеризувати основні етапи обчислювального експерименту. Які задачі називають стійкими за вхідними даними? Навести приклад. Чим зумовлені похибки чисельного розв'язку задач? Як класифікують похибки за джерелами їх виникнення? Що є предметом і задачею чисельних методів?
2. Дати означення абсолютної та граничної абсолютної похибки. Чим обумовлена необхідність введення поняття граничної абсолютної похибки?
3. Дати означення відносної похибки. Як визначити граничну відносну похибку наближеного числа за кількістю правильних цифр і навпаки?
4. Які цифри числа називають значущими? правильними у широкому розумінні? у вузькому розумінні? Сформулювати правила заокруглення чисел.
5. В чому полягає основна задача теорії похибок? Вивести формулу для знаходження абсолютної і відносної похибки функції.
6. Як оцінюються похибки арифметичних операцій? Як визначити відносну похибку степеня і кореня?

### Тема 2. Визначення коренів алгебраїчних та трансцендентних рівнянь.

7. В чому полягає етап відокремлення коренів при використанні чисельних методів розв'язування рівнянь? Як графічне відокремлення коренів уточнюється за допомогою обчислень? Які властивості функції однієї змінної при цьому використовуються?
8. Яким способом в схемі алгоритму половинного поділу реалізується відкидання тієї половини відрізка, на якому строго монотонна функція не змінює знак, тобто не має кореня?
9. Якими є достатні умови збіжності ітераційної послідовності для рівняння  $x = \varphi(x)$  на відрізку ізоляції кореня? Описати алгоритм методу простої ітерації.
10. Якими прийомами можна звести рівняння  $f(x)=0$  до рівняння  $x = \varphi(x)$ , в якому функція  $\varphi(x)$  задовольняє достатню умову збіжності ітераційного процесу?
11. Яка умова є критерієм для досягнення заданої точності при розв'язуванні рівняння методом простої ітерації? Навести графічну інтерпретацію односторонньої збіжності, збіжності з різних сторін, розбіжності.
12. Вивести розрахункові формули методу Ньютона-Рафсона. Яка умова є критерієм зупинки ітераційного процесу?
13. Вивести розрахункові формули для методу хорд. Яка умова є критерієм зупинки ітераційного процесу?
14. Чому комбінований метод хорд-дотичних збігається швидше, ніж окремо метод хорд і метод дотичних?

### Тема 3. Розв'язування систем рівнянь.

15. До якого типу методів відноситься метод Гауса-прямих чи ітераційних? В чому полягає прямий і обернений хід методу Гауса в схемі єдиного ділення?
16. Як будується ітераційна послідовність для знаходження розв'язків системи лінійних рівнянь?
17. Як формулюються достатні умови збіжності ітераційного процесу?
18. В чому відмінність ітераційного процесу методу Зейделя від аналогічного процесу методу простої ітерації (ітерації Якобі)? Яким є критерій зупинки ітераційного процесу для досягнення заданої точності?
19. Як визначається початкове наближення при наближеному розв'язуванні системи двох нелінійних рівнянь? Як записується матриця Якобі? Яку умову вона має задовольняти?
20. Записати алгоритм методу Ньютона для розв'язування системи двох рівнянь.

### Тема 4. Інтерполяція функцій.

21. В чому полягає задача інтерполяції? Як обґрунтовується існування і єдиність інтерполяційного многочлена? Як пов'язаний його степінь з кількістю вузлів інтерполяції?
22. Побудувати інтерполяційний многочлен Лагранжа. Записати інтерполяційну формулу Лагранжа. Як оцінюється її похибка?
23. Записати формули лінійної і квадратичної інтерполяції. Оцінити їх похибки. Як виглядає компактна форма запису многочлена Лагранжа?
24. Як організовуються обчислення за інтерполяційною формулою Лагранжа? Для яких вузлів вона точніша?
25. Що називають скінченними різницями? Сформулювати їх властивості. Як виглядає діагональна таблиця скінченних різниць?

26. Побудувати перший інтерполяційний многочлен Ньютона для рівновіддаленої сітки вузлів. Записати інтерполяційну формулу Ньютона і оцінити її залишковий член.
27. Яку заміну необхідно зробити, щоб записати перший інтерполяційний многочлен Ньютона у зручному для обчислень за схемою Горнера вигляді?
28. Записати другий інтерполяційний многочлен Ньютона в зручному для обчислень вигляді. Дати оцінку інтерполяційної формули.
29. В яких випадках використовують перший і другий інтерполяційні многочлени Ньютона? Як виконують оцінку похибки методу інтерполяції, якщо функцію задано аналітично? таблично?
30. В чому полягають відмінності при побудові інтерполяційних многочленів Ньютона і Лагранжа?
31. В чому полягає інтерполяція функцій за допомогою сплайнів? Які сплайни називають кубічними? Чому вони є найбільш поширеними? Як побудувати лінійний сплайн? Які його недоліки?
32. Які умови накладаються на функцію  $S(x)$  (кубічний сплайн)? Записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення його параметрів. Що таке вільний кубічний сплайн? Які умови мають виконуватись на кінцях відрізка для його побудови?
33. У чому полягає особливість задачі чисельного диференціювання? Побудувати формули чисельного диференціювання на основі інтерполяційних формул Ньютона для першої і другої похідної. Як оцінюються їх похибки.

#### **Тема 5. Чисельне інтегрування.**

34. В яких випадках виникає необхідність чисельного інтегрування? Чому формули чисельного інтегрування називають квадратурними? Вивести формули прямокутників і трапецій для наближеного обчислення інтегралів і дати їх оцінку.
35. Показати, що через три різні точки, які не лежать на одній прямій, можна провести лише одну параболу? Властивості якого визначника при цьому використовують?
36. Вивести формулу параболічних трапецій (Сімпсона) і дати її оцінку.
37. Як здійснюється наближене інтегрування за узагальненою формулою Ньютона-Котеса?
38. Побудувати квадратурні формули Чебишева. В чому полягає відмінність в побудові квадратурних формул Ньютона-Котеса і Чебишева?

#### **Тема 6. Методи обробки експериментальних даних.**

39. В чому суть наближення таблично заданої функції за методом найменших квадратів? Чим відрізняється цей метод від методу інтерполяції? На якому методі математичного аналізу ґрунтується метод найменших квадратів?
40. Що називають нормальною системою? Як вона будується і з яких рівнянь складається?
41. Чому формули, побудовані за методом найменших квадратів називають емпіричними?
42. Сформулювати критерій лінійної залежності і скласти систему для визначення оптимальних параметрів лінійної емпіричної формули.
43. Скласти систему для визначення оптимальних параметрів квадратичної емпіричної формули.
44. Яким чином зводиться задача побудови емпіричних формул для найпростіших елементарних функцій до випадку лінійної функції? Побудувати формули переходу степеневій, показниковій, логарифмічній, гіперболічній, дробово-лінійній і дробово-раціональній залежності до лінійної. За допомогою якої заміни змінних це здійснюється?
45. Якими є найпростіші аналітичні критерії існування певної нелінійної залежності?

#### **Тема 7. Наближені методи розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.**

46. На які основні групи поділяються наближені методи розв'язування диференціальних рівнянь? Сформулювати задачу Коші для диференціального рівняння першого порядку. Які умови має задовольняти функція, щоб задача Коші мала єдиний розв'язок?
47. В чому полягає метод Ейлера наближеного інтегрування диференціального рівняння? В якій формі можна отримати розв'язок диференціального рівняння за методом Ейлера?
48. Якими є переваги методів Рунге-Кутта? Чому найбільшого поширення дістав метод Рунге-Кутта четвертого порядку? Записати формули методу Рунге-Кутта четвертого порядку.
49. В чому полягає спосіб послідовного диференціювання знаходження розв'язку диференціального рівняння у вигляді ряду Тейлора?

*Викладач: Васіна Л.С.*