

# ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ 43,44 ПЗ 2016-2017

## Тема: Наближені методи розв'язування систем алгебраїчних рівнянь

Викладач: Васіна Л.С.

### Індивідуальні завдання до лабораторної роботи №2

#### “Чисельні методи розв'язування СЛАР”

#### Завдання 1.

Дано систему 4-х лінійних рівнянь з 4-ма невідомими:

$$\begin{cases} (1+k)x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - kx_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8(1-k) \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - (2-k)x_4 = 4k \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8(1+3k) \end{cases},$$

де  $k = 0,01 \cdot N$ ,  $N$  – номер варіанта.

#### Необхідно:

- розв'язати систему методом Гаусса (за схемою єдиного ділення);
- розв'язати систему методом Гаусса, використовуючи програму обробки електронних таблиць Microsoft Excel (MS Excel);
- розв'язати систему матричним методом, використовуючи функції для роботи з матрицями MS Excel.

Завдання 2. Дано систему 3-х лінійних рівнянь з 3-ма невідомими:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}.$$

#### Необхідно:

- розв'язати систему методом Гаусса (за схемою єдиного ділення);
- перевірити виконання достатніх умов збіжності ітераційного процесу;
- здійснити п'ять кроків ітерацій Якобі та Гаусса-Зейделя і визначити для кожного методу значення  $\max |x_i^{(5)} - x_i^{(4)}|$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Результати обчислень подати у вигляді таблиці 8 та зробити порівняльний аналіз ітераційних методів;
- розв'язати систему матричним методом, використовуючи функції для роботи з матрицями MS Excel.

Таблиця 8

№кроку	Наближення за ітерацією Якобі	$\max  x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} $	Наближення за ітерацією Гауса-Зейделя	$\max  x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} $
1	$x_1^{(1)}$ $x_2^{(1)}$ $x_3^{(1)}$	$\max  x_i^{(1)} - x_i^{(0)} $	$x_1^{(1)}$ $x_2^{(1)}$ $x_3^{(1)}$	$\max  x_i^{(1)} - x_i^{(0)} $
2	$x_1^{(2)}$ $x_2^{(2)}$ $x_3^{(2)}$	$\max  x_i^{(2)} - x_i^{(1)} $	$x_1^{(2)}$ $x_2^{(2)}$ $x_3^{(2)}$	$\max  x_i^{(2)} - x_i^{(1)} $
3	$x_1^{(3)}$ $x_2^{(3)}$ $x_3^{(3)}$	$\max  x_i^{(3)} - x_i^{(2)} $	$x_1^{(3)}$ $x_2^{(3)}$ $x_3^{(3)}$	$\max  x_i^{(3)} - x_i^{(2)} $

4	$x_1^{(4)}$	$\max  x_i^{(4)} - x_i^{(3)} $	$x_1^{(4)}$	$\max  x_i^{(4)} - x_i^{(3)} $
	$x_2^{(4)}$		$x_2^{(4)}$	
	$x_3^{(4)}$		$x_3^{(4)}$	
5	$x_1^{(5)}$	$\max  x_i^{(5)} - x_i^{(4)} $	$x_1^{(5)}$	$\max  x_i^{(5)} - x_i^{(4)} $
	$x_2^{(5)}$		$x_2^{(5)}$	
	$x_3^{(5)}$		$x_3^{(5)}$	

Числові значення коефіцієнтів  $a_{ij}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3$  та вільних членів  $b_i$ ,  $i=1,2,3$  для виконання завдання 2 подано у таблиці 9.

Таблиця 9

№ вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$	№ вар.	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$b_i$
<b>1</b>	3,90	1,25	-0,98	4,905	<b>15</b>	3,80	1,10	0,98	10,716
	0,74	3,45	-0,84	6,031		0,75	2,96	0,92	11,023
	-0,65	1,18	2,38	10,134		0,60	1,20	3,20	13,900
<b>2</b>	2,68	-0,68	0,48	3,868	<b>16</b>	2,40	1,10	0,60	7,680
	-0,73	2,92	-0,39	4,329		0,98	2,60	1,20	11,354
	-0,58	-1,12	3,12	7,532		0,56	1,10	2,70	12,008
<b>3</b>	2,50	-0,91	-0,32	0,287	<b>17</b>	2,50	1,05	0,75	8,170
	-0,91	3,64	-0,48	5,418		0,95	2,60	0,85	10,195
	0,48	-0,98	2,14	5,908		0,68	1,05	2,15	10,284
<b>4</b>	2,78	0,38	-0,43	3,261	<b>18</b>	2,60	1,10	0,70	8,260
	-0,78	-3,14	-0,81	3,295		0,92	2,70	0,65	9,756
	-0,45	-0,86	2,48	6,072		0,48	0,88	1,98	9,072
<b>5</b>	3,96	-0,78	-0,35	2,525	<b>19</b>	2,70	1,15	0,48	7,806
	1,18	3,78	-0,87	7,301		0,86	2,60	0,32	8,382
	-0,96	-1,02	3,68	9,190		1,05	0,74	2,10	9,861
<b>6</b>	3,48	1,12	-0,94	4,158	<b>20</b>	2,80	1,02	0,32	7,112
	1,08	3,67	-0,87	6,908		0,96	2,40	0,46	8,480
	-1,21	-1,43	4,14	9,507		0,76	0,98	2,02	9,804
<b>7</b>	2,75	1,12	-0,6	3,066	<b>21</b>	2,90	1,08	0,43	7,738
	1,06	2,98	-0,86	5,328		0,82	2,50	0,64	9,114
	-1,18	-1,36	3,02	5,790		0,38	0,96	1,80	8,558
<b>8</b>	3,45	0,78	-0,97	3,229	<b>22</b>	3,10	1,20	0,62	8,894
	0,78	2,63	-0,89	4,026		1,12	2,60	0,85	10,416
	-0,97	-0,89	2,41	5,030		0,82	1,20	2,54	12,074
<b>9</b>	3,21	0,81	-0,93	3,102	<b>23</b>	3,75	1,20	1,07	11,355
	0,81	2,49	-0,94	3,571		0,89	3,5	1,52	13,245
	-0,93	-0,94	2,53	5,391		0,79	1,71	3,20	14,376
<b>10</b>	3,67	0,68	-1,21	2,467	<b>24</b>	4,20	1,50	0,92	12,210
	0,68	2,71	-0,96	3,825		1,32	4,50	1,20	15,030
	-1,21	-0,96	2,69	5,513		0,98	1,45	3,50	15,015
<b>11</b>	3,78	0,67	-0,83	3,928	<b>25</b>	2,40	1,10	0,60	7,680
	0,67	2,76	-0,69	4,871		0,98	2,60	1,20	11,354
	-0,83	-0,69	2,39	5,616		0,56	1,10	2,70	12,008
<b>12</b>	4,05	-0,93	-0,41	2,096	<b>26</b>	2,50	1,05	0,75	8,170
	-0,93	3,76	0,25	8,221		0,95	2,60	0,85	10,195
	-0,41	0,25	3,2	11,201		0,68	1,05	2,15	10,284
<b>13</b>	3,74	1,12	-1,03	4,207	<b>27</b>	2,60	1,10	0,70	8,260
	1,12	2,43	-1,07	3,412		0,92	2,70	0,65	9,756

	-1,03	-1,07	2,7	5,547		0,48	0,88	1,98	9,072
<b>14</b>	3,91	0,88	-1,13	3,543	<b>28</b>	3,78	-0,78	-0,35	2,364
	0,88	2,77	-0,98	4,173		1,18	3,95	-0,87	7,402
	-1,13	-0,98	2,14	4,599		-0,96	-1,02	3,21	

Викладач: Васіна Л.С.

### Завдання 3.

Використовуючи програми на мові TURBO PASCAL розв'язати методами Гаусса, простої ітерації Якобі та Гаусса-Зейделя з точністю  $\varepsilon = 10^{-3}$  та  $\varepsilon = 10^{-6}$  систему рівнянь завдання 2. Результати подати у вигляді таблиці 10:

Таблиця 10

Система 2				Система 2			
Метод Якобі	$x_1 =$	Похибка $\varepsilon = 10^{-3}$	Кількість кроків	Метод Якобі	$x_1 =$	Похибка $\varepsilon = 10^{-6}$	Кількість кроків
	$x_2 =$				$x_2 =$		
	$x_3 =$				$x_3 =$		
Метод Гаусса-Зейделя	$x_1 =$	Похибка $\varepsilon = 10^{-3}$	Кількість кроків	Метод Гаусса-Зейделя	$x_1 =$	Похибка $\varepsilon = 10^{-6}$	Кількість кроків
	$x_2 =$				$x_2 =$		
	$x_3 =$				$x_3 =$		

Провести аналіз результатів.

### Контрольний приклад та програми мовою TURBO PASCAL

Нехай СЛАР рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} 2,80x_1 + 1,02x_2 + 0,32x_3 = 7,112 \\ 0,96x_1 + 2,40x_2 + 0,46x_3 = 8,480 \\ 0,76x_1 + 0,98x_2 + 2,02x_3 = 9,804 \end{cases}$$

#### Метод Гаусса:

```

Program Gaus;
const
m=3;
a:array [1..m,1..m+1] of real=
((2.80, 1.02, 0.32, 7.112),
(0.96, 2.40, 0.46, 8.480),
(0.76, 0.98, 2.02, 9.804));
var i,j,k,N:integer;
t:real;
x:array [1..m] of real;
begin
for k:=1 to m-1 do begin
for i:=k to m do begin
t:=a[i,k];
for j:=1 to m+1 do a[i,j]:=a[i,j]/t;
end;
for i:=k+1 to m do
for j:=1 to m+1 do a[i,j]:=a[i,j]-a[k,j];
end;
x[m]:=a[m,m+1]/a[m,m];
for i:=m-1 downto 1 do begin
x[i]:=a[i,m+1];
for j:=i+1 to m do

```

```

x[i]:=x[i]-a[i,j]*x[j];
end;
writeln ('rozvazok:');
for i:=1 to m do writeln ('x[' ,i, ']=' ,x[i]:8:6);
end.

```

### Одержано:

```

x[1]=1,300000
x[2]=2,400000
x[3]=3,200000

```

### Метод Якобі:

```

Program SimpleIter;
const
m=3;
a:array [1..m,1..m+1] of real =
((2.80, 1.02, 0.32, 7.112),
(0.96, 2.40, 0.46, 8.480),
(0.76, 0.98, 2.02, 9.804));
var new,old,tmp:integer;
    i,j,k,N:integer;
    e,max,S:real;
    b:array [1..m,1..m+1] of real;
    x:array [1..m,1..2] of real;
begin
writeln ('e:');
readln (e);
writeln ('k:');
readln (k);
for i:=1 to m do
for j:=1 to m+1 do
if i<>j then if j=m+1 then b[i,j]:=a[i,j]/a[i,i]
else b[i,j]:= -a[i,j]/a[i,i]
else b[i,j]:=0;
old:=1; new:=2;
for i:=1 to m do x[i,old]:=b[i,m+1];
repeat
for i:=1 to m do begin
S:=0;
for j:=1 to m do S:=S+b[i,j]*x[j,old];
x[i,new]:=s+b[i,m+1];
end;
max:=abs(x[1,new]-x[1,old]);
for i:=2 to m do
if abs(x[i,old]-x[i,new])>max then
max:=abs(x[i,old]-x[i,new]);
tmp:=new; new:=old; old:=tmp;
N:=N+1;
until (max<e) or (k=N);
writeln ('Zdisнено',N,'kroktiv');
if k=N then writeln ('0')
else begin
writeln ('rozvazok');
for i:=1 to m do
writeln ('x[' ,i, ']=' ,x[i,new]:8:6);

```

```
writeln ('pohubka=',max:8:6);
end
end.
```

### Одержано:

Здійснено 17 кроків

X[1]=1,300322

X[2]=2,400374

X[3]=3,200503

Похибка = 0,000805

### Метод Гаусса-Зейделя:

```
Program Zeidel;
const
m=3;
a:array [1..m,1..m+1] of real =
((2.80, 1.02, 0.32, 7.112),
(0.96, 2.40, 0.46, 8.480),
(0.76, 0.98, 2.02, 9.804));
var i,j,k,N:integer;
    e,max,S:real;
    b:array [1..m,1..m+1] of real;
    x:array [1..m] of real;
begin
writeln ('e:');
readln (e);
writeln ('k');
readln (k);
for i:=1 to m do
for j:=1 to m+1 do
if i<>j then if j=m+1 then b[i,j]:=a[i,j]/a[i,i]
else b[i,j]:= -a[i,j]/a[i,i]
else b[i,j]:=0;
for i:=1 to m do x[i]:=b[i,m+1];
repeat
max:=0;
for i:=1 to m do begin
S:=0;
for j:=1 to m do S:=S+b[i,j]*x[j];
if abs (x[i]-s-b[i,m+1])>max then
max:=abs(x[i]-s-b[i,m+1]);
x[i]:=s+b[i,m+1];
end;
N:=N+1;
until (max<e)or (k=N);
writeln ('Zdisneno',N,'kroktiv');
if k=N then writeln ('0')
else begin;
writeln ('rozvazok');
for i:=1 to m do
writeln ('x['i,']=',x[i]:8:6);
writeln ('pohubka=',max:8:6);
end
```

end.

**Одержано:**

Здійснено 6 кроків

$X[1]=1,300061$

$X[2]=2,400012$

$X[3]=3,199971$

Похибка = 0,000579

Система 2				Система 2			
Метод Якобі	$x_1 = 1,300322$ $x_2 = 2,400374$ $x_3 = 3,200503$	Похибка ( $\varepsilon = 10^{-3}$ )	Кількість кроків	Метод Якобі	$x_1 = 1,300000$ $x_2 = 2,400000$ $x_3 = 3,200000$	Похибка ( $\varepsilon = 10^{-6}$ )	Кількість кроків
		0,000805	17			0,000001	31
Метод Гаусса- Зейделя	$x_1 = 1,300061$ $x_2 = 2,400012$ $x_3 = 3,199971$	Похибка ( $\varepsilon = 10^{-3}$ )	Кількість кроків	Метод Гаусса- Зейделя	$x_1 = 1,300000$ $x_2 = 2,400000$ $x_3 = 3,200000$	Похибка ( $\varepsilon = 10^{-6}$ )	Кількість кроків
		0,000579	6			0,000000	10

Викладач: Васіна Л.С.