

# Trabajo Práctico 2: Red Neuronal Lineal

## Álgebra Lineal Computacional

Computación + Ciencias de Datos  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad de Buenos Aires

2do Cuatrimestre 2025

# Lineamientos Generales

## Objetivo

Que el grupo aplique las técnicas de la materia Álgebra Lineal Computacional y la biblioteca `alc.py` desarrollada durante el curso del laboratorio para la resolución de la consigna de este Trabajo Práctico.

Fechas importantes:

- ▶ Entrega: 19 de Noviembre.
- ▶ Devolución: 25 de Noviembre.
- ▶ Oral y Reentrega: 2 de Diciembre.

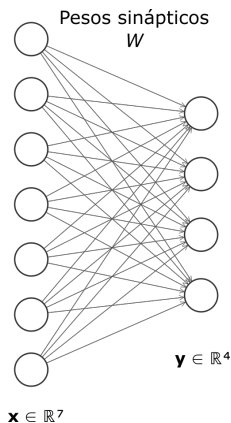
# Red Neuronal Lineal

La red neuronal lineal es una arquitectura que consta de una capa de neuronas de entrada  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  y una capa de neuronas de salida  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ . Además, cada neurona  $x_i$  con  $i = 1, \dots, n$  está conectada con una  $y_j$  con  $j = 1, \dots, m$  a través de una sinapsis ponderada por un peso  $w_{ji}$ . La operación efectuada por la Red Lineal se corresponde a la operación siguiente:

$$W\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (1)$$

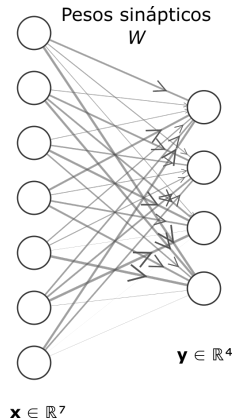
o bien,

$$y_j = \sum_{i=1}^n w_{ji}x_i \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (2)$$



# Red Neuronal Lineal

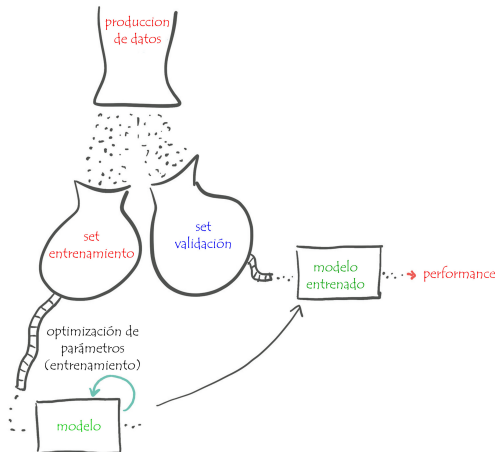
El fin de la red neuronal es ajustar los pesos  $W$  de las sinapsis, para que un vector de entrada  $\mathbf{x}$  produzca una salida  $\mathbf{y}_{target}$  deseada. El método por excelencia para lograr este objetivo es el *backpropagation*, pero no entrará en el scope de este TP.



# Red Neuronal Lineal

## Uso de datos para el entrenamiento

El set de entrenamiento sirve para ajustar los pesos de la matriz  $W$ . El set de validación es fundamental para evitar el *overfitting*, que significaría un sesgo del modelo a la base de entrenamiento.



# Red Neuronal Lineal

## Reconocimiento de Imágenes

La entrada a la red, el vector  $x$  debe ser una descripción del contenido visual de una imagen  $I$ . Luego la salida  $y$  va a predecir de que tipo de contenido hay en  $I$ .

## Finetunning

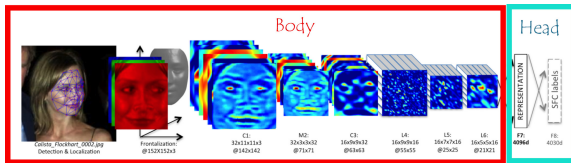
En nuestro caso, para entrenar una red neuronal lineal, vamos a apoyarnos en una técnica que permite simplificar la problemática de la extracción de características de las imágenes.

Esta técnica se denomina *Transfer Learning* o *Finetunning*. El finetunning es una técnica que permite modificar un modelo para resolver una nueva tarea o problema.

# Red Neuronal Lineal

## Finetuning

En primer lugar, veamos una red neuronal convolucional clásica, compuesta por dos bloques: *body* y *head*. El *body*, la parte convolucional, extrae características de una imagen de un rostro. Este vector (el famoso  $x$  se pasa al head, que no es otra cosa que una capa *fully connected*, con una  $W$  entrada para identificar ese rostro entre  $N$  sujetos conocidos.



# Red Neuronal Lineal

## Finetuning

Cuando hacemos el finetuning de una red convolucional de este estilo, el bloque body se freeza (los pesos de sus capas no se modifican más), quedando como una función estática. Por otro lado, la matriz  $W$  del *head* va a ser entrenada para resolver otro problema: imágenes con perros o imágenes con gatos.





# Red Neuronal Lineal

## Set de datos

El TP consiste entonces en un finetuning de un modelo ya entrenado, que nos aportará los descriptores visuales, o sea el famoso  $x$ , para que podamos obtener una  $W$  que prediga si en el contenido de la imagen hay perro o gato. O sea, el vector resultado  $y$  tiene dos neuronas (elementos) y el contenido de la imagen se define de las neurona que tiene un potencial mayor (o valor de salida): una neurona predice perros y la otra gatos.



# Red Neuronal Lineal

## Ajuste de la matriz $W$

La entrada de la red es la matriz  $X$ , cuyas columnas son los vectores  $x$  de cada imagen. El error cometido por la red al evaluar el set de datos  $X$  con la red neuronal lineal definida por  $W$  es  $E(W)$  y se expresa como:

$$E(W) = \frac{1}{2} \|Y - WX\|_2^2$$

A partir de esta formulación, una regla de aprendizaje basada en la utilización de la pseudo-inversa de Moore-Penrose puede escribirse como:

$$W = YX^+$$

donde  $X^+$  es la pseudo-inversa de  $X$ . Esta elección para  $W$  minimiza el error cuadrático medio.

# Red Neuronal Lineal

## Objetivo del TP

Cada grupo, con el objetivo de calcular  $X^+$ , la Pseudo-Inversa de  $X$  (el set de entrenamiento) aplicará cuatro metodologías:

1. Cholesky,
2. SVD,
3. Gram-Schmidt,
4. Householder.

# Red Neuronal Lineal

Una vez obtenida la matriz  $W$  de cada metodología, deberá ser aplicada sobre el set de validación. La performance de cada descomposición se va a representar mediante matrices de confusión. Una matriz de confusión es una cuadrícula de doble entrada, donde se deben contar los casos etiquetados correctamente y aquellos incorrectos para las (en este caso) dos clases.

Valor verdadero

|            |          | Valor verdadero |          |
|------------|----------|-----------------|----------|
|            |          | Positive        | Negative |
| Predicción | Positive | TP              | FN       |
|            | Negative | FP              | TN       |