

МЖР № 2

03.12

з Дискретної математики
Местенко Юзара Олександровича

група № 11
Варіант № 26

Комбінаторика

№ 1

Т

№ 3

А) $C_6^0 = 1 = C_6^6 = 1 \quad \oplus$

Б) $A_5^0 = 1 \neq A_5^5 = 120$

В) $C_6^1 = 6 \neq C_6^0 = 1$

Г) $A_5^2 = 20 \neq A_5^3 = 60$

Д) $C_6^1 = 6 = C_6^5 = 6 \quad \oplus$

Е) $A_5^1 = 5 \neq A_5^5 = 120$

Б; Д

№ 2

кіль 1: $C_6^1 = 6$

кіль 2: $C_4^1 = 4$

правильно суми: $4+6=10$

В-ге: 10.

№ 4

тих що не виносять множину.

1

№ 5

$$14 = 2 \cdot 7 = 2 \cdot 7 \cdot 1$$

$$C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 1 + 3 + 3 + 1 = 8$$

В-гб: 8

№ 6

$$C_7^5 = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21 \text{ способ.}$$

№ 7

Якщо $n = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot \dots \cdot p_k^{a_k}$, то кожен дільник цього числа має вигляд $p_1^{k_1} \cdot p_2^{k_2} \cdot \dots \cdot p_k^{k_k}$, де $0 \leq k_i \leq a_i$

Сума всіх дільн. це добут. сум $1 + p_1 + p_1^2 + \dots + p_1^{a_1}$

$$S = (1 + p_1 + p_1^2 + \dots + p_1^{a_1}) \cdot (1 + p_2 + p_2^2 + \dots + p_2^{a_2}) \cdot \dots \cdot (1 + p_k + p_k^2 + \dots + p_k^{a_k})$$

№ 8

За формулою C_{n+k}^k , де n - к-ть курів, k - одиниць

$$C_{20}^8 = \frac{20!}{8! \cdot 12!} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{8!} = 125970$$

№ 9

Біжемо з 25 книг, з дві наступної вибираємо з остави 24, але ми не можемо брати наступну після першої тому у нас залишається 23 для вибору і так далі

25!! - візновізь

№ 11

i) Якщо беремо I пизаря то C_{u-k-1}^{b-1}

ii) Якщо не беремо I пизаря, тоді C_{u-k}^k

Визначимо: $C_{u-k-1}^{k-1} + C_{u-k}^k$

I) Якщо беремо I пизаря, то обираємо серед 3...

1	2	3	4	...	23	24
X		X				X

$b=13$
3... 23

$$C_{14}^{12} = \frac{14!}{12! \cdot 2!} = \frac{13 \cdot 14}{2} = 91$$

ii) Якщо не беремо I, то обираємо 13 пиз. з 2... 26

$$C_{13}^{13} = 1$$

За ухвал. суми: $K = C_{14}^{12} + C_{13}^{13} = 92$ ел.

№ 12

$$C_{51}^{16} \cdot C_{35}^{17} \cdot A_{18}^3 - (C_{18}^{18} - \text{образу визнач} = 1)$$

визновізь.

№ 9

Визновізь C між $A \times B$ - дов. множе $A \times B$, яка містить
ит елем. $= 2^{nm}$

№13

Для VII тонны: $C'_{19} = 19$ см.

Для IX два варианта:

I) VII поставлено по краям, тогда $\in C'_{17} = 17$ способов
или разставить IX тон, тогда к-сть способов VII та IX тонны.
 $2 \cdot 17 = 34$



II) Если VII тон по краям, то $\in C'_{16} = 16$ способов
разставить IX тон

К-сть способов $17 \cdot 16 = 272$ см.

Чтоб разставить VII та IX $= 272 + 34 = 306$

Чтоб разставить остальные 17: $17!$

Чтоб все 19: $17! \cdot 306$

В-ге: $17! \cdot 306$

14

$$\begin{aligned} T_{k+1} &= C_n^k \cdot (x^2)^{25-k} \cdot (x^{-3k}) = \\ &= C_n^k x^{50-2k} \cdot x^{-3k} = \\ &= C_n^k \cdot x^{50-5k} \end{aligned}$$

Формула общего чл. разл. степеней бинома $(a+b)^n$

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} \cdot b^k$$

$$T_k = C_n^{k-1} a^{n-k+1} \cdot b^{k-1}$$

$$\begin{aligned} 50-5k=0 \\ k=10 \end{aligned} \Rightarrow C_{25}^{10} = \frac{25!}{10! \cdot 15!} \text{ (здесь биному немає } x)$$

№ 16

а) 2^k . Будемо рефлексивне відношення R на множині M .
Зорівн. $R = i_M \cup R'$, де R' - н-сть елементів множини $(M \times M) \setminus i_M$

б) $2^k - 2^l = 2^l(2^k - 1)$

№ 17

Усього: $17 \cdot 16^{24}$

№ 18

Обчислюємо 30 днів з повтореннями:

$$\bar{A}_{30}^{21} = 30^{21}$$

№ 19

Використаємо принцип Діріхле, тобто потрібно узяти 337 копій, тоді певно зможемо бути в кожній з цих копій, тобто 21, 21, 21, ..., 21 - то у будь-якому випадку одна копія буде ви-сті 22 за цим принципом
В-св: 337 копій.

№ 20

24 корн.
17 бін
20 герв.
23 зелен.

білих та герв. більше не може бути 22,
тому, щоб у вибраних картках було 22
орієнтовних беремо $K = 17 + 20 + 21 + 22 = 80$
Тюді

Один з зелен. або корн. має бути > 22

№ 21

Урн: гівр. g шт.

Тюді $\in C_{z+g-1}^{g-1}$ - роздати троєнки, C_{z+g-1}^{g-1} - взяти

C_{z+g-1}^{g-1} - взяти

Усього $C_{z+g-1}^{g-1} \cdot C_{z+g-1}^{g-1} \cdot C_{z+g-1}^{g-1}$

№ 22

Одна пара карт. та друзі: $C_5^1 = 5$ Шматків

Всього $P_8 = 18!$

Усього: $5 \cdot 18!$

№ 27

A - "Аль", B - "Дзвон", C - "Компанийон"

$$a) K = 100\% - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|) = 100\% - (60 + 50 + 60 - (30 + 20 + 40) + 10) = 20\%$$

$$b) K = |A \cap C| + |B \cap C| + |A \cap B| - 3|A \cap B \cap C| = 30\% + 20\% + 40\% - 30\% = 60\%$$

$$c) K = |A| - (|A \cap C| + |B \cap C|) + |A \cap B \cap C| = 60\% - (20\% + 40\%) + 10\% = 10\%$$

№ 28

A - насилье B - коррупция C - бейсик

R - все преступления

$$a) |A \cap B \cap C| = R - (|A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|)) = 13 - (10 + 7 + 6 - (5 + 4 + 3)) = 13 - 11 = 2$$

$$b) K = |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - 2 \cdot |A \cap B \cap C| = 5 + 4 + 3 - 2 \cdot 2 = 8$$

W/O 24

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$$

$$C_n^k + C_n^{k-1} = \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = \frac{n!}{k \cdot (k-1)!(n-k)!} +$$

$$+ \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)(n-k)!} = \frac{n!(n-k+1) + n!k}{k!(n-k+1)!} =$$

$$= \frac{n!(n-k+1+k)}{k!(n+1-k)!} = \frac{n!(n+1)}{k!(n+1-k)!} = \frac{(n+1)!}{k!((n+1)-k)!} = C_{n+1}^k$$