МКР

№ 3 ТЗЛП

$C = \begin{pmatrix} 16 & 1 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}$ $a = (10; 60)$

$b = (30; 30)$

	B_1	B_2	
A_1	16	1	10
A_2	12	13	60
	30	30	

Незбалансована

	B_1	B_2	B_3	
A_1	16	1	0	10
A_2	12	13	0	60
	30	30	10	

Пряма задача: $\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} c_{ij} x_{ij} \to min$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 10 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 60 \\ x_{11} + x_{21} \leq 30 \\ x_{12} + x_{22} \leq 30 \\ x_{13} + x_{23} \leq 10 \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

Двоїста

$\sum_{i=1}^{2} u_i a_i + \sum_{j=1}^{3} v_j b_j \to max$

$u_1 + v_1 \leq 16$

$u_1 + v_2 \leq 1$

$u_2 + v_1 \leq 12$

$u_2 + v_2 \leq 13$

Метод найменш. вартості:

	B_1	B_2	B_3	
A_1		10		10
A_2	30	20	10	60
	30	30	10	

Метод потенц.

$u_1 = 0$ $v_2 = 1$

$u_2 = 12$ $v_1 = 0$

$v_3 = -12$

$\Delta_{11} = 16 - (0) = 16$

$\Delta_{13} = 0 - (-12) = 12$

$F_{min} = 10 + 360 + 260 = \underline{630}$

№1

Алгоритм симплексу:

Початковий опорний план:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j A_j = A_0$$

– відповід базис $B = [A_1, A_2, \dots, A_m]$

Канонічна форма:

$$x_i + \sum_{j=m+1}^{n} a_{ij} x_j = a_{i0} \geq 0, \quad x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,n}$$

Алгоритм:

1) Обчисл. симплекс-оцінки $\Delta_j^s = (c_0^s, a_j^s)$ – небаз вект.

2) $\Delta_j^s \geq 0$: якщо так – кінець алг. Ні: далі.

3) Якщо $\exists$ небаз змінна x_k для якої $\Delta_k^s < 0$ і $a_{ik}^s \leq 0$, $i = \overline{1,m}$
Якщо так: кінець обчисл. функц. необмеж.
Якщо ні: далі

4) Знайти номер $k = \arg\min\limits_{(j: \Delta_j^s < 0)} \Delta_j^s$ найменш. від'ємн. симплекс різниці

5) Знаходимо $l = \arg\min \frac{a_{i0}^s}{a_{ik}^s}$ – направл. рядка

6) Повне виключ. за Гаусом – Жорданом на розшир матр. $[a^s, a_0^s]$ канон – системи рівн. обмеж.

Оптимальний план оптим коли $\Delta_j^S \geq 0, \overline{j=1,n}$

№ 2

Матрична гра – гра двох, де кожен має скінч. множ. стратегій, а результ. задається матрицю:

$A = (a_{ij})$, i – стратег гравця I, j – гравця II

Змішана стратегія – це ймовірнісний вибір стратегій (вектор ймовірн.)

I: $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$, де $x_i \geq 0$ $\sum x_i = 1$

II: $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$, $y_j \geq 0$ $\sum y_j = 1$

Оптим стратегії:

Ціна гри v – це очікув виграш при оптим. змішаних стратег.

Оптим. стратегії: x^*, y^* – такі, що:

$\forall x: x^T A y^* \leq v$ $\quad \forall y: (x^*)^T A y \geq v$

Тобто: $\max\limits_x \min\limits_y x^T A y = \min\limits_y \max\limits_x x^T A y = v$

Розв. гри ЛП:

Гравець I (max) (пряма задача)

$x = (x_1, \ldots, x_m)$ $v \in \mathbb{R}$ $\max v$

$\sum\limits_{i=1}^{m} x_i a_{ij} \geq v \quad \forall j = 1, \ldots n$

$\sum\limits_{i=1}^{m} x_i = 1$

Для гравця II (мін) (двоїста)

$$y=(y_1,\dots,y_n),\ v\in\mathbb{R}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j \le v,\ \forall i=1,\dots,m$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = 1,\ y_j \ge 0$$

Теорема про еквів:

Нехай A - матриця виграшів. Тоді задача пошуку оптим. змішаних стратегій обох гравців еквів. парі двоїстих задач лін. програмув.

Розв'язки цих задач дають оптим. стратегії відпов. для гравця I та II, а оптим. знач. цільов. функц. збіг. та дорівн. ціні гри v.