MOGPL : La balade du robot

Etudiant : **Nils Barrellon 21401602**

Github associé : https://github.com/nbarrellon/PROJETMOGPL

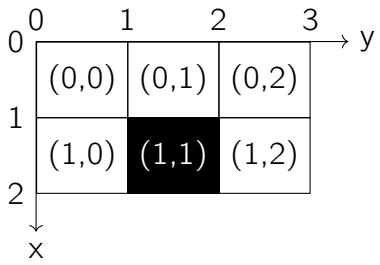
a. Formulation du problème

En première lecture, on se dit que, le robot passant d'une intersection de rail à une intersection de rail, le problème peut aisément se modéliser à l'aide d'un graphe où les sommets sont les coordonnées des intersections. On imagine supprimer du graphe les sommets qui sont interdits par la présence d'obstacle. Mais c'est oublier que le robot peut tourner quand il est sur une intersection et que cette opération est de valeur 1 (tout comme un déplacement). Il convient donc de créer, pour des mêmes coordonnées, autant de sommets qu'il y a d'orientation possibles pour le robot. Ainsi, passer d'une orientation à une autre (c'est à dire tourner) revient à passer d'un sommet à un autre.

J'ai donc opté pour l'implémentation suivante :

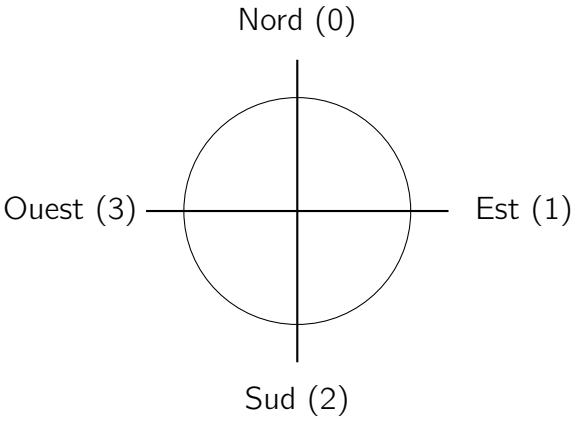
- la grille est modélisée par un graphe G(V,E) ;
- chaque sommet V est un état du robot caractérisé par des coordonnées sur la grille qui lui sont accessibles et une orientation (N,S,E,O) ;
- Un arc traduit la possibilité pour le robot de passer d'une intersection à une autre (AVANCE) ou de tourner sur lui-même (TOURNE).

Soit la grille 2×3 suivante :

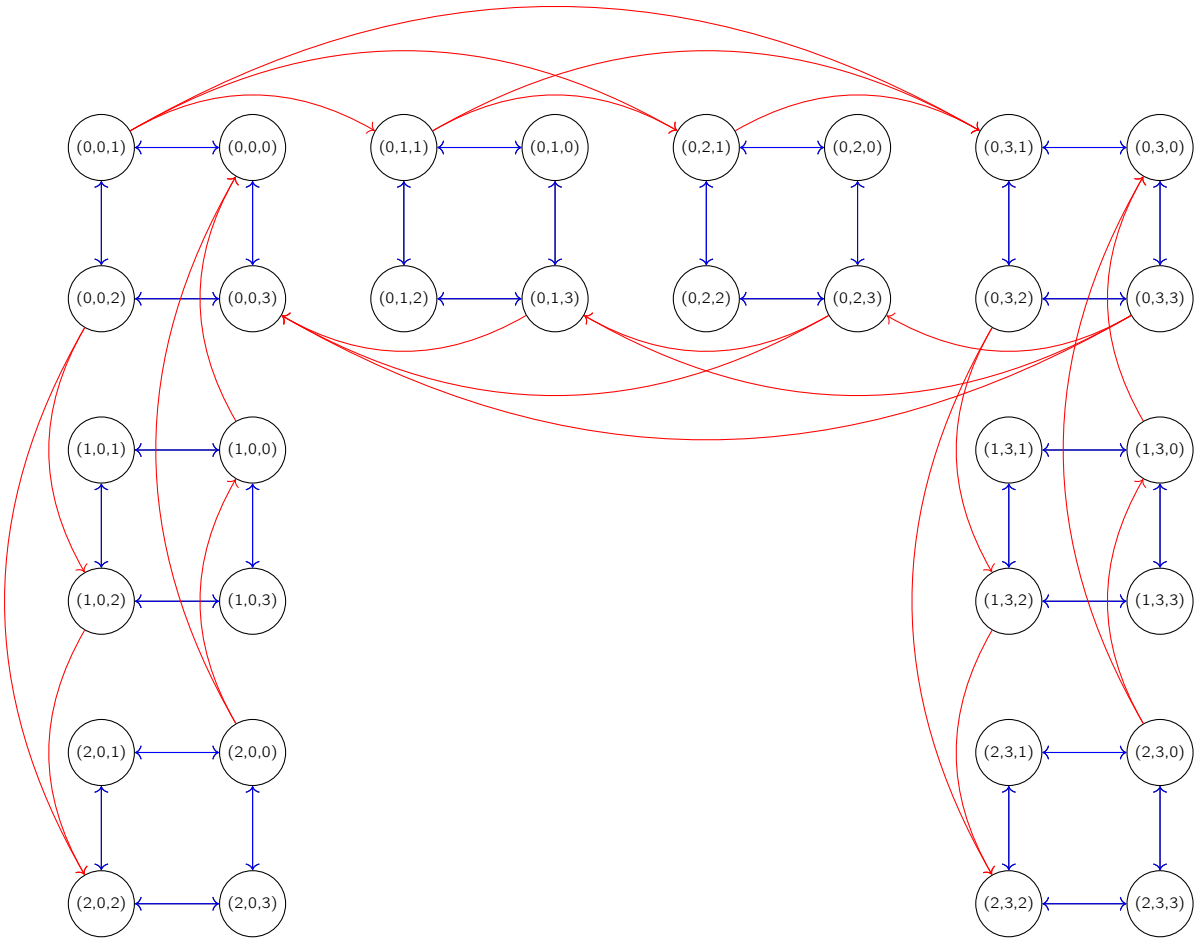


Les sommets (1,1), (1,2), (2,1) et (2,2) ne doivent pas figurer dans le graphe car le robot n'y a pas accès.

J'ai choisi d'implémenter les orientations du robot dans la grille de la façon suivante :



Ainsi, le graphe associé est le suivant où les arcs AVANCE sont en rouge et les arcs TOURNE en bleu :



On ontient ainsi un graphe d'étude G(V,E) :

- chaque intersection de rail génère 4 sommets (correspondant aux 4 orientations possibles) d'où $|V| \approx 4 \times (NM - 4 \times P)|$ où P est le nombre d'obstacle (1 obstacle supprime 4 sommets).
- chaque état possède au mieux 2 arêtes (pour "tourner" d'une orientation à l'autre) et 3 arêtes (pour avancer si possible vers un autre sommet) soir $|E| \approx 7(NM - 4 \times P)$.

On constate donc que la taille du graphe est en N^2.

b. Complexité de l'algorithme

Le plus court chemin dans un graphe orienté non pondéré (comme c'est ici notre cas puisque chaque opération coûte 1) peut être trouvé à l'aide d'un **parcours en largeur** (ou BFS). C'est celui que j'ai décidé d'utiliser. Sa complexité dans le pire cas est en $\mathcal{O}(n+m)$ où n est le nombre de sommet du graphe $n = |V|$ et m le nombre d'arête $m = |E|$.

c. Temps de calcul en fonction de la taille de la grille

En théorie, la compléxité dans le pire des cas pour le parcours en largeur est $\mathcal{O}(N)$. Toutefois, on a montré que la taille de l'entrée varie en N^2 ainsi, je m'attends à une complexité du parcours en $\mathcal{O}(n^2)$.
Sur la Figure 1 les résultats expérimentaux obtenus pour des matrices carrées ($N \leq 50$). Pour un N donné, 10 instances de graphes sont générées avec P obstacles ($P = N$) pour obtenir un temps d'exécution moyen. J'ai choisi de positionner pour chacun des tests le départ en (0,0) et l'arrivée en (N,N) car, en tirant au hasard ces positions extrêmes on peut obtenir des parcours très courts (départ très voisin d'arrivée) et donc un temps d'éxécution non représentatif.
La courbe $t = f(N)$ a l'allure d'une courbe polynomiale de forme générale $t = f(n) = n^\alpha$. Pour déterminer le degré du polynome, je trace la courbe $log(t) = g(log(n))$. En effet, si $f(n) = n^\alpha$ alors $log(t) = log(n^\alpha) = \alpha \times log(n)$.
Si l'hypothèse est correcte alors cette courbe est une droite dont le coefficient directeur vaut α. L'hypothèse est vérifiée expérimentalement puis que j'obtiens, après régression linéaire, $\alpha \approx 2$ soit une complexité temporelle dans le pire des cas $\boxed{\mathcal{O}(n^2)}$

d. Temps de calcul en fonction de la taille du nombre d'obstacle

e. Positionnement des obstacles

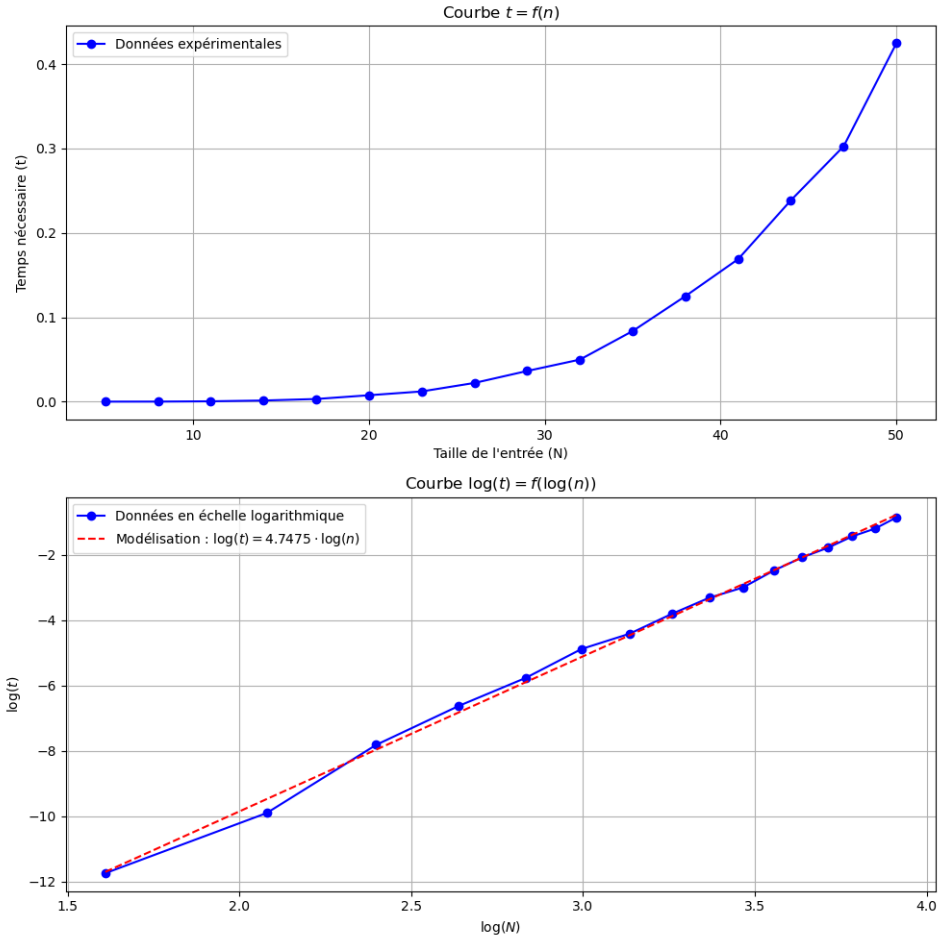


Figure 1 : Temps d'éxécution en fonction de la taille de la grille pour un nombre d'obstacle constant.