

Algoritmizace NPRG062 – úkol č. 2

Vyhledávání & řazení

pátek 9:50

Řešení úloh vypracujte ručně (na papír, případně ve Wordu / \LaTeX ¹) a odevzdejte do ReCodExu nejlépe v jednom PDF souboru. Svůj postup řešení podrobně popište – odpovědi *ano*, *lineární*, apod. nestačí. Pokud používáte papír a nemáte přístup ke skeneru, můžete využít některou mobilní aplikaci pro skenování pomocí fotoaparátu.

1 Binární vyhledávání [5 bodů]

Zapište pseudokódem funkci `binary_search(A, x)` pro binární vyhledávání prvku v setříděném poli.

- **vstup:** setříděné pole A , prvek x
- **výstup:** index i prvku x v poli A (indexováno od 0)

Víme jistě, že se prvek v poli nachází alespoň jedenkrát. Pokud se prvek s konkrétní hodnotou v poli vyskytuje vícekrát, algoritmus vrátí index *prvního výskytu prvku*.

*Pseudokód je neformální způsob zápisu algoritmu, který nemusí dodržovat syntaxi konkrétního programovacího jazyka. Můžete vycházet z kódu v Pythonu, ale např. výměnu prvku zapsat jako *vyměň(a, b)*, nebo používat matematické symboly. Zachovejte ovšem konzistenci zápisu (=snažte se stejný krok zapisovat vždy stejným způsobem).*

2 Téměř seřazené pole [5 bodů]

Najděte algoritmus, který dokáže v čase $\mathcal{O}(nk)$ setřídít pole o n prvcích, když víme, že se setříděním každý prvek posune nejvýše o k pozic (jinými slovy, vzdálenost mezi pozicí prvku v nesetříděném poli a pozicí v setříděném poli je vždy nejvýše k). Časovou složitost algoritmu dokažte.

Příklad ($k = 2$):

$$A_{\text{unsorted}} = [3, 1, 2, 5, 6, 4, 7]$$

$$A_{\text{sorted}} = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]$$

3 Řazení spojového seznamu [6 bodů]

Navrhněte algoritmus pro třídění n prvků uložených v jednosměrném spojovém seznamu v čase $\mathcal{O}(n \log n)$. Algoritmus smí používat pouze $\mathcal{O}(1)$ buněk pomocné paměti a jednotlivé položky seznamu smí pouze přepojovat, nikoliv kopírovat na jiné místo v paměti. Není potřeba psát kód, stačí popsat slovy (a případně graficky znázornit) hlavní myšlenky řešení.

¹Grafickou úpravu nehodnotím ;)

4 Mince bez vah [4 body]

Nelegální razírna mincí pracuje naplno a tak se k Vám znovu dostalo 9 mincí, z nich 8 váží stejně a jedna – falešná – je lehčí než ostatní. Ale pozor: kvůli vládnímu nařízení můžete mince vážit jen na speciálním *Úřadu pro vážení mincí*. Na úřad musíte zaslat očíslované mince společně s vyplněnou žádostí, ve které *předem* napíšete, které dvojice mincí chcete zvážit.

Žádost může vypadat např. takto:

$\begin{aligned} m_1 &\leftrightarrow m_2 \\ m_1 &\leftrightarrow m_3 \\ m_3 &\leftrightarrow m_5 \end{aligned}$
--

Úřad Vám pošle výsledky, kde místo šipek doplní $<$, $>$ nebo $=$. Mince můžete vážit pouze *po dvojicích* a můžete na ně odkazovat pouze přes jejich předem daná pořadová čísla, stejně jako v ukázce. Jak už to tak na úřadech bývá, každé vážení je zpoplatněno a zpracování žádosti trvá dlouho. Chcete proto poslat pouze jedinou žádost a počet vážení minimalizovat.

- Jak vyplníte žádost, abyste falešnou minci zaručeně odhalili na co nejmenší počet vážení?
- Jak se změní situace ve chvíli, kdy stále hledáte nejlehčí minci z 9 mincí, ale mince mohou mít různou váhu (tzn. nemáte zaručeno, že 8 z nich váží stejně)? Kolik vážení potřebujeme v tomto případě?