

Upute za Projekt iz HMO-a 2017./18.

Usmjeravanje školskih autobusa s odabirom autobusnih stanica

Definicija problema

Problem usmjeravanja školskih autobusa, opisan u ovim uputama, jest varijacija problema usmjeravanja vozila. Za razliku od problema usmjeravanja vozila, gdje su sve postaje poznate, a potrebno je odrediti puteve, u problemu usmjeravanja školskih autobusa zadane su *potencijalne* postaje, a odabir postaja i formiranje autobusnih linija ovisi o mjestu stanovanja učenika te kapacitetu autobusa koji vozi na pojedinoj liniji.

Cilj rješavanja ovog problema jest:

1. odrediti skup stanica koje će se posjetiti,
2. odrediti za svakog učenika do koje stanice treba hodati,
3. odrediti autobusne linije, tako da se minimizira ukupna udaljenost koju autobusi prelaze.

Pritom vrijede sljedeća **ograničenja** i **pretpostavke**:

1. Svakom učeniku mora biti dodijeljena stanica čija je udaljenost manja od maksimalne dozvoljene udaljenosti.
2. Svi autobusi imaju isti kapacitet. Kapacitet autobusa ne smije biti premašen.
3. Svaku postaju posjećuje samo jedan autobus. Iz čega proizlazi da učenici koji idu na istu stanicu ne mogu ići na različite autobuse.

Na Slici 1 je grafički prikaz ovog tipa problema. Na slici, točke predstavljaju učenike, mali kvadrati potencijalne postaje, a veliki kvadrat predstavlja školu. Točkaste linije označavaju koje postaje su unutar dozvoljenog radijusa udaljenosti za svakog učenika. Ukoliko je primjerice kapacitet autobusa jednak 8, tada je moguće rješenje prikazano

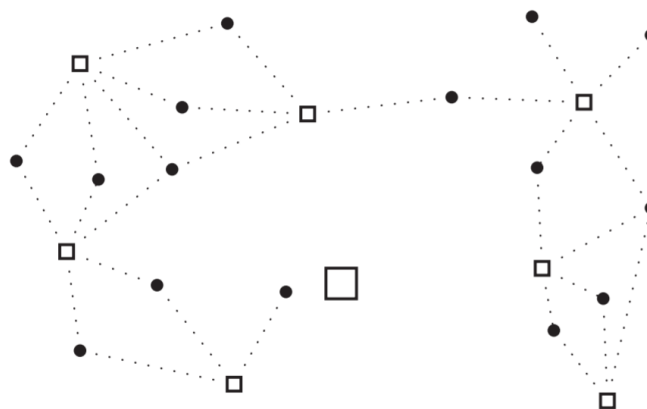


Figure 1: Primjer instance problema.

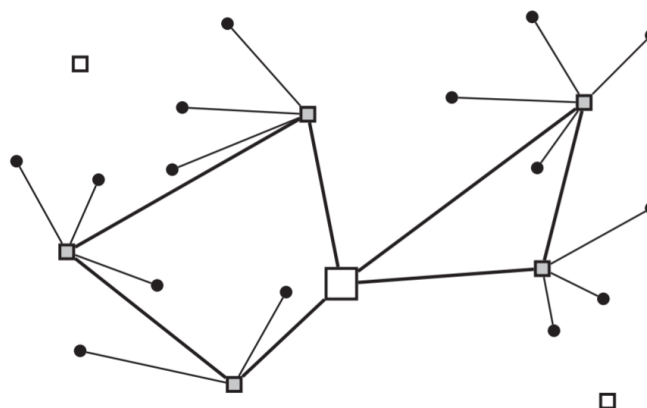


Figure 2: Primjer rješenja problema.

Slikom 2. U primjeru rješenja, definirane su dvije autobusne linije, a svakoj početna i krajnja točka mora biti škola, čime se tvori ciklus.

U nastavku je opisan format instance problema (ulazne datoteke), problem je matematički definiran te je zadan projektni zadatak povezan s ovim problemom.

Instanca problema

Instanca problema definira lokaciju škole, lokacije potencijalnih autobusnih stanica i lokacije učenika zadane kao koordinate u euklidskoj ravnini, te definira ograničenja.

U svakoj datoteci instance se najprije navodi broj potencijalnih autobusnih stanica (uključujući školu), zatim broj učenika, maksimalna dozvoljena udaljenost učenika od stanice, te kapacitet autobusa. U nastavku datoteke se navode koordinate pojedinih

stanica, gdje stanica s indeksom 0 predstavlja početnu i krajnju stanicu - školu. Nakon koordinata potencijalnih stanica, dane su koordinate mjesta stanovanja učenika.

6 stops, 25 students, 20.000 maximum walk, 25 capacity

```
0 50.000 50.000
1 38.390 30.261
2 21.710 34.625
3 22.467 21.108
4 38.726 79.167
5 33.491 66.206
```

```
1 26.080 36.624
2 42.858 22.531
3 36.392 32.102
...
(skraćeni prikaz)
...
24 52.590 62.867
25 30.624 58.687
```

Matematička formulacija problema

Za matematičko definiranje problema potrebno je definirati sve korištene varijable:

Ulazni parametar	Opis
C	kapacitet autobusa
V	skup potencijalnih autobusnih stanica (čvorova)
E	skup poveznica (bridova) - susjednih stanica u autobusnim linijama
S	skup učenika
c_{ij}	“cijena” puta od stanice i do stanice j - udaljenost čvorova
s_{il}	1 ukoliko je stanica i udaljena od učenika l manje od maksimalne dozvoljene udaljenosti, inače 0
$i = 0$	indeks škole
Varijabla odluke	Opis
x_{ijk}	1 ako autobus k putuje poveznicom stanica i i j , inače 0
y_{ik}	1 ako autobus k posjećuje postaju i , inače 0
z_{ilk}	1 ako učenik l ulazi u autobus k na stanici i , inače 0

Cilj rješavanja ovog problema jest minimizacija sume udaljenosti koje autobusi prijeđu na svojim linijama. Ova funkcija cilja može se matematički zapisati kao:

$$\min \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} \sum_{k=1}^n x_{ijk}$$

Ograničenja ovoga problema mogu se definirati sljedećim matematičkim izrazima:

Izraz	Opis
$\sum_{j \in V} x_{ijk} = \sum_{j \in V} x_{jik} = y_{ik}$ $\forall i \in V, k = 1, \dots, n$	Ako postaju i posjećuje autobus k , tada linija autobusa k uključuje poveznicu koja ulazi u postaju i te poveznicu koja izlazi iz postaje i .
$\sum_{i,j \in Q} x_{ijk} \leq Q - 1$ $\forall Q \subseteq V \setminus \{v_o\}, \forall k$	Za svaki autobus k i svaki podskup potencijalnih stanica Q , koji isključuje školu, broj poveznica koje spajaju stanice iz linije autobusa k mora biti manji ili jednak broju elementata skupa Q umanjenom za jedan. Ovim ograničenjem osigurava se povezanost stanica koje posjećuje svaki autobus.
$\sum_{k=1}^n y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}$	Svaku postaju, osim škole, posjećuje najviše jedan autobus.
$\sum_{k=1}^n z_{ilk} \leq s_{il} \quad \forall l \in S, \forall i \in V$	Svaki učenik ulazi u autobus na stanici koja je unutar njegovog dometa (udaljenost manja od maksimalne dozvoljene).
$\sum_{i \in V} \sum_{l \in S} z_{ilk} \leq C \quad k = 1, \dots, n$	Broj učenika u svakom autobusu mora biti manji ili jednak kapacitetu autobusa.

$$z_{ilk} \leq y_{ik} \quad \forall i, l, k$$

Učenik l ne može putovati u školu autobusom k sa stanice i , ako pritom autobus k ne posjećuje stanicu i .

$$\sum_{i \in V} \sum_{k=1}^n z_{ilk} = 1 \quad \forall l \in S$$

Svakom učeniku je dodijeljena samo jedna stanica, odnosno jedan autobus.

Projektni zadatak

1. Smislite i implementirajte heuristiku za rješavanje opisanog problema.
2. Izvedite svoj algoritam za zadane instance problema.
3. Pohranite **3 rješenja za svaku instancu**: rješenje dobiveno nakon 1 minute izvođenja, 5 minuta izvođenja i bez vremenskog ograničenja.
4. Načinite izvještaj koji opisuje Vaš algoritam. Izvještaj bi trebao uključivati:
 - Opis problema
 - Opis primijenjenog algoritma, tj. heuristike (prikaz rješenja, funkcija cilja/prikladnosti, način dobivanja početnog rješenja, kriterij zaustavljanja i veličina iteracije, elementi dizajna specifični za odabranu heuristiku...)
 - Pseudokod primijenjenog algoritma
 - Opis dobivenih rezultata i diskusija (npr. utjecaj određenih parametara heuristike na kvalitetu rješenja, vrijeme izvođenja algoritma)
 - Kratki zaključak (Potencijalna poboljšanja?)

Datoteke s dobivenim rješenjima moraju:

- imati naziv formata “res-vrijeme-instanca.txt” gdje je “vrijeme” jednako “1m”, “5m” ili “ne” (neograničeno), a “instanca” jednaka “sbr1”, “sbr2”, itd.
- sadržavati informacije o linijama autobusa i o postajama dodijeljenim pojedinim učenicima, u sljedećem formatu:

```
6 18 33
25 35 2 14 3
...
32 8 12 1

1 22
2 1
3 18
4 30
...
```

U danom primjeru rješenja, prvi zapis govori da u je jedna od autobusnih linija $0 \rightarrow 6 \rightarrow 18 \rightarrow 33 \rightarrow 0$, gdje identifikatori stanica odgovaraju onima zadanim instancom. Svaka nova linija zapisana je u novom retku. Nakon autobusnih linija, a odvojeno praznim retkom, nalazi se opis dodjele autobusnih stanica učenicima. U danom primjeru, učeniku 1 dodijeljena je stanica 22, učeniku 2 stanica 1, itd. Identifikatori učenika i autobusnih stanica odnose se na identifikatore zadane instancom problema.