

# IZVEŠTAJ ZA DRUGI DOMAĆI ZADATAK IZ VEŠTACKE INTELIGENCIJE

## Prvi zadatak

Potrebno je izračunati verovatnoću  $P(e|f+)$  sledećim metodama.

### a) metoda eliminacije

Bayesian network diagram showing nodes A, B, C, D, E, F, G. Edges: A → B, A → C, A → D, A → G, B → E, D → F.

$$\begin{aligned}
 P(E|f+) &= \sum_a P(E, f+) \\
 &= \sum_a \sum_b \sum_c \sum_d \sum_g P(a, b, c, d, E, f+, g) \\
 &= \sum_a \sum_b \sum_d P(a) P(b|a) P(d|a) P(f+|d) P(E|a, b) \\
 &= \sum_a P(a) \underbrace{\sum_b P(b|a) P(E|a, b)}_{P_B(a, E)} \underbrace{\sum_d P(d|a) P(f+|d)}_{P_D(a)}
 \end{aligned}$$

a	d	$P(d a)P(f+ d)$	$P_B(a)$
$a^-$	$d^-$	$0.3 \cdot 0.2 = 0.06$	0.55
$a^-$	$d^+$	$0.3 \cdot 0.7 = 0.21$	
$a^+$	$d^-$	$0.8 \cdot 0.2 = 0.16$	0.3
$a^+$	$d^+$	$0.2 \cdot 0.7 = 0.14$	

E	a	b	$P(b a)P(E a, b)$	$P_B(E, a)$
$e^-$	$a^-$	$b^-$	$0.4 \cdot 0.6 = 0.24$	0.57
$e^-$	$a^-$	$b^+$	$0.3 \cdot 0.5 = 0.15$	
$e^-$	$a^+$	$b^-$	$0.2 \cdot 0.3 = 0.06$	0.7
$e^-$	$a^+$	$b^+$	$0.8 \cdot 0.8 = 0.64$	
$e^+$	$a^-$	$b^-$	$0.7 \cdot 0.4 = 0.28$	0.43
$e^+$	$a^-$	$b^+$	$0.3 \cdot 0.5 = 0.15$	
$e^+$	$a^+$	$b^-$	$0.2 \cdot 0.7 = 0.14$	0.3
$e^+$	$a^+$	$b^+$	$0.8 \cdot 0.2 = 0.16$	

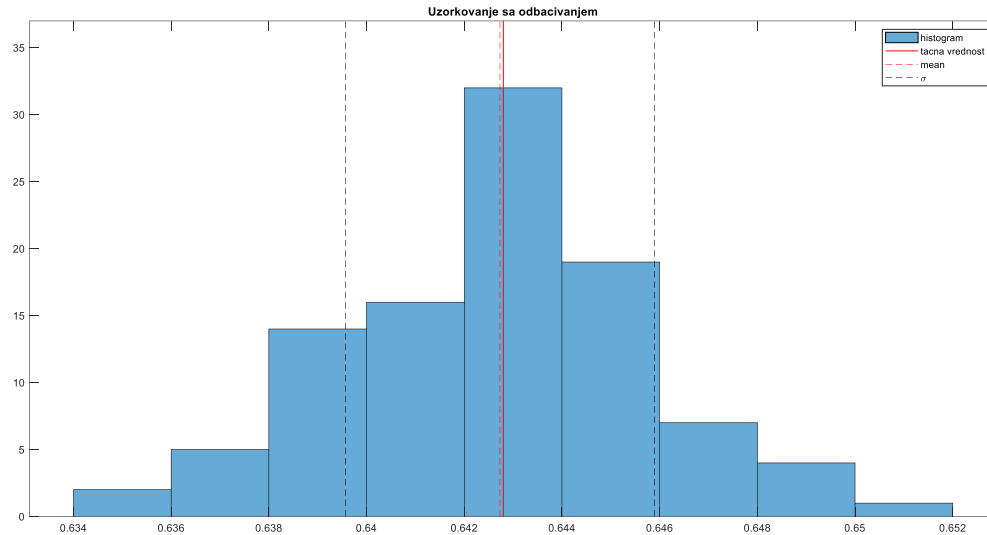
$$\begin{aligned}
 P(E|f+) &= \sum_a P(a) P_B(E, a) P_D(a) \\
 P(e^-|f+) &= \sum_a 0.24105 = 0.6428 \\
 P(e^+|f+) &= \sum_a 0.13395 \\
 \lambda &= 1 / (0.24105 + 0.13395)
 \end{aligned}$$

E	a	$P(a)P_B(E, a)P_D(a)$	$P(E)$
$e^-$	$a^-$	$0.3 \cdot 0.57 \cdot 0.55 = 0.0945$	0.24105
$e^-$	$a^+$	$0.2 \cdot 0.7 \cdot 0.3 = 0.042$	
$e^+$	$a^-$	$0.3 \cdot 0.43 \cdot 0.55 = 0.0705$	0.13395
$e^+$	$a^+$	$0.2 \cdot 0.3 \cdot 0.3 = 0.036$	

S obzirom na to da C i G ne utiču na verovatnoću  $P(e|f+)$  jer ne spadaju u Markovljeve pokrivače ovih nijedne od ovih promenljivih, možemo ih zanemarivati prilikom računanja verovatnoće metodom eliminacije, kao i narednim metodama. Metoda eliminacije je precizna i njen rezultat za traženu verovatnoću je 0,6428. Naredne metode su Monte Karlo metode i biće prikazani odgovarajući histogrami. Korišćeno je  $N = 50000$  odbiraka.

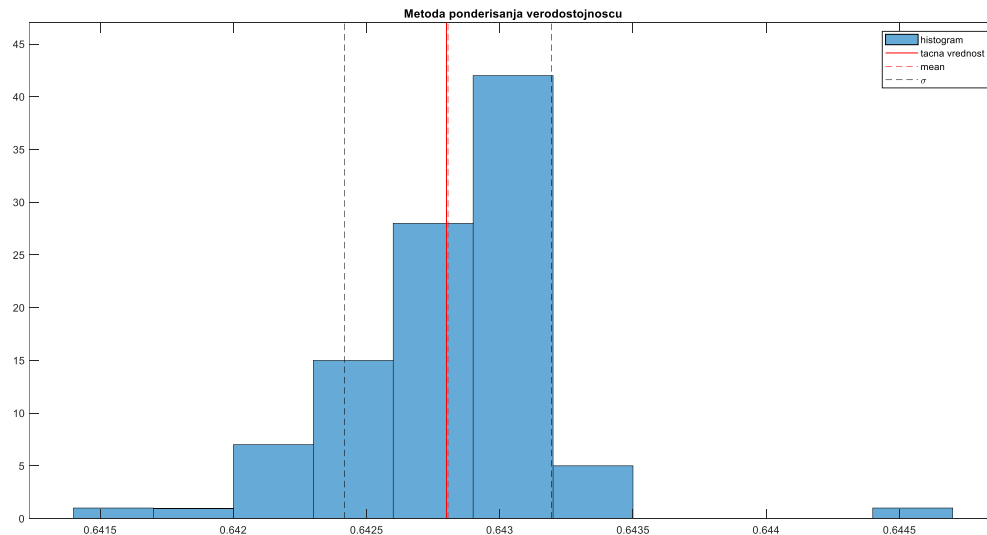
### b) uzorkovanje sa odbacivanjem

Kod uzorkovanja sa odbacivanjem, uzorkujemo sve promenljive koje figurišu u formuli za  $P(e|f+)$ . Krećemo od korena stabla, i kada dođemo do dokaznih promenljive, odbacujemo one slučajeve kada dobijemo neodgovarajuću vrednost, odnosno  $f-$ . Zatim uzorkujemo promenljivu  $e$ , a verovatnoću računamo kao količnik broja generisanih slučajeva kada je  $f = f+$  i  $e = e-$  i broja slučajeva kada je  $f = f+$ .



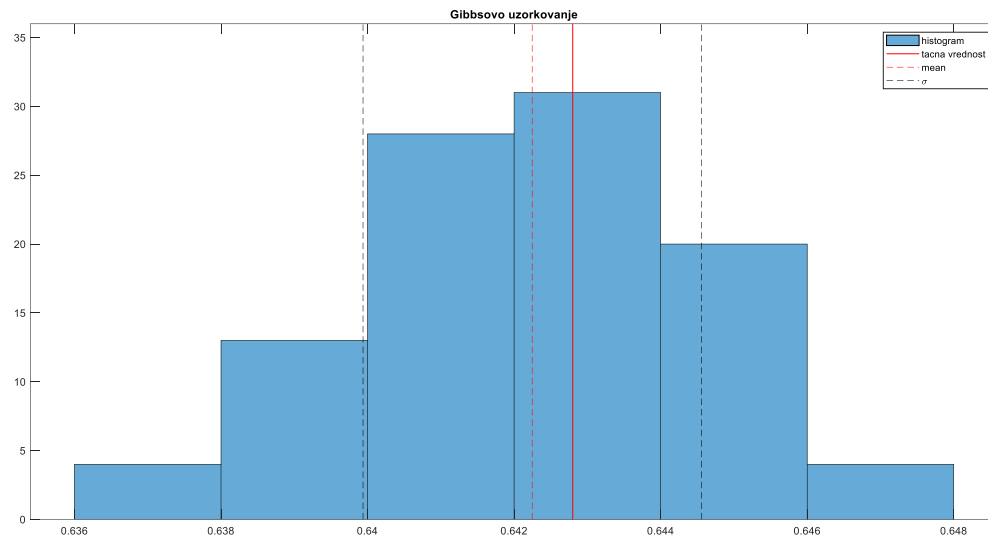
### c) metoda ponderisanja verodostojnošću

Kod metoda ponderisanja verodostojnošću metode ne uzorkujemo dokazne promenljive – fiksiramo ih na samom početku, dok ostale promenljive uzorkujemo u skladu sa njihovim roditeljima. Na kraju je potrebno broj povoljnih ishoda pomnožiti odgovarajućom težinama koje su proporcionalne verodostojnostima dokazne promenljive pod uslovom odgovarajućeg ishoda.



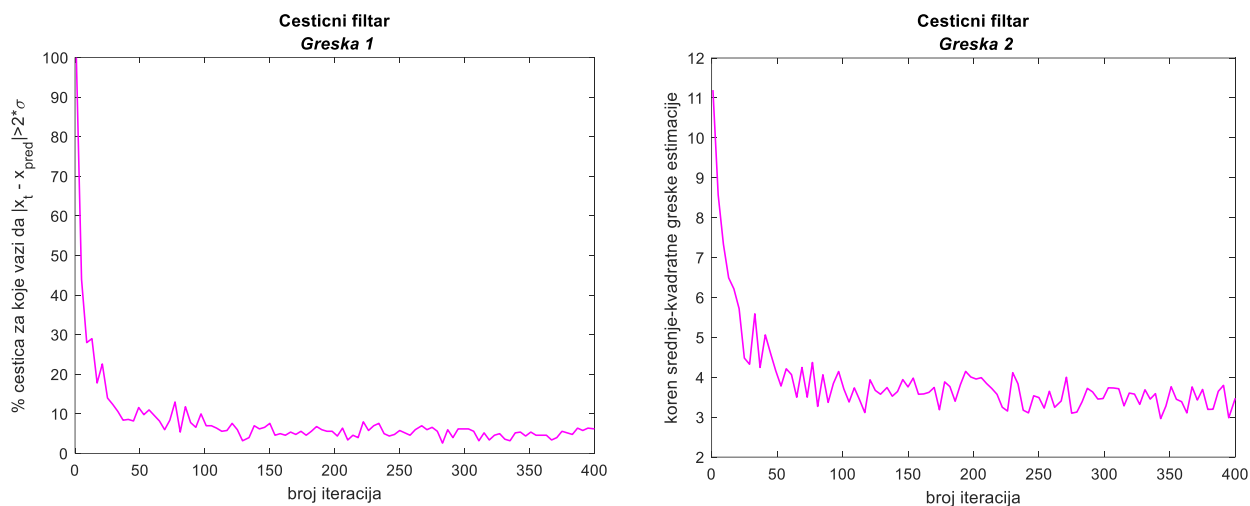
#### d) Gibbssovo uzorkovanje

Kod Gibbsovog uzorkovanja promenljive uzorkujemo iz uslovnih raspodela, na osnovu trenutnih vrednosti ostalih promenljivih. Na početku je potrebno inicijalizovati na slučajan način ne-dokazne promenljive. Dokazne su fiksirane kada uzorkujemo ostale, ali i dokazne uzorkujemo i u zavisnosti od toga da li se vrednosti poklapaju sa traženim, brojimo povoljne ishode na isti način kao u metodi uzorkovanja sa odbacivanjem.

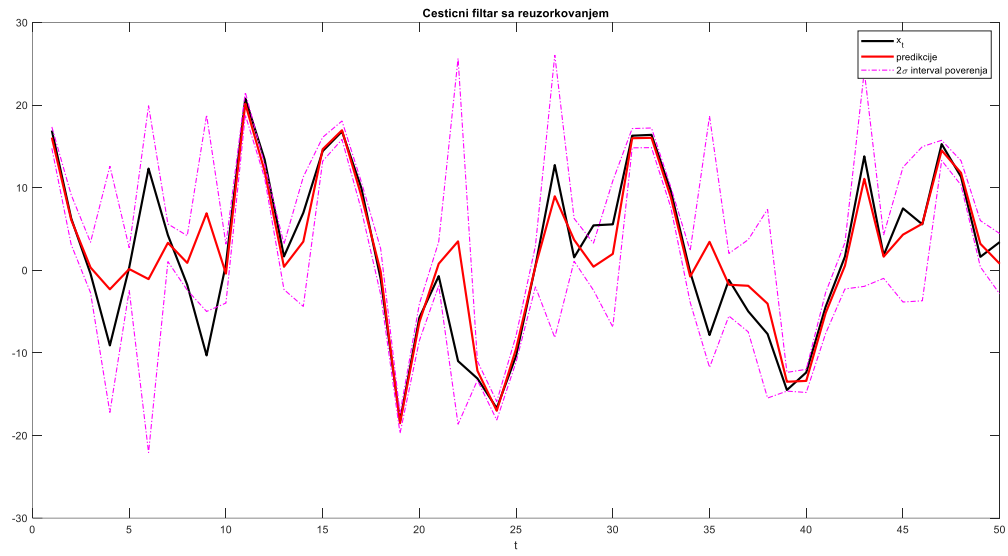


## Drugi zadatak

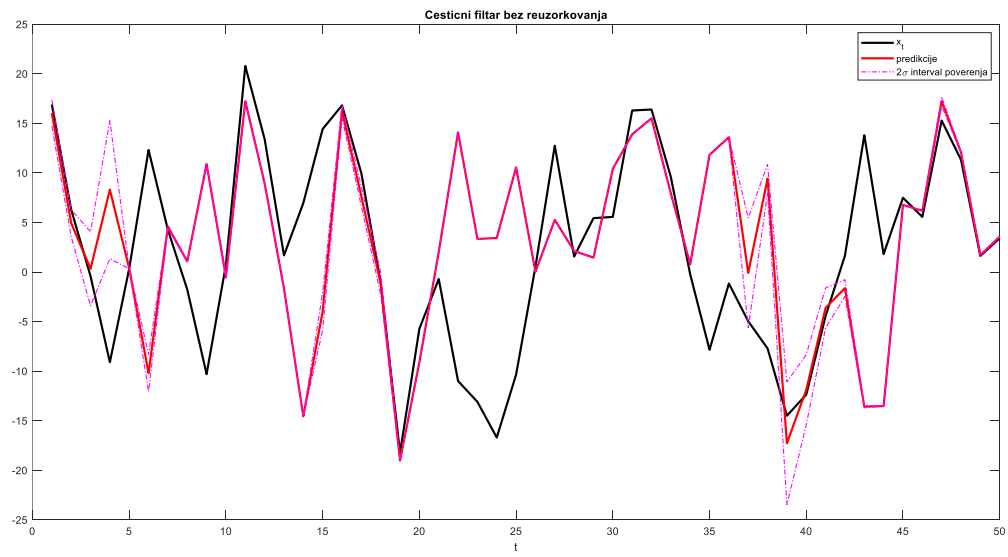
Potrebno je za jednodimenzionalni proces odrediti optimalan broj čestica (N) u česticnom filtru na osnovu dva tipa greške: procenat čestica za koje važi da procenjena pozicija od stvarne po apsolutnoj vrednosti odstupa za više od 2 standardne devijacije aposteriorne raspodele u posmatranom trenutku; koren srednje-kvadratne greške estimacije, usrednjenim za 10 realizacija za svaku vrednost N.



Izbarani optimalni broj čestica je  $N = 100$ , jer sa povećanjem broja čestica ne dobijamo znatna smanjenja greške, dok se složenost povećava. Sledi rezultat implementacija čestični filter za jednu realizaciju slučajnog procesa, sa reuzorkovanjem (slika 2.1) i bez njega (slika 2.2). Reuzorkovanjem se postiže balansiranje težina čestica, kako ne bi jedna sa najvećom verovatnoćom povukla estimaciju ka sebi, jer je moguće da ne ide u dobrom smeru. Vidimo da su rezultati puno bolji kada je reuzorkovanje uključeno u algoritam (prva greška iznosi **6%**, a druga **4.4822**), dok kad isključimo reuzorkovanje greške iznose **80%** i **10.8820**. Vidimo takođe i da je na drugom grafiku dosta uži 2-sigma interval poverenja, zbog toga što smo veoma uvereni da je predikcija ispravna (težina najteže čestice je skoro 1), pa se procena i najteža čestica skoro poklapaju, što daje malu standardnu devijaciju, jer i druge nemaju puno udela u računanju standardne devijacije jer su otežinjene vrednostima bliskim 0 (što na kraju dovodi do velike greške).



Slika 2.1.



Slika 2.2.