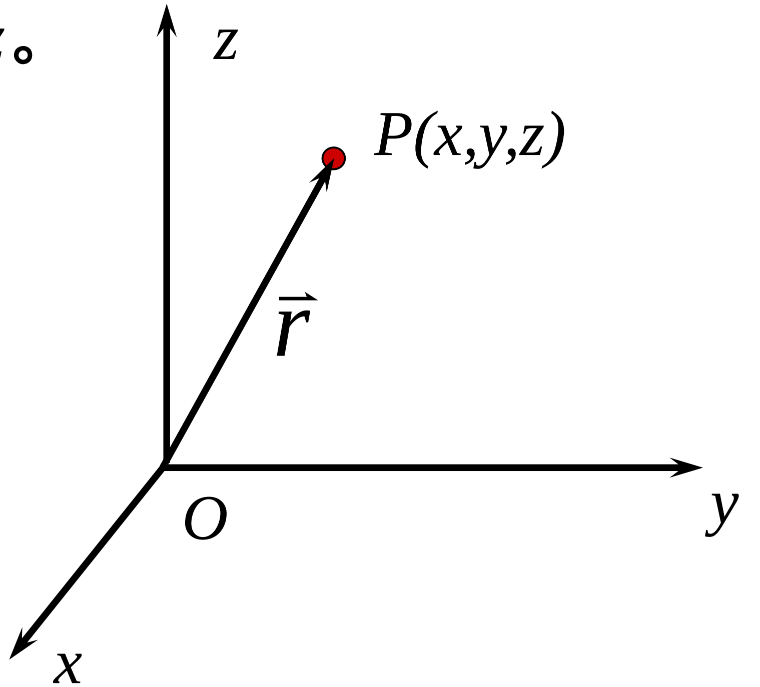
力学部分复习

一、直角坐标系 *(rectangular coordinate)*

在参考系上取一固定点作为坐标原点***O***, 过点***O***画三条相互垂直的带有刻度的坐标轴, 即***x***轴、***y***轴和***z***轴, 就构成了直角坐标系 ***O-xyz***。



通常采用的直角坐标系属右旋系, 当右手四指由***x***轴方向转向***y***轴方向时, 伸直的拇指则指向***z***轴的正方向。

位置矢量可表示为 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

其中$\vec{i}$、$\vec{j}$和$\vec{k}$分别是**x**、**y**和**z**方向的单位矢量。

位矢大小 $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

可用方向余弦来表示位置矢量方向。

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

位置矢量可表示为 $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

质点运动的轨道参量方程式

写成分量形式

$$\left.\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{aligned}\right\}$$

速度表达式

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\vec{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\vec{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\vec{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, \quad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2} + v_z^{\ 2}}$$

加速度的表达式

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$

$$=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\vec{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$$

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2},\quad a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

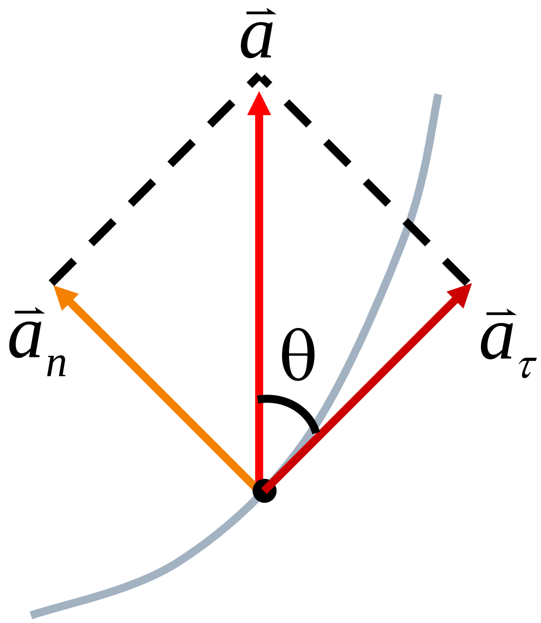
加速度大小 $a=\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2}$

任何一个方向的速度和加速度都只与该方向的位置矢量的分量有关, 而与其它方向的分量无关。

二　自然坐标系

一切曲线运动都可用切向、法向加速度表示：

$$\vec{v} = v\vec{e}_t \qquad \vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{d\vec{e}_t}{dt}v$$



$$\vec{a} = a_\tau \vec{e}_t + a_n \vec{e}_n$$

切向加速度　　法向加速度

➢切向加速度　$\vec{a}_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e}_t = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}\vec{e}_t$

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e_t}+\frac{v^2}{\rho}\vec{e_n}$$

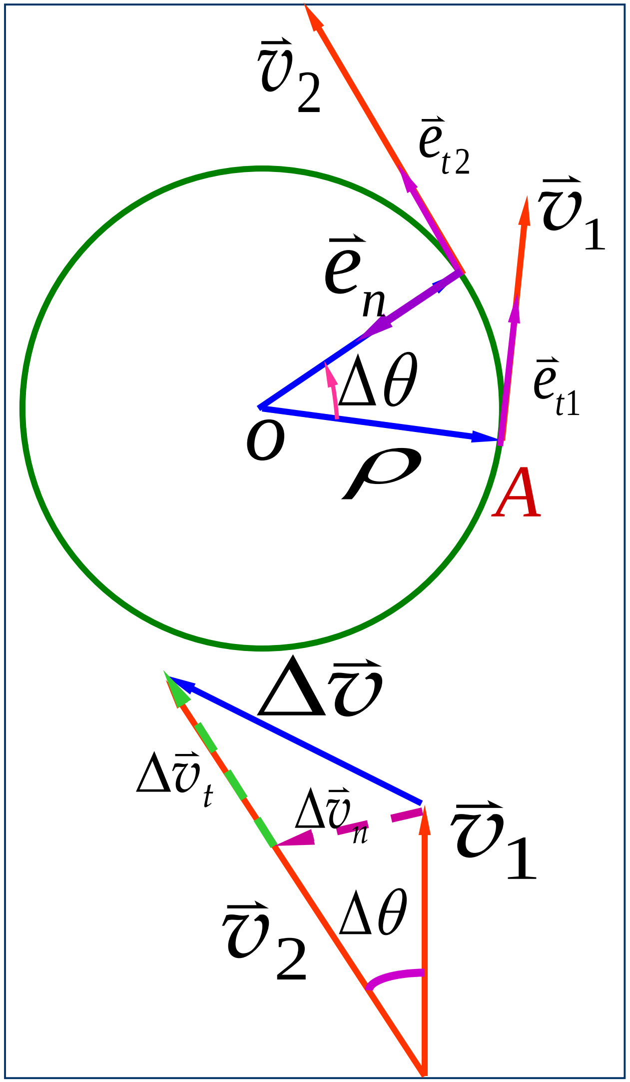
注: $\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_t+\Delta\vec{v}_\mathrm{n}$

❖切向加速度（速度大小变化）

$$\vec{a}_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_t}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{e_t}$$

❖法向加速度（速度方向变化）

$$\vec{a}_\mathrm{n}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}_n}{\Delta t}=\frac{v^2}{\rho}\vec{e_n}$$



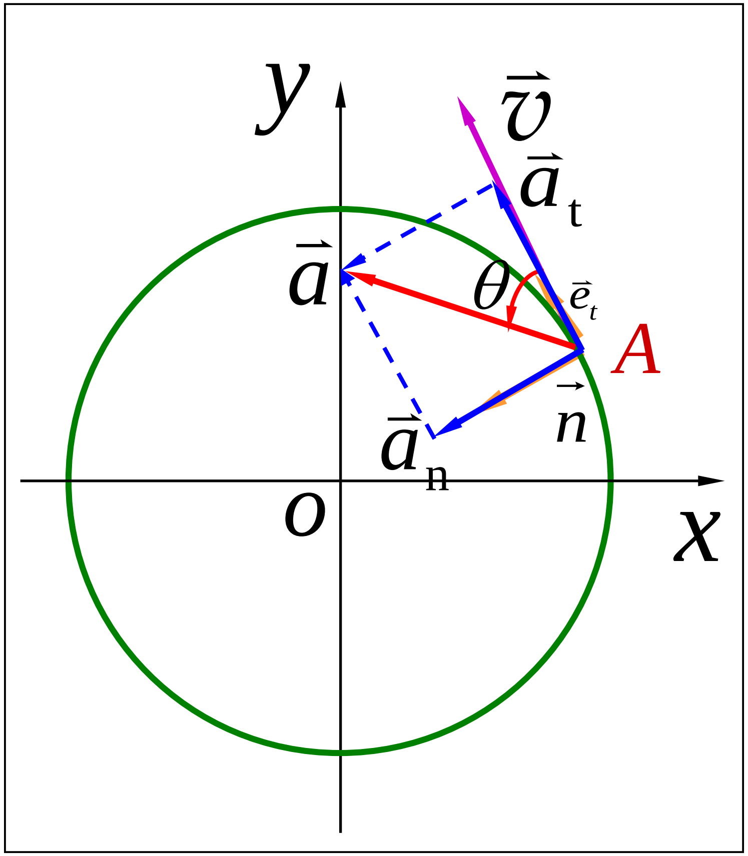
❖ 一般圆周运动加速度

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{\mathrm{n}}$$

$$\vec{a} = a_t \vec{e}_t + a_n \vec{e}_n$$

大小 $a = \sqrt{a_{\mathrm{t}}^2 + a_{\mathrm{n}}^2}$

方向 $\theta = \tan^{-1} \dfrac{a_{\mathrm{n}}}{a_{\mathrm{t}}}$



❖ 推广：对于一般的曲线运动

$$\vec{a} = a_t \vec{e}_t + a_n \vec{e}_n = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

1、第一类问题：

已知：$\vec{r}(t)$

求在任意时刻t，质点的位置矢量、位移和速度。

1）位置矢量 $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$

2）位移 $\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$

3）速度 $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

4）加速度 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

5）平均速度

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}$$

6）平均加速度

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$$

2、第二类问题

问题：假设质点作曲线运动，其加速度a为恒量. 在t=0时，质点的r_0，v_0，求在任意时刻t，质点的位矢、位移和速度。

1）速度

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a}dt$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

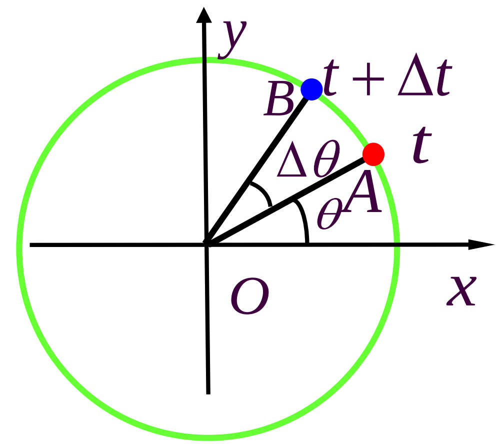
$$v_x = v_{x0} + a_x t$$

$$v_y = v_{y0} + a_y t$$

$$v_z = v_{z0} + a_z t$$

§ 1.4 圆周运动的角量描述

一. 圆周运动的角量



1. 角位置

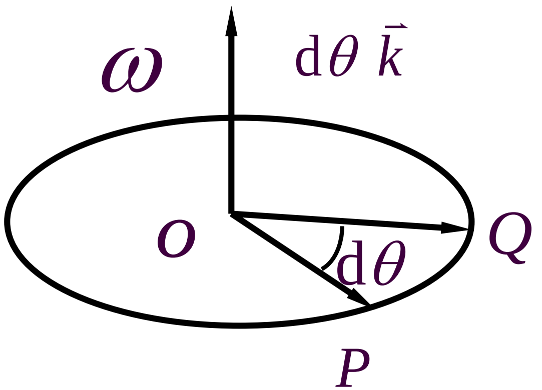
θ 为角位置；$\theta=\theta(t)$为运动学方程

2. 角位移

当 $\Delta t \Rightarrow \Delta\theta$

$\boldsymbol{\Delta\theta}$为质点圆周运动的角位移

按右手法则确定$\boldsymbol{\Delta\theta}$的正负变化

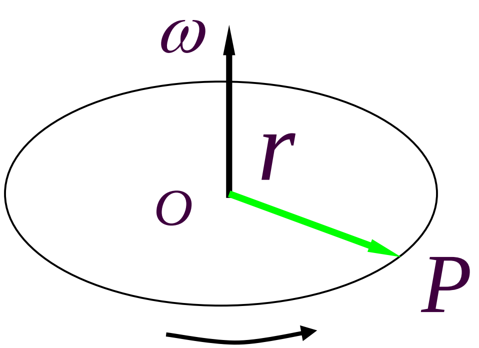


3. 角速度

质点作圆周运动的角速度为

$$\vec{\omega}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\vec{k}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{k}$$ 描述质点转动快慢和方向的物理量

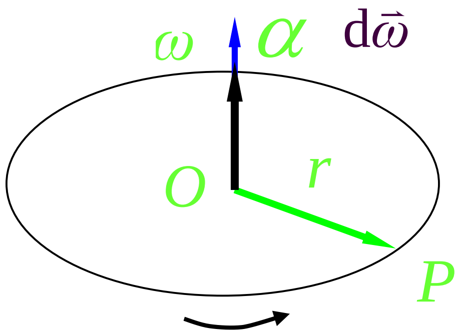
4. 角加速度



角加速度　角速度对时间的一阶导数

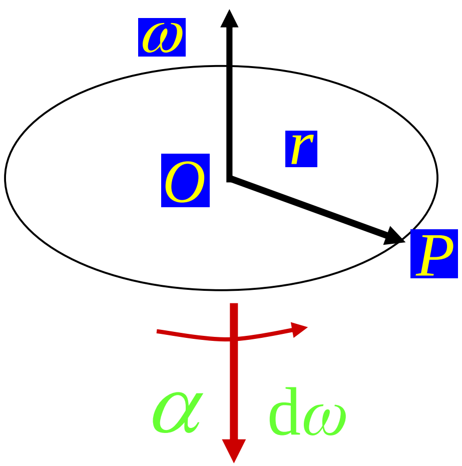
$$t:\omega \Rightarrow t+\Delta t:\omega+\Delta\omega$$

$$\vec{\alpha}=\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\vec{k}\right)=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}\vec{k}$$



角加速度的方向与 $\mathrm{d}\vec{\omega}$ 的方向相同

在圆周运动中，角加速度可以看做代数量



α与ω同号时，做加速运动；

α与ω异号时，做减速运动；

$\alpha=0$，ω为常量时，做匀速圆周运动；

与匀变速率直线运动类比

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ s = s_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) \end{cases}$$

如 $t = 0$ 时, $\theta = \theta_0, \omega = \omega_0$

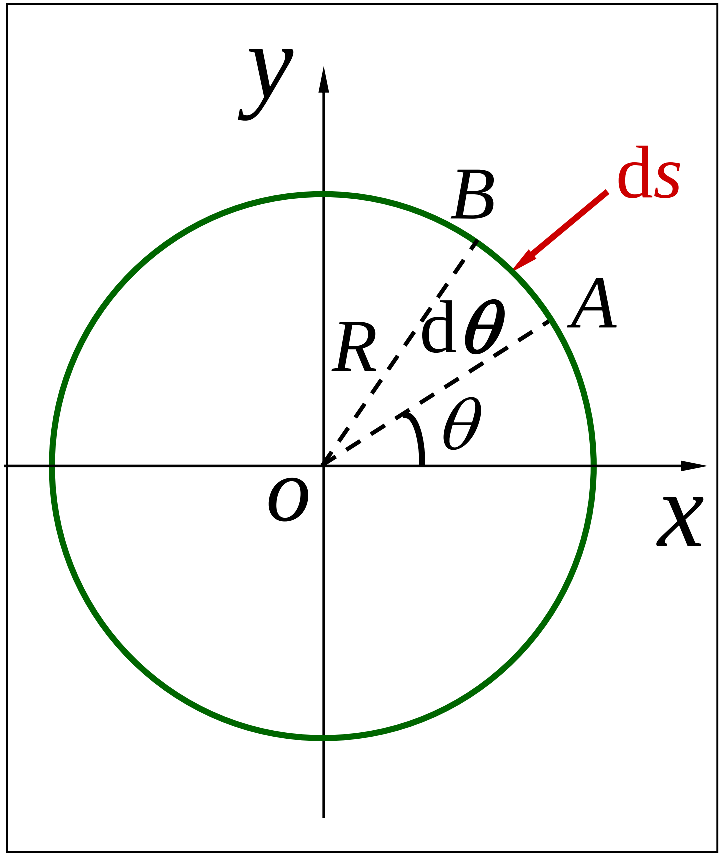
$$\begin{cases} \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2} \alpha t^2 \\ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0) \end{cases}$$

二. 角量与线量的关系

$$\mathrm{d}s = R\mathrm{d}\theta$$

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = R\omega$$

$$\begin{cases} a_{\mathrm{n}} = \dfrac{v^2}{R} = R\omega^2 \\ a_{\mathrm{t}} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = R\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\alpha \end{cases}$$



例1-6　一质点作半径为**0.10 m** 的圆周运动，已知运动学方程为

$$\theta = 2 + 4t^3 \ \text{rad}$$

求　**(1)** 当t **=2s** 时的法向加速度和切向加速度的大小；

(2) 当切向加速度的大小恰等于加速度大小的一半时的θ值；

(3) 切向加速度与法向加速度的值相等时的**t**值。

解　**(1)** 运动学方程得 $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = 12t^2$　　$\alpha = \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = 24t$

$$\therefore a_n = R\omega^2 = 12^2 Rt^4 = 2.30\times 10^2 \ \text{m/s}^2 \qquad a_\tau = R\alpha = 4.8 \ \text{m/s}^2$$

(2) 当 $a_\tau = \dfrac{a}{2}$时，有$24Rt = \dfrac{1}{2}\sqrt{(24Rt)^2 + (12^2 Rt^4)^2}$

得 **t=0.66s**

(3) 当 $a_\tau = a_n$　有$24Rt = 12^2 Rt^4$

$$\therefore 144t'^4 = 24t' \Rightarrow t' = 0.55 \ \text{s}$$

复习

P17 例1-1

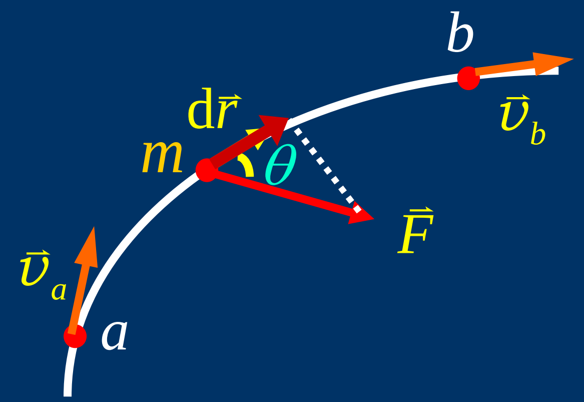
P23 例1-6

作业1-2（5）

动能定理

1. 质点的动能定理

合力 $\vec{F}$ 在元位移 $\mathrm{d}\vec{r}$ 上所作的元功



$$\mathrm{d}A = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= m\vec{a} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = m\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= m\vec{\upsilon} \cdot \mathrm{d}\vec{\upsilon} = m\upsilon \mathrm{d}\upsilon = \mathrm{d}(\frac{1}{2}m\upsilon^2)$$

$$\boxed{\mathrm{d}A = \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right)}$$ **（动能定理的微分形式）**

$$A_{ab} = \int_a^b \mathrm{d}\left(\frac{1}{2}m\upsilon^2\right) \Rightarrow \boxed{A_{ab} = \frac{1}{2}m\upsilon_b^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_a^2}$$ **（动能定理）**

复习

P82, 2-5

4.1.2 简谐振动的速度和加速度

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\ \sin(\omega\ t + \phi\ ) = -\mathrm{v}_m \sin(\omega\ t + \phi\ )$$

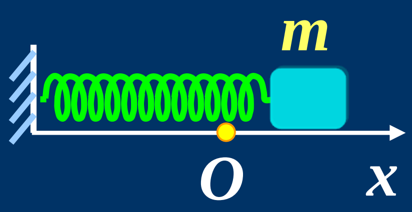
$$= A\omega\cos(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi) = -\mathrm{a}_m\cos(\omega t + \phi)$$

$$= A\omega^2\cos(\omega t + \phi + \pi)$$

简谐振动的速度和加速度都随时间做周期性变化。

4.2 描述谐振动的特征量



1. 振幅 *A*. $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$

2. 周期*T* 和频率 *ν* $\nu = 1/T$ (Hz)

$$x(t+T)=A\cos[\omega(t+T)+\varphi]=A\cos(\omega t+\varphi)$$

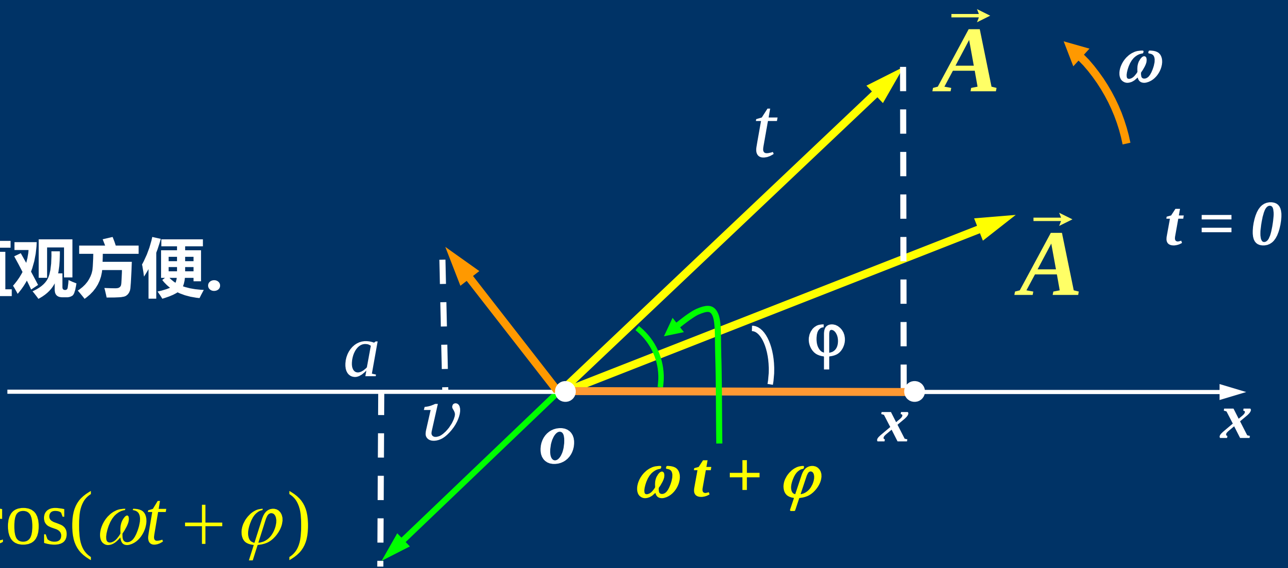
$$\omega T=2\pi \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}$$ 角频率或圆频率

3. 相位 (1) $(\omega t+\varphi)$ 是 t 时刻的相位.

(2) φ 是 $t=0$ 时刻的相位 —— 初相.

4.3 谐振动旋转矢量表示法

特点:直观方便.



$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\upsilon = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$$

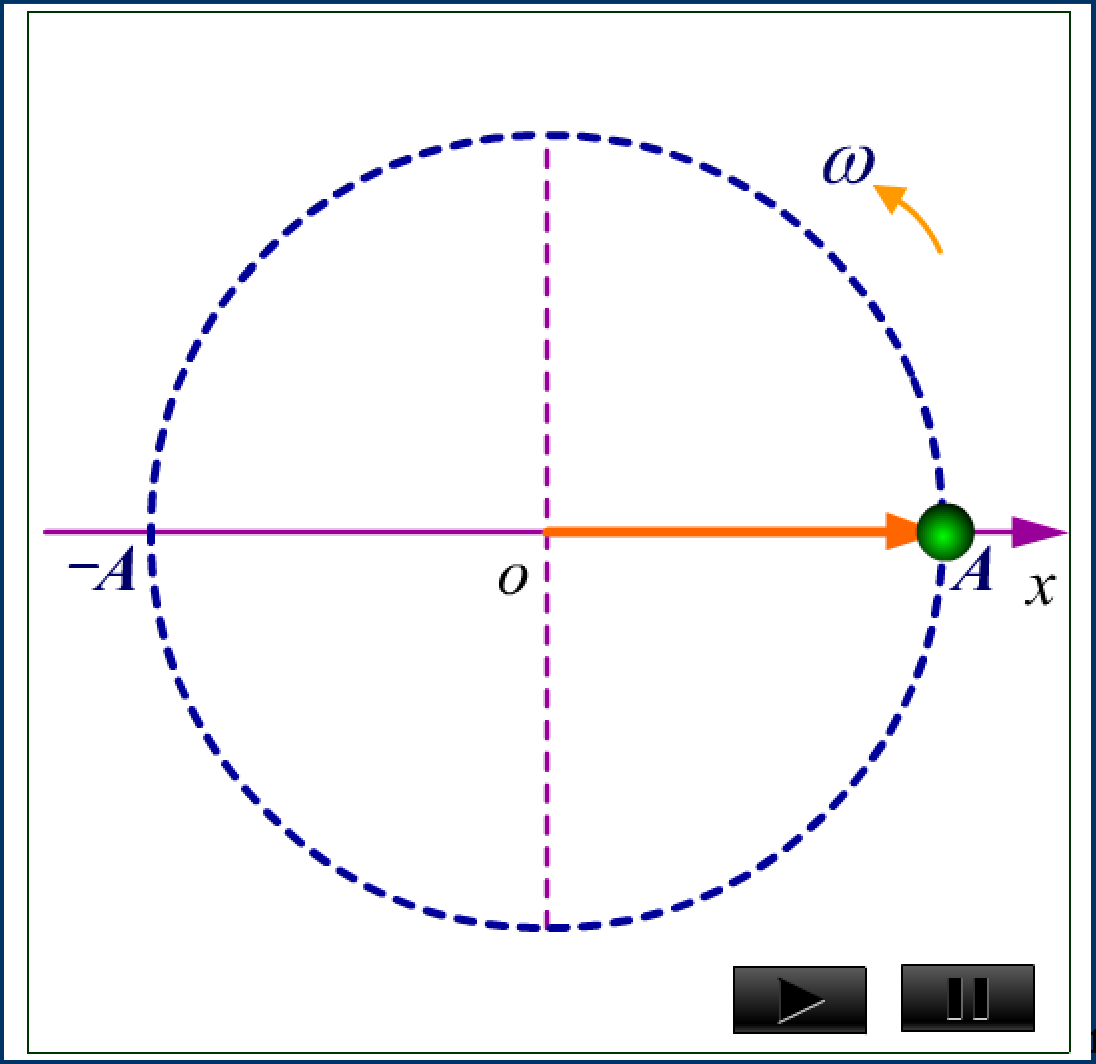
$$= \omega A\cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$= A_{\upsilon}\cos(\omega t + \varphi_{\upsilon})$$

$$a = \omega^2 A\cos(\omega t + \varphi + \pi) = A_a\cos(\omega t + \varphi_a)$$

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

以 o 为原点的旋转矢量 $\vec{A}$ 在 x 轴上的投影点的运动为简谐运动.



复习

- P122 例4-3
- P137 4-3
- P139 4-14
- P137 4-2(3)

振动和波动的关系：

波动——振动的传播

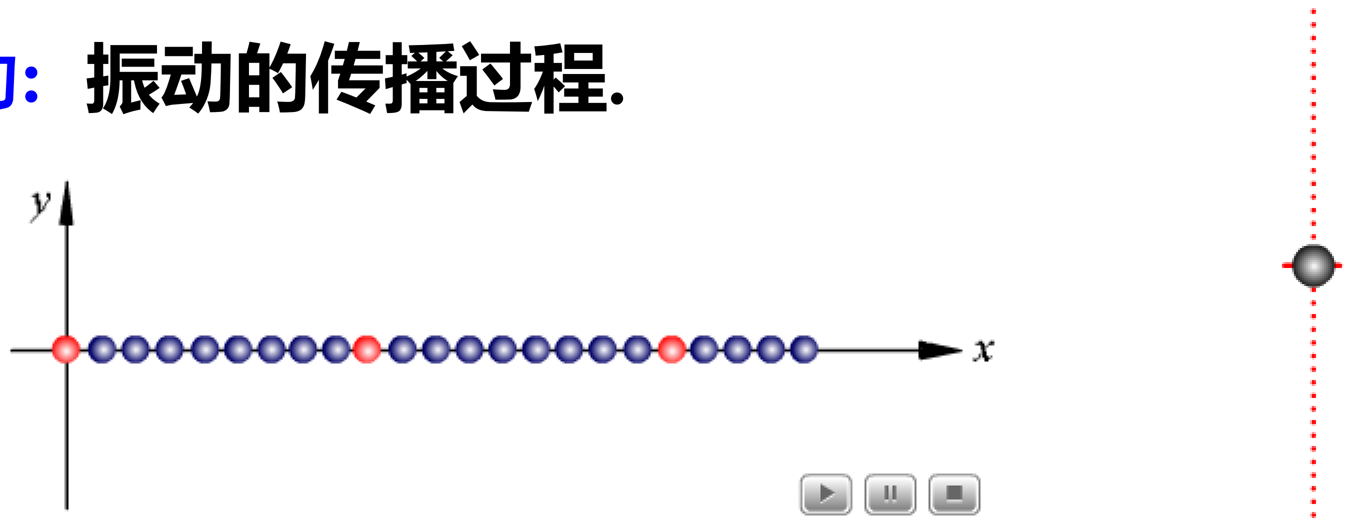
振动——波动的成因

波动的种类：

机械波、电磁波、物质波

振动：于平衡位置，无随波逐流.

波动： 振动的传播过程.



波动的种类:

机械波：机械振动在弹性介质中的传播过程.

电磁波：交变电磁场在空间的传播过程.

物质波：微观粒子的运动, 其本身具有的波粒二象性.

§5.1 机械波的产生、传播和描述

5.1.1 机械波产生的形成

机械波：机械振动以一定速度在弹性介质中由近及远地传播出去，就形成机械波.

条件 { 波源：作机械振动的物体.
弹性介质：承担传播振动的物质.

说明 机械振动只能在弹性介质中传播.

5.1.2 横波与纵波

横波：质元的振动方向与波的传播方向垂直.

纵波：质元的振动方向与波的传播方向平行.

四个物理量的联系

$$\nu = 1/T \qquad u = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = Tu$$

注意

周期或频率只决定于波源的振动

波速只决定于介质的性质

$$\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]}$$

将 $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$， $\lambda = uT$ 代入上式

波函数的其它形式

$$\begin{cases} y = A\cos[2\pi(\nu t - \dfrac{x}{\lambda}) + \varphi] \\ y = A\cos[2\pi(\dfrac{t}{T} - \dfrac{x}{\lambda}) + \varphi] \\ y = A\cos[\dfrac{2\pi}{\lambda}(ut - x) + \varphi] \end{cases}$$

如果波沿x轴的负方向传播，则P点的相位要比O点的相位超前.

则波函数为: $\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{u}\right) + \varphi\right]}$

例：一平面简谐波沿x轴正方向传播，已知其波函数为：$y = 0.04\cos\pi(50t - 0.10x)\ \text{m}$

求：(1) 波的振幅、波长、周期及波速；

(2) 质点振动的最大速度.

解：(1) 标准形式：

$$y = A\cos[2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi]$$

波函数为：

$$y = 0.04\cos 2\pi(\frac{50}{2}t - \frac{0.10}{2}x)$$

比较可得：

$$A = 0.04\ \text{m} \qquad T = \frac{2}{50} = 0.04\ \text{s}$$

$$\lambda = \frac{2}{0.10} = 20\ \text{m} \qquad u = \frac{\lambda}{T} = 500\ \text{m/s}$$

(2)

$$\upsilon = \frac{\partial y}{\partial t} = -0.04 \times 50\pi \sin\pi(50t - 0.10x)$$

$$\upsilon_{max} = 0.04 \times 50\pi = 6.28\ \text{m/s} \neq u$$

复习作业

- P156 例5-2
- P163 5-1(2)
- P164 5-6
- P164 5-2（1）；

第6章 波动光学

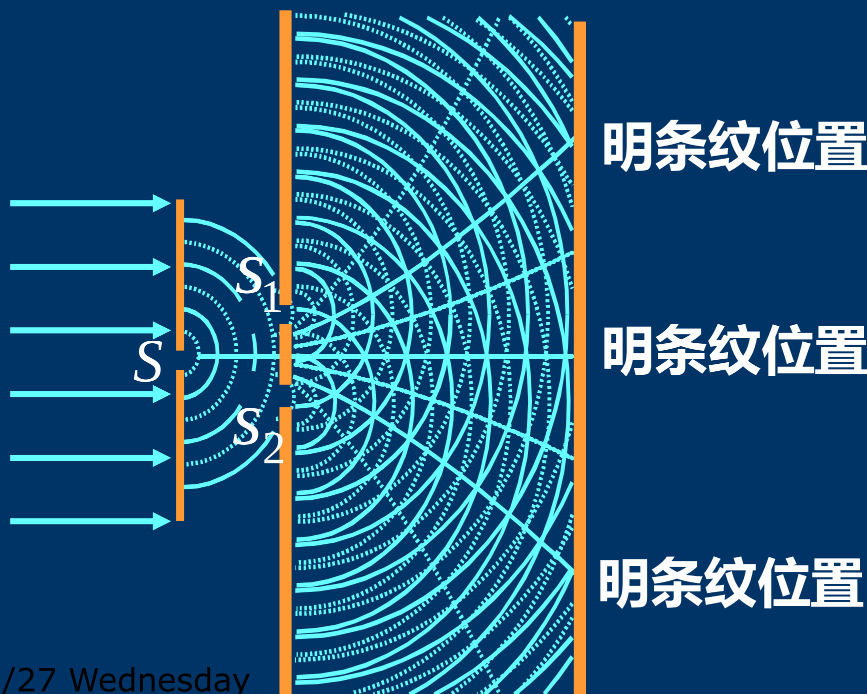
北极光

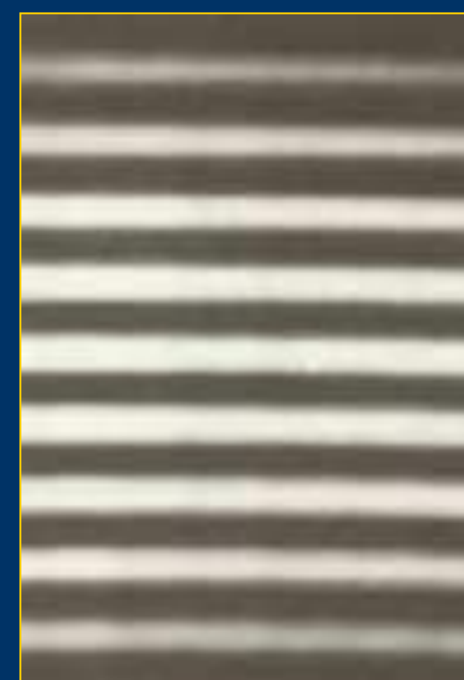
§6.4 光的干涉

获得相干光的方法
- 1. 分波阵面法（**杨氏实验**)
- 2. 分振幅法（**薄膜干涉**)

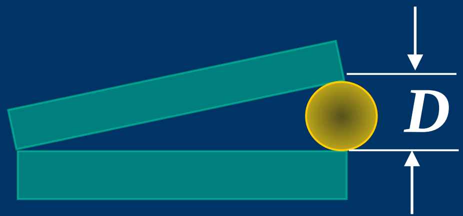
一. 杨氏实验（**分波阵面法**）

- 实验现象





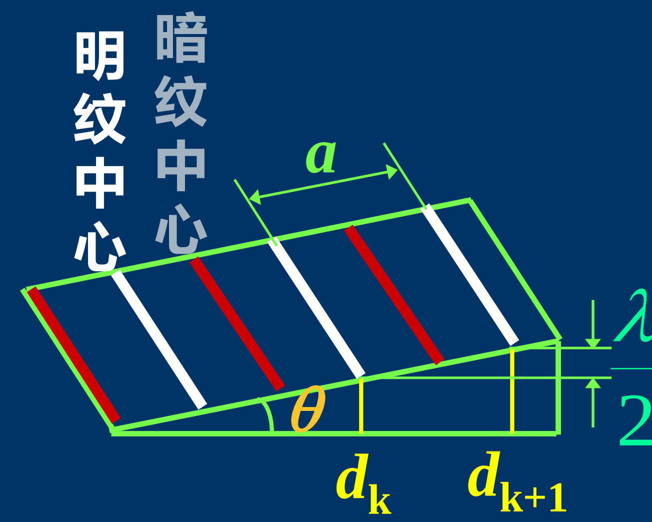
（二）. 劈尖干涉（光垂直入射）



条纹形状：

相邻条纹对应的空气层厚度差等于

$$d_{k+1}-d_k=\frac{\lambda}{2}$$



相邻条纹之间距

$$a\sin\theta=\frac{\lambda}{2}$$

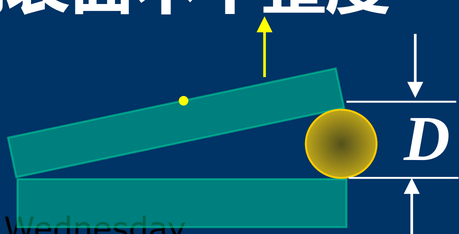
$$\boxed{a=\frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

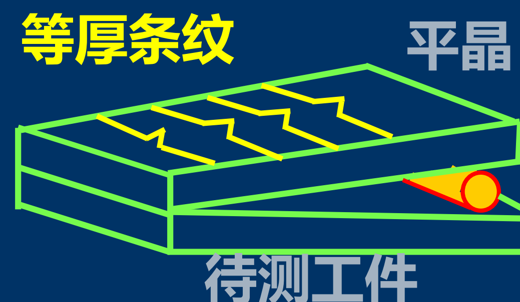
讨论

(1) 空气劈尖顶点处是[redacted]

(2) 可测量小角度θ、微小直径 D、微位移 x、波长λ等

(3) 测表面不平整度

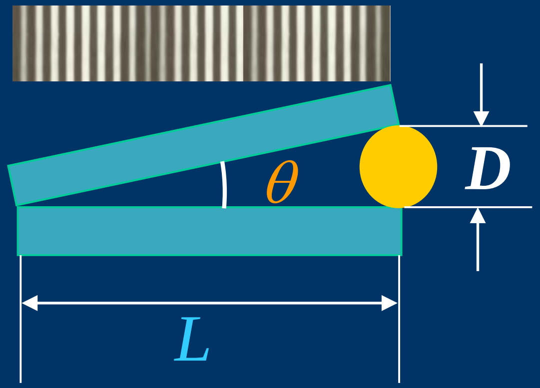




P197　　例6－6

为了测量一根细的金属丝直径*D*，按图办法形成空气劈尖，用单色光照射形成等厚干涉条纹，用**读数显微镜**测出干涉明条纹的间距，就可以算出*D*。已知 单色光波长为589.3 nm，测量结果是：金属丝与劈尖顶点距离*L*=28.88 mm，第1条暗条纹到第31条暗条纹的距离为4.295 mm

求 金属丝直径 *D*



解　$\sin\theta \approx \dfrac{D}{L}$　　$a \cdot \dfrac{D}{L} = \dfrac{\lambda}{2}$　　$D = \dfrac{L}{a} \cdot \dfrac{\lambda}{2}$

由题知　$a = \dfrac{4.295}{30} = 0.14317\text{mm}$

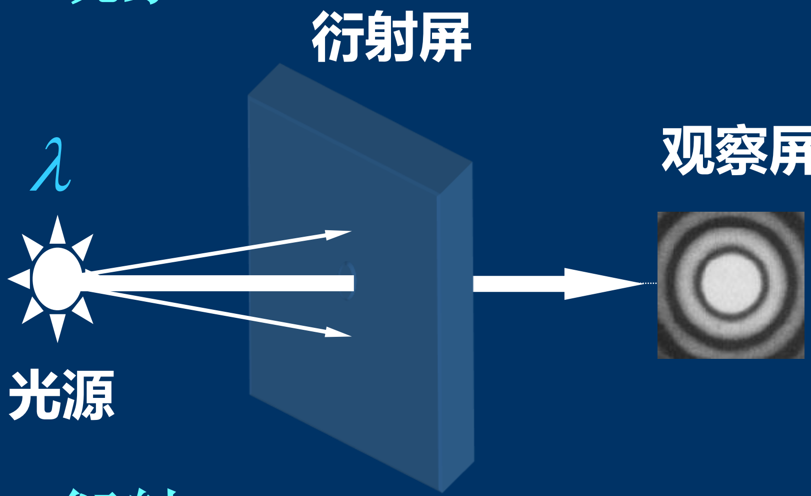
直径　$D = \dfrac{L}{a} \cdot \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{28.88}{0.14317} \times \dfrac{1}{2} \times 0.5893 \times 10^{-3}\text{mm}$

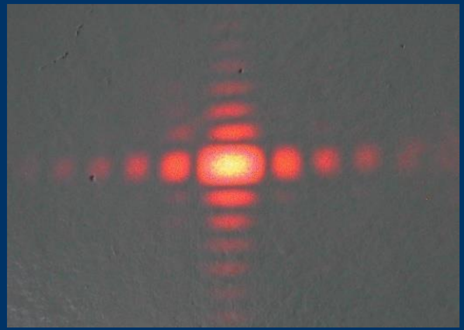
$= 0.05944\text{mm}$

§6.5 光的衍射

一. 光的衍射现象

1. 现象





(矩形孔衍射)

2. 衍射

光在传播过程中绕过障碍物的边缘而偏离直线传播的现象

说明

衍射现象是否明显取决于障碍物线度与波长的对比，波长越大，障碍物越小，衍射越明显。(几何光学？)

二. 惠更斯—菲涅耳原理

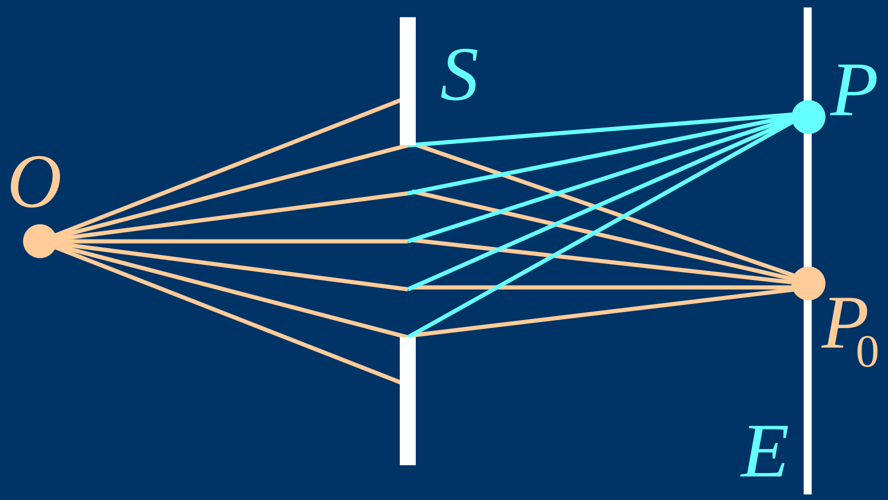
1. 原理内容

- 同一波前上的各点发出的都是相干次波。
- 各次波在空间某点的相干叠加，就决定了该点波的强度。

三. 光的衍射分类

1. 菲涅耳衍射(近场衍射)

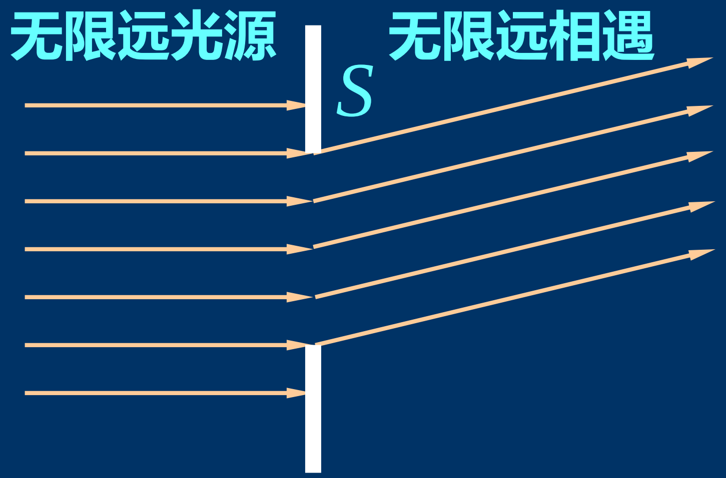
光源O，观察屏E (或二者之一) 到衍射屏S 的距离为有限的衍射，如图所示。



（菲涅耳衍射）

2. 夫琅禾费衍射(远场衍射)

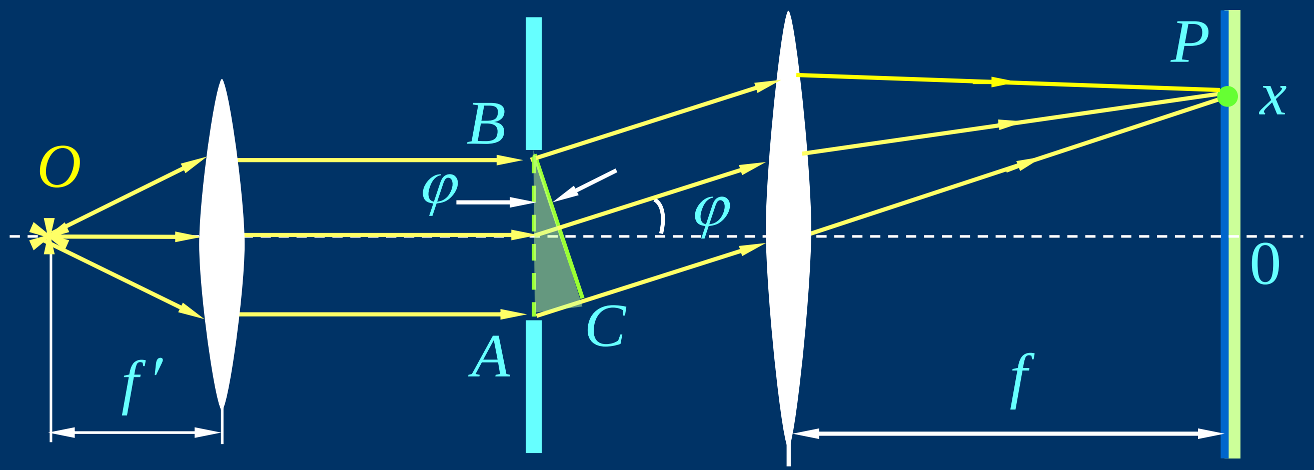
光源O，观察屏E 到衍射屏S 的距离均为无穷远的衍射，如图所示。



（夫琅禾费衍射）

§ 6.5.3 单缝衍射

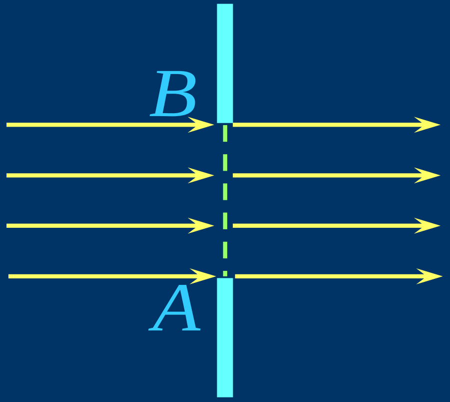
一. 典型装置



（单缝夫琅禾费衍射典型装置）[衍射角描述衍射光线]

$A, B \rightarrow P$ 的光程差 $\Delta = AC = a\sin\varphi$ （a 为缝 AB的宽度）

二. 菲涅耳半波带法

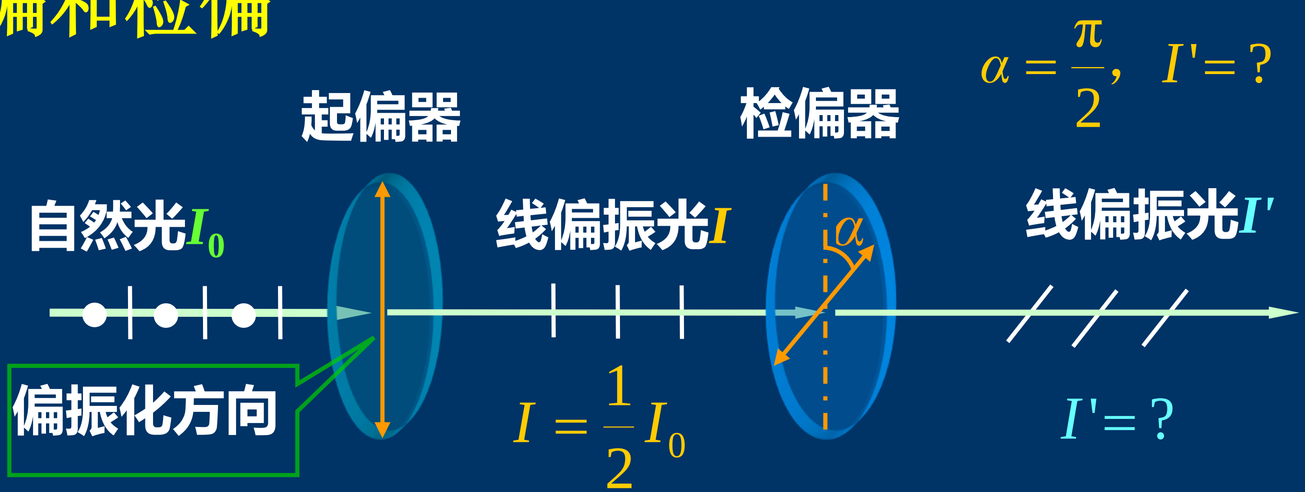


{衍射暗纹、明纹条件}

- 0 点：$a\sin\varphi = 0$ —— **中央明纹**

§ 6.6.2 起偏和检偏

一. 起偏和检偏

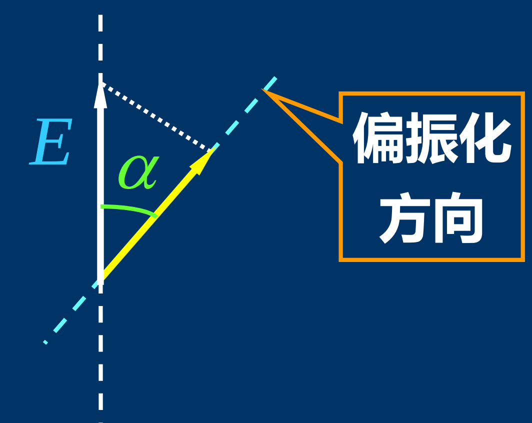


二. 马吕斯定律

$$E' = E\cos\alpha$$

$$I \propto E^2 \qquad I' \propto E'^2 = E^2\cos^2\alpha$$

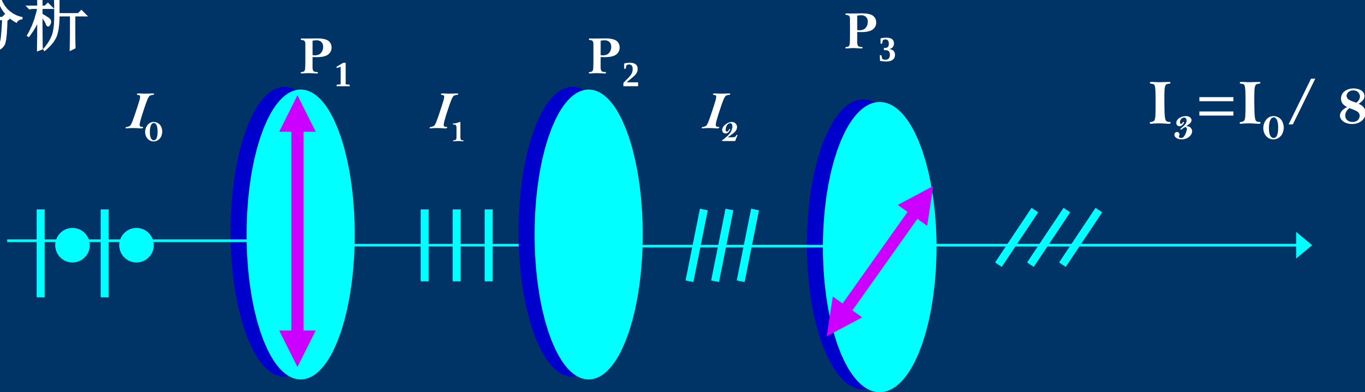
$$\boxed{I' = I\cos^2\alpha}$$ **(马吕斯定律)**

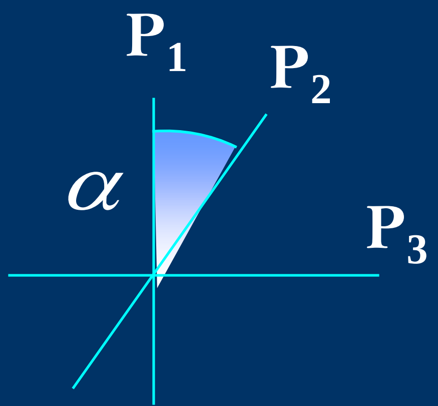


当 $\alpha = 0, \ I = I_{max} = I_0$ ；当 $\alpha = \frac{\pi}{2}, \ I' = 0$ — 消光

例:光强为 I_0 的自然光相继通过偏振片P_1、P_2、P_3后光强为$I_0/8$，已知$P_1 \perp P_3$，问：P_1、P_2间夹角为何?

解　分析





$$I_1 = \frac{I_0}{2} \qquad I_2 = I_1 \cos^2\alpha$$

$$I_3 = I_2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = I_2 \sin^2\alpha$$

$$\frac{I_0}{2}\cos^2\alpha \sin^2\alpha = \frac{I_0}{8} \qquad \alpha = 45^\circ$$

复习作业

- P182 例6-2
- P183 例6-3
- P216 6-25

第9章　真空中的静电场

2003年4月22日，三峡工程左岸电厂2号机组定子顺利完成整体吊装。该机组发电机定子的外径21.45米，重655.9顿，该机组当年9月发电。三峡水电站70万千瓦机组26台，总装机1820万千瓦，是当今世界最大的电站。

静电场高斯定理

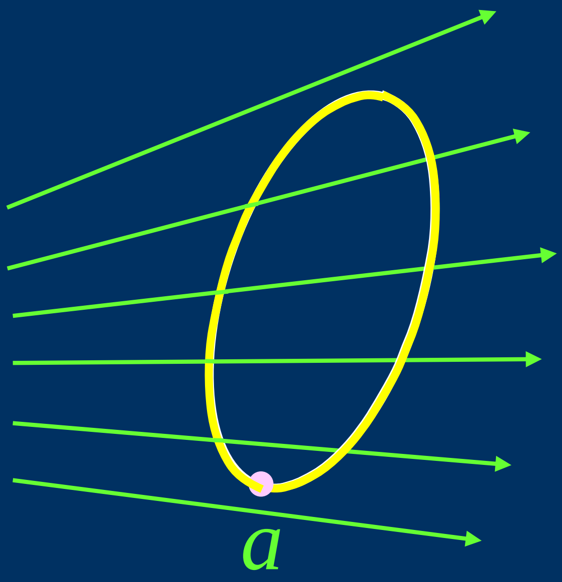
$$\Phi_e = \oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{内}$$

真空中的任何静电场中，穿过任一闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围的电荷电量的代数和乘以$1/\varepsilon_0$

意义：反映静电场的性质 —— 有源场

2. 静电场的环路定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_i \qquad \oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = ?$$



在静电场中沿闭合路径移动q_0，电场力作功

$$A_{aa} = \oint \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \oint q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0}$$ —— **静电场的环路定理**

在静电场中，电场强度的环流为零，静电场是无旋场。

➢ 讨论

(1) **环路定理要求电场线不能闭合。**

(2) **静电场是有源、无旋场(可引入电势能)。**

{研究矢量场的方法}

9.5.2—3—4 电势 电势差 电势的计算

$$W_a = \int_a^{"0"} q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0$$

1）、电势定义

$$V_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{"0"} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电场力将单位正电荷自$a \rightarrow$"电势零点"过程中所作的功。

2）、（a、b两点间的）电势差

$$U_{ab} = \frac{W_a}{q_0} - \frac{W_b}{q_0} = \frac{A_{ab}}{q_0} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电场力对单位正电荷自$a \rightarrow b$过程中所作的功。

3） 电势 的计算

1. 点电荷电场中的电势

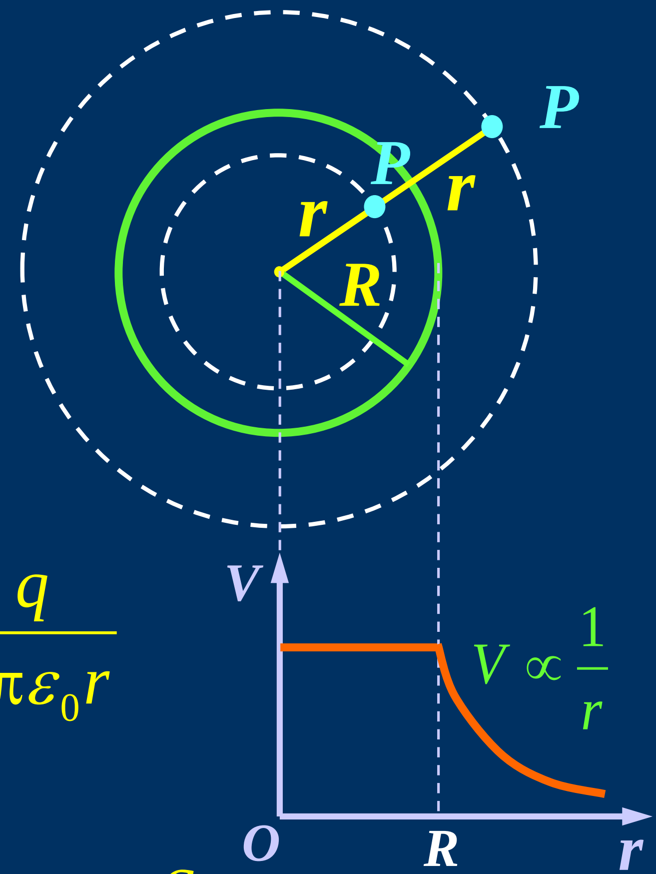
$$V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^{\infty} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

例 半径为R，带电量为q 的均匀带电球面

求 带电球面的电势分布

解 根据高斯定律可得：

$$\begin{cases} E_1 = 0 & (r < R) \\ E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R) \end{cases}$$



对球面外任一点P $(r > R)$

$$V_{out} = \int_p^{\infty} \vec{E}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{\infty} \frac{q\mathrm{d}r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

对球面内任一点P $(r < R)$

$$V_{in} = \int_p^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{R} E_1 \mathrm{d}r + \int_R^{\infty} E_2 \mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

球内各点的电势相等，且等于球面上各点的电势。

电势的计算

方法

（1） 已知场强分布 $u_p = \int_p^{"0"} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

（2） 已知电荷分布 $u = \int_Q \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

☆电势与电场强度的积分关系

$$u_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{(0)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

☆电势与电场强度的微分关系

$$E_l = -\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}l}$$

$$\vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = E_l \mathrm{d}l = -\mathrm{d}u$$

$$\vec{E} = -\nabla u$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{k}\right)$$

☆计算电场强度的几种方法

(1)电场叠加原理

(2)高斯定理

(3)电势梯度

熟练掌握

$$u_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{(0)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

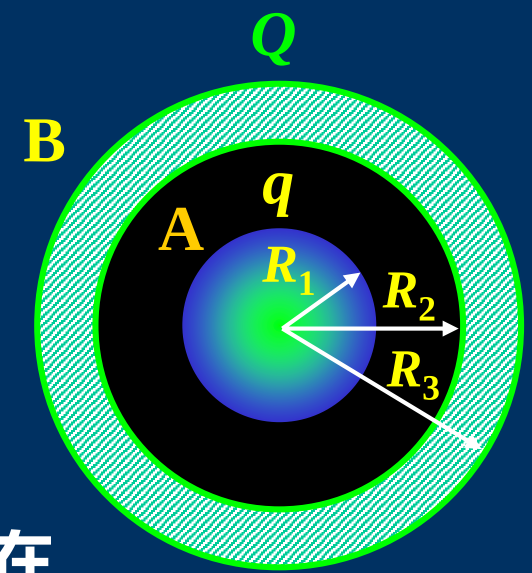
☆计算电势的几种方法

(1)电势与电场强度的积分关系

(2)电势叠加原理

熟练掌握

例 半径为R_1的金属球A带电为q (>0)，在它外面有一同心放置的金属球壳B，其内外半径分别为R_2和 R_3，带电为 Q (>0)。如图所示，当此系统达到静电平衡时，



求 (1) 各表面上的电荷分布；

(2) 电场强度分布；

(3) 电势分布。

解 (1) 电量分布

球　A：根据对称性，电量均匀分布在球 A 的表面上，电量为q。

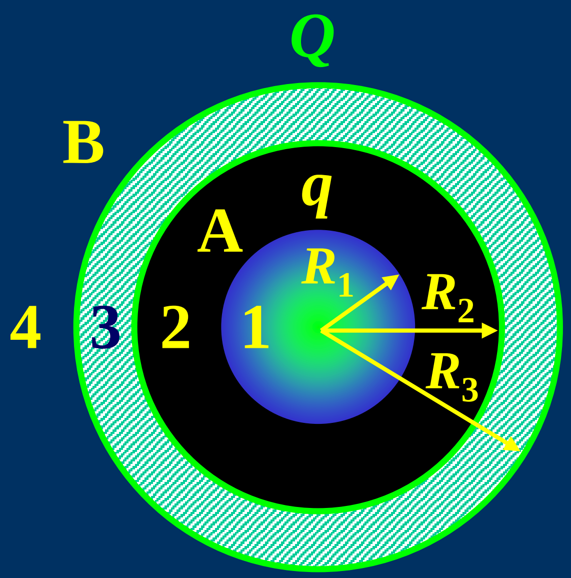
球壳 B：由于静电感应，球壳B内表面的电量为：$-q$ ；外表面的电量为: $Q+q$ 。

◆ 整个系统相当于在真空中的三个均匀带电的球面。

(2) 电场强度分布

由高斯定理及静电平衡条件，得

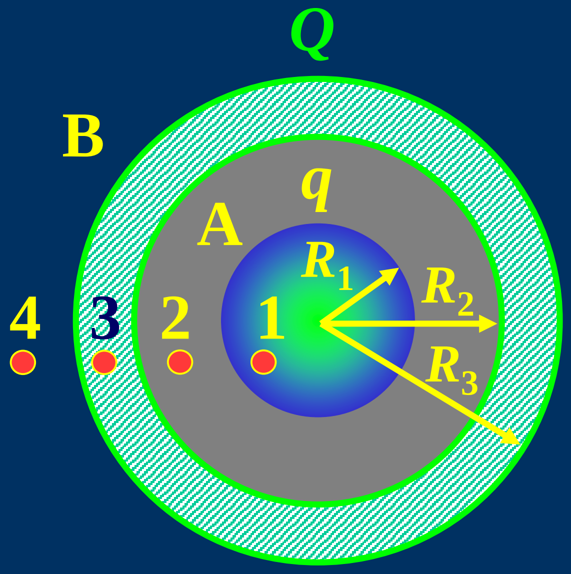
$$
\begin{cases}
E_1 = 0 & (r < R_1) \\
E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_1 < r < R_2) \\
E_3 = 0 & (R_2 < r < R_3) \\
E_4 = \dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R_3)
\end{cases}
$$



(3) 电势分布（无穷远为电势零点）

$$V = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\begin{cases} E_1 = 0 & (r < R_1) \\ E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (R_1 < r < R_2) \\ E_3 = 0 & (R_2 < r < R_3) \\ E_4 = \dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (r > R_3) \end{cases}$$



$(a)(r < R_1)$

$$V_1 = \int_r^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_0^{R_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^{R_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R_1} - \frac{q}{R_2} + \frac{q+Q}{R_3}\right)$$

$(b)(R_1 < r < R_2)$

$$V_2 = \int_0^{\infty} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_r^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^{R_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q}{R_2} + \frac{q+Q}{R_3}\right)$$

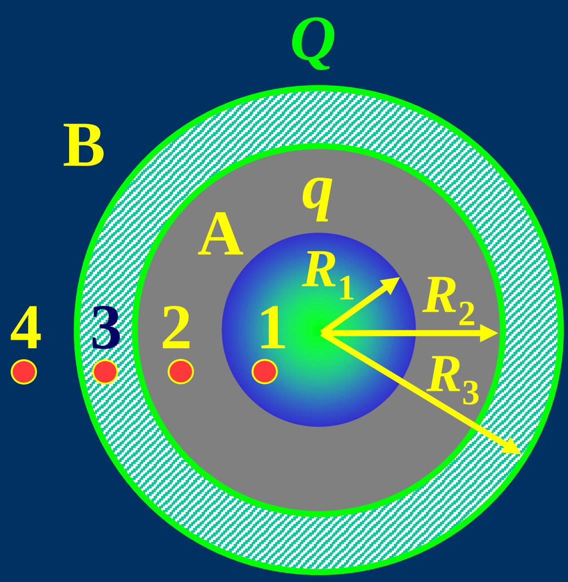
$(c)(R_2 < r < R_3)$

$$V_3 = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{R_3} \vec{E}_3 \cdot \mathrm{d}\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$= \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$(d)(R_3 < r)$

$$V_3 = \int_r^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_r^{\infty} \vec{E}_4 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



复习作业

- P32 例9-9
- P41 9-2(5). 9-6
- P42 9-10
- P43 9-18
- P52 例10－3

第11章

恒定磁场

1 长直导线：

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)}$$

(1) 导线无限长： $\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$

(2) 导线半无限长，场点与一端的连线垂直于导线 $\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}}$

(3) P点位于导线延长线上，**$B=0$**

2 圆形电流： $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{(R^2+x^2)^{3/2}}$

在圆心处 $x=0$ $\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$ $\boxed{B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}\times\frac{\theta}{2\pi}}$

3 螺线管： $B=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2-\cos\beta_1)$

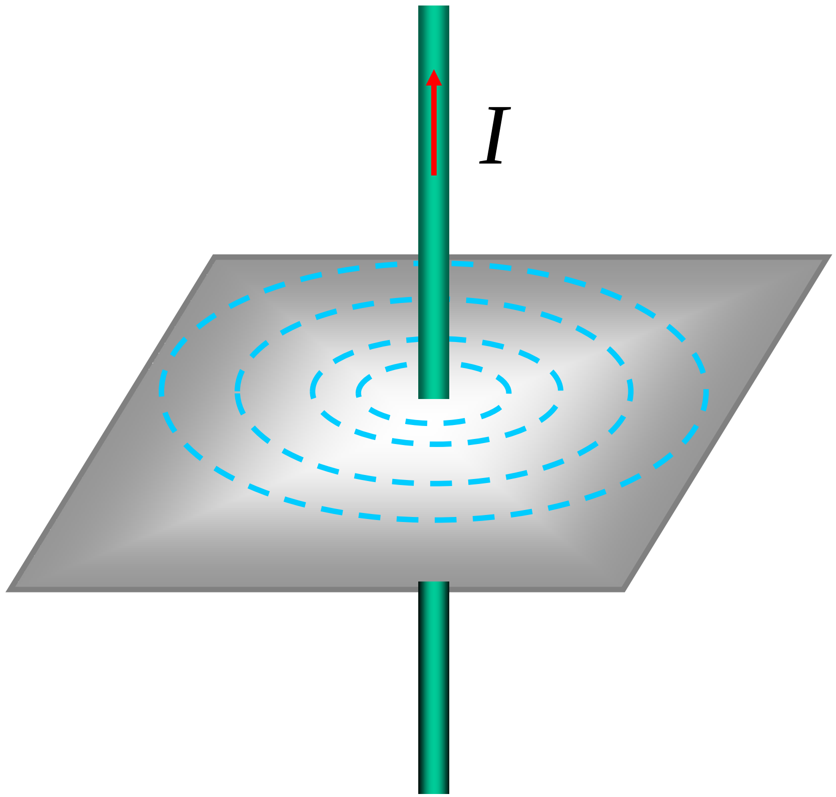
（1）螺线管无限长 $\boxed{B=\mu_0 nI}$

（2）半无限长螺线管的端点圆心处 $\boxed{B=\mu_0 nI/2}$

二、安培环路定理

在恒定电流的磁场中，磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 矢量沿任一闭合路径 $\boldsymbol{L}$ 的线积分（即环路积分），等于什么?

1. 长直电流的磁场



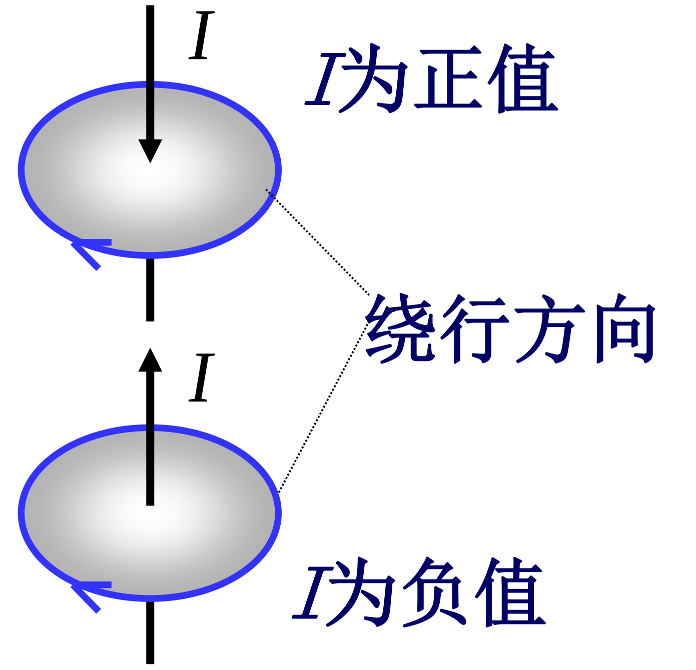
上述结论虽是从长直载流导线磁场得来，却具普遍性

安培环路定理

在磁场中，沿任一闭合曲线 $\vec{B}$ 矢量的线积分（也称 $\vec{B}$ 矢量的环流），等于真空中的磁导率 μ_0 乘以穿过以这闭合曲线为边界所张任意曲面的各恒定电流的代数和。

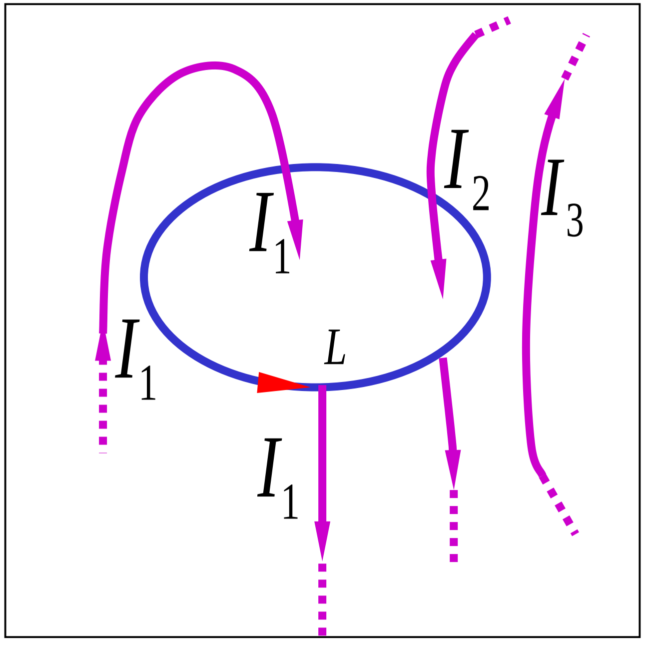
$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I}$$

电流 I 的正负规定：积分路径的绕行方向与电流成右手螺旋关系时，电流 I 为正值；反之 I 为负值。



$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(-I_1 - I_2)$$

$$= -\mu_0(I_1 + I_2)$$



问（1）$\vec{B}$是否与回路L外电流有关？

（2）若$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$,是否回路L上各处$\vec{B} = 0$？是否回路L内无电流穿过？

静电场	稳恒磁场
$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$ 无旋	$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_i I_i$ 有旋
电场有保守性，它是保守场，或有势场	磁场没有保守性，它是非保守场，或无势场
$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$	$\oiint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$
电力线起于正电荷、止于负电荷。静电场是有源场	磁力线闭合、无自由磁荷 磁场是无源场

11-6 磁场对载流导线的作用

一、 安培定律

安培力：载流导线在磁场中受到的磁场力

大小 $\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\theta$

θ 是电流元与磁感应强度的夹角。

d*F*方向判断 右手螺旋

安培定律矢量式 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$

一段任意形状载流导线受到的安培力

$$\boxed{\vec{F} = \int_L \mathrm{d}\vec{F} = \int_L I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

$$F=\int \mathrm{d}F_y$$

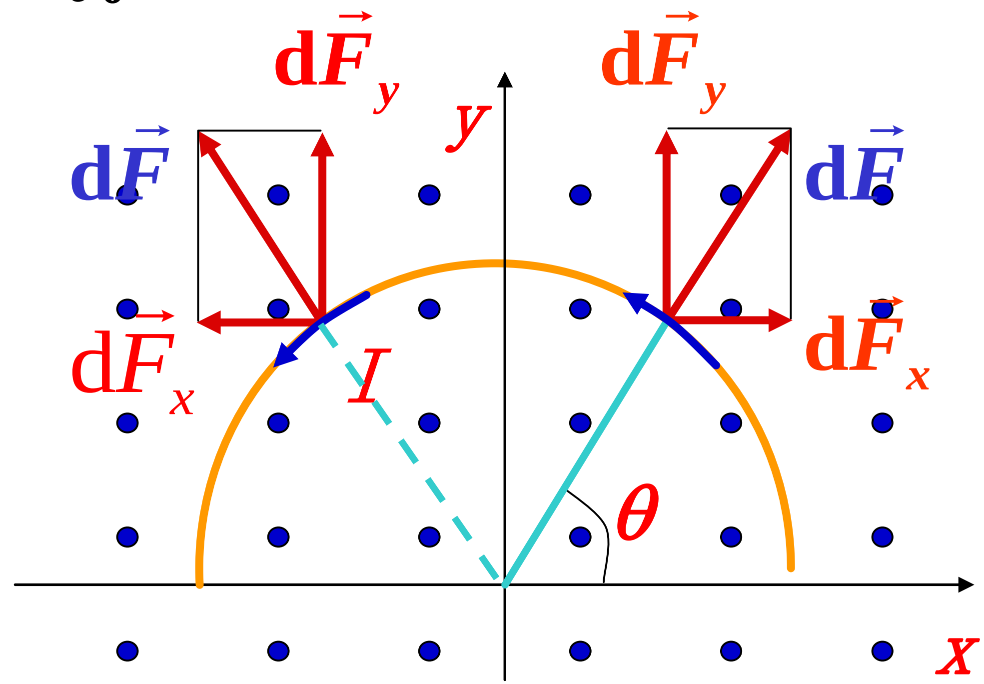
由安培定律 $\mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\cdot\sin\theta=BI\mathrm{d}l\cdot\sin\theta$

由几何关系 $\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$

上两式代入 $F=\int \mathrm{d}F_y=\int_0^{\pi} BI\sin\theta R\mathrm{d}\theta=2BIR$

合力F的方向：
y轴正方向。

结果表明：半圆形载流导线上所受的力与其两个端点相连的直导线所受到的力相等.

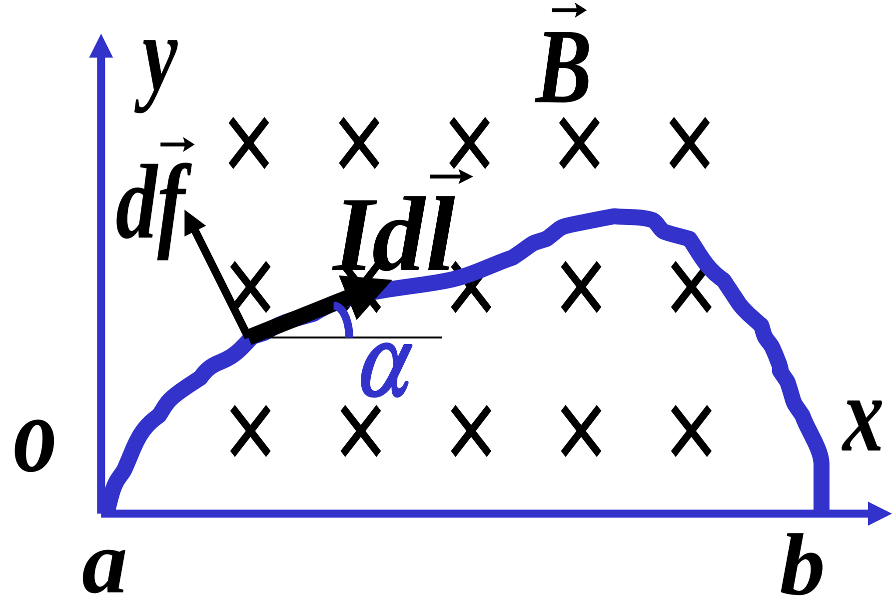


例、均匀磁场中任意形状导线所受的作用力

取电流元 $I d\vec{l}$

受力大小 $df = BIdl$

方向如图所示



建坐标系取分量

$$df_x = df\sin\alpha = BIdl\sin\alpha$$

$$df_y = df\cos\alpha = BIdl\cos\alpha$$

$$dy = dl\sin\alpha$$

$$dx = dl\cos\alpha$$

积分

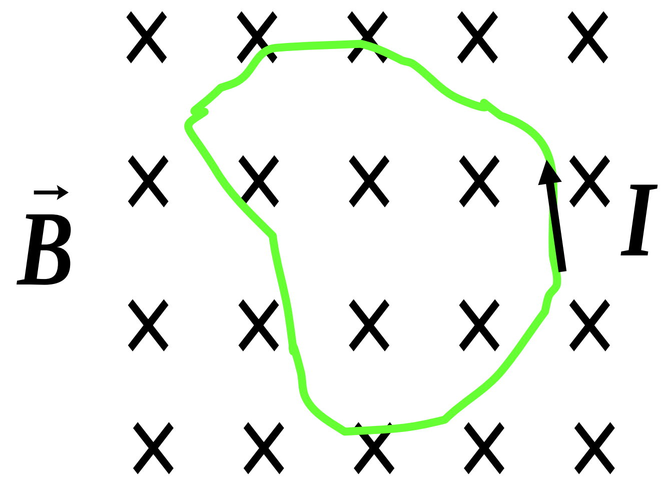
$$f_x = \int df_x = BI\int dy = 0$$

$$f_y = \int df_y = BI\int dx = BI\overline{ab}$$

$$\boxed{\vec{f} = BI\overline{ab}\,\vec{j}}$$

推论

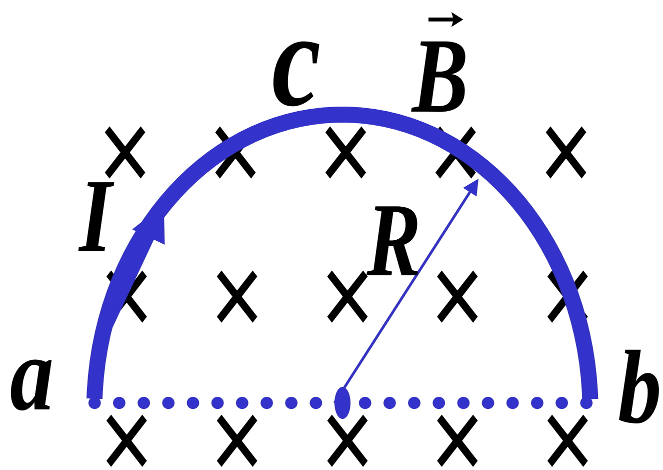
在均匀磁场中任意形状闭合载流线圈受合力为零



练习 如图 求半圆导线所受安培力

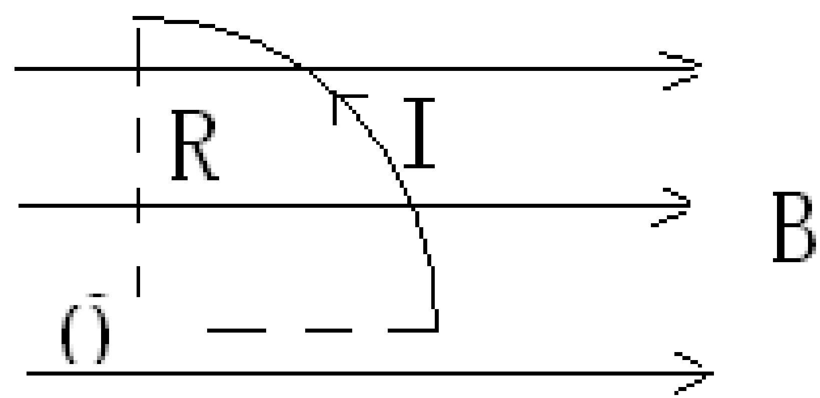
$$f = 2BIR$$

方向竖直向上



2.如图所示，**1/4**圆弧电流置于磁感应强度为**B**的均匀磁场中，则圆弧所受的安培力**f=**________，方向______________.

答案：f=BIR
方向：垂直于纸面向内



提示：电流元所受的安培力**d**f**=BId**l**sin(θ+π/2)**
圆弧上的每一电流元受力方向相同。圆弧上的电流元**Idl**可看作直线电流，它与它的投影所受的安培力相同。

复习作业

- P93 例11-7
- Ｐ107 11-1(1)
- P 108 11-2(3)

第12章

变化的磁场和电场

12-1-1 法拉第电磁感应定律

当穿过闭合回路所包围面积的磁通量发生变化时，不论这种变化是什么原因引起的，回路中都有感应电动势产生，并且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。

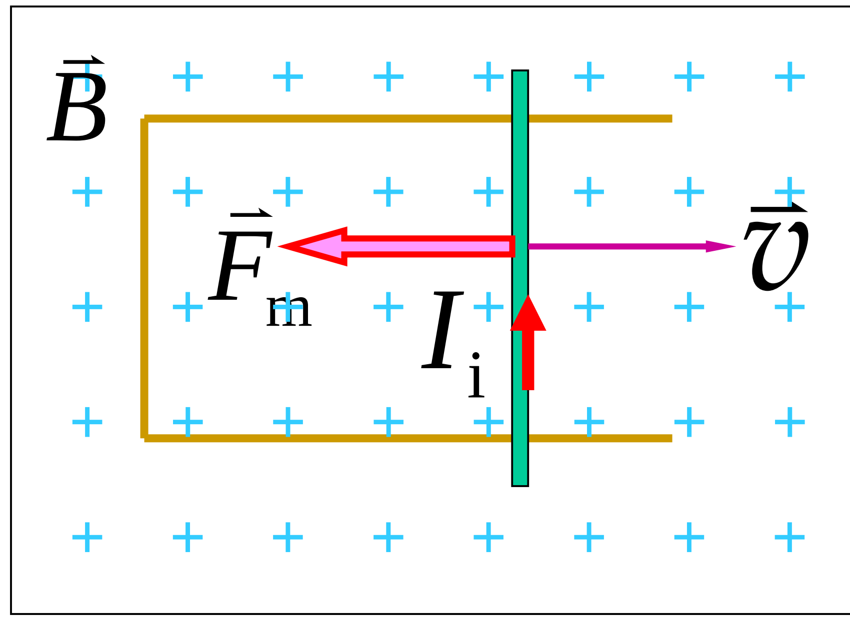
$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

阻碍

楞次定律　闭合的导线回路中所出现的感应电流，总是使它自己所激发的磁场反抗任何引发电磁感应的原因.

楞次定律是能量守恒定律的一种表现

机械能 → 焦耳热



维持滑杆运动必须外加一力，此过程为外力克服安培力做功转化为焦耳热.

应用

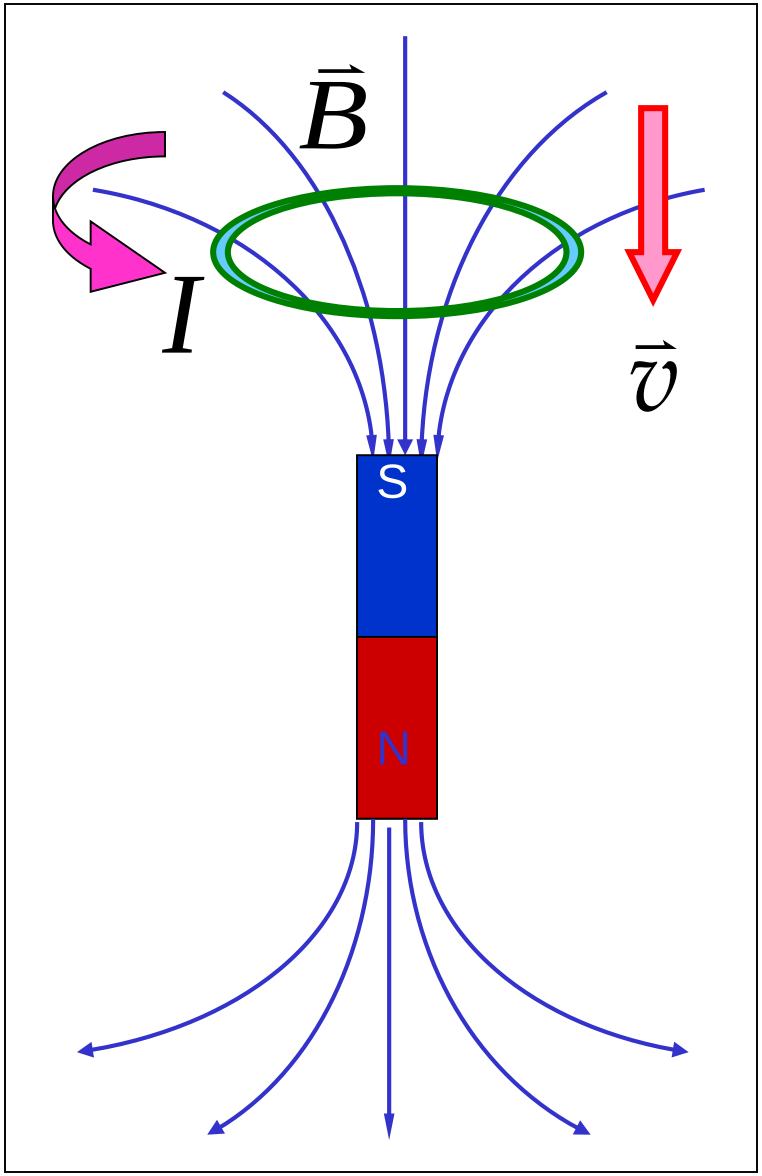
用楞次定律判断感应电流感应或电动势的方向，分为三个步骤：

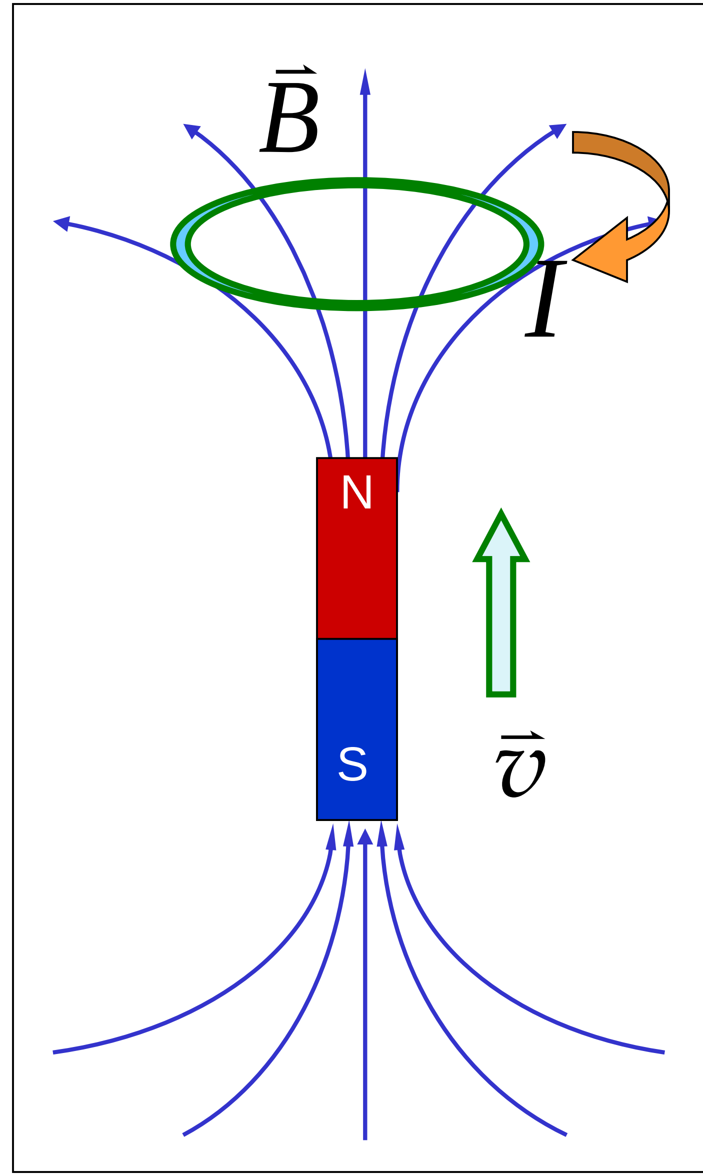
（1）判断磁通沿什么方向，发生什么变化（增加或减少）；

（2）根据楞次定律来确定感应电流所激发的磁场沿什么方向

（3）根据右手螺旋法则从感应电流产生的磁场方向确定感应电流的方向。

用楞次定律判断感应电流方向





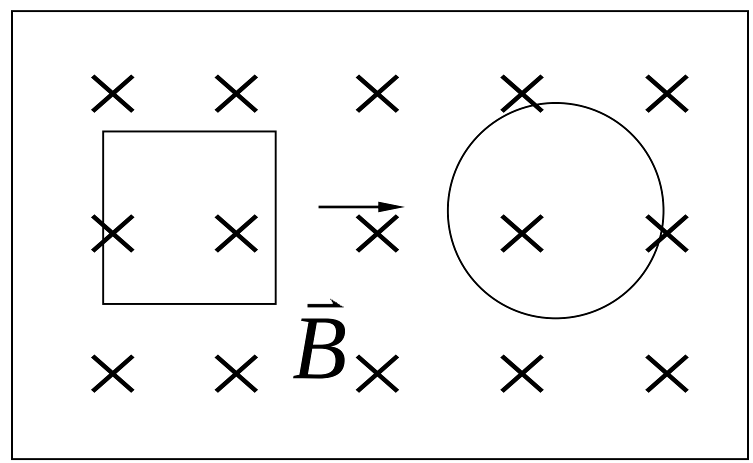
课堂练习　均匀磁场如图垂直纸面向里. 在垂直磁场的平面内有一个边长为 l 的正方形金属细线框，在周长固定的条件下，正方形变为一个圆，则图形回路中感应电流方向为

（A）顺时针

★（B）逆时针

（C）无电流

（D）无法判定



复习作业

P118 例12-2

P147 12 - 2(1)

P148 12-3

预祝大家考试取得好的成绩！