宁波工程学院 2018---2019 学年第 1 学期

《线性代数 A》课程期末考试卷 A 卷

题　号	一	二	三	四	五	总分	复核人
应得分	20 分	30 分	20 分	15 分	15 分	100 分	
实得分							
评卷人							

适用班级：工科各专业和物流专业 17 级各班级(不含汽车 17-3,4 网络 17-3 的三个班级).

考试时间：2 个小时.

学号:

姓名:

班级:

一、填空题(每小题 2 分，共 20 分)

1、排列 7623451 的逆序数为_______.

2、设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为三维列向量，记矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$，$B=(\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+2\alpha_2,\alpha_1+3\alpha_3)$，如果行列式 $|A|=1$，则 $|B|=$_______.

3、设 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=2$，则 $|3A^{-1}-2A^*|=$_______.

4、设 $\alpha_1=(k,2,1),\alpha_2=(2,k,5),\alpha_3=(1,-1,1)$，当 $k=$_____时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关.

5、n 元齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充要条件为______________________.

6、若三阶方阵 A 的特征多项式为 $f(\lambda)=-(\lambda+1)(\lambda-1)^2$，则 $|A-2E|=$__________.

7、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}3&2&-1\\a&-2&2\\3&b&-1\end{pmatrix}$，若 $\alpha=\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}$ 是其特征向量，则 $a+b=$__________.

8、设 $D=(a_{ij})_{4\times4}=\begin{vmatrix}3&6&9&12\\2&4&6&8\\1&2&0&3\\5&6&3&3\end{vmatrix}$，$A_{ij}$ 为 a_{ij} 的代数余子式，$3A_{11}+2A_{21}+A_{41}=$______.

9、二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+5x_3^2-4x_2x_3+6x_3x_1$ 对应的对称矩阵为______________.

10、设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的解，若 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3$ 也是 $Ax=b$ 的解，则 $k_1+k_2+k_3=$__________.

二、计算题(每小题 10 分，共 30 分)

1、计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

解

2、设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$，且 $AB=A+B$，求矩阵 B.

解

3、设向量组 $\alpha_1=(1,2,3,3)^{\mathrm{T}}$， $\alpha_2=(1,-1,2,1)^{\mathrm{T}}$， $\alpha_3=(1,1,0,1)^{\mathrm{T}}$， $\alpha_4=(1,3,-2,1)^{\mathrm{T}}$，

$\alpha_5=(1,4,1,3)^{\mathrm{T}}$，求该向量组的一个最大线性无关组，并把其余向量用该最大线性无关组线性表示.

解

三、计算题(每小题 10 分，共 20 分)

1、 求下列非齐次线性方程组所对应的齐次线性方程组的基础解系和此方程组的通解.

$$\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+x_4=1 \\ 4x_1+2x_2-2x_3+x_4=2 \\ 2x_1+x_2-x_3-x_4=1 \end{cases}$$

解

2、 求矩阵 $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

解

四、简答题(每小题 5 分，共 15 分)

1、设 $A=\begin{pmatrix}1 & a & a\\ a & 1 & a\\ a & a & 1\end{pmatrix}$，问 a 为何值，可使：(1) $r(A)=1$, (2) $r(A)=2$, (3) $r(A)=3$.

解

2、已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}2 & x & 1\\ 0 & 3 & 0\\ 3 & -6 & 0\end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，确定 x 的值.

解

3、设四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为 3，已知 η_1,η_2,η_3 是它的三个特解，且

$\eta_1=(4,1,0,2)^{\mathrm{T}},\eta_2+\eta_3=(1,0,1,2)^{\mathrm{T}}$，求该方程组的通解.

解

学号：

姓名：

班级：

五、 证明与计算(每小题 5 分，共 15 分)

1、设 A 为 n 阶方阵，满足 $AA^{\mathrm{T}}=E$，且 $|A|<0$，试证明，$|A+E|=0$.

证明

2、设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1}$ 线性相关，$\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1},\alpha_m$ 线性无关，证明：

(1) α_1 可由 $\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1},\alpha_m$ 线性表示；(2) α_m 不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{m-1}$ 线性表示.

证明

3、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2-A-2E=O$，证明 A 及 $A+2E$ 都可逆，并求 A^{-1} 及 $\left(A+2E\right)^{-1}$.

证明与求解