一、 填空题（每小题 2 分，共 12 分）

1．已知向量 $\vec{a}=(2,5,1)^{\mathrm{T}},\vec{b}=(-1,0,k)^{\mathrm{T}}$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 正交，则参数 $k=$______________.

2．确定 5 阶行列式的项 $a_{13}a_{24}a_{31}a_{45}a_{52}$ 前面所带的符号是（填汉字“正”或“负”）_____.

3．设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=2$ ，$D_1=\begin{vmatrix} 3a_{13} & 2a_{11}-4a_{12} & 5a_{11} \\ 3a_{23} & 2a_{21}-4a_{22} & 5a_{21} \\ 3a_{33} & 2a_{31}-4a_{32} & 5a_{31} \end{vmatrix}$ ， 则 D_1 ＝_______.

4．已知向量组 $\vec{a}=(2\ ,1)^{\mathrm{T}}$ ，$\vec{b}=(3\ ,2k)^{\mathrm{T}}$ 线性相关，则参数 $k=$__________________.

5．若线性方程组 $Ax=b$ 有解，且系数矩阵 A 的秩为 r ，则增广矩阵 $\tilde{A}=(A,b)$ 的秩为 _________________________________.

6．已知 3 阶矩阵 A 有一个特征值为 2 ，则矩阵 A^3+2E 必有一个特征值为_________.

二、 单项选择题（每小题 2 分，共 12 分）

1．设 A,B,C 都是 n 阶矩阵． 如果 $ABC=E$ （单位矩阵）， 那么 【 】

(A) $ACB=E$ ； (B) $BAC=E$ ； (C) $CAB=E$ ； (D) $CBA=E$.

2．下面关于矩阵秩的说法，不正确的是 【 】

(A) $r(A)=r(A^{\mathrm{T}})$；　(B) 若 A□ B 则 $r(A)=r(B)$；

(C) $r(A,B)\ge r(A)+r(B)$ ；　(D) $r(A,B)\le r(A)+r(B)$.

3．若二次型 $f=x^{\mathrm{T}}Ax$ 为正定的，则其对应矩阵 A 的特征值 【 】

(A) 都大于 0； (B) 都大于等于 0； (C) 可能正也可能负； (D) 都小于 0.

4．设 A 是一个 n 阶矩阵，如果秩 $r(A)=r<n$ ，那么 【 】

(A) A 的所有 $r-1$ 阶子式都不等于零； (B) A 的所有 r 阶子式都不等于零；

(C) A 的所有 $r+1$ 阶子式都不等于零； (D) A 的所有 $r+1$ 阶子式都等于零.

5．对于 n 阶实对称矩阵 A，以下结论正确的是 【 】

(A) 一定有 n 个不同的特征根；(B) 存在正交矩阵 U ，使 $U^{\mathrm{T}}AU$ 成对角形；

(C) 它的特征根一定是正数； (D)属于不同特征根的特征向量必线性无关，但不一定正交.

6．n 阶方阵 A 具有 n 个不同的特征值是 A 与对角阵相似的 【 】

(A) 充分必要条件； (B) 充分而非必要条件；

(C) 必要而非充分条件； (D) 既非充分也非必要条件.

三、 计算题（每小题 10 分，共 50 分）

1．行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ ，D 的 (i,j) 元的代数余子式记 A_{ij}，计算 $A_{11}+A_{12}+A_{13}$ 的值.

2．设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$，求矩阵 A 的秩 $r(A)$，并求 A 的一个最高阶非零子式.

3．设 $A=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$，求 $2AB^{\mathrm{T}}+4E$.

4. 设 $A=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&2\\1&2&3\end{pmatrix}$，求方阵 A 的逆矩阵 A^{-1}.

5. 矩阵 $A=\begin{pmatrix}-2&1&1\\0&2&0\\-4&1&3\end{pmatrix}$，求 A 的特征值和特征向量，并说明 A 矩阵可否相似对角化？

四、 简答题（每小题 5 分，共 15 分）

1． 已知非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=2 \\ 2x_1+3x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1+2x_3+2x_4=5 \end{cases}$. 求出上述非齐次线性方程组的通解.

2．已知向量组$\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3$ 线性无关，向量$\vec{b}_1=\lambda\vec{a}_1+\vec{a}_2$，$\vec{b}_2=\vec{a}_2-\vec{a}_3$，$\vec{b}_3=\lambda\vec{a}_3+\vec{a}_1$，且向量组$\vec{b}_1,\vec{b}_2,\vec{b}_3$ 线性相关，求参数λ .

3. 设 $A=\begin{pmatrix}2 & -2 & 0\\ -2 & 1 & a\\ 0 & -2 & 0\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & b\end{pmatrix}$ 相似，求 a,b 的值.

线

订

装

五、 证明与计算（第 1 小题 5 分，第 2 小题 6 分，共 11 分）

1. 设方阵 A 满足 $A^2+3A+3E=0$，证明 $A+E$ 是可逆矩阵，并求出 $(A+E)^{-1}$.

2. 设 A 与 B 是 n 阶对称矩阵，且 $AB+E$ 及 A 都可逆，证明 $(AB+E)^{-1}A$ 为可逆的对称矩阵.