Unité d’enseignement d’ouverture L2 S2

Des articles scientifiques, des problèmes ou des jeux, où peuvent se cacher des mathématiques.

Michèle Grillot, Maître de conférences en mathématiques

Séance n°1	Introduction et présentation / formation des groupes / choix de son sujet
Séance n°2	
Séance n°3	JOURNAL de BORD : Lectures, compréhension, recherche
Séance n°4	
Séance n°5	Utilisation de l’outil informatique
Séance n°6	
Séance n°7	Elaboration de son rapport
Séance n°8	
Séance n°9	Peut-on aller plus loin ? (mathématiquement parlant)
Séance n°10	

Evaluation : rapport

Le rapport doit être rendu sous forme de fichier pdf que vous appellerez « NOMdeFAMILLE UEO.pdf » et doit comporter :

- Titre du sujet choisi ;
- Position du problème avec références bibliographiques, sitographiques, etc. ;
- Pourquoi avoir choisi ce sujet, vos motivations ;
- Journal de bord des 7/8 séances (on enlève la première/deuxième et la dernière) : comment vous êtes vous impliqué(e) à chaque séance, ce que vous y avez observé, appris, partagé,… vos commentaires, vos questionnements, etc. ;
- Ce que vous avez effectué en dehors des heures d'enseignement : vos recherches sur internet, en bibliothèque ou avec un tiers (pour répondre à vos questions), vos programmations, vos fabrications matérielles, vos parties de jeu le cas échéant, etc.
- Quelles mathématiques y avez-vous rencontrées ?

Quelques remarques sur l’évaluation

- Appel à chaque séance ;
- Adéquation entre l’investissement en présentiel et contenu du rapport ;
- Il sera tenu compte du choix du sujet en fonction de ce que l’étudiant connaît déjà ;
- Proposer un sujet qu’on ne connaît pas encore soi-même représente un investissement bien plus important que si on le connaît déjà par coeur ;
- Il n’est pas interdit de faire des copier-coller d’internet à condition d’indiquer le site et de bien mettre en évidence (par une couleur ou une écriture spéciale) la partie qui provient du site .

Sites pour choisir un sujet

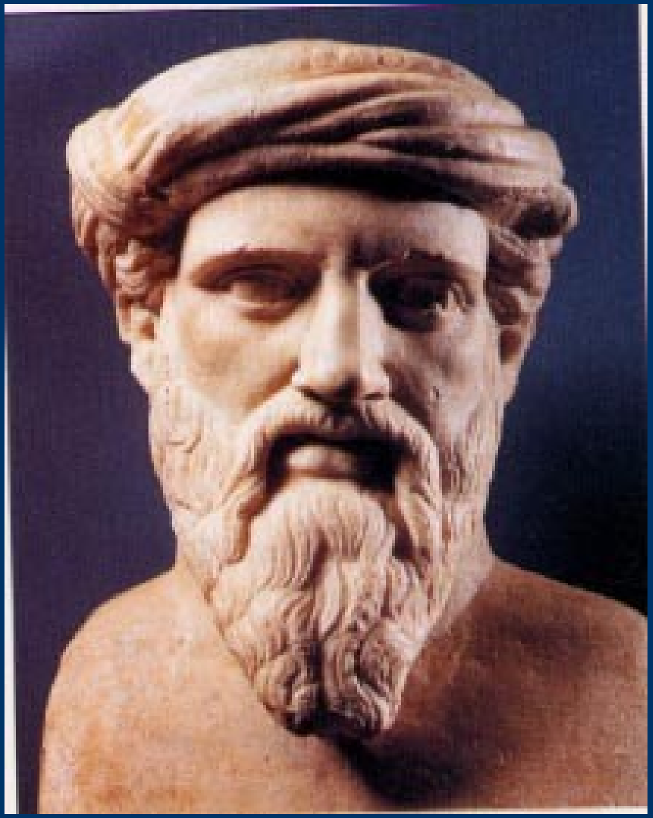
http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/crmej.html

https://images.math.cnrs.fr/

Un exemple de sujet

A propos du dernier théorème de Fermat

Sous forme de diaporama commenté et non de rapport écrit!



Pythagore est un mathématicien grec de la fin du VIè siècle avant J.-C. Né dans l'île de Samos , il partit fonder une école proche d'une secte à Crotone, dans le sud de l'actuelle italie.

Définition : Un nombre est parfait quand la somme de ses diviseurs stricts est égale à lui-même.

Exemples : $6 = 1+2+3$,

$28 = 1+2+4+7+14$

Les suivants sont 496, 8 128, 33 550 336, ...

Le mathématicien Euclide, au IIIe siècle av. J.-C., a découvert et prouvé que :

Si $M=2^{p}-1$ est premier , alors le nombre

$$M\,[(M+1)/2] = 2^{p-1}(2^{p}-1)$$

est parfait.

Par ailleurs, Léonard Euler, au XVIIIe siècle, a prouvé que tout nombre parfait pair est de la forme proposée par Euclide. La recherche de nombres parfaits pairs est donc liée à celle des nombres premiers de Mersenne (nombres premiers de la forme 2^p-1).

Il est établi que tout nombre parfait pair se termine par un 6 ou un 8, mais pas forcément en alternance.

En 2000, Douglas Iannucci a démontré dans Journal of Integer Sequences 3, 2000, Article 00.1.2 que l'ensemble des nombres pairs parfaits correspondait à l'ensemble des nombres de Kaprekar en base deux.

(703 est un nombre de Kaprekar en base 10 car 703^2 = 494 209 et que 494 + 209 = 703)

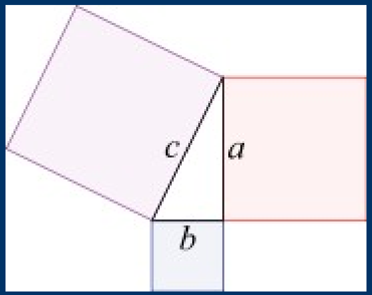
On connaissait la propriété de Pythagore "*Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés*." bien avant cette époque.

On a en effet découvert des tablettes d'argile gravées par les Babyloniens, probablement vers 1800 av J-C, donnant les longueurs des côtés de 15 triangles rectangles différents.

$3^2+4^2=5^2$ → (3,4,5)

$5^2+12^2=13^2$ → (5,12,13)

$99^2+4900^2=4901^2$ → (99,4900,4901)



Existe-t-il une infinité de triplets Pythagoriciens?

1) (3,4,5); (6,8,10); (9,12,15); ... ; (3n,4n,5n)

2) Observation :

$1^2=1$ $2^2=4$ $3^2=9$ $4^2=16$ $5^2=25$ ...

3 5 7 9

Tout nombre impair ajouté au carré d'un nombre bien choisi donne le carré du nombre suivant.

$n^2+p=(n+1)^2 \Leftrightarrow p=2n+1 \Leftrightarrow n=(p-1)/2$

Il existe une infinité de nombres impairs, on en prend un : q, son carré p est impair donc il existe n tel que

$q^2=p=(n+1)^2-n^2 \Leftrightarrow (n,q,n+1)$ pythagoricien

3) Avec les nombres complexes : si (a,b,c) et (a',b',c') sont des triplets pythagoriciens :

$$a^2+b^2=c^2 \qquad\qquad a'^2+b'^2=c'^2$$

alors, en posant

$$z=a+ib \qquad \text{et} \qquad z'=a'+ib'$$

on a

$$|zz'|^2=|z|^2\,|z'|^2=(cc')^2$$

et

$$|zz'|^2=(aa'+bb')^2+(ab'-a'b)^2$$

donc (aa'+bb',ab'-a'b,cc') est un triplet pythagoricien.

Quels sont les triplets pythagoriciens ?

Sans doute depuis Euclide, on sait que tous les triplets pythagoriciens (a,b,c) non triviaux sont donnés par :

$a = 2kml$

$b = k(m^2-l^2)$

$c = k(m^2+l^2)$

où les nombres k, l et m satisfont les conditions : k entier, m>l, m et l de parités différentes.

Apès s'être intéressé à ces triplets

$$a^2+b^2=c^2$$

Existe-t-il des nombres entiers a, b et c tels

$$a^3+b^3=c^3$$

Existe-t-il des nombres entiers a, b et c tels

$$a^4+b^4=c^4$$

Existe-t-il des nombres entiers a, b et c tels

$$a^5+b^5=c^5$$

Existe-t-il pour un entier n fixé des nombres entiers a, b et c tels que

$$a^n+b^n=c^n$$

Pierre de Fermat

né le 20 août 1601, à Beaumont-de-Lomagne , près de Montauban, et décédé le 12 janvier 1665 à Castres, était un juriste et mathématicien français, surnommé « le prince des amateurs ».

Il partage avec Descartes la gloire d'avoir appliqué l'algèbre à la géométrie. Il imagine un algorithme qui s'apparente à la dérivation.

Il pose en même temps que Blaise Pascal les bases du calcul des probabilités. Mais sa contribution majeure concerne la théorie des nombres et les équations diophantiennes.

(Descartes, Pascal, Roberval, Torricelli, Huygens, Mersenne)

Courbes elliptiques :

Ce sont les courbes d'équation de la forme :

$$y^2 = x^3 + a\,x^2 + b\,x + c$$

où a, b et c sont des nombres entiers.

Problème : compter le nombre de couples (x,y) d'entiers qui satisfont l'équation.

Exemple : $y^2 = x^3 – 2$: Fermat

Il n'existe qu'une seule solution : (3,5)

Exemple : $x^3 - x^2 = y^2 - y$

$$0^3 - 0^2 = 0^2 + 0$$

Exemple : $x^3 - x^2 = y^2 - y$

$$0^3 - 0^2 = 0^2 + 0$$

$$(0,0),\ (1,0)$$

Exemple : $x^3 – x^2 = y^2 - y$

$E_1 = 1$ .... $0^3 – 0^2 = 0^2 + 0$

$E_2 = 4$ .... (0,0), (1,0), (0,1), (1,1)

$E_3 = 4$

$E_4 = 8$

$E_5 = 4$

$E_6 = 16$

$E_7 = 9$

$E_8 = 16$

etc.

Exemple : $x^3 – x^2 = y^2 - y$

$E_1 = 1$ .... $0^3 – 0^2 = 0^2 + 0$

$E_2 = 4$ .... $(0,0), (1,0), (0,1), (1,1)$

$E_3 = 4$

$E_4 = 8$

$E_5 = 4$

$E_6 = 16$

$E_7 = 9$

$E_8 = 16$

etc.

A chaque courbe elliptique correspond une série E, c'est en quelques sortes, son ADN.

Nombres de Fermat

Un **nombre de Fermat** est un entier naturel de la forme $F_n = 2^{a(n)} + 1$ *où* $a(n)=2^n$.

Fermat : F_n *est premier pour* $n=1,2,3,4$ *et c'est vrai pour tout* n.

Euler (XVIII-ième): $F_5 = 4\,294\,967\,297 = 641 \times 6\,700\,417$.

Landry (XIX-ième) : $F_6 = 274\,177 \times 67\,280\,421\,310\,721$.

F_n *n'est pas premier pour* $7 \leq n \leq 16$ *et* $n=18,19,21,23, 38, 39, 55, 63$ *et* 73.

En marge de son exemplaire de l'*Arithmetica*, à la suite du problème 8, il nota ainsi l'observation suivante :

Cubem autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere. Il est impossible pour un cube d'être écrit comme la somme de deux cubes ou pour une quatrième puissance d'être écrite comme la somme de deux quatrièmes puissances ou, en général, pour n'importe quel nombre égal à une puissance supérieure à deux d'être écrit comme la somme de deux puissances semblables.

Conjecture de Fermat :

Pour $n \geq 3$, il n'existe pas de triplet non nul

tel que :

$$a^n+b^n=c^n$$

(1641-1994)


Arithmeticorum Lib. II. 85

QVÆSTIO VIII.

QVÆSTIO IX.

Quelques lignes plus bas, il inscrivit :

Cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi hanc marginis exiguitas non caperet

J'ai une démonstration véritablement merveilleuse de cette proposition, que cette marge est trop étroite pour contenir.

Preuve pour $n = 4$: Fermat, Frénicle de Bessy en 1676

Méthode dite de descente infinie :

Soit (x, y, z) un triplet d'entiers non nuls tel que

$$x^4 + y^4 = z^2 .$$

Quitte à diviser par leur PGCD, supposons que x, y et z soient premiers entre eux deux à deux.

D'après l'étude des triplets pythagoriciens, il existe des entiers non nuls n et m tels que

$PGCD(n, m) = 1$ et $x^2 = 2.n.m$, $y^2 = n^2 - m^2$, $z = n^2 + m^2$.

x^2 est pair donc x aussi et donc y et z sont impairs, y^2 est alors impair donc m est pair et n impair.

Le produit de deux nombres premiers entre eux est un carré ssi ces nombres sont des carrés. (décomposition en produit de nombres premiers)

Or $x^2 = 2.n.m$ et $PGCD(2.m, n) = 1$, il existe donc des entiers s et t tels que

$PGCD(s, t) = 1$ et $2.m = (2.s)^2$ et $n = t^2$.

Ainsi $t^4 = n^2 = y^2 + m^2 = y^2 + (2.s^2)^2$.

$(2s^2, y, t^2)$ est un triplet pythagoricien donc il existe des entiers p et q non nuls tels que :

PGCD(p, q) = 1, $s^2 = p.q$ et $t^2 = p^2 + q^2$ et donc il existe comme ci-dessus des entiers p' et q' non nuls tels que

$p = p'^2$ et $q = q'^2$. On obtient alors :

$$t^2 = p^2 + q^2 = p'^4 + q'^4$$

avec

$$p' < x,\ q' < y \text{ et } t < z.$$

Preuve pour n = 3 : Euler

Leonhard Euler né le 15 avril 1707 et mort le 18 septembre 1783 était un mathématicien et un physicien suisse.

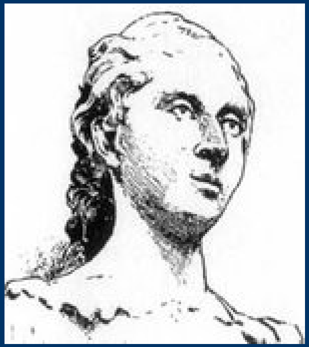
Pour n = p k où p est premier, si il existe un triplet non nul (a,b,c) tel que :

$$a^n+b^n=c^n,$$

alors

$$(a^k)^p+(b^k)^p=(c^k)^p$$

Preuve pour n = 5 : Germain, Dirichlet et Legendre en 1825



Marie-Sophie Germain est née à Paris le 1er avril 1776 et morte le 27 juin 1831. (55 ans) M. Le Blanc.

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet est né le 13 février 1805 à Düren et mort le 5 mai 1859 à Göttingen. (54 ans)

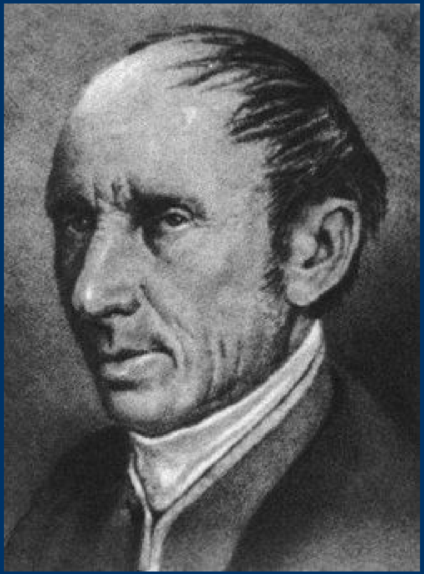
Adrien-Marie Legendre est né le 18 septembre 1752 à Paris et mort le 10 janvier 1833 à Paris. (80 ans)

Preuve pour n = 7 : Lamé en 1839

Gabriel Lamé est né le 22 juillet 1795 à Tours et mort le 1er mai 1870 à Paris.

Dans l'élan de cette percée, l'académie des sciences crée une série de prix dont la médaille d'or et la médaille d'argent.

1er mars 1847



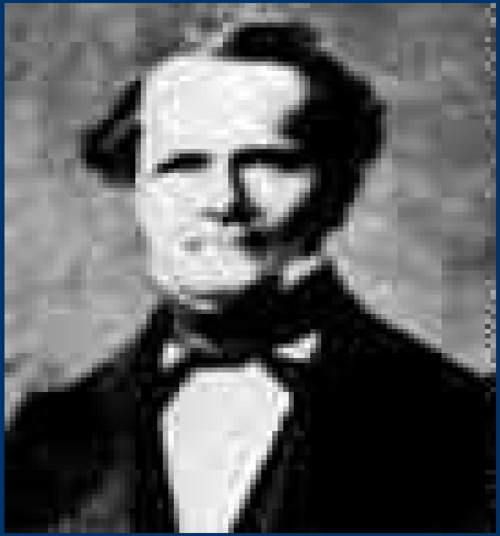
Augustin Louis, baron Cauchy : 21 août 1789 à Paris – 23 mai 1857 à Sceaux.

Lamé

24 mai 1847

Joseph Liouville (24 mars 1809 à Saint-Omer – 8 septembre 1882 à Paris)

Ernst Kummer (29 janvier 1810 à Sorau – 14 mai 1893 à Berlin)



Kummer a trouvé une erreur dans les deux preuves, la même : tout entier admet une décomposition unique.

Preuve pour $n \leq 100$ sauf 37, 59 et 67 : Kummer

Un nombre p premier ≥ 3 est régulier si p^2 ne divise aucun des nombres

$$1^k+2^k+ \dots +(p-1)^k$$

pour $k = 2, 4, \dots , (p-1)^k$

Paul Friedrich Wolfskehl (1856-1906)

Prix:100 000 DM en 1995

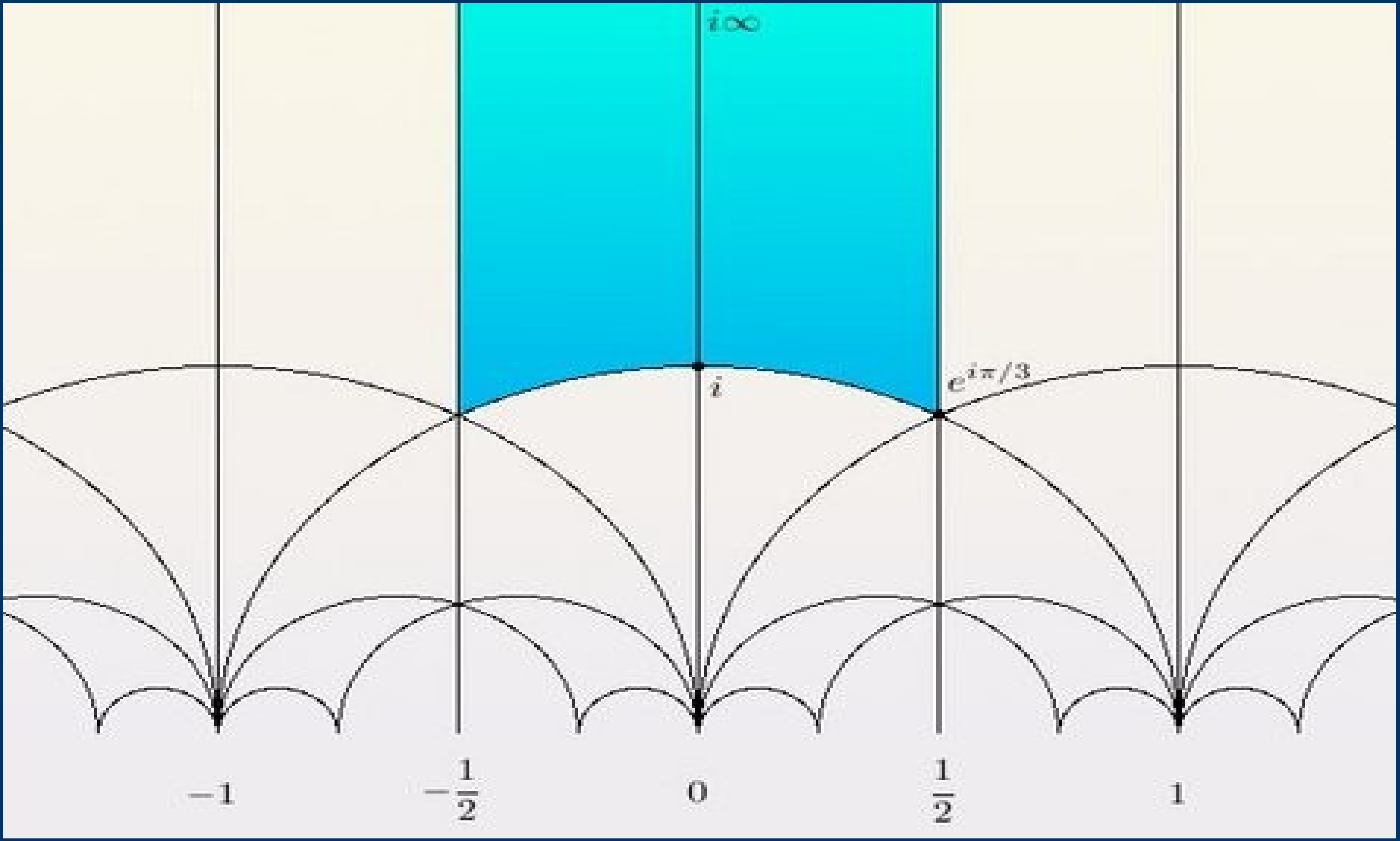
Déferlement de preuves fausses

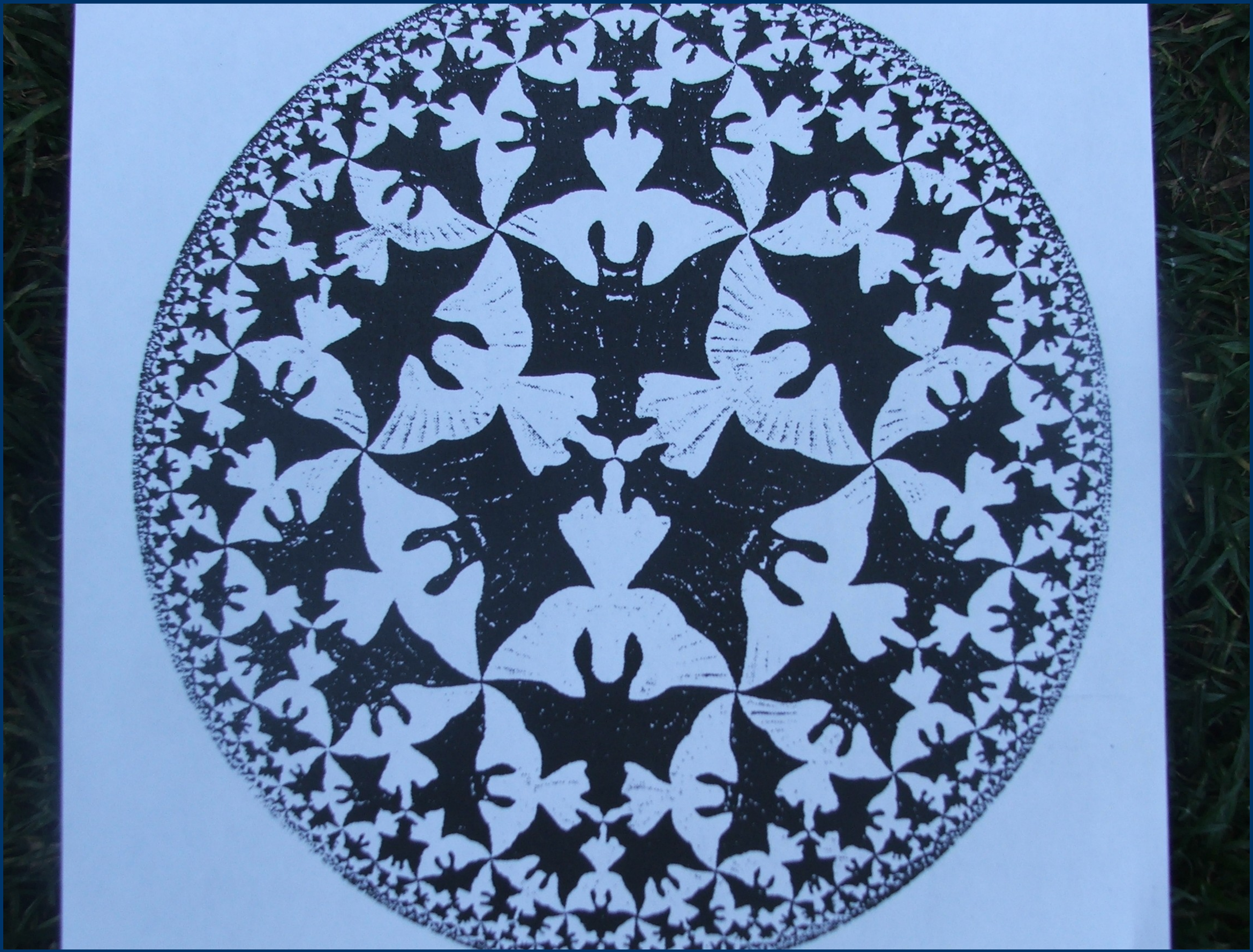
En 1954 à Tokyo :

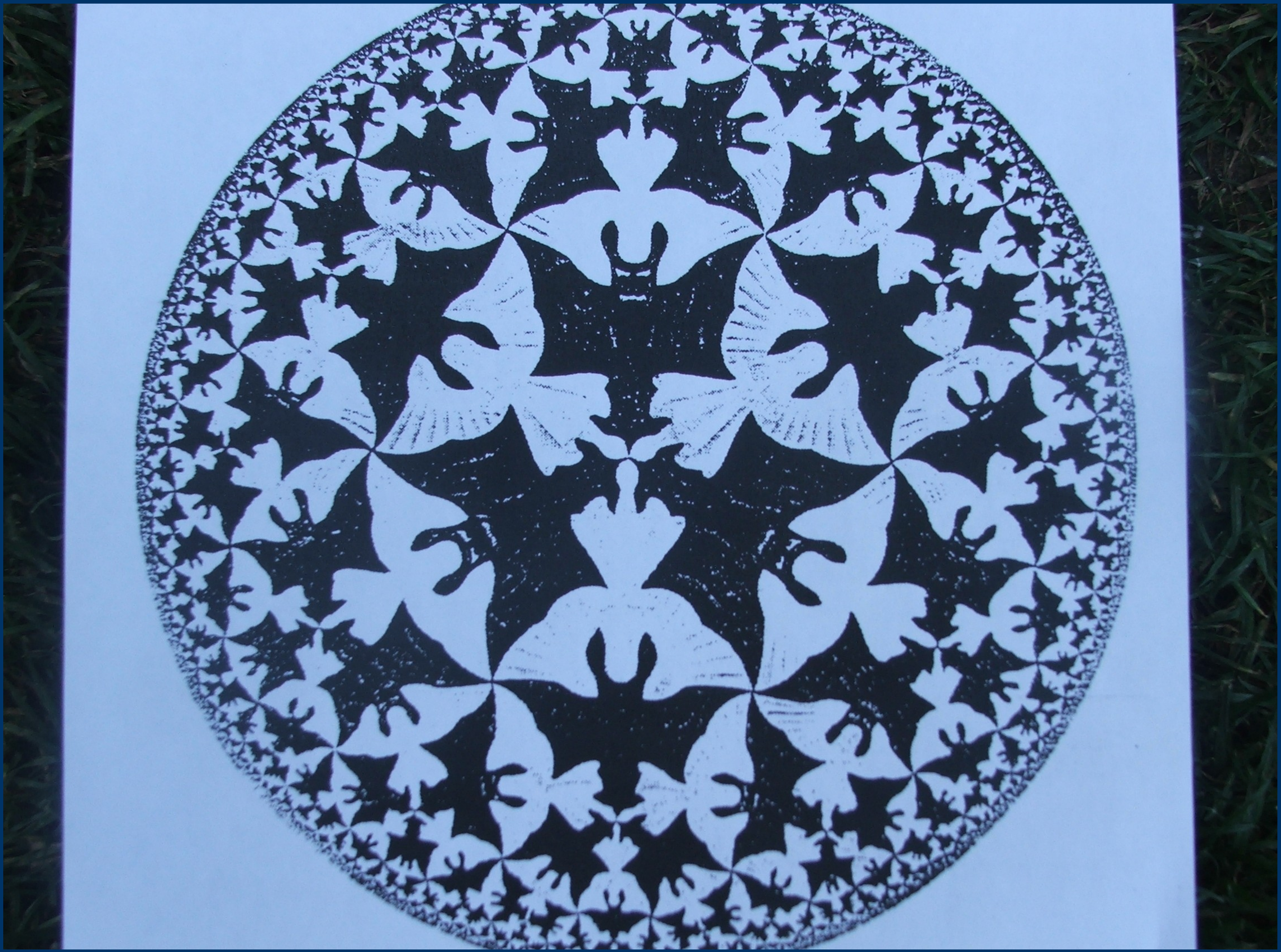
Goro Shimura né en 1930 au Japon, professeur émérite à l'université de Princeton

Yutaka Taniyama né le 12 novembre 1927 et mort le 17 novembre 1958

Formes modulaires







$M_1 = 3$

$M_2 = 3$

$M_3 = 12$

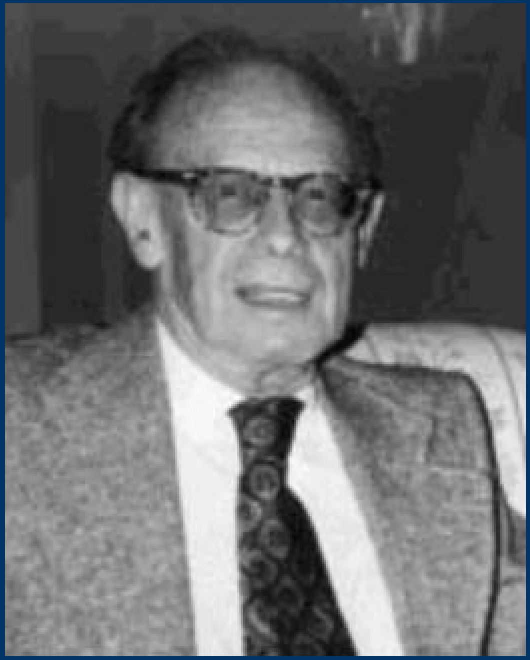
etc.

Symposium international à Tokyo en 1955

Taniyama annonce qu'il a trouvé un exemple
de série E de courbe elliptique et de série M de forme
modulaire qui sont identiques.

Problème : Est-ce général ?

Conjecture de Taniyama-Shimura : OUI



André Weil est né le 6 mai 1906 à Paris pour décéder le 6 août 1998 à Princeton.

Conjecture Taniyama-Shimura-Weil en 1966.

Colloque de la Forêt Noire en 1984

Gerard Frey, mathématicien allemand, déclare :

Si il existe des entiers non nuls a, b et c tels que

$$a^n + b^n = c^n,$$

alors la courbe elliptique définie par

$$y^2 = x^3 + (a^n + b^n)\, x^2 - a^n\, b^n$$

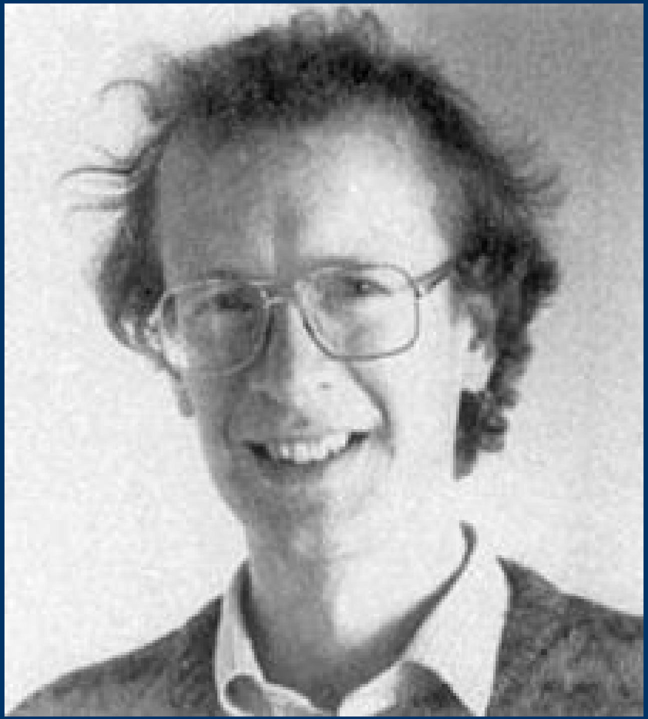
possède une série E qui ne correspond à aucune série M de forme modulaire.

Ou bien la conjecture de Taniyama-Shimura-Weil est vraie et alors, la conjecture de Fermat est vraie.

Ou bien la conjecture de Taniyama-Shimura-Weil est fausse et alors, on ne peut toujours rien dire sur la conjecture de Fermat.

Ken RIBET, université de Berkeley,

Prouve les dires de Frey pendant l'été 1986.



Sir Andrew John Wiles est né le 11 avril 1953 à Cambridge.

Thèse en 1975 avec J. Coates sur les courbes elliptiques.

Chercheur en théorie des nombres à Princeton

« dans son grenier de septembre 86 à mai 93 »

Colloque à Cambridge le 23 juin 93

Andrew Wiles expose les grandes lignes de sa preuve et c'est un triomphe.

Article soumis à Inventions in Mathematic
Katz trouve une erreur pendant l'été 93...

→ Wiles pense qu'il s'agit d'un détail

→ rumeurs

→ 3 avril 1994 : Elkies de l'université de Cambridge pense avoir trouvé un triplet pour un exposant

$$n \geq 10^{20}.$$

→ Wiles n'y croit pas, poursuit ses recherches avec son étudiant Taylor.

25 octobre 1994 : deux articles soumis et diffusés :

Les courbes modulaires elliptiques et le dernier théorème de Fermat par A. Wiles (100 pages).

Les propriétés annulaires théoriques de certaines algèbres de Hecke par R. Taylor et A. Wiles.

« J'ai eu ce rare privilège de pouvoir poursuivre dans mon âge adulte ce qui avait été le rêve de mon enfance. C'est rare, je le sais, mais si vous pouvez vous attacher dans votre âge adulte à quelque chose qui a pour vous autant d'importance, cela offre bien plus de satisfaction que rien de ce qu'on peut imaginer. Avoir résolu ce problème m'apporte une sensation de vide, mais en même temps une formidable impression de liberté. J'ai été tellement obsédé par ce problème que, pendant huit ans, j'y ai pensé tout le temps, depuis mon réveil le matin jusqu'à mon coucher. Ca fait beaucoup de temps dévolu à un seul objet. Cette odyssée-là est terminée. Mon esprit est au repos. » ....Et la preuve de Fermat ?

Sources :

Le dernier théorème de Fermat, Simon Singh, éditions Lattès, 1998.

Des mathématiciens de A à Z, Bertrand Hauchecorne et Daniel Suratteau, éditions Ellipses, 1996.

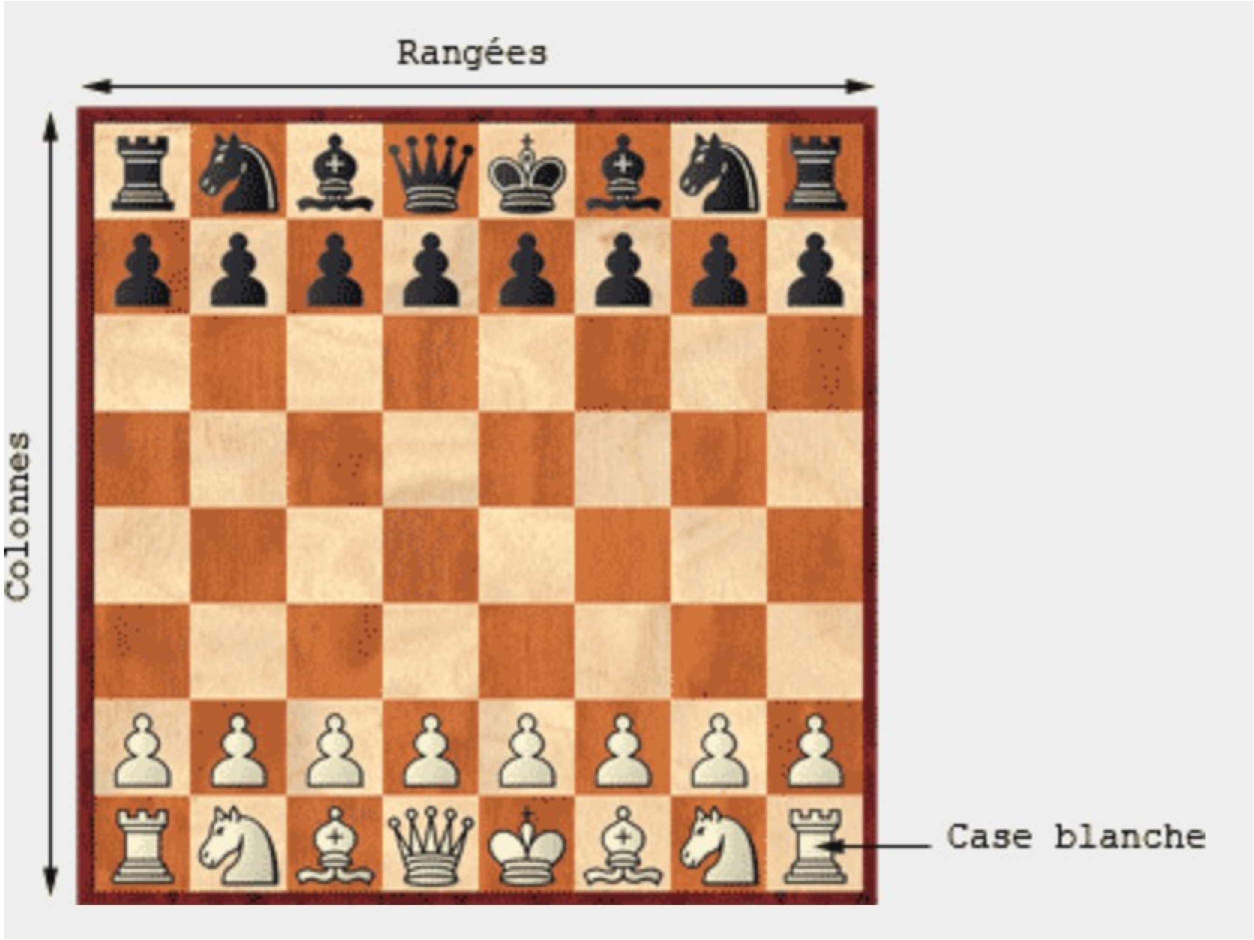
Site Wikipédia

Présentation de quelques jeux

Le jeu d'échec

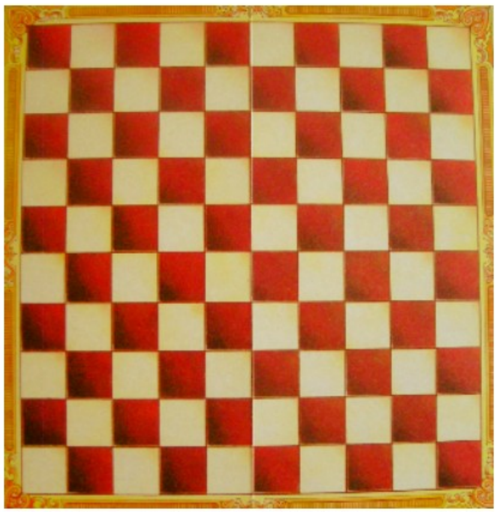
https://www.youtube.com/watch?v=GNUmvBbofmk

I – L'ÉCHIQUIER



Le jeu de dames

https://www.youtube.com/watch?v=ZPTOuhpoyQ8



Découvrez les **règles du jeu de dames**, le jeu de plateau très connu et apprécié des petits et grands! Le **jeu de dames** se joue au maximum à 2 joueurs à l'aide d'un damier composé de 100 cases.

Le but du **jeu de dames** est de prendre ou de bloquer le plus grand nombre de pions adverses.

Pour jouer au jeu de dames, il vous faut :

- Un damier composé de 100 cases (10 sur 10)
- 2 x 20 pions de couleurs noirs et blancs

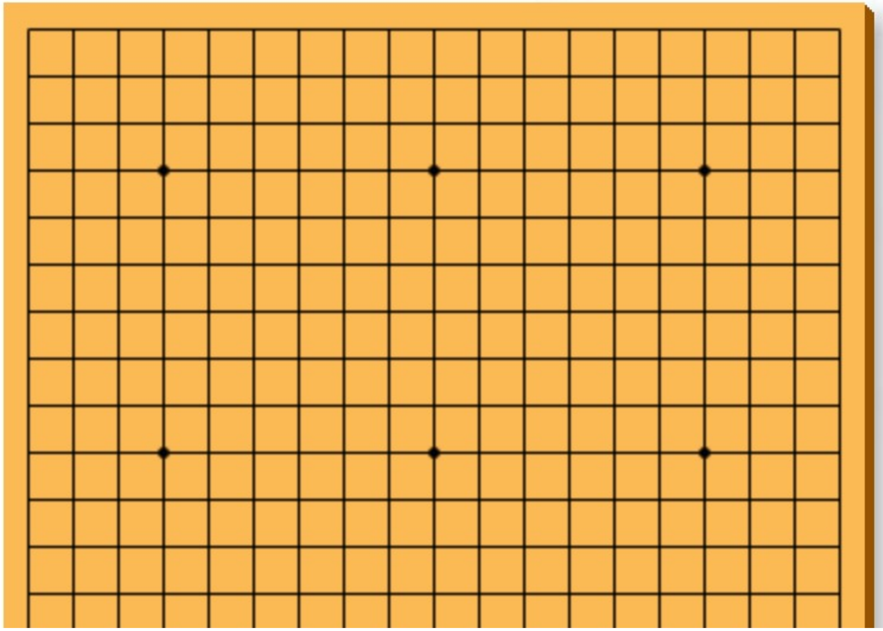
Le jeu de go

https://www.nouvelobs.com/video/20160311.OBS6280/video-le-jeu-de-go-explique-en-1-30-min.html

Matériel

Le matériel de jeu traditionnel se compose d'un **goban** sur lequel est tracé un quadrillage de 19x19 lignes, soit 361 intersections, et de **pierres** qui sont soit noires, soit blanches. Mais rien n'empêche les joueurs d'utiliser un autre matériel, et en particulier des gobans de 13x13 ou 9x9 lignes pour les parties d'initiation.

Généralement, la distance entre deux lignes du goban est approximativement de 24 mm dans le sens de la longueur et de 22 mm dans le sens de la largeur : le goban n'est donc pas tout à fait carré. Quant aux pierres, elles sont de forme biconvexe et d'un diamètre d'environ 22 mm.

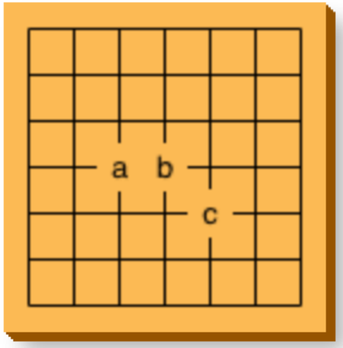


Voici un goban de 19x19 lignes. Remarquez que certains points sont renforcés. On les appelle **hoshi**.

Le jeu de go

Chaîne et libertés

Deux intersections sont dites voisines quand elles sont sur la même ligne et sans autre intersection entre elles.

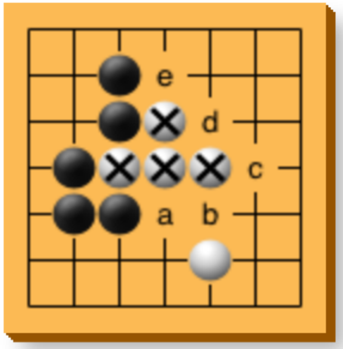


Diag. 1 : 'a' et 'b' sont des intersections voisines, mais 'b' et 'c' ne le sont pas.

Deux pierres sont voisines si elles occupent des intersections voisines.

Une **chaîne** est un ensemble de une ou plusieurs pierres de même couleur voisines de proche en proche.

Les **libertés** d'une chaîne sont les intersections inoccupées voisines des pierres de cette chaîne.

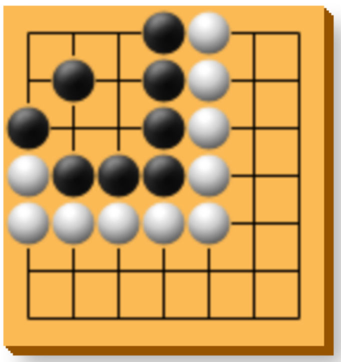


Diag. 2 : Les quatre pierres blanches marquées d'un 'X' sont voisines de proche en proche. Elles forment une chaîne qui a cinq libertés : les intersections marquées par les lettres 'a', 'b', 'c', 'd', et 'e'.

Le jeu de go

Territoire

Un **territoire** est un ensemble de une ou plusieurs intersections inoccupées voisines de proche en proche, délimitées par des pierres de même couleur.



Diag. 3 : Les pierres noires délimitent un territoire de 7 intersections. Notez que le bord de la grille forme une frontière naturelle du territoire, mais on pourrait bien sûr avoir un territoire qui ne touche pas du tout le bord (imaginez que la grille est un continent entouré par la mer, que le bord de la grille représente le rivage, et que les pierres représentent les frontières entre les pays de ce continent).

Déroulement du jeu

Le go se joue à deux. Celui qui commence joue avec les pierres noires et l'autre avec les blanches. A tour de rôle, les joueurs posent une pierre de leur couleur sur une intersection inoccupée du goban ou bien ils passent.

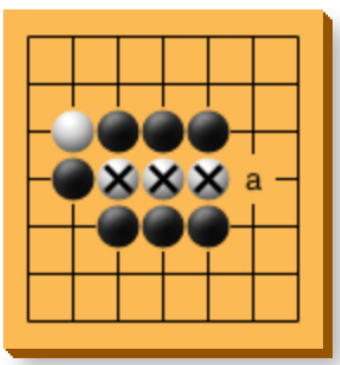
Passer sert essentiellement à indiquer à l'adversaire que l'on considère la partie terminée.

Le jeu de go

Capture

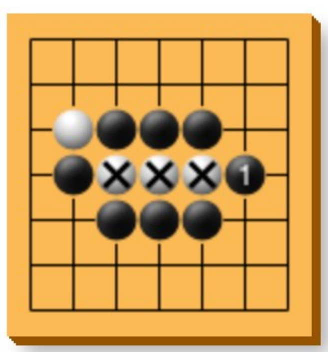
Lorqu'un joueur supprime la dernière liberté d'un chaîne adverse, il la capture en retirant du goban les pierres de cette chaîne. De plus, en posant une pierre, un joueur ne doit pas construire une chaîne sans liberté, sauf si par ce coup il capture une chaîne adverse.

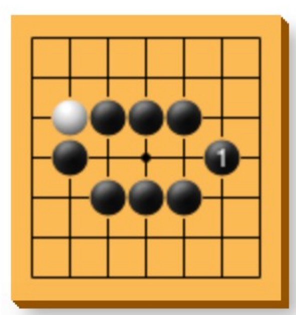
Lorsqu'une chaîne n'a plus qu'une liberté, on dit qu'elle est en **atari**.



Diag. 4 : Les trois pierres blanches 'X' forment une chaîne qui est en atari (car elle n'a plus qu'une liberté, en 'a').

Diag. 5 : Si Noir joue en 1, il supprime la dernière liberté des pierres blanches...



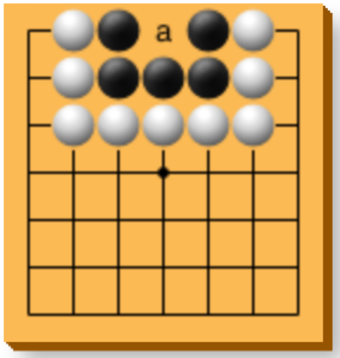


Diag. 6 : ...alors Noir capture les pierres blanches et les retire du goban.

Le jeu de go

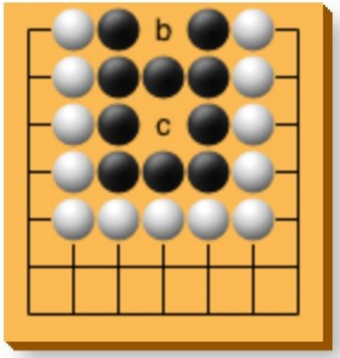
Vie et mort

De la règle de capture découle la notion de vie et de mort : des **pierres mortes** sont des pierres que l'on est sûr de pouvoir capturer sans y perdre par ailleurs, tandis que des **pierres vivantes** sont des pierres que l'on ne peut plus espérer capturer.

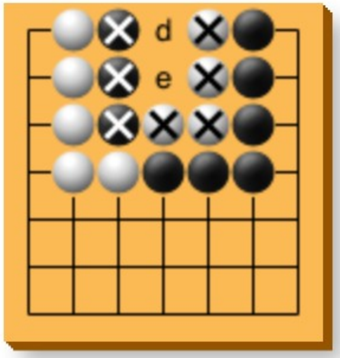


Diag. 7 : D'après la règle de capture, Blanc peut jouer en 'a' et prendre Noir. On dit dans ce cas que Noir n'a qu'un œil (l'intersection 'a') et qu'il est mort.

Le jeu de go



Diag. 8 : Blanc ne pouvant jouer ni en 'b', ni en 'c', il ne pourra jamais capturer Noir. On dit alors que Noir a deux yeux (les intersections 'b' et 'c') et qu'il est vivant.



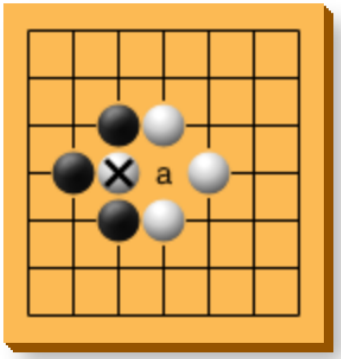
Diag. 9 : Si Noir joue en 'd' (ou 'e'), Blanc jouera en 'e' (ou 'd') et le capturera. De même, si Blanc joue en 'd' (ou 'e'), Noir le capturera. Autrement dit, personne n'a intérêt à jouer en 'd' ou 'e'. Dans ce cas, on dit que les pierres 'X' sont vivantes par **seki**, et que 'd' et 'e' sont des intersections neutres.

Le jeu de go

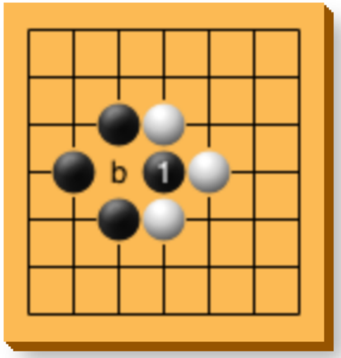
Répétition

Un joueur, en posant une pierre, ne doit pas redonner au goban un état identique à l'un de ceux qu'il lui avait déjà donné.

Les diagrammes qui suivent montrent le cas de répétition le plus simple et le plus fréquent que l'on appelle aussi **ko**.



Diag. 10 : Si Noir joue en 'a', il capture la pierre blanche 'X' qui est en atari.



Diag. 11 : Blanc ne peut pas rejouer immédiatement en 'b' et prendre la pierre noire 1 qui est pourtant en atari car, sinon, il reproduirait la situation du diagramme 10. Il doit donc jouer ailleurs. Toute l'astuce pour Blanc consiste, avec ce coup ailleurs, à essayer de créer une menace suffisamment grave pour que Noir ait intérêt à y répondre immédiatement, et n'ait pas le temps de jouer lui-même en 'b'. Si Noir répond à la menace, Blanc pourra à nouveau jouer en 'b', puisque son coup précédent aura changé l'état du goban. Alors ce sera au tour de Noir de trouver une menace, et ainsi de suite, tant qu'aucun des deux joueurs ne connecte.

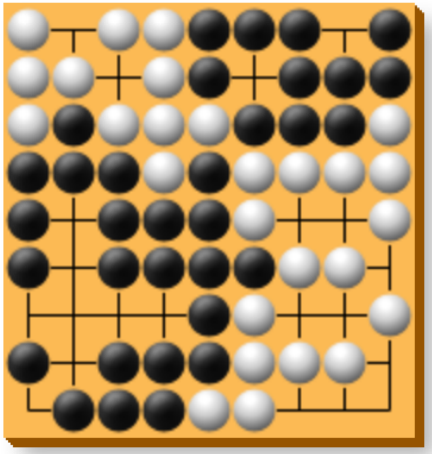
Le jeu de go

Fin de la partie

La partie s'arrête lorsque les deux joueurs passent consécutivement. On compte alors les points. Chaque intersection du territoire d'un joueur lui rapporte un point, ainsi que chacune de ses pierres encore présentes sur le goban.

Par ailleurs, commencer est un avantage pour Noir. Aussi, dans une partie à égalité, Blanc reçoit en échange des points de compensation, appellés komi. Le komi est habituellement de 7 points et demi (le demi-point sert à éviter les parties nulles).

Le gagnant est celui qui a le plus de points.



Diag. 12 : A ce stade, tous les territoires sont fermés, et aucune de leurs frontières ne peut être capturée par l'adversaire. C'est le moment de passer et de compter les points.

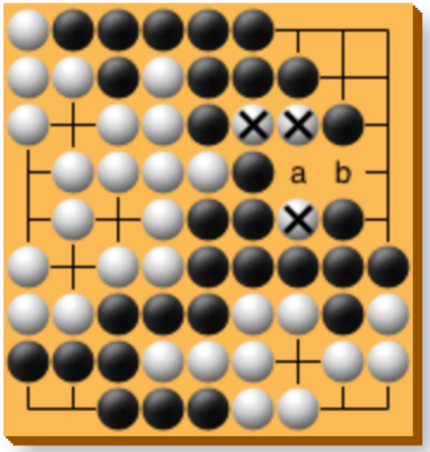
Noir a 8 points de territoire en bas à gauche et 2 en haut à droite. Il a de plus 33 pierres sur le jeu. Son total est de 43 points.

Blanc a 2 points de territoire en haut à gauche et 9 en bas à droite. Il a de plus 27 pierres sur le jeu. Son total est de 38 points.

Noir a donc 5 points de plus que Blanc sur le jeu. Mais si l'on tient compte du komi, **Blanc gagne de 2 points et demi**.

Le jeu de go

En pratique, afin de raccourcir les parties sans en changer le score, les joueurs pourront, d'un commun accord, retirer du goban les pierres mortes adverses juste avant le décompte des points, sans avoir à rajouter les coups nécessaires à leur capture. En cas de désaccord (ce qui est en principe exceptionnel), il suffira de continuer à jouer jusqu'à ce que tous les litiges éventuels soient réglés.



Diag. 13 : Si Noir joue en 'a', il capture les pierres blanches 'X'. Si Blanc essaie de les sauver en jouant lui-même en 'a', Noir joue en 'b' et les capture quand même. Comme par ailleurs, tous les territoires sont fermés, les deux joueurs passent. Puis Noir retire les pierres 'X' du jeu, et on peut compter les points. Vérifiez que **Noir gagne d'un point et demi**.

Le jeu de dames chinoises

Il se joue sur un plateau en forme d'étoile à 6 branches.

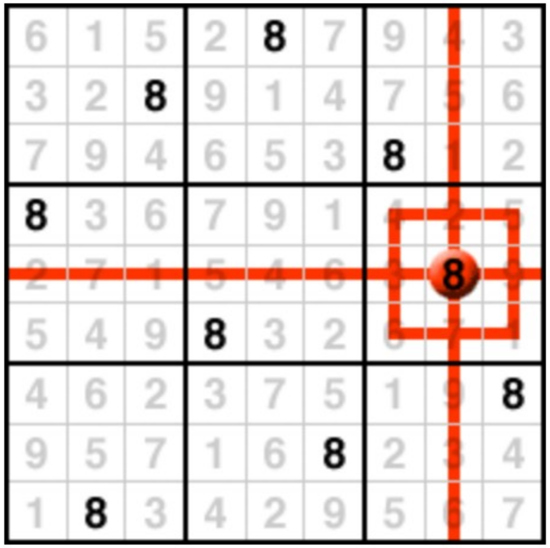
Dans la version classique du jeu chacun des joueurs dispose de 10 pions, mais notez que selon les variantes et le nombre de joueurs le nombre de pièces peut changer.

Vous devez **faire parcourir à toutes vos pièces le plateau pour qu'elles atteignent la branche opposée de l'étoile**. Vous devrez donc traverser le centre du plateau tout comme vos adversaires, à vous d'être le plus rapide et le plus malin.

Le jeu de sudoku

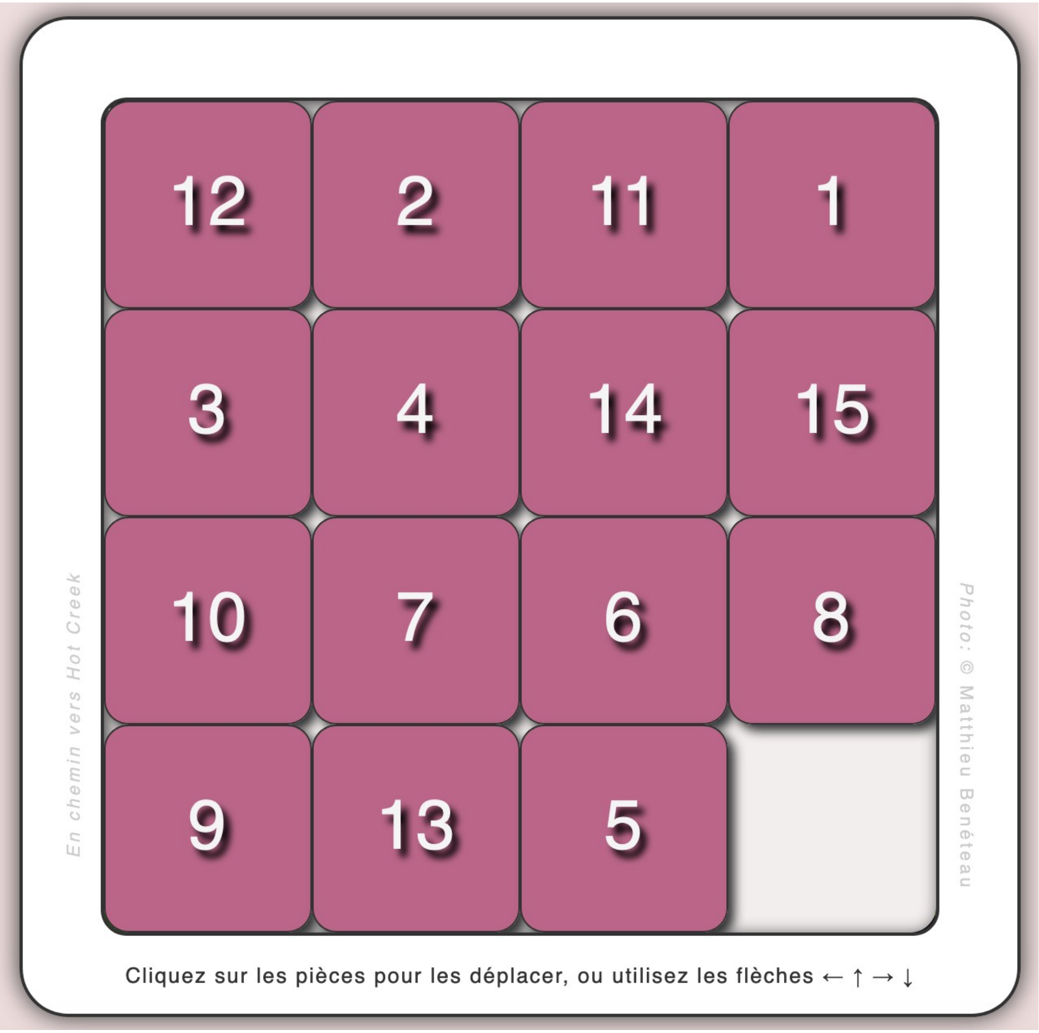
Il faut remplir la grille en utilisant les chiffres de 1 à 9. Obligatoirement une seule fois dans chaque ligne, colonne et carré de 3 x 3.

Le chiffre 8 est indiqué dans cette grille terminée, pour vous montrer qu'il respecte bien les règles de base du Sudoku. Il figure bien 9 fois, et une seule fois seulement dans chaque unité. C'est aussi le cas pour les autres chiffres



Se joue SEUL...

Le jeu de Taquin



http://taquin.net/fr/taquin_4x4_noimg/i18.html